

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ПРИБОРОВ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МЕТОДИК

УДК 528.8

EDN: BEWOOW

© М. А. Мехтиев, Х. Г. Асадов, 2026

ВОПРОСЫ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА ЭМПИРИЧЕСКОЙ ЛИНЕЙНОЙ ВИКАРИОЗНОЙ КАЛИБРОВКИ РАДИОМЕТРИЧЕСКОГО КАНАЛА БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Проанализированы варианты относительной эмпирической линейной калибровки, смысл которых заключается в использовании в качестве опорного для калибровки некалиброванных изображений другого откалиброванного однотипного изображения, полученного тем же сенсором. Рассмотрены варианты относительной калибровки по методу эмпирической линейной викариозной калибровки. Определено условие, при котором влияние фактора гомогенизации на общий результат такой калибровки может быть сведено до минимума.

Ключевые слова: калибровка, гомогенизация, оптимизация, коэффициент отражения, уровень серого

ВВЕДЕНИЕ

Как указывается в работе [1], калибровка радиометрического канала беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) является важнейшим условием для получения от них разведывательной информации высокого качества. Условия проведения викариозной калибровки таковы, что применительно к БПЛА приходится учитывать воздействие на сенсор вибрации и ветровой нагрузки, а фактор аэрозольного загрязнения атмосферы при малых высотах полета БПЛА может быть не учтен.

В общем случае следует учесть применение метода викариозной калибровки в двух вариантах:

- метод на базе оценки коэффициента отражения наземного объекта;
- метод на базе оценки переотражения от наземного объекта.

Второй вариант этого метода часто используется применительно к спутникам, т.к. при этом появляется возможность учесть аэрозольную загрязненность атмосферы. Однако этот вариант не применим для БПЛА из-за малой высоты полета последних, и их радиометрические каналы в основном калибруются, используя вышеприведенный первый вариант реализации викариозного метода. Вместе с тем этот вариант требует наличия точных данных о коэффициенте отражения используемого наземного отражателя [2].

Как отмечается в работе [3], радиометрические узлы БПЛА испытывают воздействие таких факторов, как геометрическое выравнивание, топографические условия, влияние атмосферы, разница в двунаправленном отражении, зависящих от ус-

ловий солнечного излучения и условий проведения калибровки и реальных полетов, которые часто существенно различны. При этом метод полуэмпирической линии радиометрической калибровки допускает использование природных объектов (например, асфальт, бетон, вода, растительность и др.) или искусственных объектов (например, керамические плиты, окрашенные деревянные щиты, поливинилхлоридные отражатели и др.), коэффициенты отражения которых могут изменяться во времени и по пространству [4, 5].

Согласно работе [6], использование метода радиационного переноса, широко используемого в практике дистанционного зондирования с привлечением спутников и самолетов, в практике полетов БПЛА приводит к большим радиометрическим погрешностям. Для изображений, полученных БПЛА без калибровки по наземным эталонным панелям, может быть применен метод относительной викариозной калибровки, согласно которому сначала осуществляется калибровка относительно DN-откалиброванных* изображений. Очевидно, что этот метод может быть реализован в пределах множества однотипных наземных объектов, характеризующихся близкими величинами уровня серого на изображениях. Следовательно, для реализации такого относительного метода

* Справка (Интернет): DN-откалиброванные изображения — это данные дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), в которых значения цифровых номеров (DN — digital numbers) преобразованы в реальные величины, связанные с излучением и отражательной способностью поверхности.

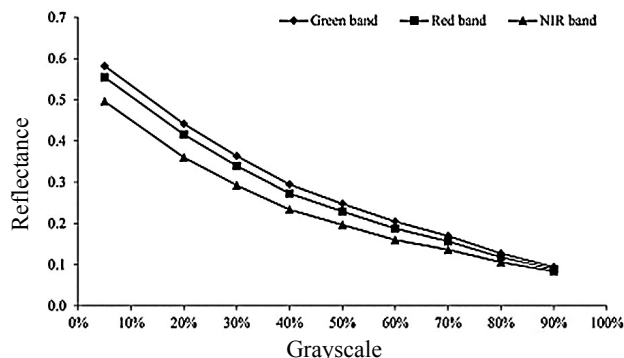


Рис. 1. Графики зависимости (1) для R, G, В каналов измерений

важно разработать процедуру перехода от оценок "уровня черного" к значениям DN и далее к коэффициенту отражения. Также актуальным оказывается оптимизация процесса эмпирической линейной калибровки с учетом влияния внешних изменяющихся факторов.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Варианты предлагаемого метода калибровки

