

УДК 621.317.628

© С. В. Бирюков, 2025

ОСНОВЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОДНОКОМПОНЕНТНОГО СФЕРИЧЕСКОГО ДАТЧИКА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ, ИМЕЮЩЕГО РАЗОМКНУТУЮ СИСТЕМУ ЭЛЕКТРОДОВ, С ОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ

В работе рассматриваются основы теоретических положений, необходимых для построения электроиндукционных датчиков напряженности электрического поля, чувствительные элементы которых представляют собой сферические оболочки в форме сферических сегментов, расположенных на поверхности виртуальной сферы. Актуальность таких разработок связана с обеспечением охраны труда и техники безопасности обслуживающего персонала высоковольтных энергетических установок. Теоретические положения основываются на решении парных интегральных уравнений численными методами. По результатам численных решений устанавливаются эмпирические выражения для электрических зарядов, напряжения холостого хода и емкости между чувствительными электродами в зависимости от угловых размеров сферических сегментов. Предлагается конструктивное решение датчика, в основе которого лежат два диаметрально противоположных проводящих чувствительных электрода в форме сферических сегментов, расположенных в среде с диэлектрической проницаемостью ε_1 на поверхности диэлектрической сферы с ε_2 . Установлено, что наиболее приемлемым выходным сигналом такого датчика является напряжение холостого хода. Полученные результаты работы позволяют проводить оценочный расчет подобных датчиков напряженности электрического поля.

Ключевые слова: электрическое поле, однородное поле, напряженность поля, сферический датчик, сферические оболочки, сферический сегмент, разомкнутая система электродов, измерительная цепь

ВВЕДЕНИЕ

По результатам анализа технической литературы [1–4], установлено, что известные датчики напряженности электрического поля (ЭП), используемые для контроля и измерения напряженности низкочастотных ЭП высоковольтного оборудования, — это электроиндукционные датчики, основанные на электростатической индукции.

В основе таких датчиков лежат проводящие тела различных геометрических форм, простейшими из которых являются куб, цилиндр и сфера. Эти проводящие тела одновременно служат и датчиком, и чувствительным электродом, поскольку они своей поверхностью воспринимают электрический заряд, пропорциональный напряженности ЭП. Для снятия электрических зарядов с проводящих поверхностей тел датчиков используются дополнительные проводящие электроды, расположенные вблизи поверхности тел. Для того чтобы электроды были частью поверхности проводящих тел датчиков, их размещают на малом расстоянии от поверхности тел и используют измерительные цепи с входным импедансом, близким к нулю. Такие датчики называются датчиками с замкнутой системой электродов [5–8].

В данной работе будут рассматриваться теоретические основы построения датчиков с разомкнутой системой электродов, представляющих собой тонкие оболочки в форме полых сферических сегментов, и их взаимодействие с однородным ЭП.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для создания теоретических основ построения датчиков напряженности ЭП со сферическими электродами разомкнутой системы необходимо решить ряд задач:

- 1) проанализировать и обобщить известные методы расчетов взаимодействия двух проводящих сферических оболочек с однородным ЭП;
- 2) установить аналитически или численными методами зависимость электрических зарядов, индуцированных на поверхности сферических оболочек, от их геометрических размеров;
- 3) установить аналитически или численными методами зависимость разности потенциалов между сферическими оболочками от их геометрических размеров;
- 4) установить аналитически или численными методами зависимость электрической емкости

между сферическими оболочками от их геометрических размеров;

5) по полученным результатам предложить конструктивное решение однокомпонентного сферического датчика напряженности ЭП с разомкнутой системой электродов;

6) провести анализ возможных выходных сигналов датчика и выбрать наиболее приемлемый для датчика с разомкнутой системой электродов;

7) составить математическую модель и провести математическое моделирование, по результатам которого

– получить эмпирические формулы, связывающие электрический заряд, напряжение холостого хода и емкость между электродами датчика с их угловыми размерами,

– обосновать выбор оптимальных размеров электродов датчика.

ТЕОРИЯ

В основе теории сферического датчика напряженности ЭП с разомкнутой системой электродов лежат фундаментальные работы [9–12], а также статьи [13–15].

Система электродов датчика состоит из двух тонких проводящих сферических оболочек S_1 и S_2 в форме сферических сегментов, являющихся частью сферы радиуса R . Диэлектрические проницаемости сред вне и внутри сферических оболочек

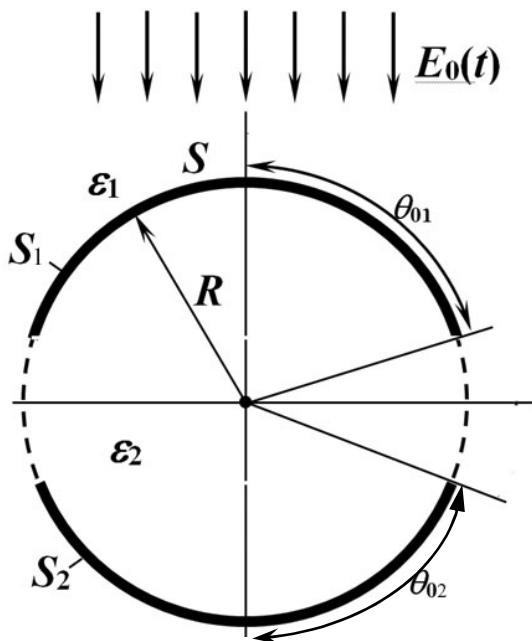


Рис. 1. Система сферических электродов для исследования в электрическом поле.

соответственно равны ε_1 и ε_2 . Далее сферические оболочки в форме сферических сегментов будем называть электродами или чувствительными электродами (ЧЭ). Сферические электроды расположены соосно на диаметрально противоположных сторонах условной сферы, и их размеры задаются угловыми размерами θ_{01} и θ_{02} , отсчитываемыми от одной оси датчика (рис. 1).

При рассмотрении поведения такой системы проводящих ЧЭ в ЭП необходимо учесть следующие условия:

– *первое условие* исходит из того, что все точки поверхности проводящих электродов должны иметь равные потенциалы, отсюда следует

$$\Delta\varphi = 0; \quad (1)$$

– *второе условие* задает потенциалы поверхностей электродов

$$\varphi|_{S_1} = \varphi_{01} \text{ и } \varphi|_{S_2} = \varphi_{02}; \quad (2)$$

– *третье условие* утверждает, что при переходе границ диэлектрик–проводник и проводник–диэлектрик вектор электрического смещения не должен изменяться

$$D_{r1} = \varepsilon_1 E_{r1} = \varepsilon_1 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=R} = \sigma(S_1); \quad (3)$$

$$D_{r2} = \varepsilon_2 E_{r2} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=R} = \sigma(S_2), \quad (4)$$

где E_{r1} и E_{r2} — нормальные составляющие вектора напряженности ЭП на поверхности ЧЭ S_1 и S_2 ; $\sigma(S_1)$ и $\sigma(S_2)$ — поверхностные плотности зарядов на электродах S_1 и S_2 .

С учетом этого при помещении системы проводящих ЧЭ в однородное ЭП на их поверхности индуцируются электрические заряды, определяемые выражением [9]

$$q = \int_S \sigma(S) dS, \quad (5)$$

где $\sigma(S)$ — поверхностная плотность заряда, определяемая для сферических оболочек из выражения [10]

$$\begin{cases} \sigma(S_1) = \frac{2\varepsilon_1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) A_n P_n(\cos\theta), \\ \sigma(S_2) = \frac{2\varepsilon_1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) B_n P_n(\cos\theta). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $A_n = \int_0^{\theta_{01}} f_1(\theta) \cos\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)\theta\right] d\theta$ и

$B_n = \int_{\theta_{02}}^{\pi} f_2(\theta) \sin\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)\theta\right] d\theta$ — коэффициенты,

определяемые через функции $f_1(\theta)$ и $f_2(\theta)$; $P_n(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра; n — порядковый номер полиномов Лежандра, принимающий значения от 0 до ∞ ; $dS = R^2 \sin \theta d\theta$ — элемент поверхности ЧЭ.

