

© А. Е. Антипов, А. В. Леус, Д. А. Гаврилов, Е. А. Татарина, А. А. Маталыгин,
И. В. Холодняк, Н. В. Герштейн, В. А. Лаухин, В. А. Зуев, 2026

ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО АЛГОРИТМА "ЧИСТОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ" ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ ВИЛОЧНЫМ ПОГРУЗЧИКОМ

Современные достижения в области микроэлектроники и искусственного интеллекта позволили совершить качественный скачок в развитии робототехники. Как следствие, расширилась сфера применения беспилотных транспортных систем, что повышает требования к точности и безопасности автономного управления. Актуальным является не только создание данных систем, но и их адаптация под внешнюю среду; интеграция в технику, изначально созданную для пилотирования человеком. В настоящей статье исследованы вопросы точности следования траектории, подбора или размещения паллеты. Предложен модифицированный адаптивный алгоритм на основе метода "чистого преследования" в применении к вилочным погрузчикам, оснащенным переносной бортовой системой оптической навигации собственной разработки. Тестировались сценарии выезда и движения по прямой траектории, подбор и размещение паллеты на промышленных складах. Алгоритм демонстрирует точность, соизмеримую с точностью других современных методов, но при большей скорости движения и при меньших требованиях к точности позиционирования.

Ключевые слова: метод чистого преследования, адаптивное управление, велосипедная модель движения, алгоритм следования траектории

ВВЕДЕНИЕ

Одной из ключевых проблем при разработке системы управления движением беспилотной техники является интеграция алгоритма следования заданной траектории. Сегодня существуют три наиболее распространенных подхода в решении данной проблемы: метод динамического окна, управление на основе предсказаний модели и метод "чистого преследования" [1].

Первый подход широко применяется в динамическом окружении для избежания столкновений. Он требует задания пространства скоростей в ограниченной области будущих положений робота. В этом пространстве осуществляется поиск таких скоростей, которые удовлетворяют двум ограничениям: ограничению на максимальную величину и ограничению на длину тормозного пути, который не должен превышать дистанцию до ближайшего препятствия. Данный метод, требующий точного измерения линейной и угловой скоростей как основных компонентов управляющих команд, часто реализуется в роботах с сервоприводами и дифференциальной моделью движения. Однако в случае применения промышленных вилочных погрузчиков задание точного соответствия предполагаемых и реальных значений скорости оказывается затруднительным из-за наличия у робота

нелинейной системы сглаживания изменения скорости хода. Как следствие, алгоритм динамического окна требует адаптации управления под текущую модель привода вилочного погрузчика и делает его зависимым от характеристик модели, что является недостатком при разработке переносного устройства беспилотного управления.

Для методов управления на основе предсказаний модели характерны схожие проблемы. В них задача следования траектории рассматривается как задача оптимизации вектора состояния и управляющих воздействий в реальном времени [2], что делает этот вектор в общем случае независимым от сложности динамической модели, устойчивым к изменениям внешней среды. Однако точность такого подхода напрямую зависит от точности модели, которая для каждого погрузчика может отличаться параметрами. Чем точнее модель, тем больше параметров, — в случае разработки решения под множество погрузчиков это является неоправданным решением в связи с увеличением сложности подбора параметров. Также оба подхода рассматриваются как задача многоцелевой оптимизации, что оправдано в случае сложного динамического окружения. В условиях складского помещения существуют строгие правила дорожного движения, т.к. работа погрузчиков влияет на безопасность сотрудников. Все маршруты

роботов представляют собой прямые двусторонние дороги с перекрестками, включая проезды между стеллажами. В таких строгих условиях объездные маневры опасны, и поиск оптимальной траектории является избыточной задачей.

Основное преимущество метода "чистого преследования" заключается в относительной простоте геометрических вычислений, что упрощает его интеграцию и отладку. Как следствие, повышает его безопасность, надежность и отказоустойчивость по сравнению с другими методами [3]. Основная идея метода заключается в поиске точки на маршруте, которая расположена на выбранном расстоянии (радиусе прогнозирования) от начала отсчета робота (как правило, его центра вращения) и геометрическом расчете мгновенной траектории, проходящей через нее [4]. В случае с погрузчиком алгоритм вычисляет угол поворота ведущего колеса, определяющий мгновенный радиус кривизны траектории относительно середины колесной опоры вил. Данный метод успешно применяется для различных видов колесных интеллектуальных транспортных систем и демонстрирует соизмеримую точность с другими подходами, что делает его приемлемым выбором для вилочных погрузчиков в условиях эксплуатации на промышленных складах. Современные методы "чистого преследования", как правило, изменяют расстояние прогнозирования в зависимости от скорости. Достоинством такого алгоритма является снижение риска потери управления. С другой стороны, при длинном радиусе прогнозирования сближение с истинной траекторией происходит на большей дистанции, что особенно критично в случае двустороннего движения в узком проезде между стеллажами. Поэтому в представленном нами методе сохранение управляемости задается ограничением скорости. При альтернативных подходах также регулируется линейная скорость движения в зависимости от радиуса кривизны траектории, что используется для замедления перед поворотом во избежание заноса и переворачивания робота, а не как средство контроля управляемости. В ряде исследований метод "чистого преследования" применялся на скоростях до 1.5 м/с [5], тогда как предложенный метод позволил осуществлять беспилотное управление погрузчиком на его максимальной скорости: до 2.2 м/с. В исследованиях [5] рассмотрение методов следования траектории ограничивается моделированием или применением в качестве системы позиционирования высокоточных лидаров. Проведенное исследование показало применимость метода "чистого преследования" для управления промышленными вилочными погрузчиками с использованием переносной платформы оптической навигации по потолочным меткам. При этом точность следования траектории

оказалась соизмеримой с точностью других современных методов [2, 5, 6]. В работе представлены модификации алгоритма "чистого преследования", позволившие осуществлять подбор и размещение паллеты с произвольной позиции. Такой подход имеет преимущества по сравнению с вычислением траектории до паллеты методом оптимизации [7] или с использованием сплайнов [8], благодаря меньшему числу параметров, вычислительной эффективности, детерминированности, что важно для промышленной техники. Предложены адаптивные компоненты управления, повышающие точность следования траектории при наличии системной ошибки по углу поворота колеса, и они уже внедрены в практическое применение. В статье представлены результаты на основе симуляции движения погрузчика, а также результаты натурных экспериментов.

ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Формализуем задачу следования траектории, подбора или размещения паллеты для беспилотного погрузчика через геометрические абстракции (рис. 1), что даст возможность сравнивать и интерпретировать результаты симуляции и натурных экспериментов.

Зададим состояние погрузчика в глобальной системе координат с центром в $(\cdot) O$, определив его ключевые геометрические точки в плоскости пола. Пусть точка R — центр вращения погрузчика (середина задней колесной оси), W — середина ведущего колеса. Тогда длина вектора $\mathbf{w} = \overline{RW}$ есть длина колесной базы. Вектор $\mathbf{r}$ отражает

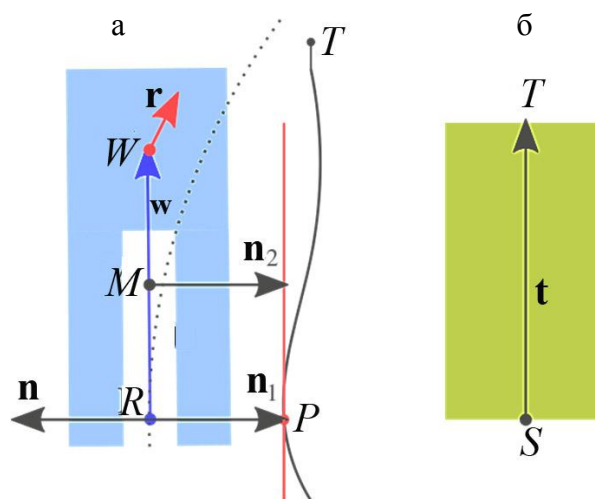


Рис. 1. Векторная схема погрузчика (а) и паллеты (б)

направление переднего ведущего колеса. Нормаль $\mathbf{n}$ образует с $\mathbf{w}$ базис. Теперь определим параметры маршрута. Складские помещения преимущественно имеют клеточную структуру, поэтому маршруты удобно описывать через прямые отрезки путем задания координат их начала и конца. Введем обозначение S для геометрической точки начала отрезка, а T — для конца отрезка. Такие же обозначения будут использованы для задания линии. Без ограничения общности можно сказать, что маршрут произвольной формы задается множеством отрезков $\{S_i T_i; S_i = T_{i-1}\}$. Введем геометрические величины, задающие отношение положения погрузчика к целевому маршруту. Вектор $\mathbf{n}_1$ отражает поперечное отклонение от точки траектории. Его длина эквивалентна расстоянию до траектории, сам вектор направлен в сторону точки траектории P . Тогда величина поперечного отклонения есть проекция вектора $\mathbf{n}_1$ на ось $\mathbf{n}$. Аналогично $|\mathbf{n}_2|$ есть знаковое расстояние от точки M ($|\overline{RM}|=1$) до касательной к траектории в точке P . Через данные расстояния можно выразить угловое отклонение от траектории, они взяты в качестве первичных величин из-за простоты интерпретации. Продольное отклонение s от целевой точки T есть проекция TW на направление WR (при операции с паллетой) или проекция TR на направление WR (при движении по целевому маршруту). Отметим, что в случае, если целевая траектория есть прямая линия, то касательная в точке P совпадет с траекторией. В случае подбора или размещения паллеты целевая траектория задается в виде линии, определяемой вектором $\mathbf{t} = \overline{ST}$, где S есть предполагаемое место середины переднего торца паллеты, а T — заднего. Далее мы будем придерживаться именно таких обозначений. Формально качество достижения погрузчиком цели можно представить в виде формулы:

$$\lim_{s \rightarrow 0} (|\mathbf{n}_1| + |\mathbf{n}_2|) \rightarrow 0, \quad (1)$$

где s — расстояние от R до T .

