

УДК 537.21,517.958

© А. С. Бердников, С. В. Масюкевич, Т. В. Помозов, К. В. Соловьев, 2025

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РАДИОЧАСТОТНЫХ ТРАНСПОРТИРУЮЩИХ КАНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ АНАЛИТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

В статье исследуются качественные свойства цилиндрических радиочастотных каналов, применяемых для транспортировки ионов. В качестве рабочего инструмента используются аналитические выражения для электрических полей, полученные ранее, и теория псевдопотенциала движения заряженных частиц в высокочастотных электрических полях. Рассматриваются разные режимы работы радиочастотных транспортирующих каналов: со сдвигом фазы π для напряжений между соседними электродами, со сдвигом фазы $\pi/2$ для напряжений между соседними электродами, со 100% синусоидальной амплитудной модуляцией высокочастотных синусоидальных напряжений, приложенных к электродам (обеспечивают транспортирующий эффект А-волны). Также исследуется влияние старших нелинейных пространственных гармоник электрического поля на изоляцию, транспортировку и фокусировку заряженных частиц (ионов).

Ключевые слова: аналитические решения уравнения Лапласа, высокочастотные электрические поля, электронно-оптические системы с периодическими электродами, ионопроводы

ВВЕДЕНИЕ

Эта статья является прямым продолжением работы [1], в которой исследовались аналитические выражения для электрических потенциалов цилиндрических радиочастотных каналов для транспортировки заряженных частиц (ионов). В данной публикации с помощью псевдопотенциальной модели движения заряженных частиц в высокочастотных электрических полях и аналитических выражений для электрических полей, полученных в предыдущей статье, исследуются особенности функционирования цилиндрических радиочастотных транспортирующих каналов. Рассматриваются двухфазная схема электрических напряжений на электродах, четырехфазная схема электрических напряжений на электродах, а также амплитудно-модулированные напряжения, обеспечивающие синхронную транспортировку заряженных частиц при помощи высокочастотного электрического поля типа А-волны. Исследование функционирования радиочастотных транспортирующих каналов с некруговыми и с мультипольно-сегментированными диафрагмами, рассмотренными в [1], осуществляется аналогичным образом и приводит к качественно идентичным результатам. При необходимости исследовать радиочастотные транспортирующие каналы нецилиндрической формы можно использовать аналитические выражения для электрических потенциалов из публикаций [2–4], однако анализ соответствующих моделей выходит за рамки данной статьи.

ПСЕВДОПЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ИОНОВ В НЕЙТРАЛЬНОМ ГАЗЕ

Для качественного описания движения заряженных частиц в высокочастотных электрических полях полезно использовать псевдопотенциальную модель движения [5–25]. В соответствии с этой моделью движение заряженных частиц распадается на сумму "медленного" движения в некотором эффективном квазистационарном силовом поле и на высокочастотные осцилляции с малой амплитудой. При этом при движении заряженных частиц в среде нейтрального газа наблюдаются дополнительные эффекты, отсутствующие при движении в вакууме [2, 8, 19].

Рассмотрим движение ионов в высокочастотном электрическом поле, высокочастотный электрический потенциал которого имеет вид [19, 20]

$$U_{rf}(x, y, z, t) = U^{(0)}(x, y, z) p_0(t) + \sum_k \left[\left(p_k(t) \cos(\omega_k t) U^{(k)}(x, y, z) + q_k(t) \sin(\omega_k t) V^{(k)}(x, y, z) \right) \right], \quad (1)$$

где $p_k(t)$ и $q_k(t)$ — "медленные" функции времени, а ω_k — "быстрые" круговые частоты высокочастотных напряжений, прикладываемых к электродам. Предполагается, что $\forall k: \omega_k \sim \omega$ (все частоты "быстрые"), $\forall k, j: |\omega_k - \omega_j| \sim \omega$ ("быстрые" частоты далеко отстоят друг от друга) и $\omega T \gg 1$, где ω —

характерный масштаб "быстрых" частот, T — характерный масштаб времени для "медленного" движения ионов.

Выражение (1) является наиболее общим представлением для высокочастотных сигналов сложной формы и со сложным спектром, характеризующихся двумя различными масштабами времени и позволяющих применить псевдопотенциальную модель движения ионов. В [23] показано, что любое квазистатическое высокочастотное электрическое поле, у которого временной спектр распадается на узкие и далеко отстоящие друг от друга островки, можно привести к виду (1). Представление высокочастотного электрического поля в каноническом виде (1) является важным для получения корректной теории псевдопотенциала: например, при использовании формально эквивалентных математических выражений и эвристической техники усреднения уравнений движения можно легко получить вместо медленно меняющегося псевдопотенциала [7, р. 170], [17, 19–21] математически красивые, но физически неверные формулы [16, 17, 20, 25].

В соответствии с [26–29] эффект столкновений ионов с молекулами нейтрального газа можно заменить на эффективное вязкое трение по закону Стокса. Сила вязкого трения, пропорциональная скорости иона относительно неподвижного газа и по направлению противоположная к скорости иона, заменяет собой результат усредненных столкновений ионов с молекулами нейтрального газа при "протаскивании" ионов сквозь газ [26–

29]. Вместо коэффициента Стокса (представляющего собой, вообще говоря, теоретическую абстракцию и не имеющего прямого физического смысла), удобно использовать коэффициент подвижности ионов в нейтральном газе, который определяет связь между напряженностью постоянного электрического поля в рассматриваемой области пространства и установившейся скоростью равномерного движения ионов [26]. Коэффициент Стокса γ связан с подвижностью K соотношением $\gamma = e / K$, где e — это заряд иона.

В линейном приближении коэффициент Стокса не зависит от скорости ионов относительно неподвижного газа и определяется локальной температурой газа, локальным давлением газа и сечением столкновения ионов с молекулами нейтрального газа. Предполагается, что $\gamma = \gamma(x, y, z, t)$ — это функция, медленно меняющаяся во времени и пространстве. В большинстве случаев вариант $\gamma = \text{const}$ является вполне приемлемым для использования в разумной модели качественного движения ионов в нейтральном газе.

После аккуратной процедуры усреднения результирующих уравнений движения по времени в соответствии со схемой, использованной в [9, с. 119–123], [10–22], "медленное" движение ионов с массой m и зарядом e сводится к движению в псевдопотенциальном электрическом поле с "демпфированным" электрическим псевдопотенциалом $\bar{U}(x, y, z, t)$. Этот псевдопотенциал задается формулой [6–8, 19]:

$$\bar{U}(x, y, z, t) = \sum_k \frac{e}{4m(\Omega^2 + \omega_k^2)} \left(p_k^2(t) \left[(U_x^{(k)})^2 + (U_y^{(k)})^2 + (U_z^{(k)})^2 \right] + q_k^2(t) \left[(V_x^{(k)})^2 + (V_y^{(k)})^2 + (V_z^{(k)})^2 \right] \right), \quad (2)$$

где для функций $U^{(k)}(x, y, z)$ и $V^{(k)}(x, y, z)$ нижние индексы x, y, z обозначают частные производные по соответствующим координатам, $\Omega = m / \gamma$ — параметр, имеющий смысл эффективной частоты столкновений ионов с молекулами нейтрального газа, γ — коэффициент Стокса для эффективной силы вязкого трения.

При отсутствии нейтрального газа $\Omega \equiv 0$ и демпфированный псевдопотенциал (2) переходит в обычный псевдопотенциал [5–25]. С физической точки зрения псевдоэлектрическое поле, которое описывается градиентом электрического псевдопотенциала (2), обусловлено инерциальностью движения ионов и наличием пространственного градиента амплитуды высокочастотного электрического поля. Никаких других псевдосил в правой части усредненных уравнений движения при движении ионов в вакууме не наблюдается.

Однако при наличии нейтрального газа и ненулевом пространственном градиенте фазы высоко-

частотного электрического поля в правой части усредненных уравнений движения добавляется непотенциальное псевдоэлектрическое поле (далее — псевдополе либо псевдосила) с компонентами $(\bar{E}_x, \bar{E}_y, \bar{E}_z)$, обусловленное пространственным градиентом фазы высокочастотного электрического поля:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x(x, y, z, t) = & \sum_k \frac{e(\Omega/\omega_k)}{2m(\Omega^2 + \omega_k^2)} p_k(t) q_k(t) \times \\ & \times \left(U_x^{(k)} V_{xx}^{(k)} - U_{xx}^{(k)} V_x^{(k)} + U_y^{(k)} V_{xy}^{(k)} - \right. \\ & \left. - U_{xy}^{(k)} V_y^{(k)} + U_z^{(k)} V_{xz}^{(k)} - U_{xz}^{(k)} V_z^{(k)} \right), \quad (3) \end{aligned}$$

$$\bar{E}_Y(x, y, z, t) = \sum_k \frac{e(\Omega/\omega_k)}{2m(\Omega^2 + \omega_k^2)} p_k(t) q_k(t) \times \\ \times (U_x^{(k)} V_{xy}^{(k)} - U_{xy}^{(k)} V_x^{(k)} + U_y^{(k)} V_{yy}^{(k)} - \\ - U_{yy}^{(k)} V_y^{(k)} + U_z^{(k)} V_{yz}^{(k)} - U_{yz}^{(k)} V_z^{(k)}), \quad (4)$$

$$\bar{E}_Z(x, y, z, t) = \sum_k \frac{e(\Omega/\omega_k)}{2m(\Omega^2 + \omega_k^2)} p_k(t) q_k(t) \times \\ \times (U_x^{(k)} V_{xz}^{(k)} - U_{xz}^{(k)} V_x^{(k)} + U_y^{(k)} V_{yz}^{(k)} - \\ - U_{yz}^{(k)} V_y^{(k)} + U_z^{(k)} V_{zz}^{(k)} - U_{zz}^{(k)} V_z^{(k)}). \quad (5)$$

В отличие от псевдоэлектрического поля, соответствующего градиенту (точнее, антиградиенту) псевдопотенциала (2), не существует такой скалярной функции, градиентом которой может быть векторное поле $(\bar{E}_X, \bar{E}_Y, \bar{E}_Z)$.

Также в уравнениях "медленного" движения присутствует эффективная (усредненная) сила вязкости с компонентами $(\bar{F}_X, \bar{F}_Y, \bar{F}_Z)$:

$$\bar{F}_X(x, y, z, t) = -\gamma(x, y, z, t)(\dot{x}(t) - u_X(x, y, z, t)), \\ \bar{F}_Y(x, y, z, t) = -\gamma(x, y, z, t)(\dot{y}(t) - u_Y(x, y, z, t)), \quad (6) \\ \bar{F}_Z(x, y, z, t) = -\gamma(x, y, z, t)(\dot{z}(t) - u_Z(x, y, z, t)),$$

где (u_X, u_Y, u_Z) — медленно меняющаяся во времени и пространстве скорость потока газа в окрестности рассматриваемой точки,

$(\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))$ — усредненная скорость движения иона в данный момент времени.

При наличии в формуле (1) ненулевого медленно меняющегося электрического потенциала $U_0(x, y, z, t) = U^{(0)}(x, y, z) p_0(t)$ соответствующее электрическое поле также включается в правую часть уравнений "медленного" движения.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРАНСПОРТИРУЮЩИХ КАНАЛОВ

Предполагается, что для высокочастотного электрического поля справедлива квазистатическая модель электрического поля: в рассматриваемом ограниченном объеме высокочастотный электрический потенциал можно представить как произведение функции, которая описывает синхронное изменение во времени напряжений на электродах, и трехмерного электростатического потенциала, который соответствует постоянным электрическим напряжениям на электродах. Квазистатическая модель применима, если характерное время изменения электрических напряжений на электродах много больше характерного времени распространения электрического возмущения в пределах устройства (т.е. длины устройства, деленной на скорость света).

Типичная конфигурация круговых диафрагм, которые используются в качестве электродов при создании цилиндрических транспортирующих каналов, показана на рис. 1.

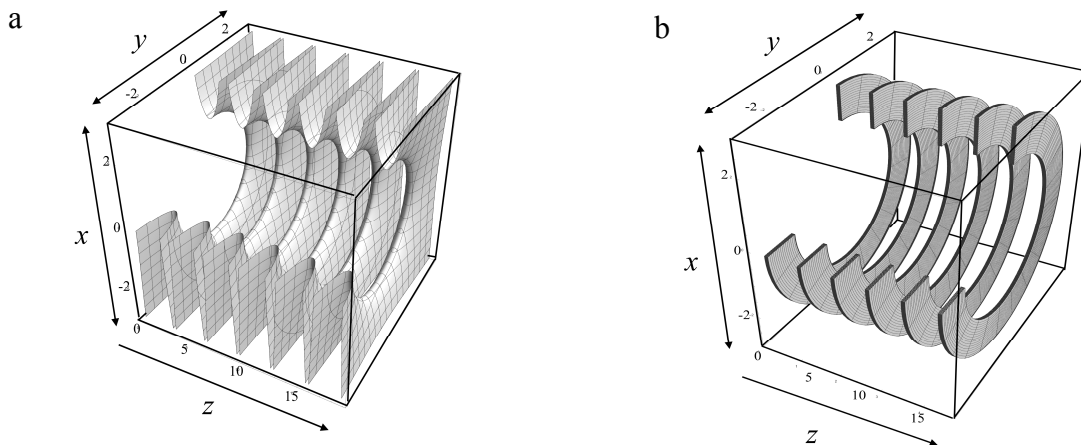


Рис. 1. Цилиндрический канал, состоящий из круговых диафрагм.
а — криволинейные электроды, соответствующие аналитическому электрическому потенциалу (7), (8);
б — упрощенная система, состоящая из плоских круговых диафрагм конечной толщины.
Разрез показывает внутреннюю структуру электродов

Такие цилиндрические радиочастотные ловушки были предложены и успешно использовались для изоляции исследуемых ионов в [30–33]. См. также [5], [7, р. 165, 166].

Главная компонента электрического поля транспортирующих каналов, состоящих из тонких круговых диафрагм радиуса R , расположенных вдоль оси OZ с постоянным шагом L , к которым прикладываются электрические напряжения $\pm U_R$ с чередующимися знаками, с хорошей точностью описывается формулами Герлиха [5], [7, р. 165, 166]:

$$U_C(z, r) = \frac{U_R}{I_0(\lambda R)} \cos(\lambda z) I_0(\lambda r), \quad (7)$$

$$U_S(z, r) = \frac{U_R}{I_0(\lambda R)} \sin(\lambda z) I_0(\lambda r), \quad (8)$$

где U_C — косинусоидальная форма, U_S — синусоидальная форма, z, r — аксиальная и радиальная координаты ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$); U_R — статические электрические напряжения, приложенные к диафрагмам; I_0 — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка [34–36]; λ — параметр геометрического масштаба. Параметр $\lambda = \pi / L$, если ко всем диафрагмам прикладываются одинаковые электрические напряжения $\pm U_R$ с чередующимися знаками, и $\lambda = \pi / (2L)$, если диафрагмы разбиты на четные и нечетные, причем к одним диафрагмам прикладываются электрические напряжения $\pm U_R$, а для промежуточных (вспомогательных) диафрагм электрические напряжения равны нулю.

На оси симметрии $r = 0$ потенциал (7) ведет себя как $U_0 \cos(\lambda z)$, а потенциал (8) — как $U_0 \sin(\lambda z)$, где $U_0 = U_R / I_0(\lambda R)$ — амплитуда пространственных колебаний электростатического потенциала на оси системы. Чтобы создавать требуемые трехмерные электрические поля с электрическими потенциалами (7) либо (8), круговые диафрагмы с электрическими напряжениями $\pm U_R$ размещаются вдоль оси в точках локальных максимумов и минимумов осевого распределения электрического потенциала, а вспомогательные диафрагмы с нулевыми напряжениями (если они требуются) размещаются в точках, в которых осевое распределение обращается в ноль.

Расширенная система круговых диафрагм, снабженная диафрагмами с нулевыми напряжениями, оказывается одной и той же как для электрического потенциала (7), так и для электрического потенциала (8). Отличие состоит в том, какие именно электрические напряжения надлежит прикладывать к диафрагмам. Более того, в силу линейности уравнения Лапласа для линейной су-

перпозиции электрических напряжений, по отдельности приложенных к четным и нечетным диафрагмам, будет создаваться электрическое поле с потенциалом, представляющим собой линейную суперпозицию потенциалов (7), (8) с нужными весовыми коэффициентами. Аналитические электростатические потенциалы (7), (8) оказываются полезным инструментом для конструирования аналитических моделей высокочастотного электрического поля при сложных конфигурациях радиочастотных напряжений на электродах, включая импульсные напряжения и напряжения со сложным спектром.

Наряду с основными компонентами (7), (8) в электрическом поле реальных цилиндрических каналов присутствуют также паразитные старшие пространственные гармоники электрического поля. Эти гармоники обусловлены отклонением реальной формы диафрагм от идеального криволинейного профиля, соответствующего точному аналитическому выражению (7), (8) для электрических потенциалов.

Аксиальные пространственные гармоники связаны с заменой диафрагм с криволинейным профилем на тонкие диафрагмы либо на диафрагмы конечной толщины. Азимутальные пространственные гармоники связаны с заменой мультипольных диафрагм с идеальным мультипольным профилем на мультипольно-сегментированные круговые диафрагмы. Аксиальные и азимутальные старшие пространственные гармоники цилиндрических транспортирующих каналов подробно исследуются в [1].