После подстановки (6) в (5) и преобразований получим выражения для зарядов на первом и втором электроде [8]:

$$q_1(\theta_0) = 4\pi\epsilon_0 R \int_0^{\theta_{01}} f_1(\theta) \cos \frac{\theta}{2} d\theta, \quad (7)$$

$$q_2(\theta_0) = 4\pi\epsilon R \int_{\theta_{02}}^{\pi} f_2(\theta) \sin \frac{\theta}{2} d\theta, \quad (8)$$

где $f_1(\theta)$ и $f_2(\theta)$ — функции, пропорциональные плотности поверхностного заряда на ЧЭ в форме сферических сегментов [10], получаемые из решения системы парных интегральных уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} & f_1(\theta_0) + \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_{02}}^{\pi} f_2(\theta) \left[\operatorname{cosec} \left(\frac{\theta + \theta_0}{2} \right) + \operatorname{cosec} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \right] dt \right\} = \\ & = -\frac{2}{\pi} \varphi_{01} \left(\frac{2 + \epsilon^*}{1 + 2\epsilon^*} \right) \cos \frac{3}{2} \theta_0, \\ & f_2(\theta_0) + \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\theta_{01}} f_1(\theta) \left[\operatorname{cosec} \left(\frac{\theta + \theta_0}{2} \right) - \operatorname{cosec} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \right] dt \right\} = \\ & = -\frac{2}{\pi} \varphi_{02} \left(\frac{2 + \epsilon^*}{1 + 2\epsilon^*} \right) \sin \frac{3}{2} \theta_0, \end{aligned} \right. \quad (9)$$

где φ_{01} и φ_{02} — потенциалы проводящих ЧЭ S_1 и S_2 ; $\epsilon^* = \epsilon_2 / \epsilon_1$ — отношение диэлектрических проницаемостей сред вне и внутри ЧЭ датчика.

Электрические заряды, определяемые выражениями (7) и (8), пропорциональны диэлектрической проницаемости ϵ_1 среды, окружающей ЧЭ, площади поверхности ЧЭ и напряженности ЭП E_0 [16–18]

$$q(t) = k\epsilon_1 S E_0(t). \quad (10)$$

Разность потенциалов φ_{01} и φ_{02} проводящих ЧЭ определит напряжение холостого хода

$$U_{xx}(t) = \varphi_{01}(t) - \varphi_{02}(t), \quad (11)$$

которое также будет пропорционально напряженности ЭП $E_0(t)$

$$U_{xx}(t) = \frac{q}{C} = \frac{k\epsilon_1 S}{C} E_0(t), \quad (12)$$

где C — электрическая емкость, образованная ЧЭ 1 и 2.

Электрическая емкость может быть определена из выражения [12]

$$C = 4\pi\epsilon_1 R \left[1 - 2 \int_0^{\theta_{01}} f(\theta) \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right], \quad (13)$$

где функция $f(\theta)$ определяется решением системы интегральных уравнений (9) [19].

В соответствии со сформированными теоретическими основами применительно к датчику напряженности ЭП, построена его эквивалентная электрическая схема замещения (рис. 2).

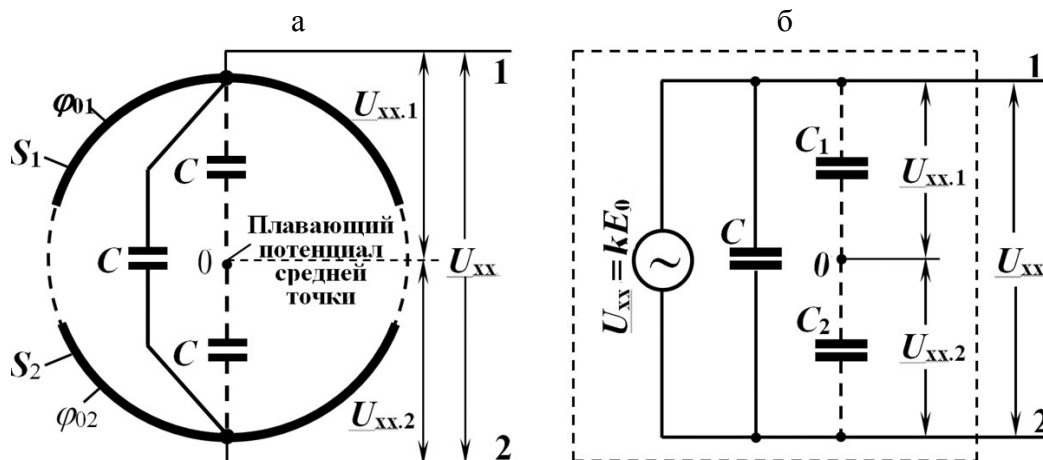


Рис. 2. Схемы замещения датчика.

а — конструктивная, б — эквивалентная электрическая схемы

На рис. 2 $C = C_d$ — виртуальная электрическая емкость, образованная ЧЭ S_1 и S_2 и определяемая из выражения (13); $C_1 = C_2 = 2C$ — виртуальные электрические емкости между соответствующими ЧЭ датчика и его плавающей средней точкой. Электрические емкости C , C_1 и C_2 связаны соотношением $C = (C_1 C_2) / (C_1 + C_2)$.

Выражения (5)–(13) будут положены в основу математической модели однокомпонентного сферического датчика напряженности ЭП с разомкнутой системой ЧЭ.

СФЕРИЧЕСКИЙ ДАТЧИК С РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ

В работе сферический датчик с разомкнутой системой ЧЭ будет рассматриваться на примере однокомпонентного датчика. Датчики такого типа рассмотрены в работах [1–4] без теоретического обоснования. Одно из возможных конструктивных решений построения такого датчика схематично показано на рис. 3.

Датчик состоит из двух одинаковых зеркально отображенных проводящих ЧЭ 1 и 2, представляющих собой сферические оболочки, выполненные в форме сферических сегментов радиуса R с угловым размером θ_0 . ЧЭ датчика изготавливаются из проводящих материалов с высокой электрической проводимостью. Их располагают соосно на одной координатной оси на поверхности диэлектрического основания 3, имеющего форму сферы, радиуса r , меньшего R на величину δ , соответствующую толщине стенки диэлектрического основания датчика. ЧЭ могут быть наклеены или

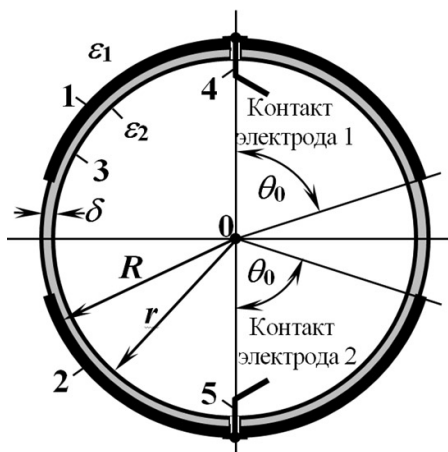


Рис. 3. Однокомпонентный сферический датчик с открытой системой чувствительных электродов.

нанесены методом напыления на диэлектрическое основание. Толщина стенки диэлектрического основания выполняется согласно условию $\delta \ll R$. Для диэлектрической проницаемости диэлектрика основания датчика должно выполняться условие $\epsilon_2 \geq \epsilon_1$, где ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость среды, в которой будет использоваться датчик. От ЧЭ 1 и 2 вдоль координатной оси выведены контакты 4 и 5 для подключения датчика к измерительной цепи.

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ЦЕПЬ ДАТЧИКА С РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ

Для датчика с разомкнутой системой ЧЭ можно рассматривать два возможных вида выходных электрических сигналов.

– Электрический заряд, индуцированный ЭП на каждом ЧЭ датчика. Его, согласно выражению (10), для каждого электрода можно записать, как

$$\begin{cases} q_1(t) = k \epsilon_1 S_1 E_0(t), \\ q_2(t) = k \epsilon_1 S_2 E_0(t), \end{cases} \quad (14)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от формы и размеров ЧЭ, он определяется выражением $k = \frac{3}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2}$ (его вывод ниже); ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость среды; S_1 и S_2 — площади поверхности ЧЭ датчика (в рассматриваемом случае для сферических сегментов $S_1 = S_2 = S = 4\pi R^2 \sin^2(\theta_0/2)$); $E_0(t)$ — напряженность ЭП при отсутствии в поле ЧЭ.