Согласно работе [8], для RGB-сигналов (R — красный, G — зеленый, В — синий) зависимость между уровнем серого и величиной коэффициента отражения R в целом имеет экспоненциальный характер и может быть описана следующим уравнением:

$$R = a_1 \cdot \exp(-a_2 x), \quad (1)$$

где: a_1 и a_2 являются постоянными величинами, несколько отличающимися для R, G, В радиометрических каналов измерения, x — уровень серого на изображениях. Графики зависимости (1) для R, G, В каналов приведены на рис. 1 [8].

При этом, согласно [8], существует также экспоненциальная зависимость между коэффициентом отражения R и величинами DN. Указанные зависимости несколько различны для R, G, В каналов. Графики и соответствующие выражения приведены на рис. 2.

В общем случае указанные на рис. 2 зависимости могут быть охарактеризованы следующим общим уравнением:

$$R = b_1 \cdot \exp(b_2 DN), \quad (2)$$

где $b_1, b_2 = \text{const}$, несколько отличающиеся для указанных радиометрических каналов.

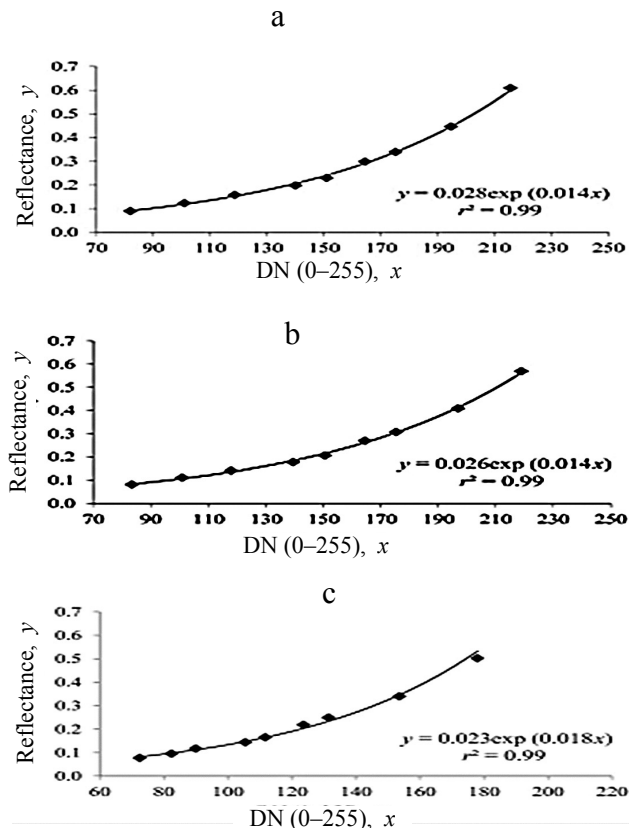


Рис. 2. Кривые экспоненциальных зависимостей для R, G, В радиометрических каналов БПЛА между коэффициентами отражения R и значениями DN [8]. а — для G-канала, б — для R-канала, с — для ближнего инфракрасного канала

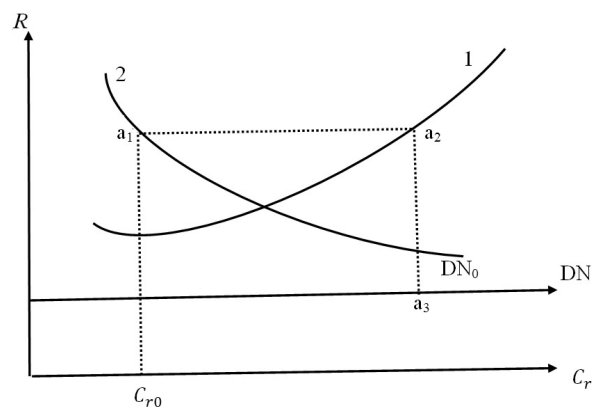


Рис. 3. Отображение графических процедур предлагаемого метода относительной калибровки изображений по аналогичным калиброванным изображениям по обобщенному показателю коэффициента отражения

С учетом выражений (1) и (2) может быть сформулирована следующая общая процедура для относительной калибровки (рис. 3).

