НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2026, том 36, № 4, с. 29–33 *ISSN 0868-5886*

УДК 532.5:577.21; 544.6.018
EDN: UWPKTT

© Б. П. Шарфарец, 2026

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРООСМОСА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОЦЕССАМ СЕКВЕНИРОВАНИЯ ДНК

Настоящая работа посвящена анализу возможности применения электроосмотического течения в целях секвенирования ДНК. Основным условием при этом является достижение поршневого характера электроосмотической скорости. В качестве канала для электроосмотического течения рассматриваются плоский слой, канал прямоугольного сечения и круговой цилиндр. Показано, что при соблюдении определенных условий задача может быть сведена к модели плоского слоя.

Ключевые слова: электроосмотическое течение, труба прямоугольного поперечного сечения, труба круглого поперечного сечения, скорость течения, численное моделирование

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время появилась значительная потребность в разработке и усовершенствовании приборов, позволяющих осуществлять секвенирование ДНК. Для этого применяются различные физические модели, позволяющие осуществлять эти процессы. В настоящей работе рассматривается возможность применения для процессов секвенирования явления электроосмоса.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ ЯВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРООСМОСА

Приведем математические выражения, описывающие физику электроосмоса в микрофлюидике. Согласно [1, с. 158], при постановке задач электроосмоса используется следующее уравнение Навье – Стокса для несжимаемой вязкой жидкости:

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+\left(\mathbf{v}\cdot\nabla\right)\mathbf{v}\right)=-\nabla p+\eta\nabla^2\mathbf{v}-\rho_{\mathrm{el}}^{\mathrm{eq}}\nabla\varphi_{\mathrm{ext}}. \qquad (1)$$

Здесь $\rho_{\mathrm{el}}^{\mathrm{eq}}$ — равновесное распределение плотности заряда двойного электрического слоя (слоя Дебая); φ_{ext} — потенциал приложенного извне электрического поля; ρ, $\mathbf{v}$ и p — соответствующие параметры гидродинамического поля: постоянная плотность жидкости (рассматривается движение несжимаемой жидкости), вектор скорости жидкости и давление в ней; η — динамическая вязкость жидкости.

Далее принимаются следующие условия [1, с. 158]: а) дзета-потенциал ζ сохраняет постоянное значение вдоль границ канала; б) электрическое поле однородно; в) электроосмотическое течение носит стационарный характер; г) длина Дебая λ_{D} много меньше радиуса или полуширины поперечного размера канала a: $\lambda_{\mathrm{D}} << a$ (безразмерная величина $a/\lambda_{\mathrm{D}}=ak$ называется электрокинетическим радиусом [2], величина $k=1/\lambda_{\mathrm{D}}$ носит название обратной дебаевской длины). Если $a/\lambda_{\mathrm{D}}<100,$ то говорят о перекрывании двойного электрического слоя в капиллярах, когда неравенство нулю электрического потенциала в центре по́ры начинает сказываться на измеряемых величинах электрокинетических параметров (см. также в работе [1, с. 162]). Отметим, что практически все классические уравнения электрокинетики получены для систем с очень большим электрокинетическим радиусом, когда можно считать, что в середине капилляра электрический потенциал равен нулю.

При этих условиях рассмотрим электроосмотическую скорость в плоском слое, т.е. в слое, образованном двумя плоскостями $z=\pm h/2$. При этом электрическое поле приложено вдоль оси Ox, а градиент внешнего давления p_{ext} равен нулю $\nabla p_{\mathrm{ext}}=0.$ Принятые допущения приводят к следующей системе уравнений [1, с. 159]:

$$\begin{aligned}&\nabla\varphi_{\mathrm{ext}}(\mathbf{r})=-\mathbf{E}=E\mathbf{e}_x,\\&\nabla p_{\mathrm{ext}}(\mathbf{r})=0,\\&\mathbf{v}(\mathbf{r})=v_x(z)\mathbf{e}_x.\end{aligned} \qquad (2)$$