Старшие пространственные гармоники электрического поля экспоненциально быстро затухают при удалении от края диафрагм, поэтому для оценки влияния возмущений электрического поля на функционирование цилиндрических транспортирующих каналов достаточно ограничиться первой ненулевой старшей гармоникой. В силу симметрии электродов и напряжений это будет синусоидальная либо косинусоидальная пространственная гармоника с номером 3 [1]. В результате электрические потенциалы возмущенного электрического поля имеют вид

$$\tilde{U}_C(z, r) \approx U_0 [\cos(\lambda z) I_0(\lambda r) + \varepsilon \cos(3\lambda z) I_0(3\lambda r)], \quad (9)$$

$$\tilde{U}_S(z, r) = U_0 [\sin(\lambda z) I_0(\lambda r) + \varepsilon \sin(3\lambda z) I_0(3\lambda r)], \quad (10)$$

где z, r — аксиальная и радиальная координаты ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$); U_0 — амплитуда колебаний осево-

го распределения электрического потенциала; I_0 — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка [34–36]; λ — параметр геометрического масштаба, аналогичный параметру λ в формулах (7), (8); ε — относительный вклад третьей пространственной гармоники в осевое распределение электрического потенциала. Параметр ε зависит от толщины тонких диафрагм и безразмерного отношения R / L , где R — радиус круговых диафрагм, L — расстояние между соседними круговыми диафрагмами. При увеличении безразмерной величины R / L значение параметра ε быстро стремится к нулю, однако одновременно и амплитуда колебаний $U_0 = U_R / I_0(\lambda R)$ осевого распределения электрического потенциала также стремится к нулю (если электрические напряжения $\pm U_R$, приложенные к электродам, не меняются при изменении параметра R / L).

ПСЕВДОПOTЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ РАДИОЧАСТОТНЫХ КАНАЛОВ

Вводные замечания

Практическим примером использования аналитических потенциалов (7), (8) и (9), (10) могут служить радиочастотные электрические поля, используемые в ионно-оптических устройствах [5, 30–33, 37]. При анализе работы этих устройств движение заряженных частиц (ионов) удобно описывать с помощью псевдопотенциальной модели движения, которая вкратце описана в предыдущем разделе.

Псевдопотенциал с гофрировкой профиля

В классическом случае, когда на круговые диафрагмы подается высокочастотное синусоидаль-

ное напряжение с фиксированной амплитудой и разностью фаз π между соседними диафрагмами [5, 8, 30–33], электрический потенциал высокочастотного электрического поля в середине канала транспортировки описывается формулой:

$$U(z, r, t) = \frac{U_R}{I_0(\pi R/L)} \cos\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) \cos(\omega t + \varphi), \quad (11)$$

где z , r — аксиальная и радиальная координаты; U_R , ω и φ — соответственно амплитуда, круговая частота и общий сдвиг фазы высокочастотных напряжений, прикладываемых к диафрагмам; I_0 — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; L — расстояние между соседними диафрагмами; R — радиус круговых диафрагм; параметр β задает смещение цепочки равномерно расположенных диафрагм относительно начала координат.

Псевдопотенциал, который описывает усредненное движение заряженных частиц с массой m и зарядом e в высокочастотных электрических полях (11) в вакууме, имеет вид

$$\bar{U}(z, r) = \frac{e\pi^2}{2mL^2\omega^2} \left(\frac{U_R}{I_0(\pi R/L)} \right)^2 \times \left[\sin^2\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_0^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_1^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right]. \quad (12)$$

График функции (12) в нормированных безразмерных координатах показан на рис. 2.

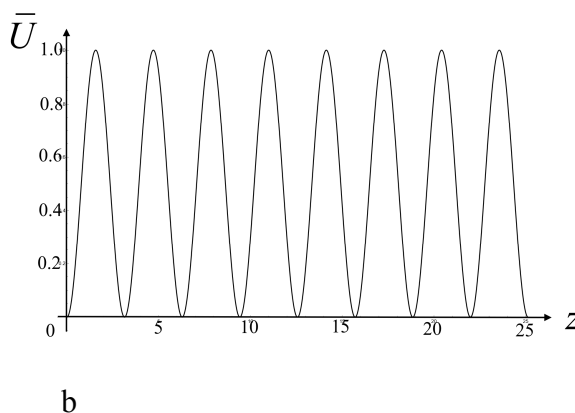
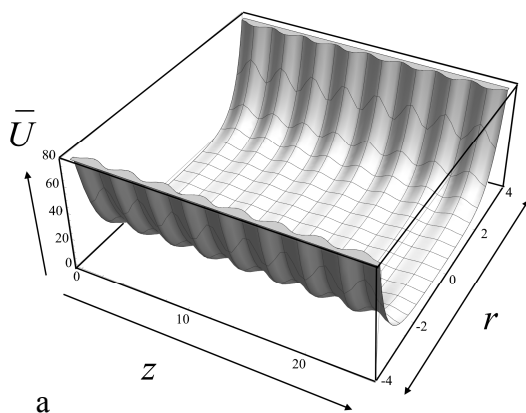


Рис. 2. Псевдопотенциал (12) в безразмерных нормированных координатах. а — трехмерный график в плоскости (z, r) , б — гофрировка на оси $r = 0$

Псевдопотенциал (12) не меняется во времени и представляет собой гофрированный желоб, обеспечивающий удержание заряженных частиц в окрестности оси системы (рис. 2, а). Отметим, что заметная гофрировка сохраняется на оси системы $r = 0$ (рис. 2, б). Это означает, что за исключением отдельных точек, в которых псевдопотенциал обращается в ноль, на оси присутствует ненулевое высокочастотное электрическое поле. Впрочем, при $R \geq 4L$ это поле пренебрежимо мало в силу экспоненциального роста множителя $I_0(\pi R / L)$ в знаменателе формулы (11).

При движении в газе демпфированный псевдопотенциал (2) отличается от выражения (12) наличием постоянного демпфирующего множителя $\omega^2 / (\omega^2 + \Omega^2)$. Фаза высокочастотного электрического поля (11) одинакова в любой точке пространства, поэтому непотенциальное псевдоэлектрическое поле (3)–(5) отсутствует. Кроме того, за счет вязкого трения (6) ионы быстро теряют начальную кинетическую энергию и в конечном счете оказываются на оси транспортирующего канала в локальных минимумах осевой гофрировки псевдопотенциала, в которых высокочастотное электрическое поле отсутствует.

Электрический потенциал высокочастотного электрического поля (11), к которому добавлены возмущающие пространственные гармоники (9), (10), описывается формулой

$$U(z, r, t) = U_0 \times \left[\cos\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \varepsilon \cos\left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{L}\right) \right] \times \cos(\omega t + \varphi), \quad (13)$$

где U_0 — амплитуда колебаний электрического потенциала на оси системы, ε — относительный вклад третьей пространственной гармоники в электрическое поле на оси по сравнению с первой пространственной гармоникой, а остальные параметры в формуле (13) совпадают с аналогичными параметрами формулы (11).

Псевдопотенциал, который описывает усредненное движение заряженных частиц с массой m и зарядом e в высокочастотных электрических полях (13) в вакууме, имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{U}(z, r) = \frac{e\pi^2 U_0^2}{2mL^2 \omega^2} & \left[\left(\sin^2\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_0^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_1^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right) + \right. \\ & + 6\varepsilon \left(\sin\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) \sin\left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{L}\right) + \right. \\ & \left. + \cos\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) \cos\left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta\right) I_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) I_1\left(\frac{3\pi r}{L}\right) \right) + \\ & \left. + 9\varepsilon^2 \left(\sin^2\left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta\right) I_0^2\left(\frac{3\pi r}{L}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta\right) I_1^2\left(\frac{3\pi r}{L}\right) \right) \right]. \quad (14) \end{aligned}$$

График функции (14) в нормированных безразмерных координатах показан на рис. 3. Наличие дополнительных пространственных гармоник приводит к более резкому росту стенок псевдопотенциального желоба при приближении к краям круговых диафрагм (рис. 3, а), а также усложняет профиль гофрировки псевдопотенциала (рис. 3, б). В итоге возрастает наклон стенок локальных ловушек в точках оси, соответствующих нулевому высокочастотному электрическому полю, уменьшается значение псевдопотенциала в точках локальных максимумов, а также появляются дополнительные локальные ловушки небольшой глубины в прежних точках максимума осевого распределения псевдопотенциала (рис. 3, б). В результате

в центральной области транспортирующего канала образуется сложная структура локальных псевдопотенциальных ловушек, в которых могут задерживаться заряженные частицы в процессе их изоляции и транспортировки.

В присутствии нейтрального газа псевдопотенциал (14) заменяется на демпфированный псевдопотенциал, который отличается от выражения (14) наличием постоянного демпфирующего множителя $\omega^2 / (\omega^2 + \Omega^2)$. Фаза высокочастотного электрического поля (13) одинакова в любой точке пространства, поэтому псевдосила (3)–(5) равна нулю во всех точках пространства точно так же, как и при отсутствии возмущений в виде старших пространственных гармоник.

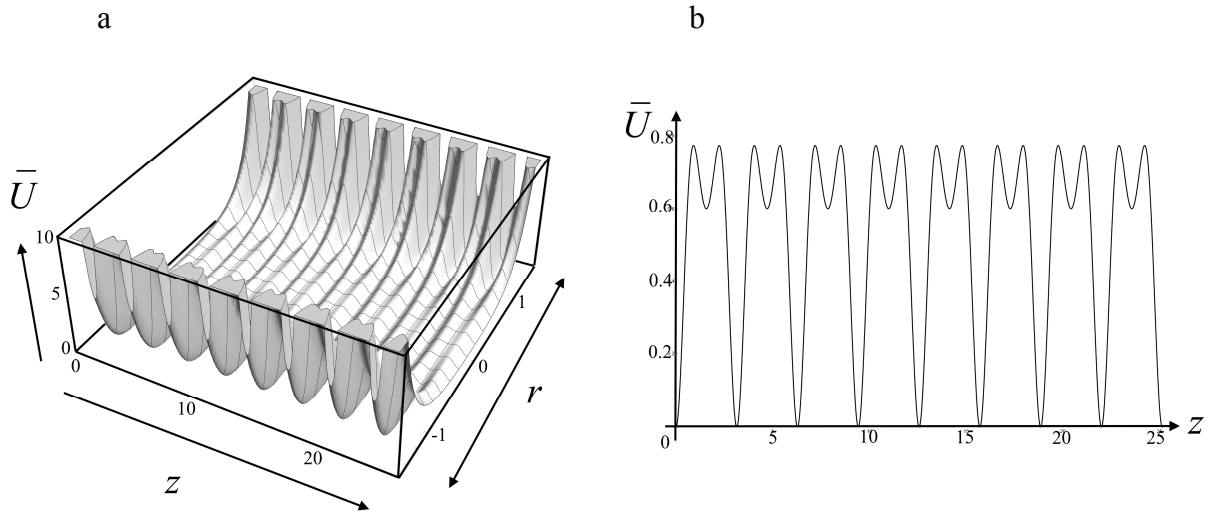


Рис. 3. Псевдопотенциал (14) в безразмерных нормированных координатах. а — трехмерный график в плоскости (z, r) , б — гофрировка на оси $r = 0$

За счет вязкого трения (6) ионы быстро теряют начальную кинетическую энергию, а в конечном счете оказываются на оси транспортирующего канала в локальных минимумах гофрировки псевдопотенциала. Однако теперь заряженные частицы могут накапливаться также в дополнительных локальных ловушках не слишком большой глубины, которые появляются на вершинах прежних максимумов осевого распределения псевдопотенциала (рис. 3, б) по причине наличия старших пространственных гармоник высокочастотного электрического поля.

Псевдопотенциал с гладким профилем

Рассмотрим вариант, когда на круговые диафрагмы подается высокочастотное синусоидальное напряжение с фиксированной амплитудой и разностью фаз $\pi/2$ между соседними диафрагмами [37]. В этом случае электрический потенциал высокочастотного электрического поля в середине канала транспортировки описывается формулой

$$U(z, r, t) = \frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \cos\left(\frac{\pi z}{2L} + \beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \cos(\omega t + \varphi) + \frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \sin\left(\frac{\pi z}{2L} + \beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \sin(\omega t + \varphi). \quad (15)$$

Параметры в формуле (15) совпадают с аналогичными параметрами формулы (11).

Псевдопотенциал, который описывает усредненное движение заряженных частиц с массой m

и зарядом e в высокочастотных электрических полях (15) в вакууме, имеет вид

$$\bar{U}(z, r) = \frac{e\pi^2}{8mL^2\omega^2} \left(\frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \right)^2 \left(I_0^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + I_1^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \right). \quad (16)$$

При движении в газе демпфированный псевдопотенциал (2) отличается от выражения (16) наличием постоянного демпфирующего множителя $\omega^2/(\omega^2 + \Omega^2)$. Кроме того, за счет вязкого трения (6) ионы быстро теряют начальную кинетическую энергию и в конечном счете оказываются на оси транспортирующего канала.

График функции (16) в нормированных безразмерных координатах показан на рис. 4. Псевдопотенциал (16) не меняется во времени и представляет собой гладкий желоб, обеспечивающий удержание заряженных частиц в окрестности оси системы (рис. 4). Тот факт, что псевдопотенциал (16) не зависит от координаты z , означает, что в вакууме в любой точке пространства усредненное псевдопотенциальное воздействие на заряженные частицы в аксиальном направлении у высокочастотного электрического поля (15) отсутствует.

Хотя при $r = 0$ псевдопотенциал (16) и является константой (и, соответственно, обусловленная псевдопотенциалом напряженность электрического псевдополя равна нулю), но сам по себе он не равен нулю (рис. 4, б). Это означает, что на оси присутствует ненулевое высокочастотное электрическое поле, которое раскачивает заряженные

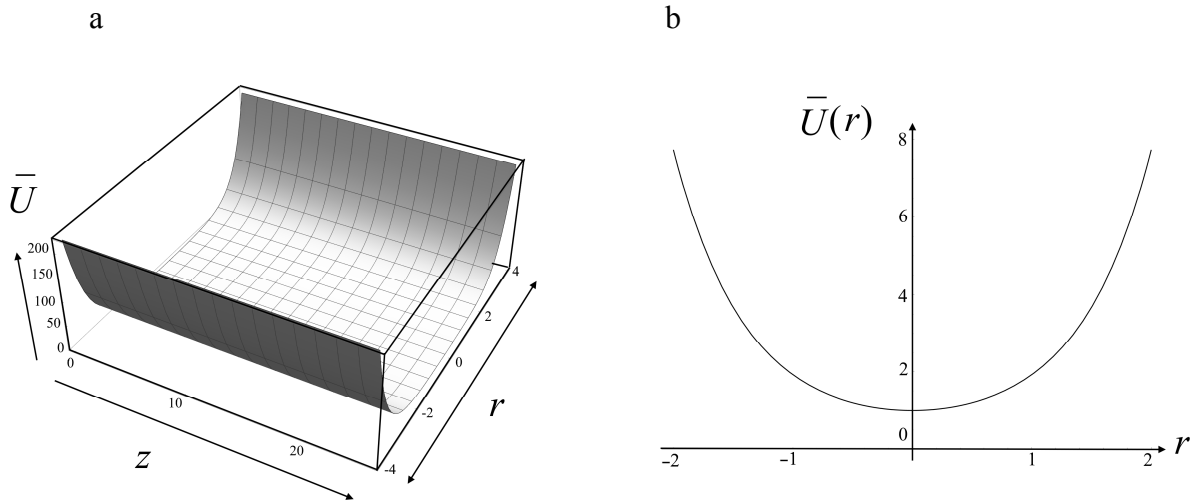


Рис. 4. Псевдопотенциал (16) в безразмерных нормированных координатах.

а — трехмерный график $\bar{U}(z, r)$ в плоскости (z, r) , б — график зависимости $\bar{U}(r)$ вдоль линии $z = 0$

частицы, никуда их не перемещая. При $R \geq 4L$ это поле пренебрежимо мало в силу экспоненциального роста множителя $I_0(\pi R / 2L)$ в знаменателе формулы (15).

У высокочастотного электрического поля (16) фаза в разных точках пространства разная. Поэтому наряду с псевдоэлектрическим полем, которое представляет собой градиент псевдопотенциала (16) с демпфирующим множителем, также присутствует ненулевая псевдосила, которая в соответствии с формулами (3)–(5) имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x = 0, \quad \bar{E}_y = 0, \\ \bar{E}_z = \frac{e\pi^3(\Omega/\omega)}{16mL^3(\Omega^2 + \omega^2)} \times \\ \times \left(\frac{U_R}{I_0(\pi R / 2L)} \right)^2 \left(I_0^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + I_1^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Если поменять сдвиг фазы высокочастотного напряжения между соседними диафрагмами с $+\pi/2$ на $-\pi/2$, то знак компоненты $\bar{E}_z$ электри-

ческой псевдосилы поменяется на противоположный. Как это следует из сравнения формул (16) и (17), графики для псевдосилы $e\bar{E}_z$ совпадают с рис. 4 за исключением масштабирующего множителя. На оси системы при $R \geq 4L$ тянущая либо тормозящая непотенциальная псевдосила $e\bar{E}_z$ пренебрежимо мала.