– Разность потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) между ЧЭ 1 и 2 датчика равна напряжению холостого хода, и, согласно выражению (12), его можно записать

$$U_{xx}(t) = \frac{q(t)}{C_d} = \frac{k \epsilon_1 S}{C_d} E_0(t), \quad (15)$$

где $C_d = C$ — емкость датчика, определяющаяся системой ЧЭ 1 и 2 (см. рис. 2).

В зависимости от вида выходных сигналов будут различаться и входные измерительные цепи датчика. Так, например, для снятия электрического заряда с поверхности ЧЭ необходимо проинтегрировать ток короткого замыкания

$$q(t) = \int i_{кз}(t) dt, \quad (16)$$

где ток короткого замыкания определяется выражением

$$i_{кз}(t) = \frac{dq(t)}{dt} = k \epsilon_1 S \frac{dE_0(t)}{dt}. \quad (17)$$

Из выражения (17) следует, что ток $i_{кз}(t)$ пропорционален не напряженности ЭП $E_0(t)$, а скорости его изменения $dE_0(t)/dt$. Если учесть, что напряженность ЭП изменяется по синусоидальному закону, то скорость ее изменения будет изменяться по закону косинуса, поэтому ток короткого замыкания также может быть информативным сигналом датчика.

Отличия снятия тока короткого замыкания $i_{кз}(t)$ от снятия напряжения холостого хода $U_{xx}(t)$ заключаются в обеспечении необходимого входного импеданса измерительной цепи. Так, при снятии с ЧЭ датчика тока короткого замыкания $i_{кз}(t)$ требуется измерительная цепь, имеющая входной импеданс, в идеале, равный нулю. А для снятия с датчика напряжения холостого хода $U_{xx}(t)$ требуются входная измерительная цепь с высоким входным импедансом, в идеале, равным ∞ . Высокий входной импеданс не будет нагружать датчик и обеспечит снятие с него напряжения, равного напряжению $U_{xx}(t)$. Анализ выявленных выходных сигналов датчика с разомкнутой системой ЧЭ показывает неприемлемость использования в качестве выходного сигнала датчика токового сигнала в виде тока короткого замыкания $i_{кз}(t)$. Это связано с тем, что низкий входной импеданс измерительной цепи закоротит разнесенные в пространстве ЧЭ, находящиеся под разными потенциалами. Поэтому такое использование измерительной цепи приведет к искажению ЭП. В связи с этим единственным выходным сигналом датчика с разомкнутой системой ЧЭ остается напряжение холостого хода $U_{xx}(t)$. Однако и его использование не лишено недостатков, одним из которых, как следует из выражения (15), является зависимость $U_{xx}(t)$ от емкости C_d . В связи с открытостью системы электродов на C_d будут оказывать влияние множество

внешних факторов. С учетом сказанного можно прийти к выводу о необходимости калибровки каждого датчика.

Одна из возможных измерительных цепей для снятия напряжения $U_{xx}(t)$ в упрощенном виде представлена на рис. 4.

В основе входной измерительной цепи лежит дифференциальный усилитель с общим проводом, не связанным с плавающим потенциалом средней точки датчика. Дифференциальные входы измерительной цепи выполнены с высоким входным импедансом порядка 100 кОм. На выходе измерительной цепи вырабатывается напряжение $U_{вых.}(t)$, пропорциональное $U_{xx}(t)$, а следовательно, напряженности ЭП $E_0(t)$. Измеряя напряжение на выходе измерительной цепи, например, цифровым вольтметром, можно определить напряженность исходного поля.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЕГО РЕЗУЛЬТАТЫ

Полученные теоретические положения, описанные в краткой теории, легли в основу составления математической модели датчика, состоящего из двух независимых сферических оболочек в форме сферических сегментов. В основу математической модели положены выражения (7)–(17) и сделанные нормировки:

– для электрического заряда

$$q' = \frac{q}{\pi \varepsilon_1 R^2 E_0}; \quad (18)$$

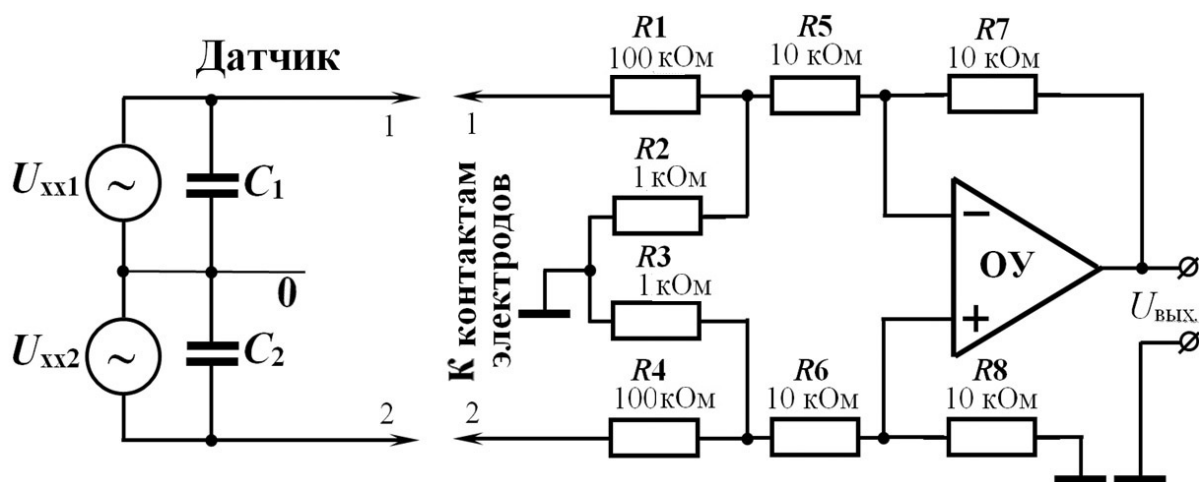


Рис. 4. Входная измерительная цепь датчика.

– для напряжений холостого хода

$$U'_{xx} = \frac{U_{xx}}{E_0 R}, \quad U'_{xx1} = U'_{xx2} = \frac{U_{xx}}{2E_0 R}; \quad (19)$$

– для электрической емкости

$$C' = \frac{C}{\pi \varepsilon_1 R}. \quad (20)$$

Математическая модель позволяет решить систему интегральных уравнений (9) путем преобразования их к системе алгебраических уравнений и по результатам ее решения найти электрические заряды (7), (8), индуцированные на поверхности электродов, напряжение холостого хода (11) и емкость электродов (13). Математическая модель составлялась с учетом того, что датчик находится в однородном ЭП.

Математическая модель позволила объединить:

- параметры взаимодействия датчика с ЭП, к которым отнесены электрические заряды $q(t)$, напряжение $U_{xx}(t)$ и емкости C , C_1 и C_2 ;
- конструктивные параметры датчика, к которым отнесены радиус R ЧЭ и их угловые размеры θ_0 ;
- параметры среды, окружающей ЧЭ датчика, к которым отнесены диэлектрические проницаемости ε_1 и ε_2 с внешней и внутренней стороны сферических сегментов.

В результате математического моделирования получены численные значения основных электрических параметров датчика с разомкнутой системой ЧЭ, представленные в таблице. Полученные данные расчетов положены в основу построения графиков зависимостей $q'(\theta_0)$, $C'(\theta_0)$ и $U'_{xx}(\theta_0)$ и их дальнейшего анализа.