Критерием качества следования траектории может выступать функционал в формуле (2):

$$\lim_{s_k} (|\mathbf{n}_1| + |\mathbf{n}_2|) \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $\{s_k\}$ — дискретное множество длин отрезков пройденного пути, на которых проводилось измерение поперечных отклонений погрузчика во время движения.

Зададим управляющее состояние погрузчика. В нашем случае оно задается углом ведущего рулевого колеса δ и линейной скоростью этого колеса v .

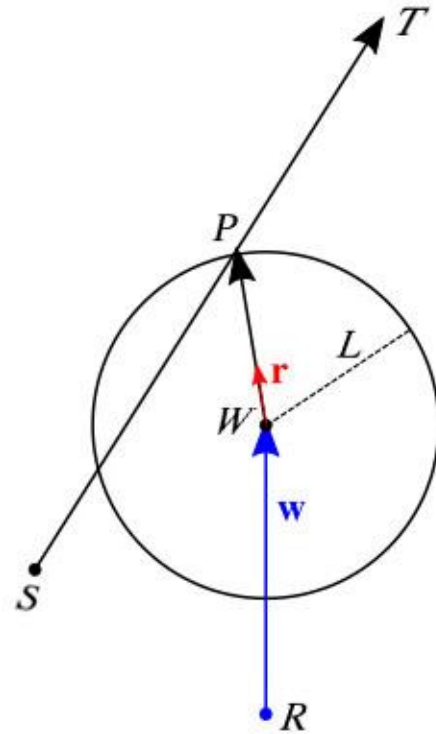


Рис. 2. Геометрическая модель движения по прямой

Рассмотрим движение погрузчика по маршруту в контексте выхода его на целевой маршрут в виде вектора $\overline{ST}$. Геометрическая модель "чистого преследования" в данном случае представлена на рис. 2.

Подробный анализ данной задачи позволяет затем обобщить движение погрузчика по всему маршруту путем планирования движения между его отрезками. Пусть известны точки S, T, R, W на плоскости и задано расстояние прогнозирования L . Тогда угол направления колеса вычисляется по формулам:

$$\begin{aligned} \delta &= f_1(S, T, R, W, L) = \angle(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = \angle(\mathbf{w}, \overline{WP}) = \\ &= \text{sign}([\mathbf{w} \cdot \overline{WP}]) \cdot \text{Arccos} \langle \mathbf{w}, \overline{WP} \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\overline{WP} = \left\{ \frac{-AC - B\sqrt{L^2 - C^2}}{|\overline{ST}|^2}, \frac{-BC - A\sqrt{L^2 - C^2}}{|\overline{ST}|^2} \right\}, \quad (4)$$

где A, B, C — коэффициенты уравнения прямой, вычисляемые из координат точек направляющего вектора $\overline{ST}$.

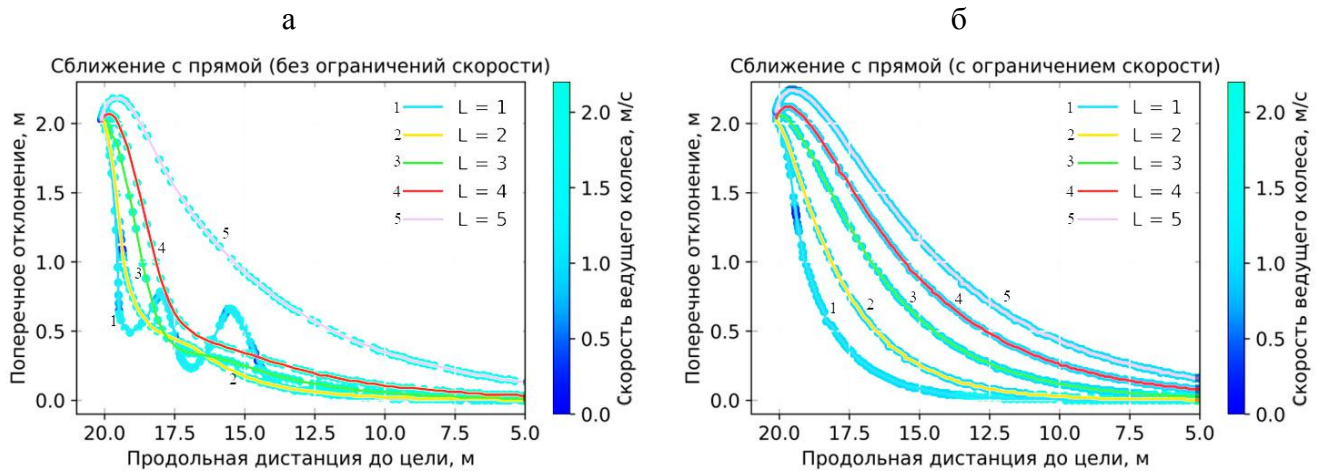


Рис. 3. Траектории робота при сближении с целевой прямой (ось абсцисс совпадает с прямой). Симуляции: без ограничений скорости (а), с ограничением скорости (б); L — расстояние прогнозирования

На рис. 3 представлены результаты симуляции метода "чистого преследования".

Начальное продольное отклонение робота было выбрано 20 м, поперечное — 2 м. Начальное угловое отклонение от прямой равно 0.25π рад. В первом случае была задана фиксированная скорость 2.2 м/с как максимально достижимая, и исследовался характер отклонений при различном расстоянии прогнозирования L . Видно, что при $L < 2$ м наблюдается потеря контроля над управлением — погрузчик начинает "вилять". Потеря контроля над управлением вызвана ограничением угловой скорости вращения рулевого колеса и недопустимо большой скоростью сближения с прямой. С другой стороны, при увеличении L растет средняя величина поперечных отклонений n_1 , n_2 на всем маршруте. Поэтому предложено ограничивать линейную скорость вращения ведущего колеса при больших отклонениях от целевой траектории:

$$v = \begin{cases} v_1, & (|n_1| < C_1) \cap (||n_1| - |n_2|| < C_2), \\ v_2, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

При получении данных на рис. 3, б, было выбрано $C_1 = 0.05$ м, $C_2 = 0.13$ м, $v_1 = 2.2$ м/с, $v_2 = 1$ м/с, что позволило избежать потери управления даже при $L < 2$ м.

В ходе исследования возникла проблема, связанная с тем, что метод "чистого преследования" не позволяет выполнить условие сходимости (1) при наличии системного смещения между ожидаемым углом поворота рулевого колеса и реальным. Проблема проиллюстрирована на рис. 4.

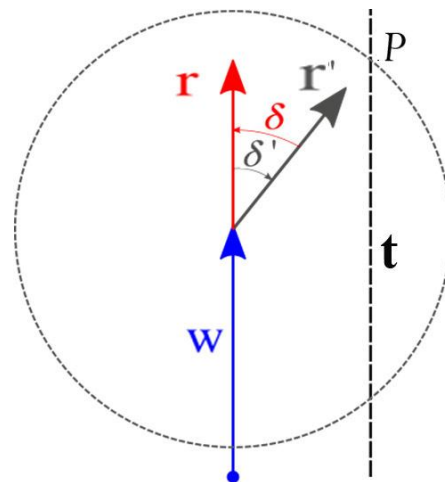


Рис. 4. Устойчивое смещенное положение погрузчика относительно истинной траектории при наличии системной ошибки δ по углу поворота рулевого колеса

При наличии системной ошибки δ существует такое положение погрузчика относительно истинной прямой, при котором рассчитанное методом "чистого преследования" значение угла δ в сумме с системной ошибкой не приводит к сближению погрузчика с истинной траекторией. Методом от противного легко показать, что при этом вектор w будет параллелен прямой t (целевой траектории). В таком случае была предложена адаптивная поправка Θ к углу поворота рулевого колеса на основе координат, полученных по оптической навигации:

$$\delta = f_1 + \Theta, \quad (6)$$

$$\Theta = \Theta_0 + \sum_{i=\Delta s} k f_1 \ell_i, \quad (7)$$

$$\ell_i = \begin{cases} 1, & (|n_1| < C_3) \cap (|n_1 - n_2| < C_4), \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (8)$$

где Θ_0 — предобученная поправка, i — итерация обучения (например, обновление поправки может происходить с шагом $\Delta s = 0.2$ м пройденного пути), ℓ_i — индикатор близости и параллельности корпуса погрузчика целевой прямой. C_3, C_4 определяют окрестность положения погрузчика, в пределах которой поправка может обновляться. Коэффициент k определяет вес поправки на каждом шаге обновления.