Направленная вдоль оси OZ псевдосила $e\bar{E}_z$ квадратична вблизи оси и экспоненциально растет при заметном удалении от оси. Она осуществляет перемещение заряженных частиц по осевому направлению в ту или иную сторону в зависимости от сдвига фазы высокочастотных напряжений между соседними электродами независимо от знака заряда заряженных частиц. Любопытно, что направленная вдоль оси псевдосила не зависит от координаты z , хотя заметно меняется с изменением координаты r .

Электрический потенциал высокочастотного электрического поля (15), к которому добавлены возмущающие пространственные гармоники (9), (10), описывается формулой

$$\begin{aligned} U(z, r, t) = U_0 \left[\cos\left(\frac{\pi z}{2L} + \beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + \varepsilon \cos\left(\frac{3\pi z}{2L} + 3\beta\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right] \cos(\omega t + \varphi) + \\ + U_0 \left[\sin\left(\frac{\pi z}{2L} + \beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + \sin\left(\frac{3\pi z}{2L} + 3\beta\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right] \sin(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (18)$$

где U_0 — амплитуда колебаний электрического потенциала на оси системы, ε — относительный вклад

третьей пространственной гармоники в электрическое поле на оси по сравнению с первой простран-

ственной гармоникой, а остальные параметры в формуле (18) совпадают с аналогичными параметрами формулы (11).

Псевдопотенциал, который описывает усредненное движение заряженных частиц с массой m и зарядом e в высокочастотных электрических полях (18) в вакууме, имеет вид

$$\bar{U}(z, r) = \frac{e\pi^2 U_0^2}{8mL^2 \omega^2} \left[\left(I_0^2 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) + I_1^2 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) \right) + 9\varepsilon^2 \left(I_0^2 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) + I_1^2 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \right) + 6\varepsilon \cos \left(\frac{\pi z}{L} + 2\beta \right) \left(I_0 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) I_0 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) + I_1 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) I_1 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \right) \right]. \quad (19)$$

График функции (19) в нормированных безразмерных координатах показан на рис. 5. Наглядно видно, что наличие дополнительных пространственных гармоник приводит к появлению гофрировки у гладкого псевдопотенциального желоба, стенки которого по-прежнему растут по экспоненциальному закону при приближении к краям круговых диафрагм. В итоге в окрестности оси OZ появляются дополнительные локальные ловушки, в которых могут задерживаться заряженные частицы в процессе их изоляции и транспортировки. Следует отметить, что минимальное значение псевдопотенциала на оси OZ по-прежнему положительно, что означает, что высокочастотное электрическое поле отлично от нуля во всех точках оси OZ , включая локальные минимумы псевдопотенциала на оси.

В присутствии нейтрального газа псевдопотенциал (19) заменяется на демпфированный псевдопотенциал, который отличается от выражения (19) наличием постоянного демпфирующего множителя $\omega^2 / (\omega^2 + \Omega^2)$. За счет вязкого трения (6) ионы быстро теряют начальную кинетическую энергию, а в конечном счете оказываются на оси транспортирующего канала в локальных минимумах паразитной гофрировки псевдопотенциала, появившейся из-за наличия старших пространственных гармоник у высокочастотного электрического поля.

Присутствие старших пространственных гармоник также сказывается на поведении псевдосилы, обусловленной пространственным градиентом фазы высокочастотного электрического поля и наличием вязкого трения при движении в нейтральном газе:

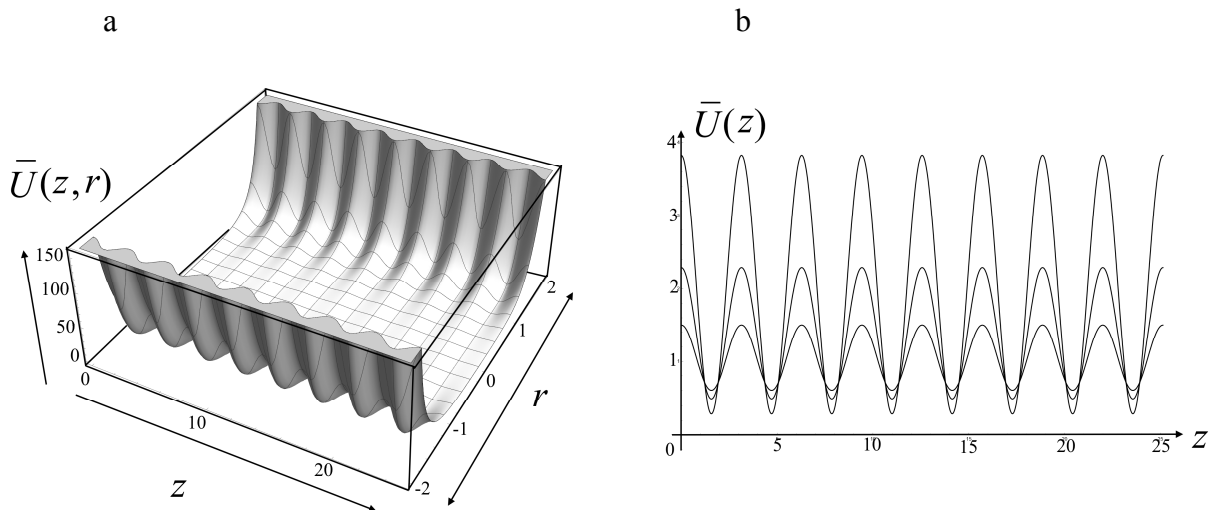


Рис. 5. Псевдопотенциал (19) в безразмерных нормированных координатах.

а — трехмерный график в плоскости (z, r) , б — гофрировка вдоль оси OZ при нескольких разных значениях $r = \text{const}$

$$\begin{cases} \bar{E}_r = \frac{3e\pi^3 U_0^2 (\Omega/\omega)}{8mL^3 (\Omega^2 + \omega^2)} \varepsilon \sin\left(\frac{\pi z}{L} + 2\beta\right) \left[I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) I_1\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) + I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) I_1\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \right], \\ \bar{E}_z = \frac{e\pi^3 U_0^2 (\Omega/\omega)}{16mL^3 (\Omega^2 + \omega^2)} \left[\left(I_0^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + I_1^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \right) + 27\varepsilon^2 \left(I_0^2\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) + I_1^2\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right) + \right. \\ \left. + 12\varepsilon \cos\left(\frac{\pi z}{L} + 2\beta\right) \left(I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) + I_1\left(\frac{\pi r}{2L}\right) I_1\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right) \right]. \end{cases} \quad (20)$$

На рис. 6 и рис. 7 показаны графики псевдосилы (20). Из рисунков видно, что из-за появления старших пространственных гармоник в разложении высокочастотного электрического поля у аксиальной

компоненты псевдосилы $e\bar{E}_z$ появляется гофрировка (рис. 6), а радиальная компонента псевдосилы $e\bar{E}_r$ перестает быть нулем, демонстрируя

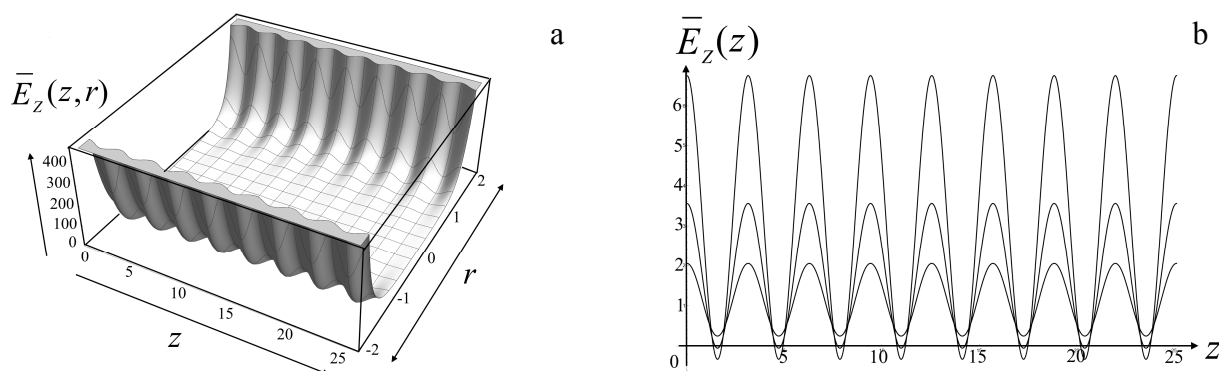


Рис. 6. Аксиальная компонента $e\bar{E}_z$ псевдосилы (20) в безразмерных нормированных координатах.

а — трехмерный график в плоскости (z, r) , б — гофрировка вдоль оси OZ при разных значениях $r = \text{const}$

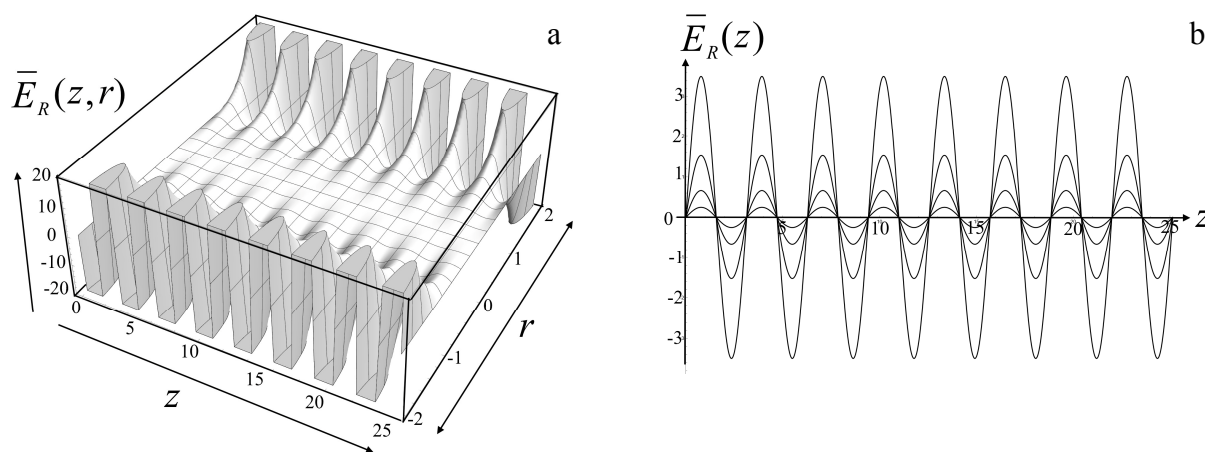


Рис. 7. Радиальная компонента $e\bar{E}_r$ псевдосилы (20) в безразмерных нормированных координатах.

а — трехмерный график в плоскости (z, r) , б — осцилляции при смещении вдоль оси OZ при разных значениях $r = \text{const}$

пространственные осцилляции с периодическим изменением знака по мере перемещения вдоль оси OZ (рис. 7). Амплитуда пространственных осцилляций для обеих компонент псевдосилы экспоненциально растет по мере приближения к краям диафрагм. Как и должно быть, исходя из соображений симметрии, при приближении к оси OZ радиальная компонента псевдосилы $\bar{E}_R$ стремится к нулю в соответствии с формулой (17), а при удалении от оси OZ обе компоненты $\bar{E}_R$ и $\bar{E}_Z$ экспоненциально растут. Интересно, что по мере удаления от оси OZ паразитные пространственные осцилляции аксиальной компоненты $\bar{E}_Z$ могут настолько возрасти, что она начинает менять знак в некоторых точках.

Если поменять сдвиг фазы высокочастотного напряжения между соседними диафрагмами с $+\pi/2$ на $-\pi/2$, то знаки компонент $\bar{E}_R$ и $\bar{E}_Z$ электрической псевдосилы поменяются на противоположные. Вблизи оси системы при $R \geq 4L$ обе компоненты псевдосилы (20) пренебрежимо малы.

Псевдопотенциал с эффектом А-волны

Система круговых диафрагм может использоваться для принудительной транспортировки заряженных частиц высокочастотным электрическим полем (принцип А-волны [8, 24, 38–41]). Здесь на круговые диафрагмы подается высокочастотное синусоидальное напряжение со 100% амплитудной модуляцией, осуществляемой по синусоидальному закону со сдвигом фаз амплитудной модуляции $\pi/2$ между соседними диафрагмами. Электрический потенциал высокочастотного электрического поля в середине канала транспортировки описывается формулой

$$U(z, r, t) = \frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \cos\left(\frac{\pi z}{2L} + \beta\right) \times \\ \times I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \cos(\Omega t + \psi) \cos(\omega t + \varphi) + \\ + \frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \sin\left(\frac{\pi z}{2L} + \beta\right) \times \\ \times I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \sin(\Omega t + \psi) \cos(\omega t + \varphi), \quad (21)$$

где Ω — круговая частота синусоидальной амплитудной модуляции высокочастотных напряжений, ψ — общий сдвиг фазы синусоидальной амплитудной модуляции, а остальные параметры в фор-

муле (21) совпадают с аналогичными параметрами формулы (11).

Псевдопотенциал, который описывает усредненное движение заряженных частиц с массой m и зарядом e в высокочастотных электрических полях (21) в вакууме, имеет вид

$$\bar{U}(z, r, t) = \frac{e\pi^2}{8mL^2\omega^2} \left(\frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \right)^2 \times \\ \times \left(\sin^2\left(\frac{\pi z}{2L} - \Omega t + \beta - \psi\right) I_0^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + \right. \\ \left. + \cos^2\left(\frac{\pi z}{2L} - \Omega t + \beta - \psi\right) I_1^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \right). \quad (22)$$

При движении в газе демпфированный псевдопотенциал (2) отличается от выражения (22) наличием постоянного демпфирующего множителя $\omega^2/(\omega^2 + \Omega^2)$. Фаза высокочастотного электрического поля (21) одинакова в любой точке пространства, поэтому непотенциальное псевдоэлектрическое поле (3)–(5) отсутствует. Кроме того, за счет вязкого трения (6) ионы быстро теряют начальную кинетическую энергию и поэтому в конечном счете оказываются на оси транспортирующего канала в локальных медленно перемещающихся минимумах осевой гофрировки псевдопотенциала (см. рис. 8), в которых высокочастотное электрическое поле отсутствует.

График функции (22) в нормированных безразмерных координатах показан на рис. 8. Псевдопотенциал (16) меняется во времени и представляет собой постепенно смещающийся вдоль оси OZ гофрированный желоб, совпадающий по форме с псевдопотенциалом (12) (рис. 8, а). Как и псевдопотенциал (12), он обеспечивает удержание заряженных частиц в окрестности оси системы.

Если отношение радиуса диафрагм к расстоянию между соседними диафрагмами лежит в диапазоне $R/L \in [1.5, 2.5]$ (см. публикацию [1]), то на оси системы образуется синусоидальная волна псевдопотенциала, перемещающаяся вдоль оси OZ со скоростью, контролируемой частотой амплитудной модуляции Ω (рис. 8, б). В ее минимумах (локальных радиочастотных ловушках) концентрируются заряженные частицы с разными массами и зарядами, которые вследствие этого принудительным образом перемещаются синхронно с бегущей волной псевдопотенциала с единой групповой скоростью, контролируемой однозначным образом с помощью закона изменения электрических напряжений на электродах.

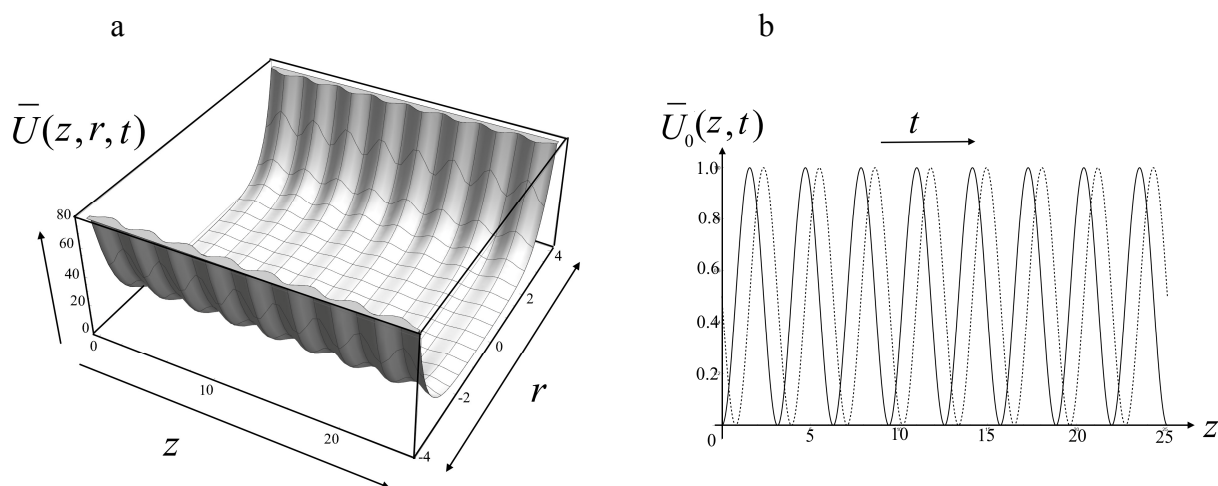


Рис. 8. Псевдопотенциал (22) в безразмерных нормированных координатах.

