**\_\_\_\_\_** РАЗРАБОТКА ПРИБОРОВ И СИСТЕМ **\_\_\_\_\_** 

## УДК 621.317.628

## © С. В. Бирюков, 2024

# КОНСТРУКТИВНОЕ РЕШЕНИЕ ПОСТРОЕНИЯ СДВОЕННОГО СФЕРИЧЕСКОГО ДАТЧИКА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ С ДВУУГОЛЬНЫМИ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В статье уделено внимание формированию чувствительных элементов сдвоенного сферического датчика напряженности электрического поля. В основе построения сдвоенного датчика лежат два двойных датчика. расположенных на одной координатной оси. Сдвоенный датчик состоит из проводящей сферы и трех пар чувствительных элементов. Чувствительные элементы являются частью сферической поверхности и образуются в результате сечения сферы двумя плоскостями, проходящими через ее центр, и плоскостью, проходящей через центр сферы перпендикулярно оси ее вращения. Плоскости рассекают сферу на шесть чувствительных элементов в форме сферических двуугольников, организованных в три диаметрально противоположные пары. В первой паре два чувствительных элемента, расположенные на одной координатной оси, являются центральными, остальные чувствительные элементы, входящие в состав двух других пар, являются боковыми. Пара центральных чувствительных элементов входит в состав первого двойного датчика. Две пары боковых чувствительных элементов, объединенных с парой центральных, образуют составные чувствительные элементы второго двойного датчика. Составленная математическая модель сдвоенного сферического датчика с чувствительными элементами в форме сферических двуугольников позволила определить лучшие угловые размеры чувствительных элементов с точки зрения получения минимальной погрешности от неоднородности поля и допустимого пространственного диапазона измерений. Установлено, что центральные чувствительные элементы сдвоенного датчика должны иметь размах угловых размеров, ограниченный продольным  $2\theta_{01} = 62^{\circ}$  и поперечным  $2\varphi_{01} = 180^{\circ}$  углами, а боковые —  $2\theta_{02} = 58^{\circ}$ и  $2\phi_{02} = 180^{\circ}$  углами долготного  $\theta$  и широтного  $\phi$  углов полярной системы координат. Такое решение обеспечит сдвоенному датчику погрешности измерения напряженности поля  $\delta(a) \leq |\pm 0.7|$ % в допустимом  $0 \le a \le 0.94$  пространственном диапазоне измерения.

*Кл. сл.*: сдвоенный сферический датчик, двуугольный чувствительный элемент, электрическое поле, погрешность от неоднородности поля, расстояние до источника поля

### введение

В работе будут рассматриваться новые технические решения построения чувствительных элементов (ЧЭ) однокоординатных сдвоенных сферических датчиков напряженности электрического поля (НЭП), далее по тексту — сдвоенных датчиков.

Понятие "сдвоенный датчик" было введено дополнительно к одинарным и двойным датчикам [1– 4] в 2021 г. в работах автора [6–13]. В общем случае сдвоенные датчики состоят из двух двойных датчиков, расположенных на одной координатной оси и объединенных в единое целое. Необходимым требованием, предъявляемым к двойным датчикам, является наличие противоположных по знаку погрешностей у одновременно измеренного одного и того же значения напряженности ЭП.

В работах [6–13] в качестве электродов сдвоенных датчиков выступают сферические сегменты и слои. В данной работе будет рассмотрен сдвоенный сферический датчик с электродами (ЧЭ) в форме сферических двуугольников (рис. 1). Двойные датчики ЭП с электродами в форме сферических двуугольников известны из работ [14, 15].

Данная работа посвящена исследованию сдвоенных датчиков напряженности ЭП с ЧЭ в форме сферических двуугольников.

Целью работы будет являться выявление лучших угловых размеров  $\theta_0$  ЧЭ сдвоенных датчиков, выполненных в форме сферических двуугольников, с точки зрения минимальной погрешности и допустимого пространственного диапазона измерений.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1) рассмотреть и проанализировать различные конструктивные решения построения сдвоенных датчиков напряженности ЭП и форм их ЧЭ;



**Рис. 1.** Составляющие ЧЭ двойного сферического датчика напряженности ЭП. а — ЧЭ в форме сферического двуугольника  $\theta_0 \le 90^\circ$  и  $\varphi_0 = 90^\circ$ ; б — ЧЭ в форме полусферы (полный сферический двуугольник с  $\theta_0 = 90^\circ$  и  $\varphi_0 = 90^\circ$ )

2) выявить новые формы ЧЭ сдвоенных датчиков и оценить их конструктивные параметры, влияющие на погрешность от неоднородности ЭП при измерении сдвоенным датчиком;

3) получить уравнение погрешности от неоднородности ЭП для сдвоенного датчика в зависимости от конструктивных параметров ЧЭ новой конфигурации;

4) составить математическую модель для сдвоенного датчика с новой формой ЧЭ, с помощью которой оценить погрешность датчика и его пространственную область применения.