На рис. 5 представлен результат моделирования сближения с прямой при тех же начальных условиях, с ограничением скорости, но с введением навигационной поправки. Кроме того, искусственно введена системная ошибка $\delta = 0.17$ рад (с учетом знака). В эксперименте $C_3 = 1$ м, $C_4 = 0.05$ м.

Из рис. 5 видно, что при $k = 0$ поперечное отклонение с уменьшением продольной дистанции до 7.5 м перестает уменьшаться. При $0 < k \leq 1$ наблюдается сближение с истинной траекторией по значению поперечного отклонения. При этом, чем меньше k , тем поправка более инертна, что актуально в случае шума или выбросов в координатах оптической навигации.

Также для повышения точности угла поворота рулевого колеса в систему был добавлен пропорционально-интегро-дифференцирующий регуля-

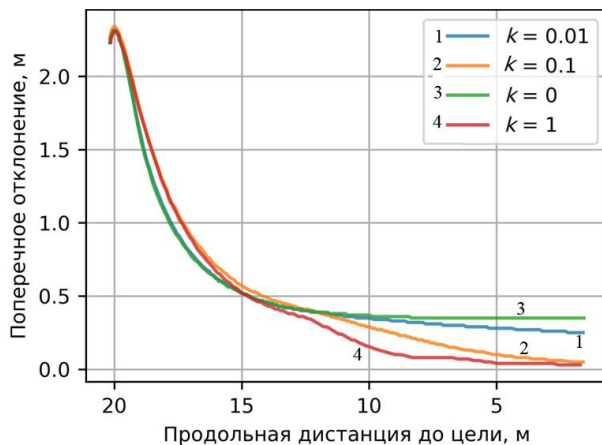


Рис. 5. Влияние веса k поправки Θ на поперечное отклонение погрузчика

тор (ПИД-регулятор), в котором в качестве обратной связи выступают данные с энкодера.

При подборе или размещении паллеты алгоритм "чистого преследования" был модифицирован таким образом, чтобы обеспечить возможность заезда под паллету вилами вперед из произвольной позиции перед ней. С геометрической точки зрения данная задача рассматривается как плавный выход на прямую, проходящую через середины переднего и заднего торцов паллеты (точки S, T на рис. 1, б). При этом погрузчик своим центром вращения R должен достигнуть заднего торца паллеты T , при этом должно выполняться условие (1). На рис. 6 представлены три разновидности алгоритма "чистого преследования" в зависимости от положения оси робота относительно целевой прямой.

Изначально реализован базовый алгоритм "чистого преследования" с модификацией для решения задачи движения к цели вилами вперед. Алгоритм осуществляет сближение с прямой ST (фаза сближения). Для этого векторы $\mathbf{w}, \mathbf{r}$ по принципу симметрии были отражены в векторы $\mathbf{w}', \mathbf{r}'$. Тогда по принципу велосипедной модели движения, исходные векторы и отраженные формируют идентичные мгновенные радиусы кривизны и, следовательно, мгновенные траектории в виде окружности. Поэтому движение вектора $\mathbf{w}$ можно рассматривать как классическую задачу "чистого преследования" для его симметричного отражения. Угол рулевого колеса при этом рассчитывается по (9):

$$\begin{aligned} \delta &= f_2(S, T, R, W, L) = \angle(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = -\angle(\mathbf{w}', \mathbf{r}') = \\ &= -\text{Arctan} \left(\frac{2|\mathbf{w}| \sin \left(\angle(\mathbf{w}', \overline{RP}) \right)}{L} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

При этом $L = P_{[0.5;1]}(d)$, где d — продольная дистанция от переднего торца паллеты до центра вращения погрузчика. Выбор такой зависимости длины прогнозирования позволяет совершать сближение вдали от паллеты более плавно, т.к. есть запас дистанции для плавного маневра. Вблизи паллеты поперечное отклонение критично, т.к. робот-погрузчик может промахнуться, завести вилы не точно в пазы паллеты и повредить ее. Радиус кривизны поворота в данном случае должен быть меньше. У базового алгоритма существует недостаток: при сближении с целевой прямой под ненулевым углом траектория робота один или несколько раз пересекает ее. Такие пересечения приводят к излишним зигзагообразным отклонениям от прямой, что, как следствие, влечет за собой неоправданное увеличение значения

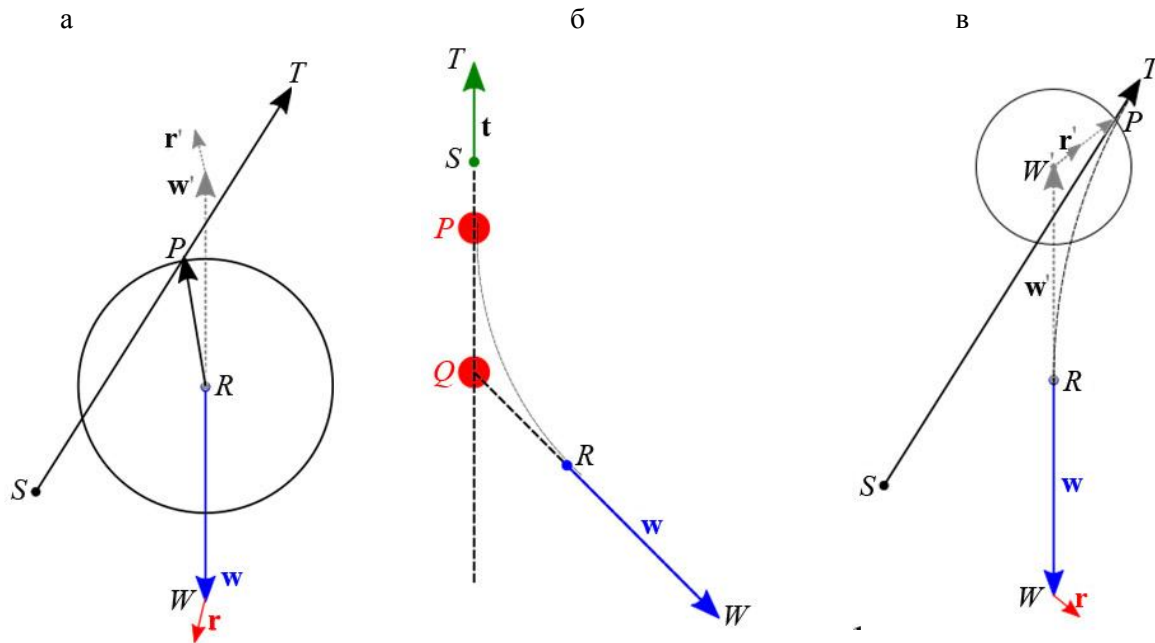


Рис. 6. Геометрические схемы движения погрузчика при подборе паллеты по линии ST . а — фаза сближения, б — фаза выхода на касательную, в — фаза выравнивания

функционала (2). Вблизи прямой реализовано чистое преследование по касательной (фаза выхода на касательную на рис. 6, б). Таким образом, задачу движения по касательной можно свести к предыдущей путем правильного подбора радиуса прогнозирования. Ситуация представлена на рис. 6, где

$$|\overline{QP}| = |\overline{QR}|. \quad (10)$$

Тогда угол поворота рулевого колеса выражается формулой:

$$\delta = \angle(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = f_3(S, T, R, W) = f_2(S, T, R, W, |\overline{RP}|). \quad (11)$$

В случае если корпус погрузчика $\mathbf{w}$ пересекает линию ST , касательную построить невозможно, однако можно осуществить сближение точки W с прямой (фаза выравнивания на рис. 6, в). Аналогично фазе сближения движение вектора $\mathbf{w}$ можно выразить через движение его симметричного отражения. При этом чистое преследование будет вычисляться так же, как и при обычном движении по маршруту. Угол поворота рулевого колеса будет вычисляться по формуле:

$$\delta = \angle(\mathbf{w}, \mathbf{r}) =$$

$$= f_4(S, T, R, W, L) = -f_2(S, T, R, W', L), \quad (12)$$

где $L = 0.5$.