1. На двумерной координатной плоскости Декарта наносятся следующие кривые:

- кривая $R = f(DN)$ откалиброванного однотипного изображения (линия 1);
- кривая $R = \psi(C_r)$ неоткалиброванного изображения (линия 2).

2. Определяется уровень серого (C_{r0}), который встречается как на откалиброванном, так и на неоткалиброванном изображениях. Определяются отображения $C_{r0} \rightarrow a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3$ соответственно на линиях 2, 1 и на оси DN (см. рис. 3).

Повторением процедуры 2 для других значений уровня серого определяется кривая $C_r = \psi(DN)$, что указывает на относительную калибровку ранее некалиброванного изображения.

В случае, если коэффициенты отражения объектов неоткалиброванного изображения неизвестны, может быть использована следующая модификация предложенной процедуры относительной калибровки:

1. На двумерной координатной плоскости Декарта наносятся следующие кривые:

- кривая $DN = \varphi_1(R)$ откалиброванного сенсора (линия 3 на рис. 4);
- кривая $DN = \varphi_2(C_r)$ неоткалиброванного сенсора (линия 4 на рис. 4).

2. Определяются точки на изображениях, в отношении которых получены одинаковые значения DN. Определяется позиция этой точки "a" на оси C_r (уровень серого), а также отображения этой точки на кривых 3 и 4 в виде a_1 и a_2 ; отображение точки a_2 на оси R дает точку a_3 , которая определяет откалиброванную величину R , соответствующую исходной точке "a".

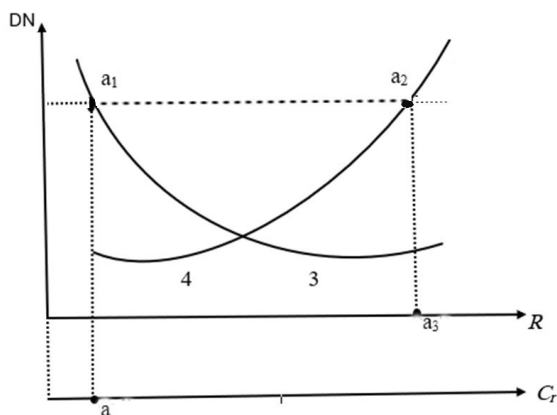


Рис. 4. Графическое отображение второй модификации предлагаемой относительной радиометрической калибровки

Оптимизация процесса калибровки

Далее рассмотрим задачу оптимизации процесса эмпирической линейной калибровки. Напомним, что этот метод основывается на логарифмировании выражения (1), в результате чего получаем следующее уравнение

$$\ln R = \ln a_1 - a_2 x, \quad (3)$$

где $x = DN$.

Для оптимизации рассматриваемого метода калибровки воспользуемся результатами работы [9], согласно которой основное уравнение эмпирической линейной калибровки имеет вид:

$$L = C_1 + C_2 \cdot \frac{DN F_1}{F_2}, \quad (4)$$

где F_1 — фактор изменений времени экспозиции, F_2 — фактор изменений времени открытия затвора.

Согласно [9], при калибровке следует учитывать фактор гомогенизации излучения F_0 , определяемый как

$$F_0 = \frac{F_1}{F_2},$$

возникающий из-за изменений освещенности в различных съемках изображений и времени открытия затвора в различных каналах. В этом случае можно предположить, что между F_2 и DN существует некоторая корреляция, которая может быть как положительной, так и отрицательной. В общем случае указанную связь можно отобразить в виде функциональной зависимости

$$F_2 = f(DN). \quad (5)$$

Таким образом, с учетом (4) и (5) получаем следующее уравнение

$$L = C_1 + C_2 \cdot \frac{DN \cdot F_1}{f(DN)}. \quad (6)$$

Далее, условно приняв DN в качестве непрерывной величины, на базе (6) можно построить следующий целевой функционал F_1 :

$$F_1 = \int_{DN_{\min}}^{DN_{\max}} \left[C_1 + C_2 \cdot \frac{DN \cdot F_1}{f(DN)} \right] d(DN). \quad (7)$$