#### ТЕОРИЯ

Разработка нового метода измерения напряженности ЭП по среднему значению [13, 16] потребовала создания нового типа датчиков, объединяющих два датчика в одном. Для этого были выбраны два двойных датчика, к которым предъявлялись требования иметь в зависимости от размеров ЧЭ противоположные по знаку погрешности.

Исследования, проведенные авторами [15, 17], выявили три возможных варианта построения ЧЭ датчиков в форме сферических двуугольников, прямоугольников и квадратов. Отличаются указанные формы ЧЭ только лишь угловыми размерами. Поэтому в общем случае следует теоретически исследовать поведение двойных датчиков с ЧЭ в форме сферического прямоугольника в ЭП разной неоднородности.

Рассмотрим конструктивные особенности двойного сферического датчика с чувствительными элементами в форме сферического двуугольника. В основе двойного датчика лежит сферическое основание 1 радиуса R, на поверхности которого расположены два диаметрально противоположных ЧЭ 2 и 3 в форме сферических двуугольников (см. рис. 1), ограниченных продольным  $2\theta_0$  и попереч-

ным  $2\phi_0$  углами раствора долготного  $\theta$  и широтного  $\phi$  углов полярной системы координат (рис. 2).

При нахождении датчика в ЭП на его ЧЭ 2, 3 индуцируются противоположные по знаку электрические заряды. Величины этих зарядов определятся выражением [18]:

$$q(t) = \iint_{S} \sigma(t) \,\mathrm{d}S,\tag{1}$$

где  $\sigma(t)$  — поверхностная плотность заряда.

В однородном поле  $\sigma(t) = \sigma_0(t, \theta)$  определяется выражением [18]:

$$\sigma_{\rm O}(t,\theta) = -\varepsilon E_r^{\rm O}(t) = \pm 3\varepsilon E_0(t) \cos\theta \cos\varphi; \qquad (2)$$



**Рис. 2.** Двойной датчик на сфере 1 с ЧЭ 2 и 3 в форме сферических двуугольников, ограниченных продольным  $2\theta_0$  и поперечным  $2\phi_0$  углами

 $q_1$ 

в неоднородном поле точечного источника  $\sigma(t) = \sigma_{\rm H}(t)$  определяется выражением [18]:

$$\sigma_{\rm H}(t,\theta) = -\varepsilon E_r^{\rm H}(t) =$$
$$= -\varepsilon \cdot \frac{1}{a} \left\{ \frac{1-a^2}{\sqrt{\left[1 \mp 2a\cos\theta + a^2\right]^3}} - 1 \right\} \cdot E(t).$$
(3)

В выражениях (1)-(3): S — площадь поверхности сферического основания латчика:  $dS = R^2 \cos\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$  — элемент поверхности, выраженный в сферической системе координат; є — диэлектрическая проницаемость среды;  $E_r(t)$  — нормальная составляющая напряженности ЭП на поверхности сферического основания в однородном  $E_{r}(t) = E_{r}^{O}(t)$  и неоднородном  $E_{r}(t) = E_{r}^{H}(t)$  полях;  $E_0(t)$  — напряженность однородного поля до внесения в него проводящего сферического основания; знаки  $\mp$  перед соз  $\theta$  означают: минус вектор напряженности ЭП входит в сферическое основание, а плюс — выходит из него; E(t) — напряженность неоднородного поля до внесения в него проводящего сферического основания; a = R/d — величина, обратная расстоянию от центра сферы до источника поля, характеризующая степень неоднородности поля и задающая пространственный диапазон измерения (*а* изменяется в диапазоне  $0 < a \le 1$ , при  $a \rightarrow 1$  поле становится более неоднородным, а при  $a \rightarrow 0$  более однородным); R — радиус сферического основания датчика; *d* — расстояние от центра датчика до источника поля; *θ* и *φ* — долготный и широтный углы сферической системы координат.

Зная распределение поверхностной плотности зарядов (2) и (3) на сферическом основании, можно по выражению (1) определить электрические заряды, индуцированные на ЧЭ датчика, выполненных в общем случае в форме сферических двуугольников [15].