Кроме того, при постоянной относительной диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon = \text{const}$ справедливо уравнение Пуассона [1, с. 141]

$$\Delta\varphi_{\text{ext}} = -\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\rho_{\text{el}}^{\text{eq}},$$

где ε_0 — электрическая постоянная. Это приводит к уравнению для x-компоненты стационарного уравнения Навье – Стокса [1, с. 159]

$$\frac{\partial^2 v_x(z)}{\partial z^2} = -\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E}{\eta}\frac{\partial^2\varphi_{\text{ext}}(z)}{\partial z^2} = \frac{E}{\eta}\rho_{\text{el}}^{\text{eq}}. \qquad (3)$$

После добавления к уравнению (3) однородных краевых условий [1, с 159] на внутренних границах канала (см. также работу [3])

$$v_x\left(z = \pm\frac{h}{2}\right) = 0 \qquad (4)$$

окончательное выражение для скорости в плоском слое рассматриваемой электроосмотической задачи получается в виде [1, с. 159]

$$v_x(z) = v_{\text{eo}}\left[1 - \frac{\cosh\left(z/\lambda_{\text{D}}\right)}{\cosh\left(h/2\lambda_{\text{D}}\right)}\right] = v_{\text{eo}}\left[1 - \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kh/2)}\right], \qquad (5)$$

где электроосмотическая скорость v_{eo} определяется выражением [1, с. 159] $v_{\text{eo}} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0\zeta}{\eta}E$; ζ — дзета-потенциал; вытекающий из выражения для электроосмотической скорости коэффициент $\mu_{\text{eo}} = \dfrac{v_{\text{eo}}}{E} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0\zeta}{\eta}$ называется электроосмотической мобильностью.

Далее для сравнения уравнений краевой задачи для электроосмотической скорости в плоском слое (3) приведем уравнение краевой задачи также в плоском слое для случая течения Пуазейля [1, с. 43]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)v_x(y,z) = \frac{\Delta p}{\eta l}, \qquad y,z \in C, \qquad (3a)$$

$$v_x(y,z) = 0, \qquad y,z \in \partial C, \qquad (4a)$$

где C — область, занимаемая жидкостью в трубе; ∂C — внутренняя граница трубы.

Приведем также выражение [1, с. 45] для скорости Пуазейля в плоском слое $z = \pm\dfrac{h}{2}$:

$$v_x(y,z) = \frac{\Delta p}{2\eta L}\left(\frac{h}{2} - z\right)\left(\frac{h}{2} + z\right). \qquad (5a)$$

(В выражении (5а) по сравнению с уравнением (3.29) в [1, с. 45] учитывается, что z определено в слое $z \in \left[-\dfrac{h}{2}, +\dfrac{h}{2}\right]$ и при этом на границах выполняются однородные краевые условия.)

Из сравнения уравнений движения жидкости (3), (4) и (3а), (4а) видно, что они отличаются только уравнением движения жидкости при идентичности краевых условий на границах плоского канала. Движущей силой в случае электроосмоса является потенциал внешнего электрического поля и плотности заряда двойного слоя, а в случае течения Пуазейля — постоянный градиент давления в канале.

Далее рассмотрим вопрос о влиянии на электроосмотический процесс безразмерной величины электрокинетического радиуса $ak = a/\lambda_{\text{D}}$. Известно, что при электроосмотическом течении в канале большое значение уделяется его безразмерной величине [2].

В зависимости от величины электрокинетического радиуса ak свойства электроосмотического течения могут сильно меняться. В этой связи сошлемся на рисунок, заимствованный в [1, с. 162, рис. 9.2 а], где показана эволюция формы электроосмотического течения на примере круглой трубы (отметим, что величина λ_{D}/a, фигурирующая