а — трехмерный график в плоскости (z, r) в некоторый момент времени, б — значение на оси $r = 0$ для двух разных моментов времени

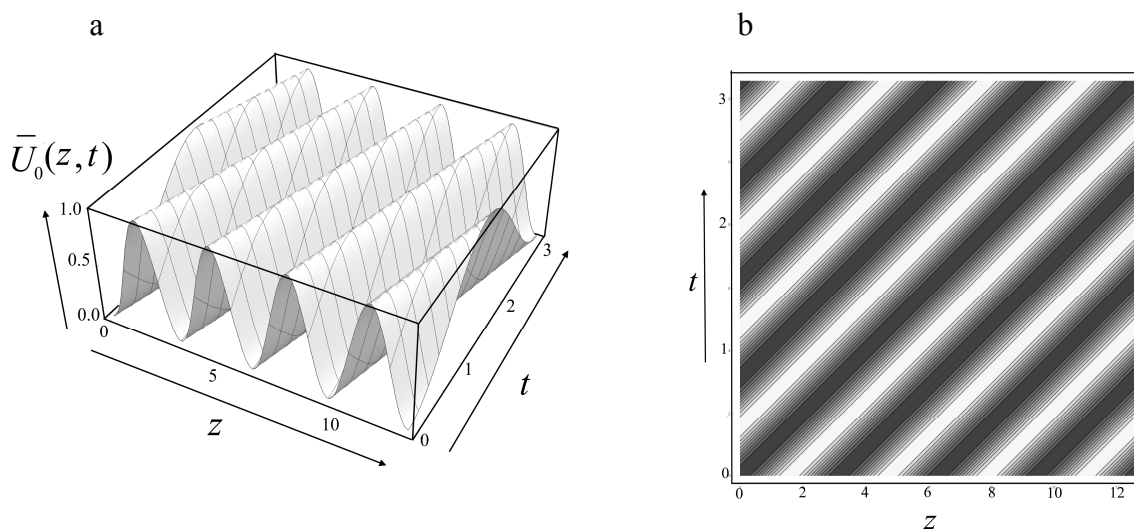


Рис. 9. Транспортировка заряженных частиц вдоль оси $r = 0$ с помощью бегущей волны псевдопотенциала (22) (эффект А-волны).

а — трехмерный график на плоскости (z, t) для транспортирующего псевдопотенциала $\bar{U}(z, r, t)|_{r=0} = \bar{U}_0(z, t)$, б — карта на плоскости (z, t) для эквипотенциальных линий транспортирующего псевдопотенциала $\bar{U}_0(z, t)$

Транспортировку заряженных частиц с помощью эффекта А-волны можно проиллюстрировать следующим образом (рис. 9). Рассмотрим движение заряженных частиц, расположенных непосредственно на оси $r = 0$, под воздействием псевдопотенциала $\bar{U}_0(z, t) = \bar{U}(z, r, t)|_{r=0}$. Псевдопотенциал $\bar{U}(z, r, t)$ квадратично растет при удале-

нии от оси, а на самой оси достигает минимума, так что заряженные частицы надежно удерживаются в окрестности оси высокочастотным электрическим полем. Поскольку псевдопотенциал высокочастотного электрического поля меняется во времени медленно (с точки зрения масштаба быстрых осцилляций высокочастотного электрического поля), то заряженные частицы успевают

прийти в состояние равновесия и сконцентрироваться в локальных минимумах функции $\bar{U}_0(z, t)$. При адиабатическом смещении локальных минимумов псевдопотенциала заряженные частицы, захваченные этими локальными псевдопотенциальными ловушками, перемещаются синхронно с перемещениями указанных минимумов.

Хотя колебания заряженных частиц внутри локальных ловушек сугубо индивидуальны и зависят от масс, зарядов и текущих кинетических энергий заряженных частиц, но поступательное движение группы заряженных частиц как единого целого однозначным образом определяется перемещениями вдоль оси локальных минимумов волны псевдопотенциала $\bar{U}_0(z, t)$. На рис. 9, б, в виде темных полос показаны непрерывные "дорожки", составленные из локальных минимумов псевдопотенциала $\bar{U}_0(z, t)$, вдоль которых происходит "выдавливание" заряженных частиц стенками псевдопотенциальных ловушек по мере увеличения времени t и смещения на рис. 9, б, сечения $t = \text{const}$ в вертикальном направлении.

Весь процесс является аналогом поступательного перемещения фарша в шнековой мясорубке под воздействием давления стенок шнека, хотя с механической точки зрения сами по себе никакие точки шнека никуда поступательно не перемещаются, а просто осуществляют стационарное вращательное движение вокруг одного и того же центра, расположенного на оси шнека. Таким образом, под воздействием псевдопотенциала $\bar{U}(z, r, t)$ в канале транспортировки возникает эффект "архимедова винта" (с чем, собственно, и связано название рассматриваемого эффекта "А-волна", или "архимедова волна", данное ему авторами).

Аналогом механических стенок архимедова винта выступают высокочастотные электрические поля, которые стационарно осциллируют с большой частотой на одном и том же месте пространства синхронно со стационарно осциллирующими электрическими напряжениями на электродах. Нельзя сказать, чтобы эти высокочастотные электрические поля куда-либо перемещались в пространстве, поскольку однонаправленная бегущая волна высокочастотного электрического поля

здесь очевидным образом отсутствует, а весь процесс ограничивается биениями на месте. Кроме того, после усреднения по времени высокочастотные электрические поля не приводят к появлению какого-либо эффективного ненулевого электрического поля, перемещающего заряженные частицы вдоль оси. Тем не менее совокупное воздействие высокочастотных электрических полей и инерционности движения заряженных частиц обеспечивает в конечном итоге равномерное поступательное перемещение заряженных частиц вдоль канала транспортировки в соответствии с эффектом архимедова винта.

Более подробно и аккуратно транспортировка ионов с помощью эффекта А-волны анализируется в [38–41].

Электрический потенциал высокочастотного электрического поля (21), к которому добавлены возмущающие пространственные гармоники (9), (10), описывается формулой

$$\begin{aligned}
 U(z, r, t) = & U_0 \times \\
 & \times \left[\cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right) I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + \varepsilon \cos\left(\frac{3\pi z}{2L}\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right] \times \\
 & \times \cos \Omega t \cos(\omega t + \varphi) + \\
 & + U_0 \left[\sin\left(\frac{\pi z}{2L}\right) I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + \varepsilon \sin\left(\frac{3\pi z}{2L}\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right] \times \\
 & \times \sin \Omega t \cos(\omega t + \varphi), \quad (23)
 \end{aligned}$$

где U_0 — амплитуда колебаний электрического потенциала на оси системы, ε — относительный вклад третьей пространственной гармоники в электрическое поле на оси по сравнению с первой пространственной гармоникой, аддитивные фазовые смещения β и ψ , присутствующие в формуле (21), можно обнулить, если правильно выбрать начальные точки отсчета по координате z и по времени t , а остальные параметры в формуле (23) совпадают с аналогичными параметрами формулы (21).

Псевдопотенциал, который описывает усредненное движение заряженных частиц с массой m и зарядом e в высокочастотных электрических полях (21) в вакууме, имеет вид

$$\begin{aligned}
 \bar{U}(z, r) = & \frac{e\pi^2 U_0^2}{16mL^2 \omega^2} \left[I_0^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{L} - 2\Omega t\right)\right) + \right. \\
 & \left. + I_1^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \left(1 + \cos\left(\frac{\pi z}{L} - 2\Omega t\right)\right) + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 6\varepsilon \left(I_0 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) I_0 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \left(\cos \left(\frac{\pi z}{L} \right) - \cos \left(\frac{2\pi z}{L} - 2\Omega t \right) \right) + \right. \\
& \quad \left. + I_1 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) I_1 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \left(\cos \left(\frac{\pi z}{L} \right) + \cos \left(\frac{2\pi z}{L} - 2\Omega t \right) \right) \right) + \\
& + 9\varepsilon^2 \left(I_0^2 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \left(1 - \cos \left(\frac{3\pi z}{L} - 2\Omega t \right) \right) + \right. \\
& \quad \left. + I_1^2 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \left(1 + \cos \left(\frac{3\pi z}{L} - 2\Omega t \right) \right) \right) \Big].
\end{aligned} \tag{24}$$

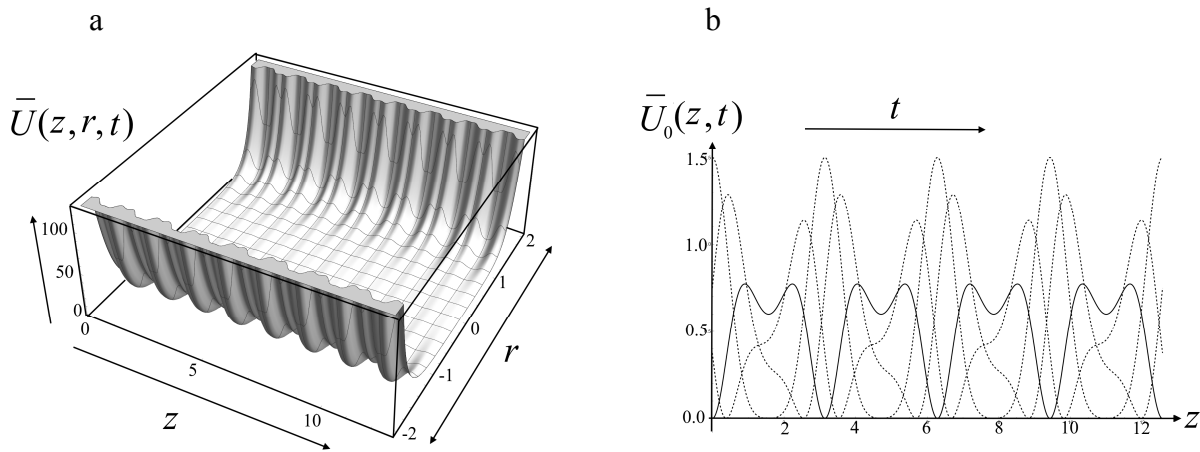


Рис. 10. Псевдопотенциал (24) в безразмерных нормированных координатах.

а — трехмерный график в плоскости (z, r) в некоторый момент времени, б — значение на оси $r = 0$ для двух разных моментов времени

График функции (24) в нормированных безразмерных координатах показан на рис. 10. Как и в предыдущих случаях, наличие дополнительных пространственных гармоник приводит к более резкому росту стенок псевдопотенциального желоба при приближении к краям круговых диафрагм, а также усложняет профиль гофрировки псевдопотенциала (рис. 10, а). Поскольку (24) описывает сразу несколько волн псевдопотенциала, распространяющихся вдоль оси с разными скоростями (включая стоячую волну, имеющую нулевую скорость), то процесс перестройки структуры локальных псевдопотенциальных ловушек выглядит достаточно сложно (рис. 10, б).

В частности, из-за интерференции волн в какие-то моменты времени волны псевдопотенциала суммируются, а высота стенок и наклон стенок локальных ловушек возрастают, а в какие-то моменты волны вычитаются, и высота барьеров во-

круг локальных псевдопотенциальных ловушек резко уменьшается. Также возможно появление дополнительных локальных ловушек небольшой глубины в прежних точках максимума псевдопотенциала, которые, впрочем, быстро разрушаются (рис. 3, б). В результате в центральной области транспортирующего канала образуется сложная структура локальных псевдопотенциальных ловушек, в которых могут задерживаться заряженные частицы в процессе их изоляции и транспортировки.

На рис. 11, а, показана эволюция профиля локальных ловушек в процессе транспортировки заряженных частиц в виде трехмерного графика изменения осевого распределения псевдопотенциала за один период смещения основной транспортирующей волны. На рис. 11, б, показаны "дорожки" минимумов осевого распределения псевдопотенциала, вдоль которых происходит транспортировка заряженных частиц (темные полосы на карте

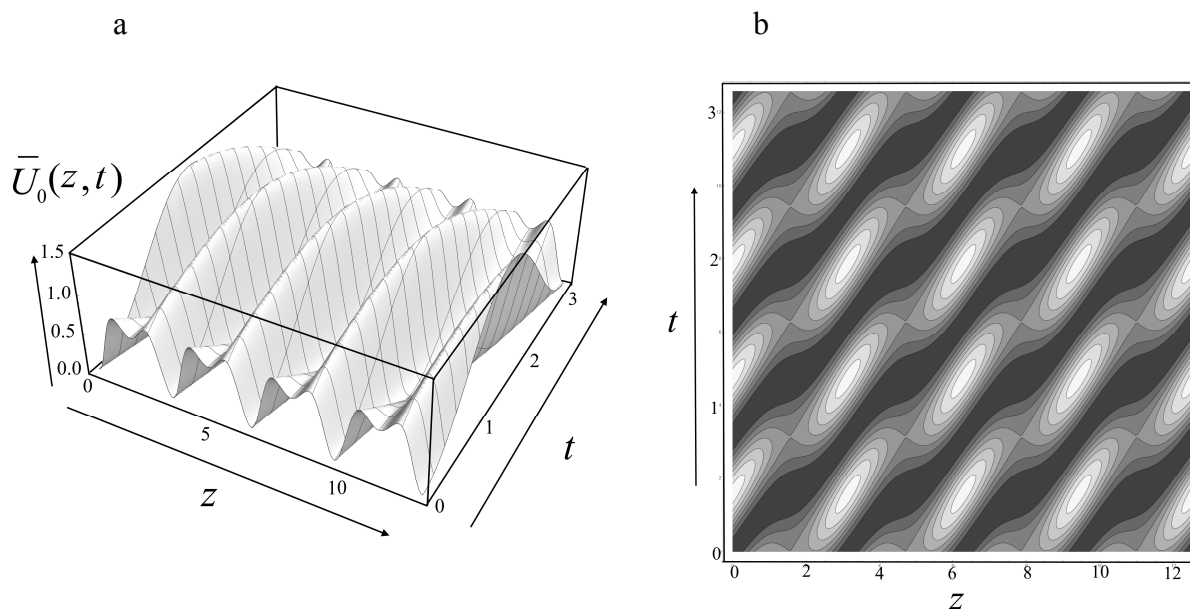


Рис. 11. Транспортировка заряженных частиц вдоль оси $r = 0$ с помощью бегущей волны псевдопотенциала (24) (эффект А-волны).

а — трехмерный график на плоскости (z, t) для транспортирующего псевдопотенциала $\bar{U}(z, r, t)|_{r=0} = \bar{U}_0(z, t)$, б — карта на плоскости (z, t) для эквипотенциальных линий транспортирующего псевдопотенциала $\bar{U}_0(z, t)$

эквипотенциальных линий). Наглядно видно, что высота барьеров, ограничивающих локальные ловушки, становится то меньше, то больше, а область пространства, охватываемая ловушкой, становится то шире, то уже, хотя "дно" транспортирующих канавок, показанных на рис. 11, б, черным цветом, остается на нулевом уровне. Сам процесс движения сгустков заряженных частиц становится неравномерным, то ускоряясь, то замедляясь, хотя средняя скорость перемещения сгустков заряженных частиц остается прежней. Кроме того, из рис. 11, б, видно, что вдоль барьеров, разделяющих локальные псевдопотенциальные ловушки, время от времени возникают локальные "перевалы", через которые заряженные частицы могут перепрыгивать между соседними локальными ловушками в определенные моменты времени. Все это делает процесс транспортировки заряженных частиц более сложным и запутанным, хотя сам эффект транспортировки заряженных частиц по принципу архимедовой волны псевдопотенциала в основном сохраняется.

В присутствии нейтрального газа псевдопотенциал (24) заменяется на демпфированный псевдопотенциал, отличающийся от выражения (24) наличием постоянного демпфирующего множителя $\omega^2 / (\omega^2 + \Omega^2)$. Фаза синусоидальной амплитудной

модуляции высокочастотных синусоидальных электрических напряжений, приложенных к электродам, разная на разных электродах, и, как следствие, фаза амплитудной модуляции высокочастотного электрического поля меняется в зависимости от рассматриваемой точки пространства. Однако, несмотря на такую специфическую модуляцию несущего высокочастотного синусоидального сигнала, фаза основных колебаний высокочастотного электрического поля (23) одинакова в любой точке пространства и совпадает с фазой высокочастотного сигнала $\cos(\omega t + \varphi)$ в формуле (23). Поэтому псевдосила (3)–(5) равна нулю во всех точках пространства при наличии старших пространственных гармоник электрического поля точно так же, как и при отсутствии паразитных возмущений высокочастотного электрического поля (21).

За счет вязкого трения (6) ионы быстро теряют начальную кинетическую энергию, так что в конечном счете они оказываются на оси транспортирующего канала в локальных минимумах гофрировки псевдопотенциала. Однако теперь заряженные частицы могут накапливаться также в дополнительных локальных ловушках не слишком большой глубины, которые появляются на вершинах прежних максимумов осевого распределения

псевдопотенциала (рис. 10 и рис. 11) по причине наличия старших пространственных гармоник высокочастотного электрического поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках псевдопотенциальной модели движения заряженных частиц в радиочастотных электрических полях было исследовано функционирование цилиндрических радиочастотных транспортирующих каналов. Были рассмотрены следующие режимы использования радиочастотных транспортирующих каналов:

а) высокочастотные синусоидальные напряжения со сдвигом фазы π между соседними круговыми диафрагмами;

б) высокочастотные синусоидальные напряжения со сдвигом фазы $\pi/2$ между соседними круговыми диафрагмами;

в) амплитудно-модулированные высокочастотные синусоидальные напряжения, обеспечивающие транспортировку заряженных частиц в режиме А-волны.