Анализируя представленные в табл. численные значения, можно установить, что график, построенный по нормированным значениям электрического заряда $q'(\theta_0)$ хорошо согласуется с полученным опытным путем эмпирическим выражением

$$q'(\theta_0) = 3 \sin \theta_0. \quad (21)$$

Тогда с учетом нормировки (19) электрический заряд, индуцированный на электродах датчика можно описать эмпирическим выражением

$$q(\theta_0) = q' \cdot \pi \varepsilon_1 R^2 E_0 = 3\pi \varepsilon_1 R^2 \sin \theta_0 E_0. \quad (22)$$

Согласно выражению (15), заряд пропорционален поверхностной площади электродов S , диэлектрической проницаемости среды ε_1 и напряженности ЭП E_0 . С учетом этого можно записать

$$k \varepsilon_1 S E_0 = 3\pi \varepsilon_1 R^2 \sin \theta_0 E_0.$$

Табл. Расчетные значения конструктивных и электрических параметров датчика

θ_0	$q'_1 = -q'_2$	$C'_1 = C'_2$	C'	U'_{xx}	$U'_{xx1} = U'_{xx2}$
5	± 0.28662	0.28832	0.14416	1.98821	0.99411
10	± 0.54739	0.55524	0.27762	1.97172	0.98586
15	± 0.74787	0.77008	0.38504	1.94232	0.97116
30	± 1.43297	1.56491	0.78242	1.82384	0.91192
45	± 2.05212	2.55672	1.27836	1.60528	0.80264
60	± 2.58226	3.87282	1.93641	1.33189	0.66594
70	± 2.87327	5.40428	2.70214	1.06333	0.53167
75	± 2.89727	6.42484	3.21242	1.00523	0.50262
80	± 2.99765	7.17316	3.58658	0.83579	0.41789
85	± 2.99862	9.21148	4.60574	0.65106	0.32553
90	± 3.00277	12.46322	6.23161	0.48186	0.24093

Тогда, учитывая площадь электрода $S = 4\pi R^2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2}$, определим коэффициент пропорциональности, как

$$k = \frac{3}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2}. \quad (23)$$

Ранее выражение для этого коэффициента не было известно.

Анализ графика $U'_{xx}(\theta_0)$, построенного по численным значениям таблицы, показывает его хорошую согласованность с эмпирическим выражением, состоящим из двух слагаемых

$$U'_{xx}(\theta_0) = (3 \cos \theta_0 + 1)/2. \quad (24)$$

С учетом нормировки (19) можно записать

$$U_{xx}(\theta_0) = \frac{1}{2} (3 \cos \theta_0 + 1) R E_0. \quad (25)$$

Можно предположить, что первое слагаемое определяет потенциал электрода датчика в ЭП, а второе — потенциал точки пространства, совпадающей с вершиной электрода в отсутствии поля относительно центра датчика.

Зная выражения для заряда $q'(\theta_0)$ и $U'_{xx}(\theta_0)$, несложно установить эмпирическую зависимость емкости $C'(\theta_0)$ электродов датчика в форме сферических сегментов от их углового размера θ_0 :

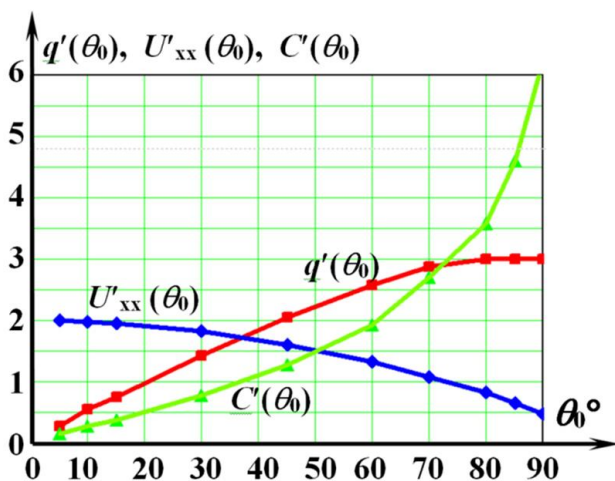


Рис. 5. Графики зависимостей заряда $q'(\theta_0)$, емкости $C'(\theta_0)$ и напряжения холостого хода $U'_{xx}(\theta_0)$ от углового размера θ_0 электродов датчика, построенные по эмпирическим выражениям (21), (24), (26), и расчетные табличные точки.

$$C'(\theta_0) = \frac{6 \sin \theta_0}{3 \cos \theta_0 + 1}. \quad (26)$$

С учетом (20) и (24) емкость C определится, как

$$C(\theta_0) = 6\pi\epsilon_1 R \frac{\sin \theta_0}{3 \cos \theta_0 + 1}. \quad (27)$$

График изменения емкости $C'(\theta_0)$ от углового размера электродов датчика, построенный по точкам таблицы, хорошо согласуется с выражением (26). Для сравнения построены графики $q'(\theta_0)$, $C'(\theta_0)$ и $U'_{xx}(\theta_0)$ по полученным эмпирическим выражениям (21), (24) и (26) и на них проставлены табличные расчетные точки (рис. 5).

Из графиков рис. 5 можно предположить, что оптимальные угловые размеры чувствительных электродов датчика должны лежать в диапазоне $30^\circ \leq \theta_0 \leq 60^\circ$. Это объясняется тем, что с ростом углового размера θ_0 чувствительных элементов напряжение холостого хода, являющееся выходным сигналом датчика, уменьшается.

Таким образом, математическое моделирование датчика напряженности ЭП с разомкнутой системой ЧЭ в однородном поле позволило установить характер изменения основных электрических параметров датчика $q(\theta_0)$, $C(\theta_0)$ и $U_{xx}(\theta_0)$ в зависимости от углового размера θ_0 его ЧЭ и получить эмпирические выражения этих зависимостей.

ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Разработаны теоретические положения взаимодействия двух незамкнутых диаметрально противоположных сферических оболочек в форме сферических сегментов с однородным ЭП.

2. Теоретические положения позволили предложить одну из возможных конструкций однокомпонентного сферического датчика напряженности ЭП с разомкнутой системой электродов и установить взаимосвязь его электрических и конструктивных параметров.

3. Установлены возможные виды выходных сигналов датчика, к которым отнесены электрический заряд $q(t)$, напряжение холостого хода $U_{xx}(t)$ и ток короткого замыкания $i_{кз}$.

3. Проведен анализ возможных видов выходных сигналов датчика. Анализ показал непригодность использования электрического заряда и тока короткого замыкания в качестве выходных сигналов датчика. Это требует для их снятия применение измерительной цепи с близким к нулю входным импедансом, приводящим к замыканию электродов между собой и, как следствие, к искажению поля.

4. Единственно возможным выходным сигналом датчика с разомкнутой системой электродов является напряжение холостого хода $U_{xx}(t)$. Использование в качестве выходного сигнала напряжения холостого хода требует применения измерительной цепи с высоким входным импедансом.

5. Предложен один из возможных вариантов построения измерительной цепи на основе операционного усилителя с высоким входным импедансом.

6. Проведено математическое моделирование однокомпонентного сферического датчика напряженности с разомкнутой системой электродов в однородном ЭП. Результатом моделирования являются графики зависимости электрических параметров датчика $q(\theta_0)$, $C(\theta_0)$ и $U_{xx}(\theta_0)$ от углового размера θ_0 его электродов.

7. Впервые получены эмпирические выражения для электрических параметров датчика с разомкнутой системой электродов:

– для электрического заряда (см. выражение (22));

– для напряжения холостого хода (см. выражение (25));

– для электрической емкости между электродами (см. выражение (27)).

8. Полученные эмпирические выражения могут быть положены в основу оценочного расчета датчиков с разомкнутой системой электродов.