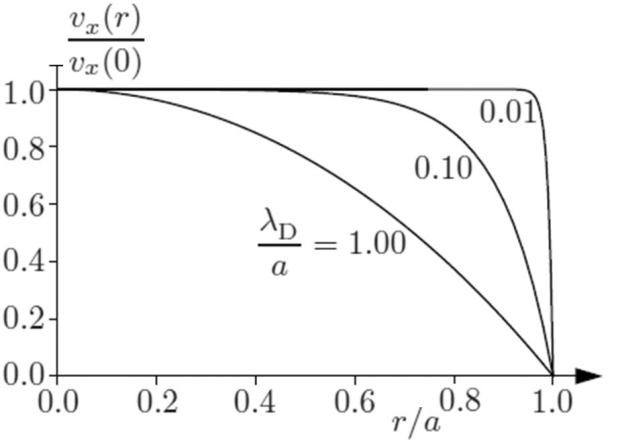

Рис. Нормализованное электроосмотическое течение $v_x(r)/v_x(0)$ в цилиндрическом канале радиуса a для трех различных величин длины Дебая λ_{D}/a: практически постоянное ($\lambda_{\text{D}}/a = 0.01$); закругленное ($\lambda_{\text{D}}/a = 0.1$) и параболическое ($\lambda_{\text{D}}/a = 1$) [1, с. 162]

на этом рисунке, представляет собой величину, обратную величине электрокинетического радиуса). Из рисунка видно, что при малом электрокинетическом радиусе $ak = a/\lambda_D$ (в частности при $ak = 1$ (или, что то же самое, $\lambda_D / a = 1$) поперечный профиль скорости электроосмотического течения носит параболический характер, а при $ak = 100$ (или, что то же самое, $\lambda_D / a = 0.01$) этот профиль электроосмотического течения носит практически поршневой характер.

В связи с этим фактом становится очевидным, что в процессе электроосмоса в канале при больших значениях электрокинетического радиуса ak, или a/λ_D, электроосмотическое течение приобретает поршневой характер, т.е. скорость жидкости практически постоянна в поперечном сечении канала. Отсюда очевидны выгоды подобного течения при секвенировании ДНК, когда весьма мелкие "ДНК-пеньки" расположены на внутренней поверхности канала, в котором происходит секвенирование.

Далее перейдем к описанию электроосмотического процесса в канале *постоянного прямоугольного сечения* высотой h и шириной w. В работе [4] получено выражение для поля электроосмотической скорости в таком микроканале

$$v_x(y,z) = v_{eo}\left[\left(1 - \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kh/2)}\right) - \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} B_n \cos(\alpha_n z)\frac{\cosh(\gamma_n y)}{\cosh(\gamma_n w/2)}\right]. \quad (6)$$

Здесь $\alpha_n = \dfrac{n\pi}{h}$ — собственные частоты по высоте канала, где суммирование идет только по нечетным индексам, что обусловлено симметрией задачи; $\gamma_n = \sqrt{k^2 + \alpha_n^2}$ — коэффициент затухания влияния боковых стенок вдоль ширины канала; k — обратная дебаевская длина; коэффициенты B_n определяются по формуле

$$B_n = \frac{4}{n\pi}\frac{1}{1+(\alpha_n/k)^2}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right).$$

Из сравнения выражений (5) и (6) видно, что при равенстве нулю суммы стоящего в (6) ряда выражение для двумерной электроосмотической скорости в канале с прямоугольным сечением стремится к аналогичной одномерной скорости в плоском слое, т.е. к выражению (5).

Первое слагаемое в (6) с учетом множителя v_{eo} — это в точности формула (9.10) из [1] для бесконечного плоского канала. Второе слагаемое — это гидродинамическая поправка на боковые стенки $y = \pm w/2$.

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Целью эксперимента являлось выявление минимального значения электрокинетического радиуса kh, при котором доля площади поперечного сечения трубы, где скорость электроосмоса (6), $v_x(y,z) \ge P v_{eo}$. Здесь P — доля площади поперечного сечения $P \in [0,1]$. При этом рассматривались каналы квадратного и круглого сечения. Выбор квадратного сечения обуславливается тем, что в канале прямоугольного сечения при различных по величине сторонах сечения будут разные электрокинетические радиусы для противоположных сторон прямоугольного сечения. В этом случае, как видно из рис., будут разными поперечные профили электроосмотической скорости в канале (профиль у широкой стороны канала будет более близким к константе, чем профиль у узкой стороны канала). Обращение же к случаю квадратного сечения позволяет указать все сечения, где $v_x(y,z) \ge P v_{eo}$ (это сечения, получаемые из выбранного квадратного сечения путем увеличения одной или двух сторон сечения).