Для определения вида функции $f(DN)$, при котором F_1 достигает экстремума, введем на указанную функцию следующее ограничение:

$$\int_{DN_{\min}}^{DN_{\max}} f(DN) d(DN) = C_0, \quad C_0 — \text{const.} \quad (8)$$

Отметим, что условие (8) определяет ограниченность корреляционной связи между F_2 и DN. С учетом (7) и (8), согласно методу Эйлера и Лагранжа, можно составить следующий функционал оптимизации F_{00} , приняв $DN_{\min} = 0$,

$$F_{00} = \int_0^{DN_{\max}} \left[C_1 + C_2 \cdot \frac{DN \cdot F_1}{f(DN)} \right] d(DN) + \lambda \left[\int_0^{DN_{\max}} f(DN) d(DN) - C_0 \right], \quad (9)$$

где λ — множитель Лагранжа, $\lambda = \text{const}$.

Решение задачи (9) удовлетворяет условию Эйлера:

$$\frac{d \left\{ C_1 + C_2 \cdot \frac{DN \cdot F_1}{f(DN)} + \lambda \cdot f(DN) \right\}}{d f(DN)} = 0. \quad (10)$$

Из условия (10) получаем

$$-\frac{DN \cdot F_1}{f^2(DN)} + \lambda = 0, \quad (11)$$

или

$$f(DN) = \sqrt{\frac{DN \cdot F_1}{\lambda}}. \quad (12)$$

Согласно критерию Лагранжа, при решении (12) функционал F_{00} достигает минимума, что легко проверить, вычислив производную (10) по функции $f(DN)$. Появление положительной величины в результате такого вычисления будет свидетельствовать о достижении F_{00} минимума. Отметим, что указанный результат также может быть интерпретирован следующим образом. При решении (12) разница между функционалами F_{00} и F_{000} достигла бы минимума, где

$$F_{000} = \int_0^{DN_{\max}} [C_1 + C_2 \cdot DN] d(DN), \quad (13)$$

F_{000} — функционал, построенный на базе (4) при $\frac{F_1}{F_2} = 0$, т.е. на базе основного уравнения эмпирической линейной калибровки в негомогенизированном виде. Следовательно, при выполнении условия (12) эффект гомогенизации можно не учитывать.

ОБСУЖДЕНИЕ

Таким образом, рассмотрены вопросы реализации метода викариозной калибровки в разновидности эмпирической линейной калибровки. Предложены варианты относительной эмпирической линейной калибровки, суть которых заключается в калибровке некалиброванных изображений по результатам калибровки другого однотипного изображения, полученного тем же сенсором по однотипным объектам. При этом использованы известные экспоненциальные зависимости между DN и коэффициентом отражения и между "уровнем серого" и DN. Приведены графические интерпретации предлагаемых процедур относительной калибровки. Также проанализирован вопрос о влиянии фактора гомогенизации на результат калибровки. Вычислено условие, при котором такое влияние может быть сведено до минимума.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Предложены два варианта относительной калибровки по методу эмпирической линейной викариозной калибровки.
2. Определено условие, при котором влияние фактора гомогенизации на общий результат такой калибровки может быть сведено до минимума.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Li H., Zhang H., Zhang B., Chen Zh., Yang M., Zhang Y. A Method Suitable for Vicarious Calibration of a UAV Hyperspectral Remote Sensor // IEEE Journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing. 2015. Vol. 8, no. 6. P. 1–15. DOI: 10.1109/JSTARS.2015.2416213
2. Bannari A., Omari K., Teillet P.M., Fedosejevs G. Potential of Getis statistics to characterize the radiometric uniformity and stability of test sites used for the calibration of earth observation sensors // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2005. Vol. 43, no. 12. P. 2918–2926.
3. Bannari A., El-Ghmari A., Rhinane H., Selouani A., Loulad S. Vicarious radiometric calibration of uav-data in mountainous area using semi empirical line approach and in-situ spectroradiometric measurements // 2024 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. P. 6384–6387. DOI: 10.1109/IGARSS53475.2024.10642636
4. Bannari A., Al-Ali Z. Ground Reflectance Factor Retrieval from Landsat (MSS, TM, ETM+, and OLI) Time Series Data based on Semi-empirical Line Approach and Pseudo-invariant Targets in Arid Landscape // Proc. of IGARSS, Waikoloa, Hawaii, USA, 2020. P. 5990–5993. URL:

- https://www.researchgate.net/publication/344418692_Ground_Reflectance_Factor_Retrieval_from_Landsat_MSS_TM_ETM_and_OLI_Time_Series_Data_based_on_Semi-empirical_Line_Approach_and_Pseudo-invariant_Targets_in_Arid_Landscape
5. Moran M.S. et al. A refined empirical line approach for reflectance factor retrieval from Landsat-5 TM and Landsat-7 ETM // Remote Sensing of Environment. 2001. Vol. 78, no. 1-2. P. 71–82, DOI: 10.1016/S0034-4257(01)00250-4
 6. Shin J., Cho Y., Lee H., Yoon S., Ahn H., Park C., Kim T. An optimal image selection method to improve quality of relative radiometric calibration for UAV multispectral images // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Volume XLIII-B1-2020, 2020 XXIV ISPRS Congress. 2020. URL: https://www.researchgate.net/publication/343516439_AN_OPTIMAL_IMAGE_SELECTION_METHOD_TO_IMPROVE_QUALITY_OF_RELATIVE_RADIOMETRIC_CALIBRATION_FOR_UAV_MULTISPECTRAL_IMAGES
 7. Mafanya M., Tsele P., Botai J.O., Manyama P., Chirima G.J., Monate T. Radiometric calibration framework for ultra-high-resolution UAV-derived orthomosaics for large-scale mapping of invasive alien plants in semi-arid woodlands: *Harrisia pomanensis* as a case study // International Journal of Remote Sensing. 2018. Vol. 39, no. 15-16. P. 5119–5140. DOI: 10.1080/01431161.2018.1490503
 8. Wang C., Myint S.W. A Simplified Empirical Line Method of Radiometric Calibration for Small Unmanned Aircraft Systems-Based Remote Sensing // IEEE Journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing. 2015. Vol. 8, no. 15. P. 1876–1885. DOI: 10.1109/JSTARS.2015.2422716
 9. Del Pozo S., Rodriguez-Gonzalez P., Hernandez-Lopez D., Felipe-Garcia B. Vicarious Radiometric Calibration of a Multispectral Camera on Board an Unmanned Aerial System // Remote Sens. 2014, Vol. 6, no. 3. P. 1918–1937. DOI: 10.3390/rs6031918

**Национальное аэрокосмическое агентство, г. Баку,
Азербайджанская Республика**

Контакты: Асадов Хикмет Гамид оглы,
asadzade@rambler.ru

Материал поступил в редакцию 18.05.2026

ISSUES OF THE IMPLEMENTATION OF THE EMPIRICAL LINEAR VICARIOUS CALIBRATION METHOD FOR THE RADIOMETRIC CHANNEL OF DISEMBODIED AIRCRAFT

M. A. Mechtiev, Ch. G. Asadov

National Aerospace Agency, Baku, Republic of Azerbaijan

The variants of relative empirical linear calibration are analyzed, the meaning of which is to use another calibrated image of the same type obtained by the same sensor as a reference for calibration of uncalibrated images. Variants of relative calibration using the empirical linear vicarious calibration method are considered. A condition has been determined under which the influence of the homogenization factor on the overall result of such calibration can be minimized.

Keywords: calibration, homogenization, optimization, reflection coefficient, gray level