В заключение следует сказать, что получены новые знания по разработке датчиков напряженности ЭП с разомкнутой системой электродов в форме сферических сегментов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Pop E. et al. Măsurarea intensității cîmpului electric alternativ // *Metrologia aplicată*. 1975. Vol. 22, no. 2. P. 73–81.
2. Дез Ж. Расчет и измерение напряженности электрического поля вблизи устройств высокого напряжения // Влияние электроустановок высокого напряжения на окружающую среду: Переводы докладов Междунар. конф. по большим электрическим системам (СИГРЭ-76) / Под ред. Ю.П. Шкарина. М.: Энергия, 1979. С. 10–19.
3. Михайлян С. Измерение электрического поля вблизи оборудования высокого напряжения и оценка его биологического и физиологического влияния // Влияние электроустановок высокого напряжения на окружающую среду: Переводы докладов Междунар. конф. по большим электрическим системам (СИГРЭ-76) / Под ред. Ю.П.Шкарина. М.: Энергия. 1979. С. 33–41.
4. Мисакян М. Миниатюрный датчик электрического поля // *Приборы для научных исследований*. 1978. № 7. С. 52–55.
5. Feser W., Pfaff W. A potential free spherical sensor for the measurement of transient electric fields // *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*. 1984. Vol. Pa s-103, no. 10. P. 2904–2911. DOI: 10.1109/TPAS.1984.318292
6. Гатман С. Двойной измеритель электрического поля с защитой // *Приборы для научных исследований*. 1968. № 1. С. 45–49.
7. Bassen H.I., Smith G. Electric field probes – a review // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1983. Vol. AP-31, no. 5. P. 710–718. DOI: 10.1109/TAP.1983.1143126
8. Бирюков С.В., Ложников В.Я. Цифровой измеритель напряженности электрического поля промышленной частоты // *Приборы и техника эксперимента*. 1981. № 1. С. 275–286.
9. Миролубов Н.Н. Методы расчета электростатических полей. М.: Высшая школа, 1963. 415 с.
10. Уфлянд Я.С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. Л.: Наука, 1977. 217 с.
11. Тозони О.В. Метод вторичных источников в электротехнике. М.: Энергия, 1975. 296 с.
12. Иоссель Ю.Я. Расчет электрической емкости. Л.: Энергоиздат, 1981. 288 с.
13. Виноградова Е.М., Егоров Н.В., Кримская К.А. Расчет электростатического поля системы сферических сегментов // *Журнал технической физики*. 2008. Т. 78, вып 8. С. 128–131. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/9490>
14. Разуненко В.А. Потенциал сферического сегмента внутри сферического слоя с круглым отверстием // *Вестник ХНУ – Радиофизика и Электроника*. 2008. № 834. С. 120–126.
15. Исаев Ю.Н., Кулешова Е.О., Васильева О.В., Русол Д.А. Метод расчета распределения зарядов сплошных пластин и пластин с отверстием в форме круга и форме сферических сегментов при наличии внешнего электростатического поля // *Известия Томского политехнического университета*. 2008. Т. 312, № 4. С. 70–74. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=11481557>
16. Колмогорова С.С. Проектирование электроиндукционных датчиков и средств измерений электрических полей. Санкт-Петербург: ООО Реноме, 2022. 180 с.
17. Suo C., et al. Research on the Three-Dimensional Power Frequency Electric Field Measurement System // *Journal of Sensors*. 2021. Vol. 2021, iss. 6. P. 1–15. DOI: 10.1155/2021/8859022
18. Xiao D., et al. A Power-Frequency Electric Field Sensor for Portable Measurement // *Sensors (Basel)*. 2018. Vol. 18, no. 4. Id. 1053. DOI: 10.3390/s18041053
19. Колмогорова С.С. Уточненный расчет влияния разности диэлектрической проницаемости прикладных условий эксплуатации сенсоров // Информационные системы и технологии: теория и практика: сб. науч. тр. (Санкт-Петербург, 24 февр. 2021 г.). Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2021. С. 89–98. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45732591&selid=45732675&ysclid=md1ukf29nc456593889>

*Омский государственный технический университет,
г. Омск, Россия*

Контакты: *Бирюков Сергей Владимирович,*
sbiryukov154@mail.ru

Материал поступил в редакцию 08.07.2025

FUNDAMENTALS OF INTERACTION BETWEEN A UNIFORM FIELD AND A SINGLE-COMPONENT SPHERICAL ELECTRIC FIELD STRENGTH SENSOR WITH AN OPEN SYSTEM OF ELECTRODES

S. V. Biryukov

Omsk State Technical University, Omsk, Russia

The paper considers the fundamentals of theoretical provisions necessary for constructing electroinductive sensors of electric field strength. The sensitive elements of the gauge are spherical shells in the form of spherical segments located on the surface of a virtual sphere. The relevance of such developments is associated with ensuring labor protection and safety for the maintenance personnel of high-voltage power plants. The theoretical provisions are based on solving paired integral equations by numerical methods. Based on the results of numerical solutions, empirical expressions are established for electric charges, open-circuit voltage, and capacitance between sensitive electrodes depending on the angular dimensions of the spherical segments. A design solution for a sensor is proposed, which is based on two diametrically opposed conductive sensitive electrodes in the form of spherical segments located in a medium: the permittivities of the media outside and inside the spherical shells are, respectively, equal to ε_1 and ε_2 . It is established that the most acceptable output signal of such a sensor is the open-circuit voltage. The obtained results of the work allow for an estimated calculation of similar electric field strength sensors.

Keywords: electric field, field strength, spherical sensor, spherical shells, spherical segment, open electrode system, measuring circuit

REFERENCES

1. Pop E. et al. Măsurarea intensității câmpului electric alternativ. *Metrologia aplicată*, 1975, vol. 22, no. 2, pp. 73–81.
2. Dez J. [Calculation and measurement of electric field strength near high voltage devices]. Shkarin Yu.P., editor. *Perevody dokladov Mezhdunar. konf. po bol'shim ehlektricheskim sistemam (SIGREH-76): "Vliyanie ehlektroustanovok vysokogo napryazheniya na okru-zhayushchuyu sredu"* [Transl. Rep. Int. Conf. for large electrical systems (CIGRE-76): "Impact of high voltage electrical installations on the environment"], Moscow, Ehnergiya Publ., 1979, pp. 10–19. (In Russ.).
3. Mihayleanu S. [Measurement of the electric field near high-voltage equipment and assessment of its biological and physiological impact]. *Perevody dokladov Mezhdunar. konf. po bol'shim ehlektricheskim sistemam (SIGREH-76): "Vliyanie ehlektroustanovok vysokogo napryazheniya na okru-zhayushchuyu sredu"* [Transl. Rep. Int. Conf. for large electrical systems (CIGRE-76): "Impact of high voltage electrical installations on the environment"], Moscow, Ehnergiya Publ., 1979, pp. 33–41. (In Russ.).
4. Misakyan M. [Miniature electric field sensor]. *Pribory dlya nauchnykh issledovaniy* [The review of scientific instruments], 1978, no. 7, pp. 52–55. (In Russ.).
5. Feser W., Pfaff W. A potential free spherical sensor for the measurement of transient electric fields. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, 1984, vol. Pa s-103, no. 10, pp. 2904–2911. DOI: 10.1109/TPAS.1984.318292
6. Gatman S. [Double electric field meter with protection]. *Pribory dlya nauchnykh issledovaniy* [The review of scientific instruments], 1968, no. 1, pp. 45–49. (In Russ.).
7. Bassen H.I., Smith G. Electric field probes – a review. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1983, vol. AP-31, no. 5, pp. 710–718. DOI: 10.1109/TAP.1983.1143126
8. Biryukov S.V., Lozhnikov V.Ya. [Digital meter of electric field strength of industrial frequency]. *Pribory i tekhnika ehksperimenta* [Instruments and Experimental Techniques], 1981, no. 1, pp. 275–286. (In Russ.).
9. Mirolyubov N.N. *Metody rascheta ehlektrostaticheskikh polei* [Methods for calculating electrostatic fields]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1963. 415 p. (In Russ.).
10. Uflyand Ya.S. *Metod parnykh uravnenii v zadachakh matematicheskoi fiziki* [The method of paired equations in problems of mathematical physics]. Leningrad, Nauka Publ., 1977. 217 p. (In Russ.).
11. Tozoni O.V. *Metod vtorichnykh istochnikov v ehlektrotekhnike* [Method of secondary sources in electrical engineering]. Moscow, Ehnergiya Publ., 1975. 296 p. (In Russ.).
12. Iossel' Yu.Ya. *Raschet ehlektricheskoi emkosti* [Calculation of electrical capacitance]. Leningrad, Ehnergoizdat Publ., 1981. 288 p. (In Russ.).
13. Vinogradova E.M., Egorov N.V., Krinskaya K.A. [Calculation of the electrostatic field of a system of spherical segments]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics], 2008, vol. 78, no. 8, pp. 128–131. (In Russ.). URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/9490>