Результаты численного эксперимента сведены в таблицу.

Табл. Сравнение эффективности квадратного и круглого каналов

Доля поперечного сечения P, квадрат/круг	Минимальный $kh_{кв}$ квадрат	Минимальный $kh_{круг}$ круг	Отношение $kh_{кв}/kh_{круг}$
0.90/0.90	32.19	23.03	1.4
0.92/0.92	37.15	26.53	1.4
0.94/0.94	43.63	31.16	1.4
0.96/0.96	52.48	37.49	1.4
0.98/0.98	66.70	47.55	1.4
0.99/0.99	80.47	57.39	1.4

Как видно из таблицы, в канале круглого сечения для обеспечения заданной доли "плоскостности" канала нужны на 40% меньшие значения электрокинетического радиуса kh, чем в квадратном канале. Этот результат является закономерным, поскольку круг является идеальной плоской фигурой, в которой все точки, лежащие на фиксированном радиусе, одинаково равноудалены и от центра, и от внешней границы фигуры. В этом уникальность круга среди всех плоских фигур. Кроме того, в круге нет особых точек типа углов, которые возмущают скорости жидкости.

ВЫВОДЫ

В работе рассмотрена возможность использования электроосмотического течения в процессах секвенирования ДНК. Условием для этого является максимальное обеспечение поршневого характера течения. Рассматривались два вида электроосмотических каналов: канал постоянного квадратного сечения и круглый канал. В результате прямых расчетов выявлено значительное преимущество круглого канала, в котором поперечный профиль течения приобретает поршневую форму при электрокинетических радиусах на 40% меньших, чем в случае квадратного канала.

Работа выполнена в ИАП РАН в рамках Государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ № 075-00444-25-00 (от 26.12.2024 г.).

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Bruus H.* Theoretical Microfluidics. Oxford master series in condensed matter physics. 346 p. URL: https://chemotaxis.semmelweis.hu/CHTXhpg/Bookshelf/Nanobiology/Theoretical_microfluidics.pdf
2. *Ермакова Л.Э., Шарфарец Б.П., Дмитриев С.П., Курочкин В.Е.* Реализация акустоэлектрического преобразователя. 1. Зависимость электрокинетических явлений в водных растворах электролитов от структуры мембранных материалов // Научное приборостроение. 2022. Т. 32, № 4. С. 20–34. DOI: 10.18358/np-32-4-i2034
3. *Rice C.L., Whitehead R.* Electrokinetic Flow in Narrow Cylindrical Capillary // The Journal of Physical Chemistry. 1965. Vol. 69, no. 11. P. 4017–4024. DOI: 10.1021/j100895a062
4. *Wang C., Wong T.N., Yang C., Ooi K.T.* Characterization of electroosmotic flow in rectangular microchannels // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2007. Vol. 50, iss. 15-16. P. 3115–3121. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.11.035

Институт аналитического приборостроения РАН, Санкт-Петербург

Контакты: *Шарфарец Борис Пинкусович*, sharb@mail.ru

Материал поступил в редакцию 10.07.2026

SOME FEATURES OF THE USE OF ELECTROOSMOSIS IN RELATION TO DNA SEQUENCING PROCESSES

B. P. Sharfarets

Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint Petersburg, Russia

The present work is devoted to the analysis of the possibility of using electroosmotic flow for DNA sequencing. The main condition for this is to achieve the piston character of the electroosmotic velocity. A flat layer, a rectangular channel and a circular cylinder are considered as channels for electroosmotic flow. It is shown that, under certain conditions, the problem can be reduced to a flat layer model.