Объединяя все представленные методы, общая формула приобретает следующий вид:

$$\delta(S, T, R, W, L) = \begin{cases} f_3, & ((n_1 n_2 < 0) \cup (n_1 n_2 \geq 0 \wedge |n_2| < |n_1|)) \wedge |n_1| < C_5, \\ f_4, & ((n_1 n_2 < 0) \cup (n_1 n_2 \geq 0 \wedge |n_2| < |n_1|)), \\ f_2, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (13)$$

В формуле (13) константа C_5 определяет порог величины поперечного отклонения, начиная с которого фаза сближения сменяется фазой движения по касательной. В экспериментах C_5 выбрана равной 0.02 м — допустимая погрешность параллельного смещения относительно паллеты. Введение фаз движения по касательной и выравнивания позволили улучшить сходимость поперечных отклонений к нулю по сравнению с классическим методом "чистого преследования" (фазой сближения) и, как следствие, уменьшить величину функционала при одинаковых начальных условиях.

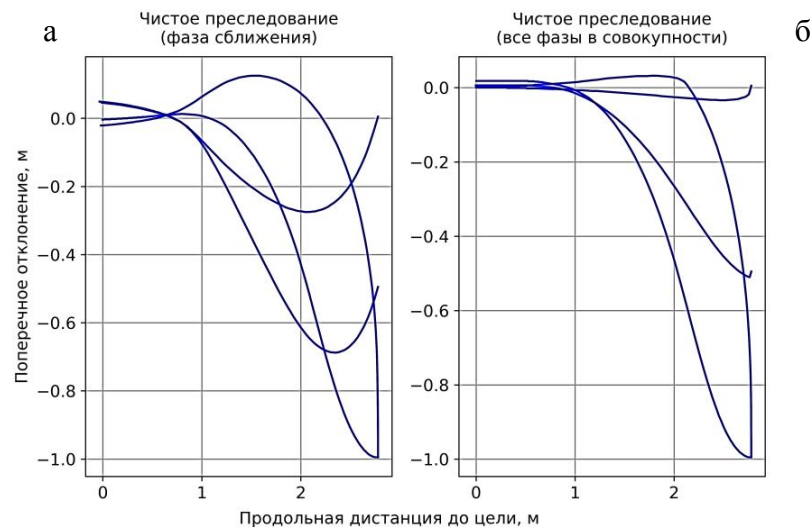


Рис. 7. Траектории робота при подборе или размещении паллеты (ось абсцисс совпадает с продольной осью симметрии паллетного места).
Классическое "чистое преследование" (а), "чистое преследование" с фазой касания и выравнивания (б)

На рис. 7 приведены графики симуляции траекторий для устранения поперечных отклонений.

Для операции подбора или размещения паллеты была выбрана постоянная скорость 0.5 м/с при подъезде к паллетному месту и 0.1 м/с в момент заезда на него. Для минимизации системной ошибки продольного смещения при финальном позиционировании паллеты было предложено использовать адаптивный метод сброса газа. Идея заключается в том, что при парковке на паллетное место с одинаковой скоростью точность остановки определяется продольной дистанцией до цели, на которой газ сбрасывается до нуля (формулы (14), (15)).

$$v = \begin{cases} v_0, & \Delta x > \Delta x_i, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta x_i = \Delta x_{i-1} - 0.5 \Delta d, \quad (15)$$

где Δx — продольное отклонение на момент измерения, Δx_i — порог сброса газа, полученный на предыдущих итерациях, Δd — продольная ошибка после полной остановки. Во избежание выбросов при обновлении Δx_i ее величину можно ограничить по модулю оценкой сверху.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Кроме математического моделирования проведены натурные эксперименты с роботом-погруз-

чиком. Алгоритмы сближения с траекторией, подбора и размещения паллеты были внедрены в систему автономного управления стандартным промышленным вилочным погрузчиком, оснащенный переносной системой оптической навигации [9, 10]. Схема компонентов системы управления роботом-погрузчиком представлена на рис. 8.

Микроконтроллер (STM32 Cortex-M4) обеспечивает обработку пакетов CAN-интерфейса бортового компьютера Curtis и одновременно принимает управляющее состояние и отправляет обратную связь через serial-порт микрокомпьютера Jetson Orin NX. В качестве обратной связи доступны угол направления ведущего колеса и его линейная скорость. Оба значения из безразмерных величин переводятся в систему СИ в соответствии с полученными экспериментально таблицами. Информация о задачах и маршруте поступает на каждый робот по сети через сервер принятия решений с использованием инфраструктуры ROS2 FastDDS Middleware [11].

Позиционирование осуществляется через камеру Logitech, направленную в потолок для детекции и сопровождения оптических меток (система потолочного ориентирования). На основе этой системы рассчитывается скорость, угол поворота ведущего колеса, а также геометрическая поправка. Геометрически рассчитанный угол ведущего колеса подается на вход ПИД-регулятора, полученное значение суммируется с геометрической поправкой.

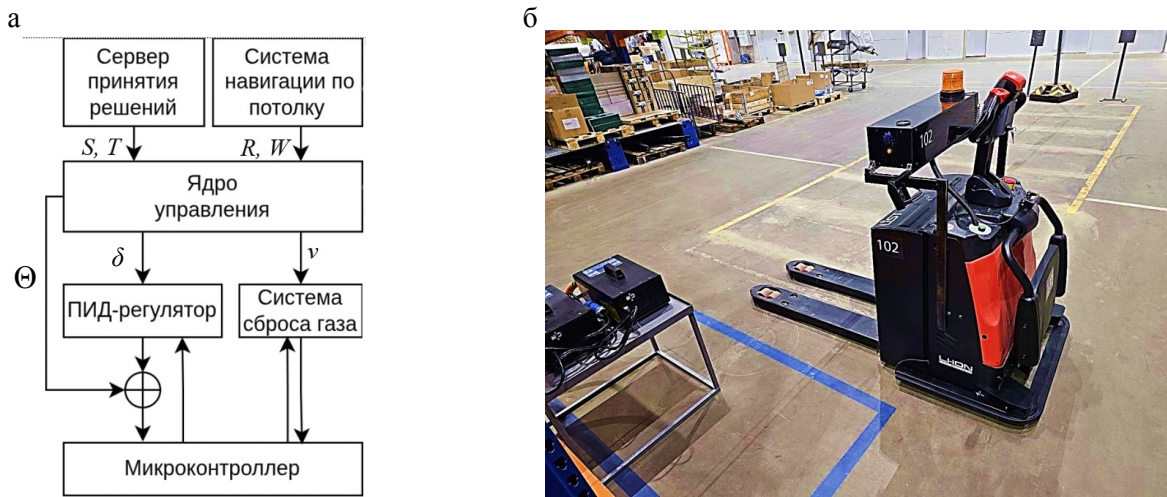


Рис. 8. Блок схема управления роботом-погрузчиком (а) и его прототип (б)

Рассчитанный управляющий сигнал по скорости подается на вход программного модуля безопасности, который либо не меняет его, либо сбрасывает его до нуля в случае большого расхождения между входными и выходными параметрами. Таким образом снижаются риски столкновения на большой скорости, что актуально в случае кратковременных ошибок в системе распознавания меток и резких поворотов. Полученное состояние отправляется в микроконтроллер с частотой 10 Гц. Опытные образцы промышленных погрузчиков обладают длиной колесной базы 1.5 м, максимальной скоростью до 2.2 м/с, предельной скоростью поворота рулевого колеса 1.57 рад/с.

Проведено две серии экспериментов. В первой серии погрузчик стартовал из выбранной позиции $(x, y) = (-20, -2)$ под углом 0.75π рад в глобальной системе координат и двигался направлении отрезка $\{S; T\} = \{(0,0); (0,20)\}$. В определенный момент робот выходил на стабильное движение вдоль прямой. Начиная с этого момента, проводились замеры его поперечного отклонения. Внедрение адаптивной ошибки совместно с ПИД-регулятором позволило сократить ошибку почти в 2 раза (табл. 1).

На рис. 9 представлена полученная зависимость поперечного отклонения на продольной дистанции в серии экспериментов в сравнении с результатом моделирования.

При проведении эксперимента использовались параметры: $L = 2$ $C_1 = 0.2$, $C_2 = 0.13$, $v_1 = 2.2$, $v_2 = 1$, $C_3 = 1$, $C_4 = 0.05$ (5). Вес геометрической поправки $k = 0.01$. Пропорциональный, интегрирующий, дифференциальный коэффициенты ПИД-регулятора соответственно: $K_p = 0.5$, $K_i = 0.2$, $K_d = 0$.