В процессе проведения исследования использовались аналитические выражения для электрических полей радиочастотных цилиндрических транспортирующих каналов, полученные ранее в статье [1].

Благодарности

Авторы выражают свою искреннюю благодарность док-ру физ.-мат. наук Михаилу Игоревичу Явору, гл. научн. сотр. Института аналитического приборостроения РАН (г. Санкт-Петербург), за активное и деятельное участие в обсуждении рассматриваемой проблемы и указание на полезные литературные источники, использованные в данном исследовании.

Для аналитических вычислений и создания рисунков использовалась программа *Wolfram Mathematica* версии 11 Home Edition (<http://wolfram.com/mathematica/>).

Финансирование

Исследование выполнено в рамках Государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 075-00444-25-00 (от 26.12.2024), тема НИР FFZM-2025-0006.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Бердников А.С., Масюкевич С.В., Соловьев К.В., Хасин Ю.И. Электрические поля цилиндрических радиочастотных транспортирующих каналов // Научное приборостроение. 2025. Т. 35, № 3. С. 3–17.
- Сысоев А.А., Бердников А.С., Масюкевич С.В., Соловьев К.В., Краснова Н.К. Аналитическое исследование режимов работы радиочастотных воронок в газодинамических интерфейсах тандемных трехквadrupольных масс-спектрометров // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2023. Т. 16, № 4. С. 134–145. DOI: 10.18721/JPM.16411
- Бердников А.С., Масюкевич С.В. Аналитические потенциалы электрических полей для моделирования транспортирующих каналов с периодической структурой // Научное приборостроение. 2024. Т. 34, № 1. С. 107–116. URL: <http://iairas.ru/mag/2024/abst1.php#abst9>
- Бердников А.С., Масюкевич С.В., Помозов Т.В., Хасин Ю.И., Соловьев К.В. Аналитические потенциалы электрических полей для моделирования мультипольных радиочастотных ионных воронок с нелинейным профилем // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2024. Т. 17, № 2. С. 94–119. DOI: 10.18721/JPM.17208
- Gerlich D. Inhomogeneous RF fields: A versatile tool for the study of processes with slow ions // Advances in Chemical Physics: State-selected and state-to-state ion-molecule reaction dynamics. Part 1: Experiment (Book Series, vol. 82). New York: John Wiley & Sons Inc., 1992. P. 1–176. DOI: 10.1002/9780470141397.ch1
- Yavor M.I. Ch. 4: Transporting Charged Particles in Radiofrequency Fields // Optics of charged particle analyzers (Advances in Imaging and Electron Physics, Book Series, Amsterdam, Academic Press, 2009. Vol. 157). P. 141–168. DOI: 10.1016/S1076-5670(09)01604-8
- Yavor M.I. Ch. 4: Expulsion of charged particles by radiofrequency fields // Advances in Optics of Charged Particle Analyzers: Part 1 (Book Series: Advances in Imaging and Electron Physics. Vol. 232). Amsterdam, Elsevier, Academic Press, 2024. P. 147–173. DOI: 10.1016/B978-0-443-29786-1.00004-4
- Yavor M.I. Ch. 5: Transporting and separating ions in gas-filled channels // Advances in Optics of Charged Particle Analyzers: Part 1 (Book Series: Advances in Imaging and Electron Physics. Vol. 232). Amsterdam, Elsevier, Academic Press, 2024. P. 175–205. DOI: 10.1016/B978-0-443-29786-1.00005-6
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика (сер. "Теоретическая физика", т. I). М.: Физматгиз, 1958. 215 с.
- Гапонов В.А., Миллер М.А. О потенциальных ямах для заряженных частиц в высокочастотном поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1958. Т. 34, № 2. С. 242–243.
- Миллер М.А. Движение заряженных частиц в высокочастотных электромагнитных полях // Известия ВУЗов. Сер. "Радиофизика". 1958. Т. 1, № 3. С. 110–123.
- Гапонов В.А., Миллер М.А. Об использовании движущихся высокочастотных потенциальных ям для ускорения заряженных частиц // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1958. Т. 34. С. 751–752.
- Капица П.Л. Электроника больших мощностей // Успехи физических наук. 1962. Т. 78, № 2. С. 181–265. DOI: 10.3367/UFNr.0078.196210a.0181
- Сивухин Д.В. Дрейфовая теория движения заряженной частицы в электромагнитных полях // Вопросы теории плазмы. Вып. 1 / Под ред. М.А. Леонтовича. Москва: Госатомиздат, 1963. С. 7–97. URL: <https://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=plasma&book=1100&get=1100>

15. Морозов А.И., Соловьев Л.С. Движение заряженной частицы в электромагнитных полях // Вопросы теории плазмы. Вып. 2 / Под ред. М.А. Леонтовича. Москва: Госатомиздат, 1963. С. 177–261. URL: <https://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=plasma&book=1101&get=1101>
16. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности и хаоса. М.: "Наука", Гл. ред. физико-математической лит-ры, 1988. 368 с.
17. Чирков А.Г. Асимптотическая теория взаимодействия заряженных частиц и квантовых систем с внешними электромагнитными полями. СПб.: Санкт-Петербургский государственный технический университет, 2001. 256 с.
18. Гейко В.И., Фрайман Г.М. О точности усредненного описания движения заряженных частиц в высокочастотных полях // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2008. Т. 134, № 6. С. 1125–1129. URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/r/134/6/p1125?a=list>
19. Berdnikov A.S. A pseudo potential description of the motion of charged particles in RF fields // Microscopy and Microanalysis. 2015. Vol. 21, No. S4. P. 78–83. DOI: 10.1017/S1431927615013173
20. Бердников А.С., Веренчиков А.Н., Кузьмин А.Г. О корректном усреднении уравнений движения ионов в высокочастотных электрических полях // Масс-спектрометрия. 2018. Т. 15, № 4. С. 233–245. URL: <http://mass-spektrometria.ru/on-the-correct-averaging-of-the-equations/>
21. Бердников А.С. Меняющийся во времени псевдопотенциал и его применение к описанию усредненного движения заряженных частиц. Ч. I // Научное приборостроение. 2011. Т. 21, № 2. С. 77–89. URL: <http://iairas.ru/mag/2011/abst2.php#abst12>
22. Бердников А.С. Меняющийся во времени псевдопотенциал и его применение к описанию усредненного движения заряженных частиц. Ч. 2. Общая формула // Научное приборостроение. 2011. Т. 21, № 3. С. 83–96. URL: <http://iairas.ru/mag/2011/abst3.php#abst10>
23. Бердников А.С. Меняющийся во времени псевдопотенциал и его применение к описанию усредненного движения заряженных частиц. Ч. 3. Временные сигналы, характеризующие "медленным" и "быстрым" временами // Научное приборостроение. 2011. Т. 21, № 4. С. 75–85. URL: <http://iairas.ru/mag/2011/abst4.php#abst11>
24. Бердников А.С. Меняющийся во времени псевдопотенциал и его применение к описанию усредненного движения заряженных частиц. Ч. 4. Приборы и устройства // Научное приборостроение. 2011. Т. 21, № 4. С. 86–102. <http://iairas.ru/mag/2011/abst4.php#abst12>
25. Бердников А.С. Меняющийся во времени псевдопотенциал и его применение к описанию усредненного движения заряженных частиц. Ч. 5. Комментарии к общей формуле для меняющихся во времени псевдопотенциалов // Научное приборостроение. 2012. Т. 22, № 2. С. 105–111. URL: <http://iairas.ru/mag/2012/abst2.php#abst14>
26. Мак-Даниэль И., Мэзон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. Москва: Мир, 1976. 424 с.
27. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика: часть 1 (сер. "Теоретическая физика", т. 5). Изд. 3, доп. Е.М. Лифшицем и Л.П. Питаевским. Москва: Наука, 1976. 554 с.
28. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика (сер. "Теоретическая физика", т. 10). Изд. 2, испр. Москва: Физматлит, 2007. 536 с.
29. Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. Курс теоретической физики. Т. II. Изд. 2, перераб. Москва: Наука, 1971. 936 с.
30. Bahr R. Diplom thesis. University of Freiburg. 1969.
31. Gerlich D. Diplom thesis. University of Freiburg. 1971.
32. Teloy E., Gerlich D. Integral cross sections for ion-molecule reactions. Part I. The Guided beam technique // Chemical Physics. 1974. Vol. 4, No. 3. P. 417–427. DOI: 10.1016/0301-0104(74)85008-1
33. Gerlich D., Kaefer G. Ion trap studies of association processes in collisions of CH^{3+} and CD^{3+} with $n\text{-H}_2$, $p\text{-H}_2$, D_2 and He at 80 K // The Astrophysical Journal. 1989. Vol. 347, No. 2. P. 849–854. DOI: 10.1086/168174
34. Ватсон Дж.Н. Теория бесселевых функций. Пер. со 2-го англ. изд. М.: Издательство иностранной литературы, 1949. 799 с.
35. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2: Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. Серия "Справочная математическая библиотека". Изд. 2-е. М.: Наука, 1974. 296 с.
36. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979. 832 с.
37. Бердников А.С., Галль Н.Р. Радиочастотные транспортирующие ловушки с периодическими электродами без паразитных областей захвата // Масс-спектрометрия. 2013. Т. 10, № 4. С. 224–229. URL: <http://mass-spektrometria.ru/pre-t10n4-radiochast/>
38. Андреева А.Д., Бердников А.С. Масс-спектрометрические устройства на основе радиочастотных электрических полей с архимедовыми свойствами // Масс-спектрометрия. 2011. Т. 8, № 4. С. 293–296. URL: <http://mass-spektrometria.ru/pre-8n4-pismo/>
39. Бердников А.С. Высокочастотные электромагнитные поля с архимедовыми свойствами // Научное приборостроение. 2014. Т. 24, № 1. С. 104–127. URL: <http://iairas.ru/mag/2014/abst1.php#abst13>
40. Бердников А.С., Андреева А.Д. Устройство для манипулирования заряженными частицами. Патент на полезную модель RU 113611U1 (Дата приоритета/подачи заявки: 05.05.2011, дата публикации: 20.02.2012). URL: <https://patents.google.com/patent/RU113611U1/ru>
41. Бердников А.С., Андреева А.Д. Устройство для манипулирования заряженными частицами. Патент на изобретение RU 2465679C1 (Дата приоритета/подачи заявки: 05.05.2011, дата публикации: 27.10.2012). URL: <https://patents.google.com/patent/RU2465679C1/ru>

**Институт аналитического приборостроения РАН,
Санкт-Петербург** (Бердников А.С., Масюкевич С.В.,
Помозов Т.В., Соловьев К.В.)

Контакты: Бердников Александр Сергеевич,
asberd@yandex.ru

**Санкт-Петербургский политехнический универси-
тет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия**
(Соловьев К.В.)

Материал поступил в редакцию 05.05.2025

SIMULATION OF CYLINDRICAL RF ION GUIDES USING ANALYTICAL ELECTRIC FIELDS

A. S. Berdnikov¹, S. V. Masyukevich¹, T. V. Pomozov¹, K. V. Solovyev^{1, 2}

¹*Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint Petersburg, Russia*

²*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia*

The article explores the qualitative properties of cylindrical radio frequency ion guides used to convey ions. Analytical expressions for electric fields obtained earlier, and the theory of pseudo-potential motion of charged particles in RF electric fields, are used here. Different operating modes of RF ion guides are considered: with a phase π for RF voltages applied between neighboring electrodes, with a phase $\pi / 2$ for RF voltages applied between neighboring electrodes, with 100% sinusoidal amplitude modulation of sinusoidal RF voltages to provide the A-wave effect. The influence of high order nonlinear spatial harmonics of the considered electric fields for isolation, transportation and focusing of charged particles (ions) is investigated as well.

Keywords: analytical solutions of the Laplace equation, electric RF fields, electron-optical systems with periodic electrodes, ion guides

REFERENCES

1. Berdnikov A.S., Masyukevich S.V., Solovyev K.V., Khasin Yu.I. [Electric fields of cylindrical RF ion guides]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2025, vol. 35, no. 3, pp. 3–17. (In Russ.).
2. Sysoev A.A., Berdnikov A.S., Masyukevich S.V., Solovyev K.V., Krasnova N.K. [Analytical study of operating modes of RF ion funnels in the gas dynamic interfaces of tandem triple-quadrupole mass-spectrometers]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPBGPU. Fiziko-matematicheskie nauki* [St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics], 2023, vol. 16, no. 4, pp. 134–145. DOI: 10.18721/JPM.16411 (In Russ.).
3. Berdnikov A.S., Masyukevich S.V. [Analytical potentials of electric fields for simulation of ion guides with a periodic structure]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2024, vol. 34, no. 1, pp. 107–116. URL: <http://iairas.ru/mag/2024/abst1.php#abst9> (In Russ.).
4. Berdnikov A.S., Masyukevich S.V., Pomozov T.V., Khasin Yu.I., Solovyev K.V. [Analytical electric potentials for simulation of the multipole radiofrequency ion funnels with nonlinear profiles]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPBGPU. Fiziko-matematicheskie nauki* [St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics], 2024, vol. 17, no. 2, pp. 94–119. DOI: 10.18721/JPM.17208 (In Russ.).
5. Gerlich D. Inhomogeneous RF fields: A versatile tool for the study of processes with slow ions. In: Ng C.-Y., Baer M., Prigogini I., Rice S.A., editors. *Advances in Chemical Physics: State-selected and state-to-state ion-molecule reaction dynamics. Part 1: Experiment (Book Series, vol. 82)*, New York, John Wiley & Sons Inc., 1992, pp. 1–176. DOI: 10.1002/9780470141397.ch1
6. Yavor M.I. Ch. 4: Transporting Charged Particles in Radiofrequency Fields. In: *Optics of charged particle analyzers (Advances in Imaging and Electron Physics, Book Series, vol. 157)*, Amsterdam, Academic Press, 2009, pp. 141–168. DOI: 10.1016/S1076-5670(09)01604-8
7. Yavor M.I. Ch. 4: Expulsion of charged particles by radio-frequency fields In: *Advances in Optics of Charged Particle Analyzers: Part 1 (Book Series: Advances in Imaging*