Keywords: electroosmotic flow, rectangular cross-section pipe; circular cross-section pipe; flow velocity; numerical simulation

REFERENCES

1. Bruus H. *Theoretical Microfluidics*. Oxford master series in condensed matter physics. 346 p. URL: https://chemotaxis.semmelweis.hu/CHTXhpg/Bookshelf/Nanobiology/Theoretical_microfluidics.pdf
2. Ermakova L.E., Sharfarets B.P., Dmitriev S.P., Kurochkin V.E. [Implementation of an acousto-electric converter. 1. Dependence of electrokinetic phenomena on the structure of membrane materials in aqueous electrolyte solutions]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2022, vol. 32, no. 4, pp. 20–34. DOI: 10.18358/np-32-4-i2034 (In Russ.).
3. Rice C.L., Whitehead R. Electrokinetic Flow in Narrow Cylindrical Capillary. *The Journal of Physical Chemistry*, 1965, vol. 69, no. 11, pp. 4017–4024. DOI: 10.1021/j100895a062
4. Wang C., Wong T.N., Yang C., Ooi K.T. Characterization of electroosmotic flow in rectangular microchannels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2007, vol. 50, iss. 15-16, pp. 3115–3121. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.11.035

Contacts: *Sharfarets Boris Pinkusovich,*
sharb@mail.ru

The article was received by the editorial office on 10.07.2026

INTRODUCTION

Recently, there has been a significant need to develop and improve instruments for DNA sequencing. Various physical models are used to implement these processes. This paper examines the possibility of using the electroosmosis phenomenon for sequencing processes.

MATHEMATICAL FORMALISM OF THE ELECTROOSMOSIS PHENOMENON

We present mathematical expressions describing the physics of electroosmosis in microfluidics. According to [1, p. 158], the following Navier – Stokes equation for an incompressible viscous fluid is used when formulating electroosmosis problems:

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+\left(\mathbf{v}\cdot\nabla\right)\mathbf{v}\right)=-\nabla p+\eta\nabla^2\mathbf{v}-\rho_{\text{el}}^{\text{eq}}\nabla\varphi_{\text{ext}}. \qquad (1)$$

Here $\rho_{\text{el}}^{\text{eq}}$ is the equilibrium distribution of the charge density of the electric double layer (Debye layer); φ_{ext} is the potential of the externally applied electric field; ρ, $\mathbf{v}$ and p are the corresponding parameters of the hydrodynamic field: constant fluid density (we consider the motion of an incompressible fluid), the fluid velocity vector, and the pressure in it; η is the dynamic viscosity of the fluid.

Then the following conditions are accepted [1, p. 158]: a) the zeta potential ζ maintains a constant value along the channel boundaries; b) the electric field is uniform; c) the electroosmotic flow is stationary; d) the Debye length is much smaller than the radius or half-width of the transverse dimension of the channel a: $\lambda_{\text{D}} << a$ (the dimensionless quantity $a/\lambda_{\text{D}} = ak$ is called the electrokinetic radius [2], the quantity $k = 1/\lambda_{\text{D}}$ is called the inverse Debye length). If $a/\lambda_{\text{D}} < 100$, then we speak of the overlapping of the double electric layer in capillaries, when the inequality of the electric potential to zero at the center of the pore begins to affect the measured values of the electrokinetic parameters (see also [1, p. 162]). Note that almost all classical equations of electrokinetics are obtained for systems with a very large electrokinetic radius, when it can be assumed that in the middle of the capillary the electric potential is equal to zero.

Under these conditions, we consider the electroosmotic velocity in a flat layer, i.e., in a layer formed by two planes $z = \pm h/2$. The electric field is applied along the axis Ox and the external pressure gradient p_{ext} is zero $\nabla p_{\text{ext}} = 0.$. The assumptions adopted lead to the following system of equations [1, p. 159]:

$$\begin{aligned}&\nabla\varphi_{\text{ext}}(\mathbf{r}) = -\mathbf{E} = E\mathbf{e}_x,\\ &\nabla p_{\text{ext}}(\mathbf{r}) = 0,\\ &\mathbf{v}(\mathbf{r}) = v_x(z)\mathbf{e}_x.\end{aligned} \qquad (2)$$