Табл. 1. Ошибка поперечного отклонения при следовании по целевой траектории

Описание режима	Значение ошибки, см	
	медианное	максимальное
"Чистое преследование" без адаптивного управления	10.0	12.0
"Чистое преследование" с адаптивной ошибкой	4.5	7.0

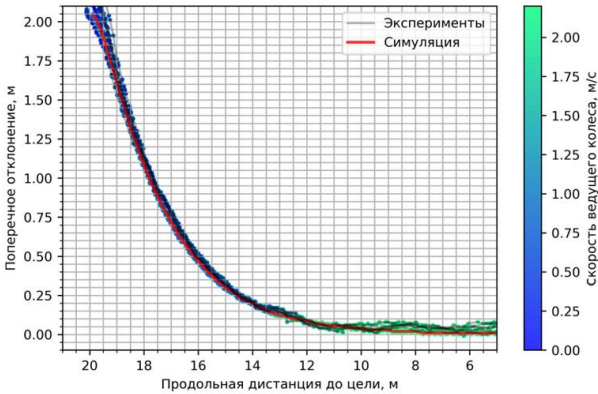


Рис. 9. Траектория робота при сближении с целевой прямой (ось абсцисс совпадает с прямой)

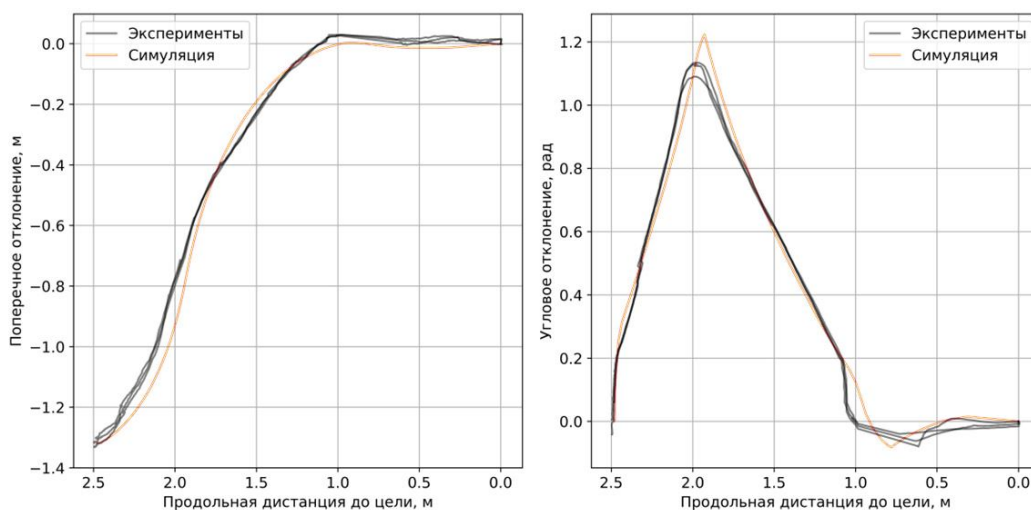


Рис. 10. Траектории робота-погрузчика при подборе или размещении паллеты с одной и той же позиции (ось абсцисс совпадает с продольной осью симметрии паллетного места)

Во второй серии экспериментов проводился подбор и размещение паллеты: сначала с одной и той же позиции для сверки с результатами симуляции, затем с произвольной позиции. Графики зависимостей поперечного отклонения и угловой ориентации на маршруте к цели представлены на рис. 10. Видно, что симуляция корректно отражает движение робота.

Для проверки стабильности и предсказуемости подбора или размещения паллеты были проведены

аналогичные замеры с произвольных позиций относительно паллетного места (рис. 11).

Результаты замеров средней ошибки продольного и поперечного отклонений в конечной точке представлены в табл. 2.

Представленные алгоритмы интегрированы в систему автономного управления транспортировкой паллет на одном из промышленных складов.

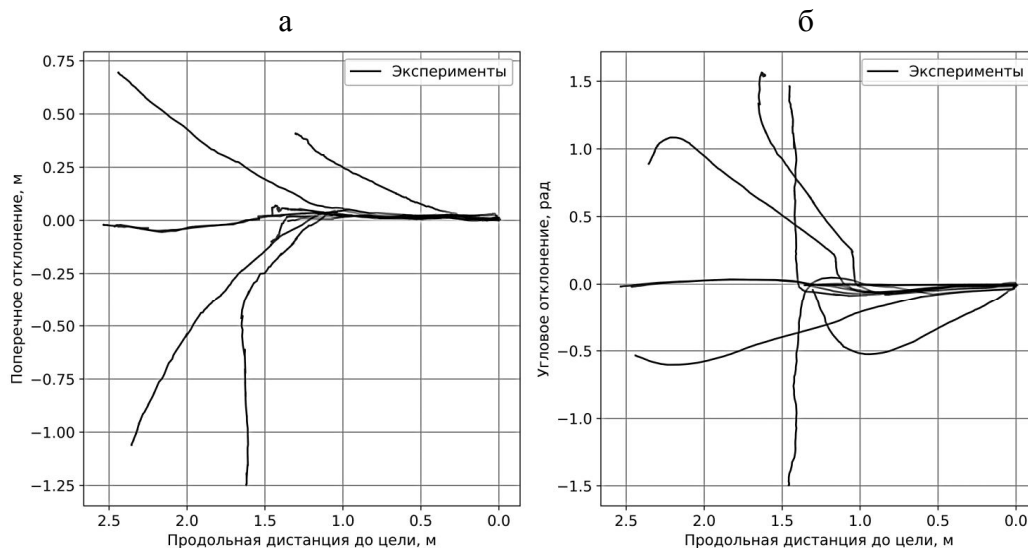


Рис. 11. Зависимости поперечного (а) и углового (б) отклонений робота-погрузчика от продольной дистанции к цели при подборе или размещении паллеты (разные исходные позиции)

Табл. 2. Величины ошибок при операции с паллетой

Вид ошибки	Средняя ошибка	Дисперсия	Максимальное значение
Продольная ошибка, м	0.002	0.06	0.012
Поперечная ошибка, м	0.016	0.006	0.03
Угловая ошибка, рад	0.007	0.005	0.021

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен модифицированный метод "чистого преследования" в применении к промышленным роботам-погрузчикам. Рассмотрены задачи движения по заданному отрезку пути, подбор или размещение паллеты. В первом случае удалось достичь устойчивого движения при скоростях до 2.2 м/с со средним медианным значением поперечного отклонения 0.45 м. Точность метода сравнима с точностью других современных подходов, однако развиваемая крейсерская скорость робота-погрузчика оказывается выше. Предложены геометрические методы поправки угла рулевого колеса. Разработанный геометрический метод подбора имеет точность финального позиционирования менее 2 см. Преимуществом метода является возможность подстраиваться под паллету с произвольной позиции перед ней, тогда как большинство альтернативных методов рассматривает данную задачу исключительно при положении "напротив нее". Разработанный метод прошел этап симуляции и верификации в рамках натурных испытаний на нескольких прототипах беспилотных роботов-погрузчиков.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Sun Y., Yang J., Zhang Z., Shu Y. An optimization-based high-precision flexible online trajectory planner for forklifts // *Actuators*. 2023. Vol. 12., no. 4. Id. 162. DOI: 10.3390/act12040162
2. Wang Y., Sun K., Zhang W., Jin X. A Velocity-Adaptive MPC-Based Path Tracking Method for Heavy-Duty Forklift AGVs // *Machines*. 2024. Vol. 12, no. 8. Id. 558 P. 1–21. DOI: 10.3390/machines12080558
3. Сухарев Р.Ю. Применение метода "чистое преследование" (Pure Pursuit) для управления беспилотным автогрейдером // *Научный рецензируемый журнал "Вестник СибАДИ"*. 2022. Т. 19, №. 2. С. 156–169.

DOI: 10.26518/2071-7296-2022-19-2-156-169.

4. Coulter R.C. Implementation of the pure pursuit path tracking algorithm. Pittsburg, USA: Carnegie Mellon University, 1992. 9 p. Id. CMURITR9201. URL: https://www.ri.cmu.edu/pub_files/pub3/coulter_r_craig_1992_1/coulter_r_craig_1992_1.pdf
5. Macenski S., Singh S., Martin F., Gines J. Regulated pure pursuit for robot path tracking // *Autonomous Robots*. 2023. Vol. 47, no. 6. P. 685–694. DOI: 10.1007/s10514-023-10097-6
6. Tamba T.A., Hong B., Hong K.S. A path following control of an unmanned autonomous forklift // *Int. J. Control Autom. Syst.* 2009. Vol. 7, no. 1. P. 113–122. DOI: 10.1007/s12555-009-0114-y
7. Wang S., Ye A., Guo H., Gu J., Wang X., Yuan K. Autonomous pallet localization and picking for industrial forklifts based on the line structured light // *Proc. IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. 2016. P. 707–713. DOI: 10.1109/ICMA.2016.7558649
8. Molter B., Fottner J. Semi-automatic pallet pick-up as an advanced driver assistance system for forklifts // *Proc. IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*. 2019. C. 4464–4469. DOI: 10.1109/ITSC.2019.8917189
9. Леус А.В., Татарникова Е.А., Гаврилов Д.А., Холодняк И.В., Водичев Н.А., Антипов А.Е. Разработка программно-аппаратного комплекса для управления автономным мобильным роботом-погрузчиком с использованием искусственного интеллекта // *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*. 2024. №. 11. С. 44–52. DOI: 10.25791/pribor.11.2024.1539
10. Водичев Н.А., Гаврилов Д.А., Леус А.В., Ефремов В.А., Холодняк И.В., Зуев В.А., Паришков М.М., Троезубов А.Ю., Герштейн Н.В., Лаухин В.Е., Антипов А.Е. Алгоритм расчета положения и скорости движения объектов на плоскости по данным с монокулярной камерой // *Научное приборостроение*. 2025. Т. 35, № 2. С. 78–96. URL: <http://iairas.ru/mag/2025/abst2.php#abst6>
11. Lee S., Kim T., Chae J., Park K.-J. Optimizing ROS 2 Communication for Wireless Robotic Systems // *arXiv preprint*. 2025. Id.: arXiv.2508.11366. DOI: 10.48550/arXiv.2508.11366

Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет),
г. Долгопрудный

Материал поступил в редакцию 25.12.2025

Контакты: Татаринова Елена Александровна,
tatarinova.ea@mipt.ru

APPLICATION OF THE MODIFIED PURE PURSUIT ALGORITHM TO CONTROL AN UNMANNED FORKLIFT

**A. E. Antipov, A. V. Leus, D. A. Gavrilov, E. A. Tatarinova, A. A. Matalygin, I. V.
Kholodnyak, N. V. Gershtein, V. A. Laukhin, V. A. Zuev**

*Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University),
Dolgoprudny, Moscow Region, Russia*

Modern advances in microelectronics and artificial intelligence have led to a qualitative leap in the development of robotics. As a result, the scope of application of unmanned transport systems has expanded, which increases the requirements for the accuracy and safety of autonomous control. It is important not only to create these systems, but also to adapt them to the external environment and integrate them into technology originally designed for human piloting. This article examines issues related to trajectory accuracy and pallet selection or placement. A modified adaptive algorithm based on the pure pursuit method is proposed for application to forklift trucks equipped with a portable on-board optical navigation system of our own design. Scenarios for departure and movement along a straight trajectory, pallet selection and placement in industrial warehouses were tested. The algorithm demonstrates accuracy comparable to other modern methods, but at higher speeds and with lower positioning accuracy.

Keywords: pure pursuit; adaptive control; bicycle model of motion; trajectory following algorithm

REFERENCES

1. Sun Y., Yang J., Zhang Z., Shu Y. An optimization-based high-precision flexible online trajectory planner for forklifts. *Actuators*, 2023, vol. 12., no. 4, id. 162. DOI: 10.3390/act12040162
2. Wang Y., Sun K., Zhang W., Jin X. A Velocity-Adaptive MPC-Based Path Tracking Method for Heavy-Duty Forklift AGVs. *Machines*, 2024, vol. 12, no. 8, id. 558, pp. 1–21. DOI: 10.3390/machines12080558
3. Sukharev R.Yu. [Pure pursuit method use to control unmanned motor grader]. *Nauchnyy retsenziruyemyy zhurnal "Vestnik SibADI"* [The Russian Automobile and Highway Industry Journal], 2022, vol. 19, no. 2, pp. 156–169. DOI: 10.26518/2071-7296-2022-19-2-156-169. (In Russ.).
4. Coulter R.C. *Implementation of the pure pursuit path tracking algorithm*. Pittsburg, USA: Carnegie Mellon University, 1992, id. CMURITR9201, 9 p. URL: https://www.ri.cmu.edu/pub_files/pub3/coulter_r_craig_1992_1/coulter_r_craig_1992_1.pdf
5. Macenski S., Singh S., Martin F., Gines J. Regulated pure pursuit for robot path tracking. *Autonomous Robots*, 2023, vol. 47, no. 6, pp. 685–694. DOI: 10.1007/s10514-023-10097-6
6. Tamba T.A., Hong B., Hong K.S. A path following control of an unmanned autonomous forklift. *Int. J. Control Autom. Syst*, 2009, vol. 7., no. 1, pp. 113–122. DOI: 10.1007/s12555-009-0114-y
7. Wang S., Ye A., Guo H., Gu J., Wang X., Yuan K. Autonomous pallet localization and picking for industrial forklifts based on the line structured light. *Proc. IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, IEEE, 2016, no. CFP16839-POD, pp. 707–713. DOI: 10.1109/ICMA.2016.7558649
8. Molter B., Fottner J. Semi-automatic pallet pick-up as an advanced driver assistance system for forklifts. *Proc. IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*, IEEE, 2019, no. CFP19ITS-POD, pp. 4464–4469.

DOI: 10.1109/ITSC.2019.8917189

9. Leus A.V., Tatarinova E.A., Gavrilov D.A., Kholodnyak I.V., Vodichev N.A., Antipov A.E. [Development of a software and hardware complex for controlling an autonomous mobile robot-loader using artificial intelligence]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika* [Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics], 2024, no. 11, pp. 44–52.

DOI: 10.25791/pribor.11.2024.1539. (In Russ.).

10. Vodichev N.A., Gavrilov D.A., Leus A.V., Efremov V.A., Kholodnyak I.V., Zuev V.A., Parshikov M.M., Troegubov A.Yu., Gershtein N.V., Laukhin V.E., Antipov A.E. [Algorithm for calculating the position and speed of ob-

jects on a plane using data from a monocular camera]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2025, vol. 35, no. 2, pp. 78–96.

URL: <https://iairas.ru/mag/2025/full2/Art6.pdf>. (In Russ.).

11. Lee S., Kim T., Chae J., Park K.-J. Optimizing ROS 2 Communication for Wireless Robotic Systems. *ArXiv preprint*, 2025, id. arXiv.2508.11366.

DOI: 10.48550/arXiv.2508.11366

Contacts: *Tatarinova Elena Aleksandrovna*,
tatarinova.ea@mipt.ru

Article received by the editorial office on 25.12.2025

INTRODUCTION

One of the key challenges in developing a motion control system for unmanned vehicles is integrating a path-following algorithm. Three common approaches to this problem currently exist: the dynamic window method, model-based control, and the pure pursuit method [1].

The first approach is widely used in dynamic environments to avoid collisions. It requires defining a velocity space within a bounded region of the robot's future positions. Within this space, a search is performed for velocities that satisfy two constraints: a maximum velocity constraint and a braking distance constraint, which must not exceed the distance to the nearest obstacle. This method, which requires precise measurements of linear and angular velocities as the main components of control commands, is often implemented in robots with servo drives and a differential motion model. However, when using industrial forklifts, precisely matching the predicted and actual speed values proves difficult due to the robot's nonlinear speed smoothing system. Consequently, the dynamic window algorithm requires adapting the control to the current forklift drive model and makes it dependent on the model's characteristics, which is a drawback when developing a portable unmanned control device.

Control methods based on model predictions face similar challenges. In these methods, the trajectory-following problem is considered as a problem of optimizing the state vector and control actions in real time [2], making this vector generally independent of the complexity of the dynamic model and robust to changes in the external environment. However, the accuracy of this approach directly depends on the accuracy of the model, which may have different parameters for each forklift. The more accurate the model, the more parameters it includes. This is unjustified when developing a solution for multiple forklifts due to the increased complexity of parameter selection. Both approaches are also considered a multi-objective optimization problem, which is justified in complex dynamic environments. Warehouse environments have strict traffic regulations, as forklift operations impact employee safety. All robot routes are straight, two-way roads with intersections, including passages between racks. In such strict conditions, avoidance maneuvers are dangerous, and finding the optimal trajectory is a redundant task.

The primary advantage of the pure pursuit method is the relative simplicity of its geometric calculations, which simplifies its integration and debugging. Consequently, it improves its safety, reliability, and fault tolerance compared to other methods [3]. The basic idea of the method is to find a point along the route that is located at a selected distance (prediction radius)

from the robot's origin (usually its center of rotation) and geometrically calculate the instantaneous trajectory passing through it [4]. For a forklift, the algorithm calculates the steering angle of the drive wheel, which determines the instantaneous radius of curvature of the trajectory relative to the center of the fork's wheel support. This method has been successfully applied to various types of wheeled intelligent transport systems and demonstrates comparable accuracy to other approaches, making it an acceptable choice for forklifts operating in industrial warehouses. Modern pure pursuit methods typically vary the prediction distance depending on speed. The advantage of this algorithm is that it reduces the risk of loss of control. On the other hand, with a long prediction radius, the approach to the true trajectory occurs at a greater distance, which is especially critical in the case of two-way traffic in a narrow aisle between racks. Therefore, in the method we present, maintaining control is determined by limiting the speed. Alternative approaches also adjust the linear speed depending on the trajectory's curvature radius, which is used to slow down before turning to prevent skidding and overturning the robot, rather than as a means of controllability control. In a number of studies, the pure pursuit method was used at speeds up to 1.5 m/s [5], while the proposed method enabled unmanned control of a forklift at its maximum speed: up to 2.2 m/s. In studies [5], the consideration of path-following methods is limited to modeling or the use of high-precision lidars as a positioning system. The study demonstrated the applicability of the pure pursuit method for controlling industrial forklifts using a portable optical navigation platform based on ceiling marks. Moreover, the path-following accuracy was comparable to that of other modern methods [2, 5, 6]. The paper presents modifications to the pure pursuit algorithm that make it possible to pick up and place a pallet from an arbitrary position. This approach has advantages over calculating the path to the pallet using optimization [7] or splines [8], due to the smaller number of parameters, computational efficiency, and determinism, which is important for industrial equipment. Adaptive control components that improve the path-following accuracy in the presence of a systemic error in the wheel rotation angle are proposed and have already been implemented in practical applications. This article presents results based on a forklift simulation, as well as the results of field experiments.