- and *Electron Physics*, vol. 232), Amsterdam, Elsevier, Academic Press, 2024, pp. 147–173. DOI: 10.1016/B978-0-443-29786-1.00004-4
8. Yavor M.I. Ch. 5: Transporting and separating ions in gas-filled channels. In: *Advances in Optics of Charged Particle Analyzers: Part 1 (Book Series: Advances in Imaging and Electron Physics. Vol. 232.)*, Amsterdam, Elsevier, Academic Press, 2024, pp. 175–205. DOI: 10.1016/B978-0-443-29786-1.00005-6
 9. Landau L.D., Lifshits E.M. *Mekhanika (ser. "Teoreticheskaya fizika", vol. I)* [Mechanics (ser. "Theoretical Physics", vol. I)]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1958. 215 p.). (In Russ.).
 10. Gaponov A.V., Miller M.A. [Potential Wells for Charged Particles in High-Frequency Electromagnetic Field]. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Soviet Physics – Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1958, vol. 34, no. 2, pp. 242–243. (In Russ.).
 11. Miller M.A. [Motion of charged particles in high-frequency electromagnetic fields]. *Izvestiya vuzov. Radiofizika* [News of Higher Educational Institutions. Radiophysics], 1958, vol. 1, no. 3, pp. 110–123. (In Russ.).
 12. Gaponov A.V., Miller M.A. [Use of Moving High-Frequency Potential Wells for the Acceleration of Charged Particles]. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Soviet Physics – Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1958, vol. 34, pp. 751–752. (In Russ.).
 13. Kapitza P.L. [High power electronics]. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Physics uspekhi], 1962, vol. 78, no. 2, pp. 181–265. DOI: 10.3367/UFNr.0078.196210a.0181 (In Russ.).
 14. Sivukhin D.V. [Drift theory of charged particle motion in electromagnetic fields]. In: Leontovich M.A., editor. *Voprosy teorii plazmy. Vyp. 1* [Reviews of Plasma physics. Iss. 1], Moscow, Gosatomizdat Publ., 1963. pp. 7–97. (In Russ.). URL: <https://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=plasma&book=1100&get=1100>
 15. Morozov A.I., Soloviev L.S. [Motion of a charged particle in electromagnetic fields]. In: Leontovich M.A., editor. *Voprosy teorii plazmy. Vyp. 2* [Reviews of Plasma physics. Iss. 2], Moscow, Gosatomizdat Publ., 1963. pp. 177–261. (In Russ.). URL: <https://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=plasma&book=1101&get=1101>
 16. Zaslavskii G.M., Sagdeev R.Z. *Vvedenie v nelineinuyu fiziku. Ot mayatnika do turbulentnosti i khaosa* [Introduction to Nonlinear Physics. From pendulum to turbulence and chaos]. Moscow, "Nauka" Publ., Gl. red. fiziko-matematicheskoi lit-ry, 1988. 368 p. (In Russ.).
 17. Chirkov A.G. *Asimptoticheskaya teoriya vzaimodeistviya zaryazhenykh chastits i kvantovykh sistem s vneshnimi ehlektromagnitnymi poliyami* [Asymptotic theory of interaction of charged particles and quantum systems with external electromagnetic fields]. Saint-Petersburg, Sankt-Peterburgskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2001. 256 p. (In Russ.).
 18. Geyko V.I., Fraiman G.M. [Accuracy of the Averaged Description of the Motion of Charged Particles in High-Frequency Fields]. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 2008, vol. 134, no. 6, pp. 1125–1129. (In Russ.). URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/r/134/6/p1125?a=list>
 19. Berdnikov A.S. A pseudo potential description of the motion of charged particles in RF fields. *Microscopy and Microanalysis*, 2015, vol. 21, no. S4, pp. 78–83. DOI: 10.1017/S1431927615013173
 20. Berdnikov A.S., Verenchikov A.N., Kuzmin A.G. [On the correct averaging of the equations of ion motion in high-frequency electric fields]. *Mass-spektrometriya* [Mass spectrometry], 2018, vol. 15, no. 4, pp. 233–245. URL: <http://mass-spektrometriya.ru/on-the-correct-averaging-of-the-equations/> (In Russ.).
 21. Berdnikov A.S. [Time-dependent pseudopotential and its application for description of the averaged motion of the charged particles. Part. I]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2011, vol. 21, no. 2, pp. 77–89. URL: <http://iairas.ru/mag/2011/abst3.php#abst12> (In Russ.).
 22. Berdnikov A.S. [Time-dependent pseudopotential and its application for description of the averaged motion of the charged particles. Part 2. General expression for time-dependent pseudopotentials]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2011, vol. 21, no. 3, pp. 83–96. URL: <http://iairas.ru/mag/2011/abst3.php#abst10> (In Russ.).
 23. Berdnikov A.S. [Time-dependent pseudopotential and its application for the description of the charged particles averaged motion. Part 3. Time dependent signals characterized by "slow" and "fast" characteristic time]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2011, vol. 21, no. 4, pp. 75–85. (In Russ.). URL: <http://iairas.ru/mag/2011/abst4.php#abst11>
 24. Berdnikov A.S. [Time-dependent pseudopotential and its application for the description of the charged particles averaged motion. Part 4. Devices and instruments]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2011, vol. 21, no. 4, pp. 86–102. (In Russ.). URL: <http://iairas.ru/mag/2011/abst4.php#abst12>
 25. Berdnikov A.S. [Time-dependent pseudopotential and its application for description of the averaged motion of the charged particles. Part 5. Comments to a general expression for time-dependent pseudopotentials]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2012, vol. 22, no. 2, pp. 105–111. (In Russ.). URL: <http://iairas.ru/mag/2012/abst2.php#abst14>
 26. McDaniel E.W., Mason E.A. *The Mobility and Diffusion of Ions in Gases*. J. New-York: Wiley and Sons, 1973. (Russ. Ed.: Mak-Daniehl' I., Mehzon Eh. *Podvizhnost' i diffuziya ionov v gazakh*. Moscow: Mir Publ., 1976. 424 p.).
 27. Landau L.D., Lifshits E.M. *Statisticheskaya fizika: chast' 1 (ser. "Teoreticheskaya fizika", t. 5)*. Izd. 3, dop. E.M. Lifshitssem i L.P. Pitaevskim [Statistical Physics: Part 1 (ser. "Theoretical Physics", vol. 5). 3rd edit.]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 554 p. (In Russ.).
 28. Lifshits E.M., Pitaevskii L.P. *Fizicheskaya kinetika (ser. "Teoreticheskaya fizika", t. 10)*. Izd. 2, ispr. [Physical Kinetics (ser. "Theoretical Physics", vol. 10). 2nd edit., revision]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007. 536 p. (In Russ.).
 29. Levich V.G., Vdovin Yu.A., Myamlin V.A. *Kurs teoreticheskoi fiziki. T. II. Izd. 2, pererab.* [Course of Theoretical

- Physics. Vol. II. 2nd edit., revision]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 936 p. (In Russ.).
30. Bahr R. *Diplom thesis*. University of Freiburg. 1969.
 31. Gerlich D. *Diplom thesis*. University of Freiburg. 1971.
 32. Teloy E., Gerlich D. Integral cross sections for ion-molecule reactions. Part I. The Guided beam technique. *Chemical Physics*, 1974, vol. 4, no. 3, pp. 417–427. DOI: 10.1016/0301-0104(74)85008-1
 33. Gerlich D., Kaefer G. Ion trap studies of association processes in collisions of CH^{3+} and CD^{3+} with $n\text{-H}_2$, $p\text{-H}_2$, D_2 and He at 80 K. *The Astrophysical Journal*, 1989, vol. 347, no. 2, pp. 849–854. DOI: 10.1086/168174
 34. Watson G.N. A Treatise on the Theory of Bessel Functions. Cambridge, Cambridge University Press, 1922. 804 p. (Russ. Ed.: *Vatson Dzh.N. Teoriya besselevykh funktsii*. Transl. from eng. Moscow: Izdatel'stvo inostrannoi literatury, 1949. 799 p.).
 35. Bateman H., Erdeli A. *Higher Transcendental Functions*. Vol. 2. McGraw Hill book company, 1953. 396 p. (Russ. Ed.: Beitmen G., Ehrdeii A. *Vysshie transtsendentnye funktsii. T. 2: Funktsii Besselya, funktsii parabolicheskogo tsilindra, ortogonal'nye mnogochleny. Seriya "Spravochnaya matematicheskaya biblioteka"*. Izd. 2. Moscow: Nauka Publ., 1974. 296 p.).
 36. Abramowitz M., Stegun I.A. *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series, 1964. 1046 p. (Russ. Ed.: Abramovits M., Stigan I. *Spravochnik po spetsial'nyim funktsiyam s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami*. Moscow: Nauka Publ., 1979. 832 p.).
 37. Berdnikov A.S., Gall N.R. [Radio frequency ion guiding traps with periodical electrodes without spurious trapping regions]. *Mass-spektrometriya* [Mass-spectrometry], 2013, vol. 10, no. 4, pp. 224–229. URL: <http://mass-spektrometria.ru/pre-t10n4-radiochast/> (In Russ.).
 38. Andreeva A.D., Berdnikov A.S. [Mass spectrometric devices with archimedean radio frequency electric fields]. *Mass-spektrometriya* [Mass-spectrometry], 2011, vol. 8, no. 4, pp. 293–296. (In Russ.). URL: <http://mass-spektrometria.ru/pre-8n4-pismo/>
 39. Berdnikov A.S. [High frequency electromagnetic fields with "Archimedean" properties which are calculated taken Maxwell's terms into account]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2014, vol. 24, no. 1, pp. 104–127. URL: <http://iairas.ru/mag/2014/abst1.php#abst13> (In Russ.).
 40. Berdnikov A.S., Andreeva A.D. *Ustroistvo dlya manipulirovaniya zaryazhennymi chastitsami*. Patent RF no. RU 2465679C1. [Patent for apparatus for manipulating charged particles]. Prioritet 05.05.2011. URL: <https://patents.google.com/patent/RU113611U1/ru> (In Russ.).
 41. Berdnikov A.S., Andreeva A.D. *Ustroistvo dlya manipulirovaniya zaryazhennymi chastitsami*. Patent RF no. RU 2465679C1. [Patent for apparatus for manipulating charged particles]. Prioritet 27.10.2012. URL: <https://patents.google.com/patent/RU2465679C1/ru> (In Russ.).

Contacts: *Berdnikov Alexander Sergeevich*,
asberd@yandex.ru

Article received by the editorial office on 05.05.2025

INTRODUCTION

This article is a direct continuation of the work [1], which investigated analytical expressions for the electric potentials of cylindrical radio-frequency channels for transporting charged particles (ions). In this publication, using a pseudopotential model of charged particle motion in high-frequency electric fields and analytical expressions for electric fields obtained in the previous article, the features of the functioning of cylindrical radio-frequency transport channels are investigated. A two-phase scheme of electric voltages on the electrodes, a four-phase scheme of electric voltages on the electrodes, as well as amplitude-modulated voltages that ensure synchronous transport of charged particles using a high-frequency electric field of the A-wave type are considered. The study of the functioning of radio-frequency transport channels with non-circular and multipole-segmented diaphragms, considered in [1], is carried out in a similar manner and leads to qualitatively identical results. If it is necessary to study radio-frequency transport channels of non-cylindrical shape, one can use analytical expressions for electric potentials from publications [2–4], however, the analysis of the corresponding models is beyond the scope of this article.

PSEUDOPOTENTIAL MODEL OF ION MOTION IN A NEUTRAL GAS

For a qualitative description of the motion of charged particles in high-frequency electric fields, it is useful to use a pseudopotential model of motion [5–25]. In accordance with this model, the motion of charged particles is decomposed into the sum of "slow" motion in some effective quasi-stationary force field and high-frequency oscillations with a small amplitude. In this case, when charged particles move in a neutral gas environment, additional effects are observed that are absent when moving in a vacuum [2, 8, 19].

Let us consider the movement of ions in a high-frequency electric field, the high-frequency electric potential of which has the form [19, 20]

$$U_{rf}(x, y, z, t) = U^{(0)}(x, y, z) p_0(t) + \sum_k \left[\left(p_k(t) \cos(\omega_k t) U^{(k)}(x, y, z) + q_k(t) \sin(\omega_k t) V^{(k)}(x, y, z) \right) \right], \quad (1)$$

where $p_k(t)$ and $q_k(t)$ are the "slow" functions of time, and ω_k are the "fast" circular frequencies of the high-frequency voltages applied to the electrodes. It is assumed that $\forall k: \omega_k \sim \omega$ (all frequencies are "fast"),

$\forall k, j: |\omega_k - \omega_j| \sim \omega$ (the "fast" frequencies are far apart) and $\omega T \gg 1$, where ω is the characteristic scale of the "fast" frequencies, T is the characteristic time scale for the "slow" motion of ions.

Expression (1) is the most general representation for high-frequency signals of complex shape and complex spectrum, characterized by two different time scales and allowing the application of the pseudopotential model of ion motion. In [23] it is shown that any quasi-static high-frequency electric field whose time spectrum breaks up into narrow and widely spaced islands can be reduced to the form (1). Representation of the high-frequency electric field in the canonical form (1) is important for obtaining a correct theory of pseudopotential: for example, when using formally equivalent mathematical expressions and a heuristic technique for averaging the equations of motion, one can easily obtain mathematically beautiful but physically incorrect formulas [16, 17, 20, 25] instead of a slowly changing pseudopotential [7, p. 170], [17, 19–21].

In accordance with [26–29], the effect of collisions of ions with neutral gas molecules can be replaced by effective viscous friction according to Stokes' law. The viscous friction force, proportional to the velocity of the ion relative to the stationary gas and in the direction opposite to the ion velocity, replaces the result of averaged collisions of ions with molecules of the neutral gas when "dragging" ions through the gas [26–29]. Instead of the Stokes coefficient (which is, generally speaking, a theoretical abstraction and has no direct physical meaning), it is convenient to use the coefficient of ion mobility in a neutral gas, which determines the relationship between the strength of the constant electric field in the region of space under consideration and the steady-state velocity of uniform motion of ions [26]. The Stokes coefficient γ is related to the mobility K by the relation $\gamma = e / K$, where e is the ion charge.

In the linear approximation, the Stokes coefficient does not depend on the velocity of ions relative to the stationary gas and is determined by the local gas temperature, the local gas pressure, and the cross section of collisions of ions with molecules of the neutral gas. It is assumed that $\gamma = \gamma(x, y, z, t)$ is a function slowly changing in time and space. In most cases, the variant $\gamma = \text{const}$ is quite acceptable for use in a reasonable model of the qualitative motion of ions in a neutral gas.

After a careful procedure of averaging the resulting equations of motion over time in accordance with the scheme used in [9, pp. 119–123], [10–22], the "slow" motion of ions with mass m and charge e is reduced to motion in a pseudopotential electric field with

a "damped" electric pseudopotential $\bar{U}(x, y, z, t)$. This pseudopotential is given by the formula [6–8, 19]:

$$\bar{U}(x, y, z, t) = \sum_k \frac{e}{4m(\Omega^2 + \omega_k^2)} \left(p_k^2(t) \left[\left(U_x^{(k)} \right)^2 + \left(U_y^{(k)} \right)^2 + \left(U_z^{(k)} \right)^2 \right] + q_k^2(t) \left[\left(V_x^{(k)} \right)^2 + \left(V_y^{(k)} \right)^2 + \left(V_z^{(k)} \right)^2 \right] \right), \quad (2)$$

where for the functions $U^{(k)}(x, y, z)$ and $V^{(k)}(x, y, z)$ the subscripts x, y, z denote the partial derivatives with respect to the corresponding coordinates, $\Omega = m / \gamma$ is the parameter having the meaning of the effective frequency of collisions of ions with neutral gas molecules, γ is the Stokes coefficient for the effective force of viscous friction.

In the absence of neutral gas $\Omega \equiv 0$ and the damped pseudopotential (2) transforms into an ordinary pseudopotential [5–25]. From the physical point of view, the pseudoelectric field, which is described by the gradient of the electric pseudopotential (2), is caused by the inertia of ion motion and the presence of a spatial gradient of the amplitude of the high-frequency electric field. No other pseudoforces are observed in the right-hand side of the averaged equations of motion during ion motion in a vacuum.

However, in the presence of a neutral gas and a non-zero spatial gradient of the phase of the high-frequency electric field, a non-potential pseudo-electric field (hereinafter referred to as a pseudo-field or pseudo-force) with components $(\bar{E}_x, \bar{E}_y, \bar{E}_z)$ is added to the right-hand side of the averaged equations of motion, and is caused by the spatial gradient of the phase of the high-frequency electric field:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x(x, y, z, t) = & \sum_k \frac{e(\Omega/\omega_k)}{2m(\Omega^2 + \omega_k^2)} p_k(t) q_k(t) \times \\ & \times \left(U_x^{(k)} V_{xx}^{(k)} - U_{xx}^{(k)} V_x^{(k)} + U_y^{(k)} V_{xy}^{(k)} - \right. \\ & \left. - U_{xy}^{(k)} V_y^{(k)} + U_z^{(k)} V_{xz}^{(k)} - U_{xz}^{(k)} V_z^{(k)} \right), \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_y(x, y, z, t) = & \sum_k \frac{e(\Omega/\omega_k)}{2m(\Omega^2 + \omega_k^2)} p_k(t) q_k(t) \times \\ & \times \left(U_x^{(k)} V_{xy}^{(k)} - U_{xy}^{(k)} V_x^{(k)} + U_y^{(k)} V_{yy}^{(k)} - \right. \\ & \left. - U_{yy}^{(k)} V_y^{(k)} + U_z^{(k)} V_{yz}^{(k)} - U_{yz}^{(k)} V_z^{(k)} \right), \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_z(x, y, z, t) = & \sum_k \frac{e(\Omega/\omega_k)}{2m(\Omega^2 + \omega_k^2)} p_k(t) q_k(t) \times \\ & \times \left(U_x^{(k)} V_{xz}^{(k)} - U_{xz}^{(k)} V_x^{(k)} + U_y^{(k)} V_{yz}^{(k)} - \right. \\ & \left. - U_{yz}^{(k)} V_y^{(k)} + U_z^{(k)} V_{zz}^{(k)} - U_{zz}^{(k)} V_z^{(k)} \right). \quad (5) \end{aligned}$$

Unlike the pseudo-electric field corresponding to the gradient (more precisely, the anti-gradient) of the pseudo-potential (2), there is no scalar function whose gradient can be a vector field $(\bar{E}_x, \bar{E}_y, \bar{E}_z)$.

Also, in the equations of "slow" motion, there is an effective (averaged) viscous force with components $(\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z)$:

$$\begin{aligned} \bar{F}_x(x, y, z, t) = & -\gamma(x, y, z, t) (\dot{x}(t) - u_x(x, y, z, t)), \\ \bar{F}_y(x, y, z, t) = & -\gamma(x, y, z, t) (\dot{y}(t) - u_y(x, y, z, t)), \\ \bar{F}_z(x, y, z, t) = & -\gamma(x, y, z, t) (\dot{z}(t) - u_z(x, y, z, t)), \end{aligned} \quad (6)$$

where (u_x, u_y, u_z) is the gas flow velocity slowly changing in time and space in the vicinity of the point under consideration, $(\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))$ is the average velocity of the ion at a given moment in time.

If formula (1) contains a non-zero slowly changing electric potential $U_0(x, y, z, t) = U^{(0)}(x, y, z) p_0(t)$, the corresponding electric field is also included in the right-hand side of the equations of "slow" motion.

ANALYTICAL MODELS OF HIGH-FREQUENCY ELECTRIC FIELDS OF CYLINDRICAL GUIDES

It is assumed that a quasi-static model of an electric field is valid for a high-frequency electric field: in the limited volume under consideration, the high-frequency electric potential can be represented as the product of a function that describes the synchronous change of the voltages on the electrodes in time, and a three-dimensional electrostatic potential that corresponds to constant electric voltages on the electrodes. The quasi-static model is applicable if the characteristic time of change of electric voltages on the electrodes is much greater than the characteristic time of propagation of electric disturbance within the device

(i.e. the length of the device divided by the speed of light).

A typical configuration of circular diaphragms, which are used as electrodes when creating cylindrical transport channels, is shown in Fig. 1.