REFERENCES

1. Li H., Zhang H., Zhang B., Chen Zh., Yang M., Zhang Y. A Method Suitable for Vicarious Calibration of a UAV Hyperspectral Remote Sensor. *IEEE Journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing*, 2015, vol. 8, no. 6, pp. 1–15. DOI: 10.1109/JSTARS.2015.2416213
2. Bannari A., Omari K., Teillet P.M., Fedosejevs G. Potential of Getis statistics to characterize the radiometric uniformity and stability of test sites used for the calibration of earth observation sensors. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, vol. 43, no. 12, pp. 2918–2926. DOI: 10.1109/TGRS.2005.857913
3. Bannari A., El-Ghmari A., Rhinane H., Selouani A., Loulad S. Vicarious radiometric calibration of uav-data in mountainous area using semi empirical line approach and *in-situ* spectroradiometric measurements. *2024 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pp. 6384–6387. DOI: 10.1109/IGARSS53475.2024.10642636
4. Bannari A., Al-Ali Z. Ground Reflectance Factor Retrieval from Landsat (MSS, TM, ETM+, and OLI) Time Series Data based on Semi-empirical Line Approach and Pseudo-invariant Targets in Arid Landscape. *Proc. of IGARSS*, Waikoloa, Hawaii, USA, 2020, pp. 5990–5993. URL: https://www.researchgate.net/publication/344418692_Ground_Reflectance_Factor_Retrieval_from_Landsat_MSS_TM_ETM_and_OLI_Time_Series_Data_based_on_Semi-empirical_Line_Approach_and_Pseudo-invariant_Targets_in_Arid_Landscape
5. Moran M.S. et al. A refined empirical line approach for reflectance factor retrieval from Landsat-5 TM and Landsat-7 ETM. *Remote Sensing of Environment*, 2001, vol. 78, no. 1-2, pp. 71–82. DOI: 10.1016/S0034-4257(01)00250-4
6. Shin J., Cho Y., Lee H., Yoon S., Ahn H., Park C., Kim T. An optimal image selection method to improve quality of relative radiometric calibration for UAV multispectral images. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, volume XLIII-B1-2020, 2020 XXIV ISPRS Congress, 2020. URL: https://www.researchgate.net/publication/343516439_AN_OPTIMAL_IMAGE_SELECTION_METHOD_TO_IMPROVE_QUALITY_OF_RELATIVE_RADIOMETRIC_CALIBRATION_FOR_UAV_MULTISPECTRAL_IMAGES
7. Mafanya M., Tsele P., Botai J.O., Manyama P., Chirima G.J., Monate T. Radiometric calibration framework for ultra-high-resolution UAV-derived orthomosaics for large-scale mapping of invasive alien plants in semi-arid woodlands: *Harrisia pomanensis* as a case study. *International Journal of Remote Sensing*, 2018, vol. 39, no. 15-16, pp. 5119–5140. DOI: 10.1080/01431161.2018.1490503
8. Wang C., Myint S.W. A Simplified Empirical Line Method of Radiometric Calibration for Small Unmanned Aircraft Systems-Based Remote Sensing. *IEEE Journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing*, 2015, vol. 8, no. 15, pp. 1876–1885. DOI: 10.1109/JSTARS.2015.2422716
9. Del Pozo S., Rodriguez-Gonzalez P., Hernandez-Lopez D., Felipe-Garcia B. Vicarious Radiometric Calibration of a Multispectral Camera on Board an Unmanned Aerial System. *Remote Sens*, 2014, vol. 6, no. 3, pp. 1918–1937. DOI: 10.3390/rs6031918

Contacts: Asadov Chikmet Gamid ogly,
asadzade@rambler.ru

The article was received by the editorial office on 18.05.2026

INTRODUCTION

As noted in [1], calibration of the radiometric channel of unmanned aerial vehicles (UAVs) is essential for obtaining high-quality intelligence information from them. The conditions for vicarious calibration are such that, for UAVs, the effects of vibration and wind load on the sensor must be taken into account, while the factor of aerosol pollution of the atmosphere at low UAV flight altitudes may not be taken into account.

Generally, two variants of the vicarious calibration method should be considered:

- a method based on estimating the reflectivity of a ground object;
- a method based on estimating the multi-reflection from a ground object.

The second variant of this method is often used for satellites, as it allows for the possibility of accounting for aerosol pollution of the atmosphere. However, this option is not applicable to UAVs due to their low flight altitude, and their radiometric channels are primarily calibrated using the first implementation of the vicarious method described above. However, this option requires accurate data on the reflectivity of the ground reflector used [2].

As noted in [3], UAV radiometric units are affected by factors such as geometric alignment, topographic conditions, atmospheric influences, and differences in bidirectional reflectivity, which depend on solar radiation conditions and the conditions of calibration and actual flights, which often differ significantly. The semi-empirical radiometric calibration line method allows for the use of natural objects (e.g., asphalt, concrete, water, vegetation, etc.) or artificial objects (e.g., ceramic tiles, painted wooden panels, PVC reflectors, etc.), which reflectivity can vary over time and space [4, 5].