ALGORITHM DESCRIPTION

We formalize the problem of following a path, picking up, or placing a pallet for an unmanned forklift using geometric abstractions (Fig. 1), which will allow us to compare and interpret the results of the simulation and field experiments.

Fig. 1. Vector diagram of a forklift (a) and a pallet (б)

Let us define the state of the forklift in a global coordinate system centered at $(\cdot) O$ by determining its key geometric points in the floor plane. Let point R be the forklift's center of rotation (the center of the rear wheel axle) and W the center of the drive wheel. Then the length of the vector $\mathbf{w} = \overline{RW}$ is the length of the wheelbase. Vector $\mathbf{r}$ reflects the direction of the front drive wheel. The normal $\mathbf{n}$ and $\mathbf{w}$ form a basis. Now let us define the route parameters. Warehouses predominantly have a cellular structure, so it is convenient to describe routes through straight line segments by specifying the coordinates of their beginning and end. Let us introduce the designation S for the geometric point of the segment's beginning, and T for the segment's end. The same designations will be used to specify the line. Without loss of generality, we can say that a route of arbitrary shape is specified by a set of segments $\{S_i T_i; S_i = T_{i-1}\}$. Let us introduce geometric quantities specifying the relationship of the forklift's position to the target route. Vector $\mathbf{n}_1$ reflects the lateral deviation from the trajectory point. Its length is equivalent to the distance to the trajectory, and the vector itself is directed toward trajectory point P . The magnitude of the lateral deviation is then the projection of vector $\mathbf{n}_1$ onto the $\mathbf{n}$ -axis. Similarly, $|\mathbf{n}_2|$ is the signed distance from point M ($|\overline{RM}| = 1$) to the tangent to the trajectory at point P . These distances can be used to express the angular deviation from the trajectory; they are used as primary quantities for ease of interpretation. The longitudinal deviation s from the target point T is the projection of TW onto the WR direction (during pallet handling) or the projection of TR onto the WR direction (during target route movement). Note that if the target trajectory is a straight line, the tangent at point P will coincide with the trajectory. In the case of pallet picking or placement, the target trajectory is defined as a line defined by the vector $\mathbf{t} = \overline{ST}$, where S is the estimated midpoint of the pallet's front end, and T is the rear end. We will use these notations below. Formally, the forklift's performance in reaching its target can be represented by the formula:

$$\lim_{s \rightarrow 0} (|\mathbf{n}_1| + |\mathbf{n}_2|) \rightarrow 0, \quad (1)$$

where s is the distance from R to T .

The functional in formula (2) can serve as the trajectory following quality criterion:

$$\lim_{s_k} (|\mathbf{n}_1| + |\mathbf{n}_2|) \rightarrow \min, \quad (2)$$

where $\{s_k\}$ is a discrete set of path segment lengths along which the forklift's lateral deviations were measured during movement.

Let's define the forklift's control state. In our case, it is determined by the angle of the drive steering wheel δ and the linear velocity of this wheel v .

We consider the forklift's movement along the route in the context of its arrival at the target route as a vector $\overline{ST}$. The geometric model of pure pursuit in this case is presented in Fig. 2.

Fig. 2. Geometric model of motion in a straight line

A detailed analysis of this problem allows us to then generalize the forklift's movement along the entire route by planning the motion between its segments. Let the points S, T, R, W on the plane be known and the prediction distance L be given. Then the wheel's direction angle is calculated using the formulas:

$$\begin{aligned} \delta &= f_1(S, T, R, W, L) = \angle(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = \angle(\mathbf{w}, \overline{WP}) = \\ &= \text{sign}([\mathbf{w} \cdot \overline{WP}]) \cdot \text{Arccos} \langle \mathbf{w}, \overline{WP} \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\overline{WP} = \left\{ \frac{-AC - B\sqrt{L^2 - C^2}}{|\overline{ST}|^2}, \frac{-BC - A\sqrt{L^2 - C^2}}{|\overline{ST}|^2} \right\}, \quad (4)$$

Where A, B , and C are the coefficients of the straight line equation, calculated from the coordinates of the direction vector $\overline{ST}$ points.

Figure 3 shows the simulation results of the pure pursuit method.

Fig. 3. Robot trajectories approaching the target line (abscissa axis coincides with the straight line). Simulations: without speed restrictions (a), with speed restrictions (б); L is the prediction distance

The initial longitudinal deviation of the robot was set to 20 m, and the lateral deviation was 2 m. The initial angular deviation from the line was 0.25π rad. In the first case, a fixed speed of 2.2 m/s was set as the maximum achievable, and the nature of the deviations was studied for different prediction distances L . It is evident that at $L < 2$ m, a loss of control is observed — the forklift begins to "swerve." Loss of control is caused by limiting the angular velocity of the steering wheel and the unacceptably high approach speed. On the other hand, as L increases, the average lateral deviations n_1, n_2 increase over the entire route. Therefore, it is proposed to limit the linear velocity of

the drive wheel for large deviations from the target trajectory:

$$v = \begin{cases} v_1, & (|n_1| < C_1) \cap (||n_1| - |n_2|| < C_2), \\ v_2, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

When obtaining the data in Fig. 3, δ , $C_1 = 0.05$ m, $C_2 = 0.13$ m, $v_1 = 2.2$ m/s, and $v_2 = 1$ m/s were chosen, which prevented loss of control even at $L < 2$ m.

During the study, a problem arose due to the fact that the pure pursuit method does not satisfy the convergence condition (1) in the presence of a systemic bias between the expected and actual steering wheel angles. This problem is illustrated in Fig. 4.

Fig. 4. Stable offset position of the forklift relative to the true trajectory in the presence of a system error δ of the steering wheel angle

In the presence of a system error δ , there exists a forklift position relative to the true straight line such that the value of the angle δ calculated by the pure pursuit method, when added to the system error, does not result in the forklift converging with the true trajectory. It is easy to demonstrate by contradiction that in this case, the vector $\mathbf{w}$ will be parallel to the straight line $\mathbf{t}$ (the target trajectory). In this case, an adaptive correction Θ to the steering wheel angle was proposed based on coordinates obtained by optical navigation:

$$\delta = f_1 + \Theta, \quad (6)$$

$$\Theta = \Theta_0 + \sum_{i=\Delta s} k f_1 \ell_i, \quad (7)$$

$$\ell_i = \begin{cases} 1, & (|n_1|_i < C_3) \cap (|n_1 - n_2|_i < C_4), \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (8)$$

where Θ_0 is the pre-trained correction, i is the training iteration (e.g., the correction can be updated in increments of $\Delta s = 0.2$ m of the distance traveled), and ℓ_i is an indicator of the proximity and parallelism of the forklift body to the target straight line. C_3 , C_4 define the vicinity of the forklift position within which the correction can be updated. The coefficient k determines the weight of the correction at each update step.

Figure 5 shows the result of a simulated approach to a straight line under the same initial conditions, with a speed limit, but with a navigation correction. In addition, a system error of $\delta = 0.17$ rad (taking the sign into account) was artificially introduced. In the experiment, $C_3 = 1$ m, $C_4 = 0.05$ m.

Fig. 5. The influence of the weight k of the correction Θ on the lateral deviation of the loader

Figure 5 shows that at $k = 0$, the lateral deviation ceases to decrease as the longitudinal distance decreases to 7.5 m. For $0 < k \leq 1$, convergence with the true trajectory is observed in terms of the lateral deviation. Moreover, the smaller k , the more inert the correction, which is relevant in the case of noise or outliers in the optical navigation coordinates.

To improve the steering wheel angle accuracy, a proportional-integral-derivative controller (PID controller) was added to the system, using encoder data as feedback.

When picking or placing a pallet, the pure pursuit algorithm was modified to allow forklifts to enter the pallet from any position in front of it. Geometrically, this task is considered as a smooth approach to a straight line passing through the midpoints of the front and rear ends of the pallet (points S , T in Fig. 1, δ). The forklift's center of rotation R must reach the rear end of the pallet T , and condition (1) must be satisfied. Figure 6 shows three variations of the pure pursuit algorithm, depending on the position of the robot's axis relative to the target line.