14. Razunenkov V.A. [Potential of a spherical segment inside a spherical layer with a round hole]. *Vestnik KHNU - Radiofizika i Ehlektronika* [Vestnik KhNU - Radiophysics and Electronics], 2008, no. 834, pp. 120–126. (In Russ.).
15. Isaev Yu.N., Kuleshova E.O., Vasilyeva O.V., Rusol D.A. [The calculation method of distribution of charges of continuous plates and plates with an aperture in the form of a circle and the form of spherical segments at presence of the external electrostatic field]. *Izvestiya Tomskogo politehnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University], 2008, vol. 312, no. 4, pp. 70–74. (In Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=11481557>
16. Kolmogorova S.S. *Proektirovanie ehlektroinduktsionnykh datchikov i sredstv izmerenii ehlektricheskikh polei* [Design of electroinductive sensors and electric field measuring instruments]. Saint Petersburg, OOO Renome Publ., 2022. 180 p. (In Russ.).
17. Suo C., et al. Research on the Three-Dimensional Power Frequency Electric Field Measurement System. *Journal of Sensors*, 2021, vol. 2021, no. 6, pp. 1–15. DOI: 10.1155/2021/8859022
18. Xiao D., et al. A Power-Frequency Electric Field Sensor for Portable Measurement. *Sensors (Basel)*, 2018, vol. 18, no. 4, Id. 1053. DOI: 10.3390/s18041053
19. Kolmogorova S.S. [Refined calculation of the influence of the difference in permittivity of applied operating conditions of sensors]. *Sb. nauch. tr.: "Informatsionnye sistemy i tekhnologii: teoriya i praktika" (Sankt-Peterburg, 24 fevr. 2021 g.)* [Proc. Sci.: "Information systems and technologies: theory and practice" (Saint Petersburg, 24.02.2021)], Saint Petersburg, SPbGLTU Publ., 2021, pp. 89–98. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45732591&selid=45732675&ysclid=md1ukf29nc456593889> (In Russ.).

Contacts: Biryukov Sergey Vladimirovich,
sbiryukov154@mail.ru

Article received by the editorial office on 08.07.2025

INTRODUCTION

Based on the analysis of technical literature [1–4], it has been established that the known electric field (EF) strength sensors used to monitor and measure the strength of low-frequency EFs of high-voltage equipment are electroinductive sensors based on electrostatic induction.

These sensors are based on conductive bodies of various geometric shapes, the simplest of which are a cube, cylinder, and sphere. These conductive bodies simultaneously serve as both a sensor and a sensitive electrode, since their surface perceives an electric charge proportional to the EF strength. To remove electric charges from the conductive surfaces of the sensor bodies, additional conductive electrodes located near the surface of the bodies are used. In order for the electrodes to be part of the surface of the conductive bodies of the sensors, they are placed at a small distance from the surface of the bodies, and measuring circuits with an input impedance close to zero are used. Such sensors are called sensors with a closed electrode system [5–8].

This paper considers the theoretical foundations for constructing sensors with an open electrode system. Sensors are thin shells in the form of hollow spherical segments, and their interaction with a homogeneous EF.

PROBLEM STATEMENT

To create a theoretical foundation for constructing EF strength sensors with an open system of spherical electrodes, it is necessary to solve a number of problems:

- 1) analyze and generalize the known methods for calculating the interaction of two conducting spherical shells with a homogeneous EF;
- 2) establish analytically or numerically the dependence of the electric charges induced on the surface of spherical shells on their geometric dimensions;
- 3) establish analytically or numerically the dependence of the potential difference between spherical shells on their geometric dimensions;
- 4) establish analytically or numerically the dependence of the electric capacity between the spherical shells on their geometric dimensions;
- 5) based on the obtained results, propose a design solution for a single-component spherical field strength sensor with an open electrode system;
- 6) analyze possible output signals of the sensor and select the most acceptable one for a sensor with an open electrode system;
- 7) create a mathematical model and conduct mathematical modeling, based on the results of which

- obtain empirical formulas relating the electric charge, open-circuit voltage, and capacitance between the sensor electrodes with their angular dimensions,
- justify the choice of optimal sensor electrode sizes.

THEORY

The theory of an EF strength spherical sensor gauge with an open electrode system is based on fundamental papers [9–12] and articles [13–15].

The electrode system of the sensor consists of two thin conducting spherical shells S_1 and S_2 in the form of spherical segments that are part of a sphere of radius R . The permittivities of the media outside and inside the spherical shells are, respectively, equal to ε_1 and ε_2 . Further, the spherical shells in the form of spherical segments will be called electrodes or sensitive electrodes (SE). The spherical electrodes are located coaxially on diametrically opposite sides of a conventional sphere, and their dimensions are specified by angular dimensions θ_{01} and θ_{02} , measured from one axis of the sensor (Fig. 1).

Fig. 1. System of spherical electrodes for research in an electric field

When considering the behavior of such a system of conductive SE in the EF, it is necessary to take into account the following conditions:

- *the first condition* proceeds from the fact that all points on the surface of the conductive electrodes must have equal potentials: hence, it follows

$$\Delta\varphi = 0; \quad (1)$$

- *the second condition* specifies the potentials of the surfaces of the electrodes

$$\varphi|_{S_1} = \varphi_{01} \text{ and } \varphi|_{S_2} = \varphi_{02}; \quad (2)$$

- *the third condition* states that when passing the dielectric-conductor and conductor-dielectric boundaries, the electric displacement vector must not change

$$D_{r1} = \varepsilon_1 E_{r1} = \varepsilon_1 \frac{\partial \varphi}{\partial r}|_{r=R} = \sigma(S_1); \quad (3)$$

$$D_{r2} = \varepsilon_2 E_{r2} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi}{\partial r}|_{r=R} = \sigma(S_2), \quad (4)$$

where E_{r1} and E_{r2} are the normal components of the EP strength vector on the surface of the SE S_1 and S_2 ; $\sigma(S_1)$ and $\sigma(S_2)$ are the surface charge densities on the electrodes S_1 and S_2 .

Taking this into account, when placing a system of conducting SEs in a homogeneous EF, electric charges are induced on their surface and determined by the expression [9]

$$q = \int_S \sigma(S) dS, \quad (5)$$

where $\sigma(S)$ is the surface charge density, determined for spherical shells from the expression [10]

$$\begin{cases} \sigma(S_1) = \frac{2\varepsilon_1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) A_n P_n(\cos \theta), \\ \sigma(S_2) = \frac{2\varepsilon_1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) B_n P_n(\cos \theta). \end{cases} \quad (6)$$

Here, $A_n = \int_0^{\theta_{01}} f_1(\theta) \cos \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \theta \right] d\theta$ and $B_n = \int_{\theta_{02}}^{\pi} f_2(\theta) \sin \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \theta \right] d\theta$ are coefficients determined through the functions $f_1(\theta)$ and $f_2(\theta)$;

$P_n(\cos \theta)$ are Legendre polynomials; n is the ordinal number of the Legendre polynomials, taking values from 0 to ∞ ; $dS = R^2 \sin \theta d\theta$ is the surface element of the SE.