According to [6], the use of the radiative transfer method, widely used in satellite and aircraft remote sensing, leads to large radiometric errors in UAV flight practice. For UAV images obtained without calibration using ground reference panels, the relative vicarious calibration method can be applied, according to it calibration is first performed relative to DN-calibrated* images. Clearly, this method can be implemented within a set of similar ground objects characterized by similar gray level values in images. Therefore, to implement such a relative method, it is important to develop a procedure for converting "black level" estimates to DN values and then to the reflectance. Optimizing the empirical linear calibration

process, taking into account the influence of external changing factors, is also relevant.

MATERIALS AND METHODS

Variants of the proposed calibration method

According to [8], for RGB signals (R — red, G — green, B — blue), the relationship between the gray level and the reflectance R is generally exponential and can be described by the following equation:

$$R = a_1 \cdot \exp(-a_2 x), \quad (1)$$

where a_1 and a_2 are constant values that differ slightly for the R, G, and B radiometric measurement channels, and x is the gray level in the images. The graphs of dependence (1) for the R, G, and B channels are shown in Fig. 1 [8].

Fig. 1. Dependence graphs (1) for R, G, B measurement channels

According to [8], there is also an exponential relationship between the reflection coefficient R and the DN values. These dependencies are somewhat different for the R, G, and B channels. The graphs and corresponding expressions are shown in Fig. 2.

Fig. 2. Exponential curves of UAV R, G, B radiometric channels' dependence of the reflectivity R on DN values [8].
a — for the G channel, b — for the R channel, c — for the near infrared channel

In general, the dependencies shown in Fig. 2 can be characterized by the following general equation:

$$R = b_1 \cdot \exp(b_2 \text{DN}), \quad (2)$$

where $b_1, b_2 = \text{const}$, which differ slightly for the specified radiometric channels.

Taking into account expressions (1) and (2), the following general procedure for relative calibration can be formulated (Fig. 3).

1. The following curves are plotted on the two-dimensional Cartesian coordinate plane:

- curve $R = f(\text{DN})$ of a calibrated, uniform image (line 1);
- curve $R = \psi(C_r)$ of an uncalibrated image (line 2).

* Note (from the Internet): DN-calibrated images are Earth remote sensing (ERS) data in which the digital numbers (DN) are converted into real values associated with the radiation and reflectivity of the surface.

2. The gray level (C_{r0}), which occurs in both the calibrated and uncalibrated images, is determined. Displaying $C_{r0} \rightarrow a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3$ is defined on lines 2, 1, and the DN axis, respectively (see Fig. 3).

Fig. 3. Display of graphical procedures of the proposed method of relative calibration of images using similar calibrated images and the generalized indicator of the reflection coefficient

By repeating procedure 2 for other gray level values, a curve $C_r = \psi(\text{DN})$ is determined indicating the relative calibration of a previously uncalibrated image.

If the reflectance coefficients of objects in an uncalibrated image are unknown, the following modification of the proposed relative calibration procedure can be used.

1. The following curves are plotted on the two-dimensional Cartesian coordinate plane:

– curve $\text{DN} = \varphi_1(R)$ of the calibrated sensor (line 3 in Fig. 4);

– curve $\text{DN} = \varphi_2(C_r)$ of the uncalibrated sensor (line 4 in Fig. 4).

2. Points in the images for which identical DN values were obtained are determined. The position of this point "a" on the axis C_r (gray level) is determined, as well as the mapping of this point on curves 3 and 4 as a_1 and a_2 ; mapping the point a_2 on the R-axis yields point a_3 , which determines the calibrated value R corresponding to the initial point "a".

Fig. 4. Graphical representation of the second modification of the proposed relative radiometric calibration

Optimizing the calibration process

Next, we consider the problem of optimizing the empirical linear calibration process. Let's recall that this method is based on the logarithm of expression (1), resulting in the following equation:

$$\ln R = \ln a_1 - a_2 x, \quad (3)$$

where $x = \text{DN}$.