Fig. 6. Geometric patterns of forklift movement when picking a pallet along the ST line.
a — approach phase, δ — tangent phase, B — alignment phase

Initially, the basic pure pursuit algorithm was implemented with a modification for solving the problem of forward fork movement toward a target. The algorithm approaches the straight line ST (approach phase). To do this, the vectors $\mathbf{w}$ and $\mathbf{r}$ were symmetrically reflected into the vectors $\mathbf{w}'$, $\mathbf{r}'$. Then, according to the principle of the bicycle motion model, the original and reflected vectors form identical instantaneous radii of curvature and, consequently, instantaneous circular trajectories. Therefore, the movement of the vector $\mathbf{w}$ can be considered a classic pure pursuit problem for its symmetrical reflection. The steering wheel angle is calculated according to (9):

$$\begin{aligned} \delta &= f_2(S, T, R, W, L) = \angle(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = -\angle(\mathbf{w}', \mathbf{r}') = \\ &= -\text{Arctan} \left(\frac{2|\mathbf{w}| \sin \left(\angle(\mathbf{w}', \overline{RP}) \right)}{L} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Meanwhile $L = P_{[0.5;1]}(d)$, where d is the longitudinal distance from the front end of the pallet to the forklift's center of rotation. Choosing this dependence of the prediction length allows for a smoother approach away from the pallet, since there is a margin of safety for a smooth maneuver. Near the pallet, lateral

deviation is critical, as the robotic forklift may miss, misalign its forks, and damage the pallet. In this case, the turning radius should be smaller. The basic algorithm has a drawback: when approaching the target line at a non-zero angle, the robot's trajectory intersects it one or more times. These intersections lead to excessive zigzag deviations from the line, which, as a consequence, leads to an unjustified increase in the value of functional (2). Near the line, pure tangent pursuit is implemented (tangent approach phase in Fig. 6, 6). Thus, the tangential motion problem can be reduced to the previous one by properly selecting the prediction radius. The situation is shown in Fig. 6, where

$$|\overline{QP}| = |\overline{QR}|. \quad (10)$$

Then the steering wheel angle is expressed by the formula:

$$\begin{aligned} \delta &= \angle(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = \\ &= f_3(S, T, R, W) = f_2\left(S, T, R, W, |\overline{RP}|\right). \end{aligned} \quad (11)$$

If the forklift body $\mathbf{w}$ intersects line ST , it is impossible to construct a tangent, however, it is possible to bring the point W closer to the straight line (the alignment phase in Figure 6, 6). Similar to the approach phase, the motion of vector $\mathbf{w}$ can be expressed through the motion of its symmetrical reflection. In this case, pure pursuit will be calculated in the same way as for normal route movement. The steering wheel angle will be calculated by the formula:

$$\begin{aligned} \delta &= \angle(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = \\ &= f_4(S, T, R, W, L) = -f_2(S, T, R, W', L), \end{aligned} \quad (12)$$

where $L = 0.5$.

Combining all the presented methods, the general formula takes the following form :

$$\begin{aligned} \delta(S, T, R, W, L) &= \\ &= \begin{cases} f_3, & ((n_1 n_2 < 0) \cup (n_1 n_2 \geq 0 \cap |n_2| < |n_1|)) \cap |n_1| < C_5, \\ f_4, & ((n_1 n_2 < 0) \cup (n_1 n_2 \geq 0 \cap |n_2| < |n_1|)), \\ f_2, & \text{otherwise.} \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

In formula (13), the constant C_5 defines the lateral deviation threshold, starting from which the approach phase switches to the tangential motion phase. In the experiments, C_5 was chosen to be 0.02 m — the permissible error of parallel displacement relative to the pallet. The introduction of the tangential motion and alignment phases improved the convergence of lateral deviations to zero compared to the classical pure pur-

suit method (approach phase) and, as a result, reduced the magnitude of the functional under the same initial conditions.

Figure 7 shows the simulated trajectory graphs for eliminating lateral deviations.

Fig. 7. Robot trajectories during pallet pickup or placement (the abscissa axis coincides with the longitudinal axis of symmetry of the pallet location). Classic pure pursuit (a), pure pursuit with touchdown and alignment phase (6)

For the pallet pickup or placement operation, a constant speed of 0.5 m/s was selected when approaching the pallet space and 0.1 m/s when entering it. To minimize the system error of longitudinal displacement during final pallet positioning, an adaptive throttle release method was proposed. The idea is that when parking in a pallet space at a uniform speed, the stopping accuracy is determined by the longitudinal distance to the target at which the throttle is released to zero (formulas (14), (15)).

$$v = \begin{cases} v_0, & \Delta x > \Delta x_i, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta x_i = \Delta x_{i-1} - 0.5 \Delta d, \quad (15)$$

where Δx is the longitudinal deviation at the time of measurement, Δx_i is the throttle release threshold obtained in previous iterations, and Δd is the longitudinal error after a complete stop. To avoid outliers when updating Δx_i , its magnitude can be limited in absolute value by an upper bound.

EXPERIMENTAL PART

In addition to mathematical modeling, full-scale experiments with a robotic forklift were conducted. Algorithms for trajectory approach, pallet pickup, and pallet placement were implemented in the autonomous control system of a standard industrial forklift equipped with a portable optical navigation system [9, 10]. A schematic diagram of the robotic forklift control system components is shown in Fig. 8.

Fig. 8. Control system block diagram of the robot forklift (a) and its prototype (6)

The microcontroller (STM32 Cortex-M4) processes packets from the Curtis onboard computer's CAN interface and simultaneously receives control status and sends feedback via the serial port of the Jetson Orin NX microcomputer. The available feed-

back includes the drive wheel's yaw angle and its linear velocity. Both values are converted from dimensionless units to SI units according to experimentally obtained tables. Information about tasks and routes is sent to each robot over the network via a decision server using the ROS2 FastDDS Middleware infrastructure [11].

Positioning is performed via a Logitech camera aimed at the ceiling to detect and track optical markers (ceiling orientation system). This system is used to calculate the speed, rotation angle of the drive wheel, and geometric correction. The geometrically calculated angle of the drive wheel is fed to the input of the PID controller, the resulting value is summed with the geometric correction.

The calculated speed control signal is fed to the input of the safety software module, which either leaves it unchanged or resets it to zero in the event of a large discrepancy between the input and output parameters. This reduces the risk of collisions at high speeds, which is important in the event of short-term errors in the marker recognition system and sharp turns. The resulting state is sent to the microcontroller at a frequency of 10 Hz. The industrial forklift prototypes have a wheelbase of 1.5 m, a maximum speed of up to 2.2 m/s, and a maximum steering wheel rotation speed of 1.57 rad/s.

Two series of experiments were conducted. In the first series, the forklift started from a selected position $(x, y) = (-20, -2)$ at an angle of 0.75π rad in the global coordinate system and moved in the direction of the segment $\{S; T\} = \{(0,0); (0,20)\}$. At a certain point, the robot achieved stable motion along a straight line. From this point on, its lateral deviation was measured. Implementing an adaptive error together with the PID controller reduced the error by almost 2 times (Tab. 1).

Tab. 1. Lateral deviation error when following the target trajectory

Figure 9 shows the resulting dependence of the lateral deviation over a longitudinal distance in a series of experiments compared to the simulation result.

Fig. 9. The robot's trajectory when approaching the target line (the abscissa axis coincides with the line)

The following parameters were used in the experiment: $L = 2$, $C_1 = 0.2$, $C_2 = 0.13$, $v_1 = 2.2$, $v_2 = 1$, $C_3 = 1$, $C_4 = 0.05$ (5). The geometric correction weight was $k = 0.01$. The proportional, integrating, and differential coefficients of the PID controller were, respectively: $K_p = 0.5$, $K_i = 0.2$, $K_d = 0$.

In the second series of experiments, pallet picking and placement were performed: first from the same position to compare with the simulation results, then from an arbitrary position. Graphs of the lateral deviation and angular orientation along the route to the target are shown in Fig. 10. It is evident that the simulation accurately reflects the robot's movement behavior.

Fig. 10. Trajectories of the forklift robot when picking or placing a pallet from the same position (the abscissa axis coincides with the longitudinal axis of symmetry of the pallet location)

To verify the stability and predictability of pallet picking and placement, similar measurements were taken from arbitrary positions relative to the pallet location (Fig. 11).

Fig. 11. Dependences of the transverse (a) and angular (б) deviations of the forklift robot on the longitudinal distance toward the target when picking up or placing a pallet (different initial positions)

The results of the average error measurements of the longitudinal and lateral deviations at the end point are presented in Tab. 2.

Tab. 2. Error rates of pallet handling

The presented algorithms are integrated into an autonomous pallet transport control system at one of the industrial warehouses.

CONCLUSION

This article proposes a modified pure pursuit method for industrial robotic forklifts. The tasks of motion along a given path segment and pallet picking and placement are considered. In the former case, stable motion was achieved at speeds up to 2.2 m/s with an average median lateral deviation of 0.45 m. The accuracy of the method is comparable to that of other modern approaches; however, the cruising speed of the robotic forklift is higher. Geometric methods for steering wheel angle correction are proposed. The developed geometric picking method has a final positioning accuracy of less than 2 cm. An advantage of this method is the ability to adjust to a pallet from any position in front of it, whereas most alternative methods consider this problem only from the "opposite"

position. The developed method has undergone simulation and verification through full-scale testing on several prototypes of unmanned robotic forklifts.