Fig. 1. Cylindrical channel consisting of circular diaphragms.
a — curvilinear electrodes corresponding to the analytical electric potential (7), (8);
b — simplified system consisting of flat circular diaphragms of finite thickness.
The section shows the internal structure of the electrodes

Such cylindrical radiofrequency traps were proposed and successfully used for isolating the ions under study in [30–33]. See also [5], [7, pp. 165, 166].

The main component of the electric field of transport channels consisting of thin circular diaphragms of radius R , located along the OZ axis with a constant step L , to which electric voltages $\pm U_R$ with alternating signs are applied, is described with good accuracy by the Gerlich formulas [5], [7, pp. 165, 166]:

$$U_C(z, r) = \frac{U_R}{I_0(\lambda R)} \cos(\lambda z) I_0(\lambda r), \quad (7)$$

$$U_S(z, r) = \frac{U_R}{I_0(\lambda R)} \sin(\lambda z) I_0(\lambda r), \quad (8)$$

where U_C — cosine form, U_S — sine form, z, r are the axial and radial coordinates ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$); U_R are the static electric voltages applied to the diaphragms; I_0 is the modified zero-order Bessel function [34–36]; λ is the geometric scale parameter. The parameter $\lambda = \pi / L$ if the same electric voltages $\pm U_R$ with alternating signs are applied to all diaphragms, and $\lambda = \pi / (2L)$ if the diaphragms are divided into even and odd, and electric voltages $\pm U_R$ are applied to some diaphragms, while for intermediate (auxiliary) diaphragms the electric voltages are equal to zero.

On the axis of symmetry $r = 0$, the potential (7) behaves as $U_0 \cos(\lambda z)$, and the potential (8) behaves as $U_0 \sin(\lambda z)$, where $U_0 = U_R / I_0(\lambda R)$ is the amplitude of spatial oscillations of the electrostatic potential on the axis of the system. In order to create the required three-dimensional electric fields with electric potentials (7) or (8), circular diaphragms with electric voltages $\pm U_R$ are placed along the axis at the points of local maxima and minima of the axial distribution of the electric potential, and auxiliary diaphragms with zero voltages (if required) are placed at the points at which the axial distribution becomes zero.

The extended system of circular diaphragms equipped with diaphragms with zero voltages turns out to be the same for both electric potential (7) and electric potential (8). The difference lies in what electric voltages should be applied to the diaphragms. Moreover, due to the linearity of the Laplace equation for the linear superposition of electric voltages applied separately to the even and odd diaphragms, an electric field with a potential representing a linear superposition of potentials (7), (8) with the necessary weighting factors will be created. Analytical electrostatic potentials (7), (8) turn out to be a useful tool for constructing analytical models of the high-frequency electric field for complex configurations of radio-frequency voltages on the electrodes, including pulsed voltages and voltages with a complex spectrum.

Along with the main components (7), (8), parasitic senior spatial harmonics of the electric field are also present in the electric field of real cylindrical channels. These harmonics are caused by the deviation of the real shape of the diaphragms from the ideal curvilinear profile corresponding to the exact analytical expression (7), (8) for electric potentials.

Axial spatial harmonics are associated with the replacement of diaphragms with a curvilinear profile by thin diaphragms or diaphragms of finite thickness. Azimuthal spatial harmonics are associated with the replacement of multipole diaphragms with an ideal multipole profile by multipole-segmented circular diaphragms. Axial and azimuthal senior spatial harmonics of cylindrical transport channels are studied in detail in [1].

Senior spatial harmonics of the electric field exponentially quickly decay with distancing from the edge of the diaphragms; therefore, to assess the influence of electric field disturbances on the functioning of cylindrical transport channels, it is sufficient to limit ourselves to the first non-zero senior harmonic. Due to the symmetry of the electrodes and voltages, this will be a sinusoidal or cosine spatial harmonic with number "3" [1]. As a result, the electric potentials of the disturbed electric field have the form

$$\tilde{U}_C(z, r) \approx U_0 [\cos(\lambda z) I_0(\lambda r) + \varepsilon \cos(3\lambda z) I_0(3\lambda r)], \quad (9)$$

$$\tilde{U}_S(z, r) = U_0 [\sin(\lambda z) I_0(\lambda r) + \varepsilon \sin(3\lambda z) I_0(3\lambda r)], \quad (10)$$

where z, r are the axial and radial coordinates ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$); U_0 is the amplitude of oscillations of the axial distribution of the electric potential; I_0 is the modified Bessel function of zero order [34–36]; λ is the geometric scale parameter, ε is the relative contri-

bution of the third spatial harmonic to the axial distribution of the electric potential. The parameter ε depends on the thickness of the thin diaphragms and the dimensionless ratio R/L , where R is the radius of the circular diaphragms, L is the distance between adjacent circular diaphragms. With an increase in the dimensionless quantity R/L , the value of the parameter ε quickly tends to zero, but at the same time the amplitude of oscillations $U_0 = U_R / I_0(\lambda R)$ of the axial distribution of the electric potential also tends to zero (if the electric voltages $\pm U_R$ applied to the electrodes do not change along with a change in the parameter R/L).

PSEUDOPOTENTIAL MODELS OF RADIOFREQUENCY GUIDES

Introductory remarks

A practical example of the use of analytical potentials (7), (8) and (9), (10) can be radiofrequency electric fields used in ion-optical devices [5, 30–33, 37]. When analyzing the operation of these devices, the motion of charged particles (ions) is conveniently described using a pseudopotential model of motion, which is briefly described in the previous section.

Pseudopotential with profile corrugation

In the classical case, when a high-frequency sinusoidal voltage with a fixed amplitude and a phase difference π between adjacent diaphragms is applied to circular diaphragms [5, 8, 30–33], the electric potential of the high-frequency electric field in the middle of the transport channel is described by the formula:

$$U(z, r, t) = \frac{U_R}{I_0(\pi R/L)} \cos\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) \cos(\omega t + \varphi), \quad (11)$$

where z , r are the axial and radial coordinates; U_R , ω and φ are, respectively, the amplitude, circular frequency, and total phase shift of the high-frequency voltages applied to the diaphragms; I_0 is the modified zero-order Bessel function; L is the distance between adjacent diaphragms; R is the radius of the circular diaphragms, the parameter β specifies the displacement of the chain of uniformly spaced diaphragms relative to the origin.

The pseudopotential, which describes the averaged motion of charged particles with mass m and charge e in high-frequency electric fields (11) in vacuum, has the form

$$\bar{U}(z, r) = \frac{e\pi^2}{2mL^2\omega^2} \left(\frac{U_R}{I_0(\pi R/L)} \right)^2 \times$$

$$\times \left(\sin^2\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_0^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_1^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right). \quad (12)$$

The graph of function (12) in normalized dimensionless coordinates is shown in Fig. 2.

Pseudopotential (12) does not change in time and is a corrugated trough that ensures the retention of charged particles in the vicinity of the system axis (Fig. 2, a). Note that noticeable corrugation is preserved on the system axis $r = 0$ (Fig. 2, b). This means that, with the exception of individual points at which the pseudopotential vanishes, a non-zero high-frequency electric field is present on the axis. However, if $R \geq 4L$ this field is negligible due to the exponential growth of the factor $I_0(\pi R/L)$ in the denominator of formula (11).

Fig. 2. Pseudopotential (12) in dimensionless normalized coordinates.

a — three-dimensional graph in the plane (z, r) ,
b — corrugation on the axis $r = 0$

When moving in a gas, the damped pseudopotential (2) differs from expression (12) by the presence of a constant damping factor $\omega^2 / (\omega^2 + \Omega^2)$. The phase of the high-frequency electric field (11) is the same at any point in space, so the non-potential pseudoelectric field (3)–(5) is absent. In addition, due to viscous friction (6), the ions quickly lose their initial kinetic energy and ultimately end up on the axis of the transport channel in local minima of the axial corrugation of the pseudopotential, in which the high-frequency electric field is absent.

The electric potential of the high-frequency electric field (11), to which the disturbing spatial harmonics (9), (10) are added, is described by the formula

$$U(z, r, t) = U_0 \times \left[\cos\left(\frac{\pi z}{L} + \beta\right) I_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \varepsilon \cos\left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{L}\right) \right] \times \cos(\omega t + \varphi), \quad (13)$$

where U_0 is the amplitude of the oscillations of the electric potential on the axis of the system, ε is the relative contribution of the third spatial harmonic to the electric field on the axis compared to the first spatial harmonic, and the remaining parameters in formula (13) coincide with the similar parameters of formula (11).

The pseudopotential, which describes the averaged motion of charged particles with mass m and charge e in high-frequency electric fields (13) in a vacuum, has the form

$$\begin{aligned}
\bar{U}(z, r) = & \frac{e\pi^2 U_0^2}{2mL^2 \omega^2} \left[\left(\sin^2 \left(\frac{\pi z}{L} + \beta \right) I_0^2 \left(\frac{\pi r}{L} \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi z}{L} + \beta \right) I_1^2 \left(\frac{\pi r}{L} \right) \right) + \right. \\
& + 6\varepsilon \left(\sin \left(\frac{\pi z}{L} + \beta \right) \sin \left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta \right) I_0 \left(\frac{\pi r}{L} \right) I_0 \left(\frac{3\pi r}{L} \right) + \right. \\
& \left. + \cos \left(\frac{\pi z}{L} + \beta \right) \cos \left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta \right) I_1 \left(\frac{\pi r}{L} \right) I_1 \left(\frac{3\pi r}{L} \right) \right) + \\
& \left. + 9\varepsilon^2 \left(\sin^2 \left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta \right) I_0^2 \left(\frac{3\pi r}{L} \right) + \cos^2 \left(\frac{3\pi z}{L} + 3\beta \right) I_1^2 \left(\frac{3\pi r}{L} \right) \right) \right]. \quad (14)
\end{aligned}$$

The graph of function (14) in normalized dimensionless coordinates is shown in Fig. 3. The presence of additional spatial harmonics leads to a sharper growth of the walls of the pseudopotential trough when approaching the edges of the circular diaphragms (Fig. 3, a), and also complicates the corrugation profile of the pseudopotential (Fig. 3, b). As a result, the slope of the walls of local traps at the axial points corresponding to the zero high-frequency electric field increases, the value of the pseudopotential at the points of local maxima decreases, and additional local traps of small depth appear at the previous points of the maximum of the axial distribution of the pseudopotential (Fig. 3, b). As a result, in the central region of the guide, a complex structure of local pseudopotential traps in which charged particles can be retained in the process of their isolation and transportation forms.

Fig. 3. Pseudopotential (14) in dimensionless normalized coordinates.
a — three-dimensional graph in the plane (z, r) ,
b — corrugation on the axis $r = 0$

In the presence of a neutral gas, pseudopotential (14) is replaced by a damped pseudopotential, which differs from expression (14) by the presence of a constant damping factor $\omega^2 / (\omega^2 + \Omega^2)$. The phase of the high-frequency electric field (13) is the same at any point in space, so pseudoforce (3)–(5) is zero at all points in space, just as in the absence of disturbances in the form of higher spatial harmonics.

Due to viscous friction (6), ions quickly lose their initial kinetic energy and ultimately end up on the axis of the transport channel in local minima of the pseudopotential corrugation. However, now charged particles can also accumulate in additional local traps of not too great depth, which appear at the tops of the previous maxima of the axial distribution of the pseu-

dopotential (Fig. 3, b) due to the presence of senior spatial harmonics of the high-frequency electric field.

Pseudopotential with a smooth profile

Let us consider the case when a high-frequency sinusoidal voltage with a fixed amplitude and a phase difference of $\pi / 2$ between adjacent diaphragms is applied to circular diaphragms [37]. In this case, the electric potential of the high-frequency electric field in the middle of the transport channel is described by the formula

$$\begin{aligned}
U(z, r, t) = & \\
= & \frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \cos \left(\frac{\pi z}{2L} + \beta \right) I_0 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) \cos(\omega t + \varphi) + \\
& + \frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \sin \left(\frac{\pi z}{2L} + \beta \right) I_0 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) \sin(\omega t + \varphi). \quad (15)
\end{aligned}$$

The parameters in formula (15) coincide with the analogous parameters of formula (11).

The pseudopotential that describes the average motion of charged particles with mass m and charge e in high-frequency electric fields (15) in a vacuum has the form

$$\begin{aligned}
\bar{U}(z, r) = & \\
= & \frac{e\pi^2}{8mL^2 \omega^2} \left(\frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \right)^2 \left(I_0^2 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) + I_1^2 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) \right). \quad (16)
\end{aligned}$$

When moving in a gas, the damped pseudopotential (2) differs from expression (16) by the presence of a constant damping factor $\omega^2 / (\omega^2 + \Omega^2)$. In addition, due to viscous friction (6), the ions quickly lose their initial kinetic energy and eventually end up on the axis of the transport channel.

The graph of function (16) in normalized dimensionless coordinates is shown in Fig. 4. Pseudopotential (16) does not change over time and is a smooth

trough that ensures the retention of charged particles in the vicinity of the system axis (Fig. 4). The fact that pseudopotential (16) does not depend on the z coordinate means that at any point in space the average pseudopotential effect on charged particles in the axial direction is absent in the high-frequency electric field (15) in a vacuum.

Fig. 4. Pseudopotential (16) in dimensionless normalized coordinates.

a — three-dimensional graph $\bar{U}(z, r)$ in the plane (z, r) ,
b — graph of the dependence $\bar{U}(r)$ along the line $z = 0$

Although with $r = 0$ pseudopotential (16) is a constant (and, accordingly, the strength of the electric pseudofield caused by the pseudopotential is zero), it is not zero in itself (Fig. 4, b). This means that there is a non-zero high-frequency electric field on the axis, which swings the charged particles without moving them anywhere. If $R \geq 4L$ this field is negligibly small due to the exponential growth of the factor $I_0(\pi R / 2L)$ in the denominator of formula (15).

The high-frequency electric field (16) has a different phase at different points in space. Therefore, along with the pseudo-electric field, which is a gradient of the pseudo-potential (16) with a damping factor, there is also a non-zero pseudo-force, which, in accordance with formulas (3)–(5), has the form:

$$\begin{aligned}\bar{E}_x &= 0, \quad \bar{E}_y = 0, \\ \bar{E}_z &= \frac{e\pi^3 (\Omega/\omega)}{16mL^3 (\Omega^2 + \omega^2)} \times \\ &\times \left(\frac{U_R}{I_0(\pi R / 2L)} \right)^2 \left(I_0^2 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) + I_1^2 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) \right).\end{aligned}\quad (17)$$

If we change the phase shift of the high-frequency voltage between adjacent diaphragms from $+\pi/2$ to $-\pi/2$, then the sign of the component $\bar{E}_z$ of the electric pseudo-force will change to the opposite. As follows from a comparison of formulas (16) and (17), the graphs for the pseudo-force $e\bar{E}_z$ coincide with Fig. 4, except for the scaling factor. On the axis of the system, the pulling or braking non-potential pseudo-force $e\bar{E}_z$ is negligibly small if $R \geq 4L$.

The pseudoforce $e\bar{E}_z$ directed along the OZ axis is quadratic near the axis and grows exponentially with a noticeable distancing from the axis. It moves the charged particles along the axial direction in one direction or another depending on the phase shift of the high-frequency voltages between adjacent electrodes, regardless of the sign of the charge of the charged particles. It is curious that the pseudoforce directed along the axis does not depend on the z coordinate, although it changes noticeably with a change in the r coordinate.

The electric potential of the high-frequency electric field (15), to which the disturbing spatial harmonics (9), (10) are added, is described by the formula

$$\begin{aligned}U(z, r, t) &= U_0 \left[\cos \left(\frac{\pi z}{2L} + \beta \right) I_0 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) + \varepsilon \cos \left(\frac{3\pi z}{2L} + 3\beta \right) I_0 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \right] \cos(\omega t + \varphi) + \\ &+ U_0 \left[\sin \left(\frac{\pi z}{2L} + \beta \right) I_0 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) + \sin \left(\frac{3\pi z}{2L} + 3\beta \right) I_0 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \right] \sin(\omega t + \varphi),\end{aligned}\quad (18)$$

where U_0 is the amplitude of the oscillations of the electric potential on the axis of the system, ε is the relative contribution of the third spatial harmonic to the electric field on the axis compared to the first spatial harmonic, and the remaining parameters in formula (18) coincide with the similar parameters of formula (11).

The pseudopotential, which describes the averaged motion of charged particles with mass m and charge e in high-frequency electric fields (18) in a vacuum, has the form

$$\begin{aligned}\bar{U}(z, r) &= \frac{e\pi^2 U_0^2}{8mL^2 \omega^2} \left[\left(I_0^2 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) + I_1^2 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) \right) + 9\varepsilon^2 \left(I_0^2 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) + I_1^2 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \right) + \right. \\ &\left. + 6\varepsilon \cos \left(\frac{\pi z}{L} + 2\beta \right) \left(I_0 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) I_0 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) + I_1 \left(\frac{\pi r}{2L} \right) I_1 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \right) \right].\end{aligned}\quad (19)$$

The graph of function (19) in normalized dimensionless coordinates is shown in Fig. 5.