To optimize the calibration method under consideration, we will use the results of [9], according to which the fundamental equation of empirical linear calibration is:

$$L = C_1 + C_2 \cdot \frac{\text{DN} F_1}{F_2} \quad (4)$$

where F_1 is the exposure time variation factor, and F_2 is the shutter opening time variation factor.

According to [9], during calibration, one should take into account the radiation homogenization factor F_0 , defined as

$$F_0 = \frac{F_1}{F_2},$$

arising from changes in illumination in different image captures and shutter opening times in different channels. In this case, it can be assumed that there is some correlation between F_2 and DN, which can be either positive or negative. In the general case, this relationship can be expressed as a functional dependence

$$F_2 = f(\text{DN}), \quad (5)$$

Thus, taking into account (4) and (5), we obtain the following equation

$$L = C_1 + C_2 \cdot \frac{\text{DN} \cdot F_1}{f(\text{DN})} \quad (6)$$

Next, conditionally assuming as a continuous quantity, we can construct the following objective functional F_1 based on (6):

$$F_1 = \int_{\text{DN}_{\min}}^{\text{DN}_{\max}} \left[C_1 + C_2 \cdot \frac{\text{DN} \cdot F_1}{f(\text{DN})} \right] d(\text{DN}). \quad (7)$$

To determine the type of function $f(\text{DN})$ that brings F_1 to the extremum, we introduce the following constraint on the specified function:

$$\int_{\text{DN}_{\min}}^{\text{DN}_{\max}} f(\text{DN}) d(\text{DN}) = C_0, \quad C_0 — \text{const.} \quad (8)$$

Note that condition (8) determines the limited nature of the correlation between F_2 and DN. Taking into account (7) and (8), according to the Euler-Lagrange method, we can construct the following optimization functional F_{00} , assuming $\text{DN}_{\min} = 0$,

$$F_{00} = \int_0^{\text{DN}_{\max}} \left[C_1 + C_2 \cdot \frac{\text{DN} \cdot F_1}{f(\text{DN})} \right] d(\text{DN}) + \lambda \left[\int_0^{\text{DN}_{\max}} f(\text{DN}) d(\text{DN}) - C_0 \right], \quad (9)$$

where λ is the Lagrange multiplier, $\lambda = \text{const.}$

The solution to problem (9) satisfies the Euler condition:

$$\frac{d \left\{ C_1 + C_2 \cdot \frac{DN \cdot F_1}{f(DN)} + \lambda \cdot f(DN) \right\}}{d f(DN)} = 0. \quad (10)$$

From condition (10), we obtain

$$-\frac{DN \cdot F_1}{f^2(DN)} + \lambda = 0, \quad (11)$$

or

$$f(DN) = \sqrt{\frac{DN \cdot F_1}{\lambda}}. \quad (12)$$

According to the Lagrange criterion, when solving (12), the functional F_{00} reaches a minimum, which can be easily verified by calculating the derivative (10) of the function $f(DN)$. The appearance of a positive value as a result of such a calculation indicates that the minimum has been reached. Note that this result can also be interpreted as follows. When solving (12), the difference between the functionals F_{00} and F_{000} would reach a minimum, where

$$F_{000} = \int_0^{DN_{\max}} [C_1 + C_2 \cdot DN] d(DN), \quad (13)$$

F_{000} is the functional constructed based on (4) with $\frac{F_1}{F_2} = 0$, i.e., based on the fundamental equation of empirical linear calibration in a non-homogenized

form. Consequently, if condition (12) is satisfied, the homogenization effect can be ignored.

DISCUSSION

Thus, the implementation of the vicarious calibration method as a variation of empirical linear calibration is considered. We proposed variants of relative empirical linear calibration, their essence is calibrating uncalibrated images based on the calibration results of another similar image obtained by the same sensor using similar objects. Well-known exponential relationships between DN and the reflectance coefficient and between the "gray level" and DN are used. Graphical interpretations of the proposed relative calibration procedures are provided. The influence of the homogenization factor on the calibration result is also analyzed. A condition under which this influence can be minimized is calculated.

CONCLUSION AND MAIN FINDINGS

1. Two variants of relative calibration using the empirical linear vicarious calibration method are proposed.
2. A condition is determined under which the influence of the homogenization factor on the overall result of such calibration can be minimized.