After substituting (6) into (5) and making transformations, we obtain expressions for the charges on the first and second electrodes [8]:

$$q_1(\theta_0) = 4\pi\varepsilon_0 R \int_0^{\theta_{01}} f_1(\theta) \cos \frac{\theta}{2} d\theta, \quad (7)$$

$$q_2(\theta_0) = 4\pi\varepsilon R \int_{\theta_{02}}^{\pi} f_2(\theta) \sin \frac{\theta}{2} d\theta, \quad (8)$$

where $f_1(\theta)$ and $f_2(\theta)$ are functions proportional to the surface charge density on the SE in the form of spherical segments [10], obtained by solving a system of paired integral equations:

$$\begin{cases} f_1(\theta_0) + \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_{02}}^{\pi} f_2(\theta) \left[\operatorname{cosec} \left(\frac{\theta + \theta_0}{2} \right) + \operatorname{cosec} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \right] dt \right\} = -\frac{2}{\pi} \varphi_{01} \cdot \left(\frac{2 + \varepsilon^*}{1 + 2\varepsilon^*} \right) \cdot \cos \frac{3}{2} \theta_0, \\ f_2(\theta_0) + \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\theta_{01}} f_1(\theta) \left[\operatorname{cosec} \left(\frac{\theta + \theta_0}{2} \right) - \operatorname{cosec} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \right] dt \right\} = -\frac{2}{\pi} \varphi_{02} \cdot \left(\frac{2 + \varepsilon^*}{1 + 2\varepsilon^*} \right) \cdot \sin \frac{3}{2} \theta_0, \end{cases} \quad (9)$$

where φ_{01} and φ_{02} are the potentials of the conducting SE S_1 and S_2 ; $\varepsilon^* = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$ is the ratio of the permittivities of the media outside and inside the SE of the sensor.

The electric charges defined by expressions (7) and (8) are proportional to the permittivity ε_1 of the medium surrounding the SE, the surface area of the SE and the EF strength E_0 [16–18]

$$q(t) = k\varepsilon_1 S \cdot E_0(t). \quad (10)$$

The potential difference φ_{01} and φ_{02} of the conducting SE determines the open-circuit voltage

$$U_{xx}(t) = \varphi_{01}(t) - \varphi_{02}(t), \quad (11)$$

which also is proportional to the EF strength $E_0(t)$

$$U_{xx}(t) = \frac{q}{C} = \frac{k\varepsilon_1 S}{C} \cdot E_0(t), \quad (12)$$

where C is the electric capacitance formed by SEs 1 and 2.

The electric capacitance can be determined from expression [12]

$$C = 4\pi\varepsilon_1 R \left[1 - 2 \int_0^{\theta_{01}} f(\theta) \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right], \quad (13)$$

where the function $f(\theta)$ is determined by solving the system of integral equations (9) [19].

In accordance with the theoretical foundations formed in relation to the EF strength sensor, its equivalent electrical equivalent circuit is constructed, Fig. 2.

Fig. 2. Sensor equivalent circuits.
a —circuit design, b — equivalent electrical circuit

In Figure 2 $C = C_{\text{д}}$ is the virtual electric capacitance formed by the SEs S_1 and S_2 and determined from expression (13); $C_1 = C_2 = 2C$ are the virtual electric capacitances between the corresponding SEs of the sensor and its floating midpoint. The electric capacitances C , C_1 and C_2 are related by the relation expressions (5)–(13) form the basis of the mathematical model of a single-component spherical field strength sensor with an open SE system.

SPHERICAL SENSOR WITH AN OPEN SYSTEM OF SENSING ELECTRODES

In this paper, a spherical sensor with an SE open-loop system is considered using the example of a single-component sensor. Sensors of this type are considered in works [1–4] without theoretical justification. One of the possible design solutions for constructing such a sensor is schematically shown in Fig. 3.

Fig. 3. Single-component spherical sensor with an open system of sensitive electrodes.

The sensor consists of two identical mirror-image conductive SE 1 and 2, which are spherical shells made in the form of spherical segments with radius R and an angular size of θ_0 . The SEs of the sensor are made of conductive materials with high electrical conductivity. They are located coaxially on one coordinate axis on the surface of the dielectric base 3, which has the shape of a sphere, radius r , less than R by the value δ , corresponding to the thickness of the wall of the dielectric base of the sensor. SE can be glued or applied by spraying onto the dielectric base. The wall thickness of the dielectric base is performed according to the condition $\delta \ll R$. For the dielectric permittivity of the sensor base dielectric, the condition $\varepsilon_2 \geq \varepsilon_1$ must be satisfied, where ε_1 is the dielectric permittivity of the medium in which the sensor will be used. Contacts 4 and 5 are brought out from SE 1 and 2 along the coordinate axis to connect the sensor to the measuring circuit.

MEASURING CIRCUIT OF THE GAUGE WITH AN OPEN-LOOP SYSTEM OF SENSING ELECTRODES

For a sensor with an SE open system, two possible types of output electrical signals can be considered.

– Electric charge induced by the EP on each SE of the sensor. According to expression (10), it can be written for each electrode as

$$\begin{cases} q_1(t) = k\varepsilon_1 S_1 \cdot E_0(t), \\ q_2(t) = k\varepsilon_1 S_2 \cdot E_0(t), \end{cases} \quad (14)$$

where k is the proportionality coefficient depending on the shape and size of the SE, it is determined by

the expression $k = \frac{3}{2} \text{ctg} \frac{\theta_0}{2}$ (its derivation is below);

ε_1 is the permittivity of the medium; S_1 and S_2 are the surface areas of the sensor SE (in the case under consideration for spherical segments $S_1 = S_2 = S = 4\pi R^2 \sin^2(\theta_0/2)$); $E_0(t)$ is the EF strength in the absence of a SE in the field.

– The potential difference ($\varphi_1 - \varphi_2$) between SE 1 and 2 of the sensor is equal to the open-circuit voltage, and, according to expression (12), it can be written

$$U_{\text{xx}}(t) = \frac{q(t)}{C_{\text{д}}} = \frac{k\varepsilon_1 S}{C_{\text{д}}} \cdot E_0(t), \quad (15)$$

where $C_{\text{д}} = C$ is the sensor capacitance determined by the system of SE 1 and 2 (see Fig. 2).

Depending on the type of output signals, the input measuring circuits of the sensor also differ. For example, it is necessary to integrate the short-circuit current to remove the electric charge from the surface of the SE,

$$q(t) = \int i_{\text{кз}}(t) dt, \quad (16)$$

where the short-circuit current is determined by the expression

$$i_{\text{кз}}(t) = \frac{dq(t)}{dt} = k\varepsilon_1 S \cdot \frac{dE_0(t)}{dt}. \quad (17)$$

From expression (17) it follows that the current $i_{\text{кз}}(t)$ is proportional not to the EF voltage $E_0(t)$, but to the rate of its change $dE_0(t)/dt$. If we take into account that the EF voltage changes according to a sinusoidal law, then the rate of its change changes according to the cosine law: therefore, the short-circuit current can also be an informative signal of the sensor.

The difference between removing the short-circuit current $i_{\text{кз}}(t)$ and removing the open-circuit voltage $U_{\text{xx}}(t)$ consists in ensuring the required input impedance of the measuring circuit. Thus, when removing the short-circuit current $i_{\text{кз}}(t)$ from the sensor gauge SE, a measuring circuit with an input impedance, ideally equal to zero, is required. But to remove the open-circuit voltage $U_{\text{xx}}(t)$ from the sensor, an input measuring circuit with a high input impedance, ideally equal to ∞ is required. A high input impedance does

not load the sensor and ensures that the voltage equal to the voltage $U_{xx}(t)$ is removed from it. Analysis of the detected output signals of the sensor with an open SE system shows the unacceptability of using a current signal in the form of a short-circuit current $i_{\text{кз}}(t)$ as the output signal of the sensor. This is due to the fact that a low input impedance of the measuring circuit will short-circuit the spaced-apart SEs under different potentials. Therefore, such use of the measuring circuit will lead to distortion of the EP. In connection with this, the only output signal of the sensor with an open system of the sensitive element remains the open-circuit voltage $U_{xx}(t)$. However, its use is not without drawbacks, one of which, as follows from expression (15), is the dependence of $U_{xx}(t)$ on the capacitance $C_{\text{д}}$. Due to the openness of the electrode system, many external factors will influence $C_{\text{д}}$. Taking into account the above, we can come to the conclusion about the need to calibrate each sensor.

One of the possible measuring circuits for removing the voltage $U_{xx}(t)$ is shown in simplified form in Fig. 4.

Fig. 4. Input measuring circuit of the sensor.