Fig. 5. Pseudopotential (19) in dimensionless normalized coordinates.
a — three-dimensional graph in the plane (z, r) ,
b — corrugation along the OZ axis for several different values of $r = \text{const}$

It is clearly seen that the presence of additional spatial harmonics leads to the appearance of corrugation in the smooth pseudopotential trough, the walls of which continue to grow exponentially when approaching the edges of the circular diaphragms. As a result, in the vicinity of the OZ axis, additional local traps appear, in which charged particles can be retained during their isolation and transportation. It should be noted that the minimum value of the pseudopotential

on the OZ axis is still positive, which means that the high-frequency electric field is nonzero at all points of the OZ axis, including local minima of the pseudopotential on the axis.

In the presence of a neutral gas, pseudopotential (19) is replaced by a damped pseudopotential, which differs from expression (19) by the presence of a constant damping factor $\omega^2/(\omega^2 + \Omega^2)$. Due to viscous friction (6), the ions quickly lose their initial kinetic energy and ultimately end up on the axis of the guides in local minima of the parasitic pseudopotential corrugation, which appeared due to the presence of senior spatial harmonics in the high-frequency electric field.

The presence of senior spatial harmonics also affects the behavior of the pseudoforce caused by the spatial gradient of the phase of the high-frequency electric field and the presence of viscous friction when moving in a neutral gas:

$$\begin{aligned}\bar{E}_r &= \frac{3e\pi^3 U_0^2 (\Omega/\omega)}{8mL^3 (\Omega^2 + \omega^2)} \varepsilon \sin\left(\frac{\pi z}{L} + 2\beta\right) \left[I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) I_1\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) + I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) I_1\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \right], \\ \bar{E}_z &= \frac{e\pi^3 U_0^2 (\Omega/\omega)}{16mL^3 (\Omega^2 + \omega^2)} \left[\left(I_0^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + I_1^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \right) + 27\varepsilon^2 \left(I_0^2\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) + I_1^2\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + 12\varepsilon \cos\left(\frac{\pi z}{L} + 2\beta\right) \left(I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) + I_1\left(\frac{\pi r}{2L}\right) I_1\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right) \right].\end{aligned}\quad (20)$$

Figures 6 and 7 shows the graphs of the pseudo-force (20).

Fig. 6. Axial component of pseudoforce (20) in dimensionless normalized coordinates.
a — three-dimensional graph in the plane (z, r) ,
b — corrugation along the OZ axis for different values of $r = \text{const}$

Fig. 7. Radial component $e\bar{E}_r$ of pseudoforce (20) in dimensionless normalized coordinates.
a — three-dimensional graph in the plane (z, r) ,
b — oscillations with displacement along the OZ axis for different values of $r = \text{const}$

It is evident from the figures that due to the appearance of higher spatial harmonics in the expansion of the high-frequency electric field, the axial compo-

nent of the pseudo-force $e\bar{E}_z$ develops a corrugation (Fig. 6), and the radial component of the pseudo-force $e\bar{E}_r$ ceases to be zero, demonstrating spatial oscillations with a periodic change in sign as it moves along the OZ axis (Fig. 7). The amplitude of the spatial oscillations for both components of the pseudo-force increases exponentially as it approaches the edges of the diaphragms. As it should be based on symmetry considerations, as it approaches the OZ axis, the radial component of the pseudo-force $\bar{E}_r$ tends to zero in accordance with formula (17), and as it moves away from the OZ axis, both components $\bar{E}_r$ and $\bar{E}_z$ grow exponentially. It is interesting that as it moves away from the OZ axis, the parasitic spatial oscillations of the axial component $\bar{E}_z$ can increase so much that it begins to change sign at some points.

If the phase shift of the high-frequency voltage between adjacent diaphragms is changed from $+\pi/2$ to $-\pi/2$, then the signs of the components $\bar{E}_r$ and $\bar{E}_z$ of the electric pseudo-force will change to the oppo-

site. Near the axis of the system, both components of the pseudo-force (20) are negligibly small if $R \geq 4L$.

Pseudopotential with the A-wave effect

A system of circular diaphragms can be used for forced transport of charged particles by a high-frequency electric field (the A-wave principle [8, 4, 38–41]). Here, the circular diaphragms are exposed to a high-frequency sinusoidal voltage with 100% amplitude modulation, carried out according to the sinusoidal law with a phase shift of the amplitude modulation of $\pi/2$ between adjacent diaphragms. The electric potential of the high-frequency electric field in the middle of the transport channel is described by the formula

$$U(z, r, t) = \frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \cos\left(\frac{\pi z}{2L} + \beta\right) \times \\ \times I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \cos(\Omega t + \psi) \cos(\omega t + \varphi) + \\ + \frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \sin\left(\frac{\pi z}{2L} + \beta\right) \times \\ \times I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \sin(\Omega t + \psi) \cos(\omega t + \varphi), \quad (21)$$

where Ω is the circular frequency of the sinusoidal amplitude modulation of high-frequency voltages; ψ is the total phase shift of the sinusoidal amplitude modulation, and the remaining parameters in formula (21) coincide with the similar parameters of formula (11).

The pseudopotential, which describes the averaged motion of charged particles with mass m and charge e in high-frequency electric fields (21) in a vacuum, has the form

$$\bar{U}(z, r, t) = \frac{e\pi^2}{8mL^2\omega^2} \left(\frac{U_R}{I_0(\pi R/2L)} \right)^2 \times \\ \times \left(\sin^2\left(\frac{\pi z}{2L} - \Omega t + \beta - \psi\right) I_0^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + \right. \\ \left. + \cos^2\left(\frac{\pi z}{2L} - \Omega t + \beta - \psi\right) I_1^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \right). \quad (22)$$

When moving in a gas, the damped pseudopotential (2) differs from expression (22) by the presence of a constant damping factor $\omega^2/(\omega^2 + \Omega^2)$. The phase of the high-frequency electric field (21) is the same at any point in space, so the non-potential pseudo-electric field (3)–(5) is absent. In addition, due to viscous friction (6), the ions quickly lose their initial kinetic energy and therefore ultimately end up on the axis of the transport channel in local slowly moving minima of the axial corrugation of the pseudo-

potential (see Fig. 8), in which the high-frequency electric field is absent.

The graph of function (22) in normalized dimensionless coordinates is shown in Fig. 8. Pseudopotential (16) changes in time and is a corrugated trough gradually shifting along the OZ axis, coinciding in shape with pseudo-potential (12) (Fig. 8a). Like pseudo-potential (12), it ensures the retention of charged particles in the vicinity of the system axis.

Fig. 8. Pseudopotential (22) in dimensionless normalized coordinates.
a — three-dimensional graph in the plane (z, r) at some point in time,
b — value on the axis $r = 0$ for two different points in time

If the ratio of the radius of the diaphragms to the distance between adjacent diaphragms lies in the range $R/L \in [1.5, 2.5]$ (see publication [1]), then a sinusoidal wave of pseudopotential is formed on the axis of the system, moving along the OZ axis with a speed controlled by the amplitude modulation frequency Ω (Fig. 8, b). Charged particles with different masses and charges are concentrated in its minima (local radiofrequency traps), which as a result are forcibly moved synchronously with the traveling wave of pseudopotential with a single group velocity, unambiguously controlled by the law of change in electrical voltages on the electrodes.

The transport of charged particles using the A-wave effect can be illustrated as follows (Fig. 9).

Fig. 9. Transport of charged particles along the $r = 0$ axis using a traveling wave of pseudopotential (22) (A-wave effect).
a — three-dimensional graph on the (z, t) plane for the transporting pseudopotential,
b — map on the (z, t) plane for equipotential lines of the transporting pseudopotential $\bar{U}_0(z, t)$

Let us consider the motion of charged particles located directly on the $r = 0$ axis under the action of the pseudopotential $\bar{U}_0(z, t) = \bar{U}(z, r, t)|_{r=0}$. The pseudopotential $\bar{U}(z, r, t)$ increases quadratically with moving from the axis, and reaches a minimum on the axis itself, so that the charged particles are reliably held in the vicinity of the axis by the high-frequency electric field. Since the pseudopotential of the high-frequency electric field changes slowly in time (from the point of view of the scale of rapid oscillations of the high-frequency electric field), the charged particles are in time to reach a state of equilibrium and concentrate in

local minima of the function $\bar{U}_0(z, t)$. With an adiabatic shift of the local minima of the pseudopotential, the charged particles captured by these local pseudopotential traps move synchronously with the movements of the indicated minima

Although the oscillations of charged particles inside local traps are purely individual and depend on the masses, charges and current kinetic energies of the charged particles, the translational motion of a group of charged particles as a single whole is uniquely determined by the displacements along the axis of the local minima of the pseudopotential wave $\bar{U}_0(z, t)$. In Figure 9, b, continuous "paths" made up of local minima of the pseudopotential $\bar{U}_0(z, t)$ are shown in the form of dark stripes, along which the "squeezing out" of charged particles by the walls of pseudopotential traps occurs as time t increases and the cross-section $t = \text{const}$ shifts in the vertical direction in Fig. 9, b.

The whole process is an analogue of the progressive movement of minced meat in a screw meat grinder under the action of the pressure of the screw walls, although from a mechanical point of view, no points of the screw themselves move anywhere progressively but simply perform a stationary rotational motion around the same center located on the screw axis. Thus, under the action of the pseudopotential $\bar{U}(z, r, t)$ in the guide, the effect of the "Archimedes screw" occurs (which, in fact, is the reason for the name of the effect under consideration, the "A-wave" or "Archimedes wave", given to it by the authors).

The analogue of the mechanical walls of the Archimedes screw are high-frequency electric fields that oscillate stationary with a high frequency at the same place in space synchronously with the stationary oscillating electric voltages on the electrodes. It cannot be said that these high-frequency electric fields move anywhere in space, since the unidirectional traveling wave of the high-frequency electric field is obviously

absent here, and the entire process is limited to beats in place. In addition, after averaging over time, the high-frequency electric fields do not lead to the appearance of any effective non-zero electric field moving the charged particles along the axis. Nevertheless, the combined effect of the high-frequency electric fields and the inertia of the charged particles ultimately ensures a uniform translational movement of the charged particles along the transport channel in accordance with the Archimedes screw effect.

The transport of ions using the A-wave effect is analyzed in more detail and accurately in [38–41]. The electric potential of the high-frequency electric field (21), to which the disturbing spatial harmonics (9), (10) are added, is described by the formula

$$\begin{aligned} U(z, r, t) = & U_0 \times \\ & \times \left[\cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right) I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + \varepsilon \cos\left(\frac{3\pi z}{2L}\beta\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right] \times \\ & \times \cos \Omega t \cos(\omega t + \varphi) + \\ & + U_0 \left[\sin\left(\frac{\pi z}{2L}\right) I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) + \varepsilon \sin\left(\frac{3\pi z}{2L}\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \right] \times \\ & \times \sin \Omega t \cos(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (23)$$

where U_0 is the amplitude of the oscillations of the electric potential on the axis of the system, ε is the relative contribution of the third spatial harmonic to the electric field on the axis compared to the first spatial harmonic, the additive phase shifts β and ψ present in formula (21) can be zeroed out if the initial reference points along the z coordinate and along the t time are correctly selected, and the remaining parameters in formula (23) coincide with the similar parameters of formula (21). The pseudopotential that describes the average motion of charged particles with mass m and charge e in high-frequency electric fields (21) in vacuum has the form

$$\begin{aligned} \bar{U}(z, r) = & \frac{e\pi^2 U_0^2}{16mL^2 \omega^2} \left[I_0^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{L} - 2\Omega t\right)\right) + \right. \\ & + I_1^2\left(\frac{\pi r}{2L}\right) \left(1 + \cos\left(\frac{\pi z}{L} - 2\Omega t\right)\right) + \\ & + 6\varepsilon \left(I_0\left(\frac{\pi r}{2L}\right) I_0\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \left(\cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) - \cos\left(\frac{2\pi z}{L} - 2\Omega t\right) \right) + \right. \\ & \left. + I_1\left(\frac{\pi r}{2L}\right) I_1\left(\frac{3\pi r}{2L}\right) \left(\cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) + \cos\left(\frac{2\pi z}{L} - 2\Omega t\right) \right) \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 9\varepsilon^2 \left(I_0^2 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \left(1 - \cos \left(\frac{3\pi z}{L} - 2\Omega t \right) \right) + \right. \\
& \left. + I_1^2 \left(\frac{3\pi r}{2L} \right) \left(1 + \cos \left(\frac{3\pi z}{L} - 2\Omega t \right) \right) \right) \Bigg]. \quad (24)
\end{aligned}$$

The graph of function (24) in normalized dimensionless coordinates is shown in Fig. 10. As in the previous cases, the presence of additional spatial harmonics leads to a sharper growth of the walls of the pseudopotential trough when approaching the edges of the circular diaphragms and also complicates the corrugation profile of the pseudopotential (Fig. 10, a). Since (24) describes several pseudopotential waves at once, propagating along the axis with different velocities (including a standing wave with zero velocity), the process of restructuring the local pseudopotential traps looks quite complex (Fig. 10, b).

Fig. 10. Pseudopotential (24) in dimensionless normalized coordinates.
a — three-dimensional graph in the plane (z, r) at some point in time,
b — value on the axis $r = 0$ for two different points in time

In particular, due to wave interference, at some points in time the pseudopotential waves are summed up, and the height of the walls and the slope of the walls of the local traps increase, and at some points the waves are subtracted, and the height of the barriers around the local pseudopotential traps decreases sharply. It is also possible for additional local traps of small depth to appear at the previous points of the pseudopotential maximum, which, however, are quickly destroyed (Fig. 3, b). As a result, a complex structure of local pseudopotential traps is formed in the central region of the transporting channel, in which charged particles can be retained during their isolation and transportation.

Figure 11, a, shows the evolution of the profile of local traps during the transportation of charged particles in the form of a three-dimensional graph of the change in the axial distribution of the pseudopotential for one period of displacement of the main transporting wave. Figure 11, b, shows the "paths" of the minima of the axial distribution of the pseudopotential along which the transport of charged particles occurs (dark stripes on the map of equipotential lines). It is clearly seen that the height of the barriers limiting local traps sometimes becomes smaller, sometimes larger, and the region of space covered by the trap sometimes becomes wider, sometimes narrower. The process of movement of clots of charged particles be-

comes uneven, sometimes accelerating, sometimes slowing down, although the average speed of movement of clots of charged particles remains the same. In addition, it is evident from Fig. 11, b, that along the barriers separating local pseudopotential traps, local "passes" arise from time to time, through them charged particles can jump between neighboring local traps at certain moments in time. All this makes the process of transporting charged particles more complex and confusing, although the effect of transporting charged particles according to the principle of the Archimedean wave of pseudopotential is basically preserved.

Fig. 11. Transport of charged particles along the $r = 0$ axis using a traveling wave of pseudopotential (24) (A-wave effect).
a — three-dimensional graph on the (z, t) plane for the transporting pseudopotential $\bar{U}(z, r, t)|_{r=0} = \bar{U}_0(z, t)$,
b — map on the (z, t) plane for equipotential lines of the transporting pseudopotential $\bar{U}_0(z, t)$

In the presence of a neutral gas, pseudopotential (24) is replaced by a damped pseudopotential, which differs from expression (24) by the presence of a constant damping factor $\omega^2 / (\omega^2 + \Omega^2)$. The phase of the sinusoidal amplitude modulation of high-frequency sinusoidal electric voltages applied to the electrodes is different at different electrodes, and, as a consequence, the phase of the amplitude modulation of the high-frequency electric field changes depending on the point in space under consideration. However, despite such a specific modulation of the carrier high-frequency sinusoidal signal, the phase of the main oscillations of the high-frequency electric field (23) is the same at any point in space and coincides with the phase of the high-frequency signal $\cos(\omega t + \varphi)$ in formula (23). Therefore, the pseudoforce (3)–(5) is equal to zero at all points in space in the presence of senior spatial harmonics of the electric field, just as in the absence of parasitic disturbances of the high-frequency electric field (21).

Due to viscous friction (6), the ions quickly lose their initial kinetic energy so that they ultimately end up on the axis of the guides in local minima of the pseudopotential corrugation. However, now charged

particles can also accumulate in additional local traps of not too great depth, which appear at the tops of the previous maxima of the axial distribution of the pseudopotential (Fig. 10 and Fig. 11) due to the presence of senior spatial harmonics of the high-frequency electric field.

CONCLUSION

Within the framework of the pseudopotential model of charged particle motion in radio-frequency electric fields, the functioning of cylindrical radio-frequency transport channels was investigated. The following modes of using radio-frequency transport channels were considered:

- a) high-frequency sinusoidal voltages with a phase shift of π between adjacent circular diaphragms,
- b) high-frequency sinusoidal voltages with a phase shift of $\pi / 2$ between adjacent circular diaphragms,

c) amplitude-modulated high-frequency sinusoidal voltages providing transportation of charged particles in the A-wave mode.

In the course of the study, analytical expressions for the electric fields of radio-frequency cylindrical transport channels obtained earlier in the article [1] were used.

Acknowledgements

The authors express their sincere gratitude to Mikhail Igorevich Yavor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher at the Institute for Analytical Instrumentation of the Russian Academy of Sciences (St. Petersburg), for his active participation in the discussion of the problem under consideration and for pointing out useful literary sources used in this study.

Wolfram Mathematica version 11 Home Edition was used for analytical calculations and creating figures. (<http://wolfram.com/mathematica/>).