Furthermore, for a constant relative permittivity of the medium $\varepsilon = \text{const}$, the Poisson equation holds [1, p. 141]

$$\Delta\varphi_{\text{ext}} = -\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\rho_{\text{el}}^{\text{eq}},$$

where ε_0 is the electric constant. This leads to an equation for the x-component of the stationary Navier – Stokes equation [1, p. 159]

$$\frac{\partial^2 v_x(z)}{\partial z^2} = -\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E}{\eta}\frac{\partial^2\varphi_{\text{ext}}(z)}{\partial z^2} = \frac{E}{\eta}\rho_{\text{el}}^{\text{eq}}. \qquad (3)$$

After adding homogeneous boundary conditions to equation (3) [1, p. 159] at the internal boundaries of the channel (see also [3])

$$v_x\left(z=\pm\frac{h}{2}\right)=0 \qquad (4)$$

the final expression for the velocity in the flat layer of the electroosmotic problem under consideration is obtained in the form [1, p. 159]

$$\begin{aligned}v_x(z) &= v_{\text{eo}}\left[1-\frac{\cosh\left(z/\lambda_{\text{D}}\right)}{\cosh\left(h/2\lambda_{\text{D}}\right)}\right]=\\ &= v_{\text{eo}}\left[1-\frac{\cosh\left(kz\right)}{\cosh\left(kh/2\right)}\right],\end{aligned} \qquad (5)$$

where the electroosmotic velocity v_{eo} is defined by the expression [1, p. 159] $v_{\text{eo}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\zeta}{\eta}E$; ζ is the zeta potential; the coefficient resulting from the expression for the electroosmotic velocity $\mu_{\text{eo}} = \frac{v_{\text{eo}}}{E} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\zeta}{\eta}$ is called the electroosmotic mobility.

Next, to compare the boundary value problem equations for the electroosmotic velocity in a flat layer (3), we point out the boundary value problem equation also for a flat layer for the Poiseuille flow [1, p. 43]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)v_x(y,z)=\frac{\Delta p}{\eta l}, \qquad y,z\in C, \qquad (3a)$$

$$v_x(y,z)=0, \qquad y,z\in\partial C. \qquad (4a)$$

where C is the region occupied by the fluid in the pipe; ∂C is the inner boundary of the pipe.

We also present the expression [1, p. 45] for the Poiseuille velocity in a flat layer $z = \pm\frac{h}{2}$:

$$v_x(y,z) = \frac{\Delta p}{2\eta L}\left(\frac{h}{2} - z\right)\left(\frac{h}{2} + z\right). \quad (5a)$$

(In expression (5a), compared with equation (3.29) in [1, p. 45], it is taken into account that z is determined in the layer $z \in \left[-\frac{h}{2}, +\frac{h}{2}\right]$, and homogeneous boundary conditions are satisfied at the boundaries).

From a comparison of the equations of fluid motion (3), (4) and (3a), (4a), it is clear that they differ only in the equation of fluid motion, with identical boundary conditions at the boundaries of the flat channel. The driving force in electroosmosis is the potential of the external electric field and the double-layer charge density, while in Poiseuille flow it is the constant pressure gradient in the channel.

Next, we will consider the influence of the dimensionless quantity, the electrokinetic radius, on the electroosmotic process $ak = a/\lambda_D$. It is known that, in electroosmotic flow in a channel, great importance is given to its dimensionless quantity [2].

Depending on the magnitude of the electrokinetic radius, the properties of electroosmotic flow can vary significantly. In this regard, we refer to the Figure borrowed from [1, p. 162, Fig. 9.2a], which shows the evolution of the shape of electroosmotic flow using the example of a round pipe (note that the quantity λ_D / a appearing in this graph is the reciprocal of the electrokinetic radius).