The input measuring circuit is based on a differential amplifier with a common wire not connected to the floating potential of the midpoint of the sensor. The differential inputs of the measuring circuit are implemented with a high input impedance of about 100 kΩ. At the output of the measuring circuit, a voltage $U_{\text{вых}}(t)$ is generated, proportional to $U_{xx}(t)$, and therefore, to the EF strength $E_0(t)$. By measuring the voltage at the output of the measuring circuit, for example, with a digital voltmeter, it is possible to determine the strength of the initial field.

MATHEMATICAL MODELING AND ITS RESULTS

The obtained theoretical provisions, described in the brief theory, formed the basis for compiling a mathematical model of the sensor, consisting of two independent spherical shells in the form of spherical segments. The mathematical model is based on expressions (7)–(17) and the following normalizations:

– for electric charge

$$q' = \frac{q}{\pi \varepsilon_1 R^2 E_0}; \quad (18)$$

– for open-circuit voltages

$$U'_{xx} = \frac{U_{xx}}{E_0 R}, \quad U'_{xx1} = U'_{xx2} = \frac{U_{xx}}{2 E_0 R}; \quad (19)$$

– for electric capacitance

$$C' = \frac{C}{\pi \varepsilon_1 R}. \quad (20)$$

The mathematical model allows solving the system of integral equations (9) by transforming them into a system of algebraic equations and, based on the results of its solution, finding the electric charges (7), (8) induced on the surface of the electrodes, the open-circuit voltage (11) and the capacitance of the electrodes (13). The mathematical model was compiled taking into account that the sensor is in a homogeneous EF.

The mathematical model made it possible to combine:

- parameters of interaction between the sensor and the EF, which include electric charges $q(t)$, voltage $U_{xx}(t)$ and capacitances C , C_1 and C_2 ;
- design parameters of the sensor, which include the radius R of the SEs and their angular dimensions θ_0 ;
- parameters of the environment surrounding the sensor SE, which include dielectric permittivities ε_1 and ε_2 on the outer and inner sides of the spherical segments.

As a result of mathematical modeling, numerical values of the main electrical parameters of the sensor with an SE open-loop system were obtained and presented in Tab. The obtained calculation data are used as a basis for plotting the graphs of the $q'(\theta_0)$, $C'(\theta_0)$ and $U'_{xx}(\theta_0)$ dependencies and their further analysis.

Tab. Calculated values of structural and electrical parameters of the sensor

Analyzing the numerical values presented in the Tab., it can be established that the graph plotted using the normalized values of the electric charge $q'(\theta_0)$ is in good agreement with the empirical expression obtained experimentally

$$q'(\theta_0) = 3 \sin \theta_0. \quad (21)$$

Then, taking into account the normalization (19), the electric charge induced on the sensor electrodes can be described by the empirical expression

$$q(\theta_0) = q' \cdot \pi \varepsilon_1 R^2 E_0 = 3 \pi \varepsilon_1 R^2 \sin \theta_0 \cdot E_0. \quad (22)$$

According to expression (15), the charge is proportional to the surface area of the electrodes S , the dielectric permittivity of the medium ε_1 and the EP strength E_0 . Taking this into account, we can write

$$k\varepsilon_1 S \cdot E_0 = 3\pi\varepsilon_1 R^2 \sin \theta_0 \cdot E_0.$$

Then, taking into account the electrode area $S = 4\pi R^2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2}$, we define the proportionality coefficient as

$$k = \frac{3}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2}. \quad (23)$$

Previously, the expression for this coefficient was not known.

Analysis of the graph $U'_{xx}(\theta_0)$, constructed using the numerical values of the table, shows its good agreement with the empirical expression consisting of two terms

$$U'_{xx}(\theta_0) = (3 \cos \theta_0 + 1)/2. \quad (24)$$

Taking into account the normalization (19), we can write

$$U_{xx}(\theta_0) = \frac{1}{2} (3 \cos \theta_0 + 1) R \cdot E_0. \quad (25)$$

We can assume that the first term determines the potential of the sensor electrode in the EF, and the second one determines the potential of a space point coinciding with the top of the electrode in the absence of a field relative to the center of the sensor.

Knowing the expressions for the charge $q'(\theta_0)$ and $U'_{xx}(\theta_0)$, it is easy to establish the empirical dependence of the capacitance $C'(\theta_0)$ of the sensor electrodes in the form of spherical segments on their angular size θ_0 :

$$C'(\theta_0) = \frac{6 \sin \theta_0}{3 \cos \theta_0 + 1}. \quad (26)$$

Taking into account (20) and (24), the capacitance C is determined as

$$C(\theta_0) = 6\pi\varepsilon_1 R \cdot \frac{\sin \theta_0}{3 \cos \theta_0 + 1}. \quad (27)$$

The graph of dependence of the change in capacitance $C'(\theta_0)$ on the angular size of the sensor electrodes, plotted using the table points, agrees well with expression (26). For comparison, graphs of $q'(\theta_0)$, $C'(\theta_0)$ and $U'_{xx}(\theta_0)$ were constructed using the obtained empirical expressions (21), (24) and (26), and tabular calculation points were placed on them (Fig. 5).

Fig. 5. Graphs of the dependences of charge $q'(\theta_0)$, capacity $C'(\theta_0)$ and open-circuit voltage $U'_{xx}(\theta_0)$ on the angular size θ_0 of the sensor electrodes, constructed using empirical expressions (21), (24), (26), and calculated tabular points.

From the graphs of Fig. 5, it can be assumed that the optimal angular sizes of the sensitive electrodes of the sensor gauge should lie in the range of $30^\circ \leq \theta_0 \leq 60^\circ$. This is explained by the fact that with an increase in the angular size θ_0 of the sensitive elements, the open-circuit voltage, which is the output signal of the sensor, decreases.

Thus, mathematical modeling of the EF field strength sensor with an open-loop SE system in a uniform field made it possible to establish the nature of the change in the main electrical parameters of the sensor $q(\theta_0)$, $C(\theta_0)$ and $U_{xx}(\theta_0)$ depending on the angular size θ_0 of its SE and to obtain empirical expressions for these dependencies.

SUMMARY AND CONCLUSION

The results of the study allow us to draw the following conclusions.

1. Theoretical provisions for the interaction of two open diametrically opposed spherical shells in the form of spherical segments with a uniform EF have been developed.

2. Theoretical provisions made it possible to propose one of the possible designs of a single-component spherical field strength sensor with an open-loop electrode system and to establish the relationship between its electrical and design parameters.

3. Possible types of output signals of the sensor, which include electric charge $q(t)$, open-circuit voltage $U_{xx}(t)$ and short-circuit current i_{k3} were established

3. An analysis of possible types of output signals of the sensor was carried out. The analysis showed the unsuitability of using electric charge and short-circuit current as output signals of the sensor. for their removal This requires the use of a measuring circuit with a close-to-zero input impedance, leading to a short circuit of the electrodes with each other and, as a consequence, to field distortion.

4. The only possible output signal of a sensor with an open electrode system is the open-circuit voltage $U_{xx}(t)$. Using the open circuit voltage as an output signal requires the use of a measuring circuit with a high input impedance.

5. One of the possible options for constructing a measuring circuit based on an operational amplifier with a high input impedance is proposed.

6. Mathematical modeling of a single-component spherical strength sensor gauge with an open system of electrodes in a homogeneous EF is carried out. The result of the modeling is graphs of the dependence of the electrical parameters of the sensor $q(\theta_0)$, $C(\theta_0)$ and $U_{xx}(\theta_0)$ on the angular size θ_0 of its electrodes.

7. For the first time, empirical expressions were obtained for the electrical parameters of a sensor with an open electrode system

- for the electric charge (see expression (22);
- for the open-circuit voltage (see expression (25);
- for the electrical capacitance between the electrodes (see expression (27)).

8. The obtained empirical expressions can be used as a basis for the evaluation calculation of sensors with an open electrode system.

In conclusion, it should be said that new knowledge has been obtained on the development of EP voltage sensors with an open system of electrodes in the form of spherical segments.