Fig. Normalized electroosmotic flow $v_x(r)/v_x(0)$ in a cylindrical channel of radius a for three different values of the Debye length λ_D / a: practically constant ($\lambda_D / a = 0.01$); rounded ($\lambda_D / a = 0.1$) and parabolic ($\lambda_D / a = 1$) [1, p. 162]

It can be seen from the graph that for a small electrokinetic radius $ak = a/\lambda_D$ (in particular, for $ak = 1$ (or $\lambda_D / a = 1$, what is the same) the transverse profile of the velocity of the electroosmotic flow is parabolic in nature, and for $ak = 100$ (or $\lambda_D / a = 0.01$, what is the same) this profile of the electroosmotic flow is practically piston-like in nature.

In connection with this fact, it becomes obvious that during electroosmosis in a channel at large values of the electrokinetic radius ak, or a/λ_D, electroosmotic flow acquires a piston-like character, i.e., the fluid velocity is practically constant in the channel cross-section. This clearly demonstrates the advantages of such a flow during DNA sequencing, when very small "DNA stumps" are located on the inner surface of the channel in which sequencing occurs.

Next, we turn to a description of the electroosmotic process in a channel of *constant rectangular cross-section* with a height h and width w. In [4], an expression was obtained for the electroosmotic velocity field in such a microchannel.

$$v_x(y,z) = v_{eo}\left[\left(1 - \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kh/2)}\right) - \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} B_n \cos(\alpha_n z)\frac{\cosh(\gamma_n y)}{\cosh(\gamma_n w/2)}\right]. \quad (6)$$

Here $\alpha_n = \frac{n\pi}{h}$ are the natural frequencies along the channel height, where summation occurs only over odd indices, due to the symmetry of the problem; $\gamma_n = \sqrt{k^2 + \alpha_n^2}$ is the attenuation coefficient of the influence of the side walls along the channel width; k is the inverse Debye length; the coefficients B_n are determined by the formula

$$B_n = \frac{4}{n\pi}\frac{1}{1 + (\alpha_n / k)^2}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right).$$

Comparing expressions (5) and (6) shows that when the sum of the series in (6) is zero, the expression for the two-dimensional electroosmotic velocity in a rectangular channel tends to the analogous one-dimensional velocity in a flat layer, i.e., to expression (5).

The first term in (6), taking into account the factor v_{eo} is exactly formula (9.10) from [1] for an infinite flat channel. The second term is the hydrodynamic correction for the side walls $y = \pm w/2$.

NUMERICAL EXPERIMENT

The goal of the experiment was to determine the minimum value of the electrokinetic radius kh, at which the fraction of the cross-sectional area of the pipe, where the electroosmosis velocity (6), is $v_x(y,z) \geq P v_{eo}$. P is the fraction of the cross-sectional area $P \in [0,1]$. Channels of square and circular cross-sections were considered. The choice of a square cross-section is determined by the fact that in

a rectangular channel, with different side sizes, the electrokinetic radii differ for opposite sides of the rectangular cross-section. In this case, as can be seen from the figure, the transverse profiles of the electroosmotic velocity in the channel are different (the profile at the wide side of the channel is closer to a constant than the profile at the narrow side of the channel). Turning to the case of a square cross-section, we can specify all cross-sections, where $v_x(y,z) \geq Pv_{eo}$ (these are cross-sections obtained from the chosen square cross-section by increasing one or two sides of the cross-section).

The results of the numerical experiment are summarized in the Table.

Table. Comparison of square and round channel efficiency

As can be seen from the table, a circular channel requires 40% smaller electrokinetic radii to achieve a given degree of channel flatness than a square channel. This result is predictable, as a circle is a perfect flat figure, in which all points lying on a fixed radius are equally distant from both the center and the outer boundary of the figure. This makes the circle unique among all flat figures. Furthermore, a circle has no special points, such as corners, that disturb fluid velocities.

CONCLUSIONS

This paper examines the possibility of using electroosmotic flow in DNA sequencing processes. A prerequisite for it is maximizing the piston-like nature of the flow. Two types of electroosmotic channels were considered: a channel with a constant square cross-section and a circular channel. Direct calculations revealed a significant advantage of a circular channel, in which the cross-flow profile takes on a piston-like shape with electrokinetic radii 40% smaller than those of a square channel.