В зависимости от направления ЭП на ЧЭ (входит или выходит) индуцированные электрические заряды будут соответственно определяться выражениями, где индекс 1 соответствует входящему, а индекс 2 выходящему полю. Согласно рис. 2 поле входит в чувствительный элемент 2 и выходит из чувствительного элемента 3. Тогда:

- в однородном поле свободного пространства

$$q_{1 \text{ OДH.}}(t) = -6R^{2}\varepsilon \times \\ \times \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\theta_{0}}{\sin\varphi}\right)} [\cos\theta] \cdot \cos\theta \cdot \mathrm{d}\theta \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot E_{0}(t); \qquad (4)$$

$$q_{2 \text{ OQH.}}(t) = 6R^{2}\varepsilon \times \\ \times \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\operatorname{arctg}} \left(\frac{\operatorname{tg}\theta_{0}}{\sin\varphi}\right) \left[\cos\theta\right] \cdot \cos\theta \cdot \mathrm{d}\theta \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot E_{0}(t); \qquad (5)$$

- в неоднородном поле точечного заряда

$$_{\text{HEOQH.}}(t) = -6R^{2}\varepsilon \times \\ \times \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\operatorname{arctg}} \frac{\operatorname{tg}\varphi_{0}}{\sin\varphi} \frac{1}{3a} \left[ \frac{1-a^{2}}{\sqrt{\left(1-2a\cos\theta+a^{2}\right)^{3}}} - 1 \right] \times \\ \times \cos\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot E(t); \tag{6}$$

 $q_{2 \text{ HEOZH.}}(t) = 6R^2 \varepsilon \times$ 

$$\times \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\operatorname{arctg}} \left( \frac{\lg \varphi_{0}}{\sin \varphi} \right) \frac{1}{3a} \left[ \frac{1 - a^{2}}{\sqrt{\left(1 + 2a\cos\theta + a^{2}\right)^{3}}} - 1 \right] \times$$
(7)
$$\times \cos\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot E(t).$$

В однородном поле на ЧЭ 2 и 3 датчика в форме сферического двуугольника индуцированные заряды после интегрирования выражений (4) и (5) при  $\varphi_0 = 90^\circ$  и  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$  будут равны:

$$q_{1,2 \text{ OQH.}}(t) = \mp 3\varepsilon\varepsilon_0 R^2 \sin\theta_0 \times \\ \times 2 \left[ \arctan(tg) e_0 \cos\varphi_0 \cdot \frac{\sin\varphi_0}{\sin\theta_0} + \\ + \arctan(tg) e_0 \cos\theta_0 \right] \cdot E_0(t) = \\ = \mp 3\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2 \sin\theta_0 \cdot E_0(t), \tag{8}$$

где при  $\varphi_0 = 90^\circ$  и  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$ 

$$2\left|\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\theta_0\cos\varphi_0)\cdot\frac{\sin\varphi_0}{\sin\theta_0}+\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\varphi_0\cos\theta_0)\right|=\pi.$$

В неоднородном поле на ЧЭ 2 и 3 в форме сферического двуугольника будут индуцироваться заряды, численно определяемые выражениями (6) и (7) при  $\varphi_0 = 90^\circ$  и  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$ .

Представленная теория взаимодействия двойного сферического датчика с ЭП различной неоднородности положена в основу построения сдвоенного сферического датчика напряженности ЭП с ЧЭ в форме сферических двуугольников и полусфер. Поскольку ЧЭ в форме сферического двуугольника и полусферы имеют угловой размер  $\varphi_0 = 90^\circ = \text{const}$ , то далее по тексту он будет предполагаться, но не будет указываться.

### СФЕРИЧЕСКИЙ ДАТЧИК С ДВУУГОЛЬНЫМИ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Для построения сдвоенного датчика предлагается разбить сферическую поверхность тремя



**Рис. 3.** Сдвоенный датчик НЭП с двуугольными чувствительными элементами. а — схема деления сферической поверхности основания, б — угловые обозначения

плоскостями, проходящими через ось сферы, на шесть двуугольников. Части сферической поверхности в форме двуугольников будут являться проводящими электродами датчика. Из этих электродов формируются ЧЭ сдвоенного датчика. Конструкция сдвоенного сферического датчика состоит из проводящего сферического основания 1 радиуса R, на поверхности которого изолированно от него симметрично расположены шесть проводящих электродов 2–7 в форме сферических двуугольников (рис. 3).

Из шести электродов 2–7 на одной координатной оси z формируются два двойных датчика. Проводящее сферическое основание и шесть проводящих электродов 2–7, объединенные в единое целое, и представляют собой единую сферическую поверхность.

ЧЭ первого двойного датчика состоят из диаметрально противоположной пары электродов 3 и 6. Эта пара ЧЭ расположена на координатной оси *z*, проходящей через центр сферического основания и центры ЧЭ 3 и 6 (см. рис. 3).

ЧЭ второго двойного датчика являются составными. Первый и второй ЧЭ состоят из объединенных измерительной цепью электродов (2 + 3 + 4) и (5 + 6 + 7). Геометрически объединенные электроды 2, 3, 4 и 5, 6, 7 представляют собой полусферы (сферический двуугольник с  $\theta_0 = 90^\circ$ ).

Проводящие электроды в форме сферических двуугольников в общем случае имеют угловые размеры  $\theta_{01}$  (электроды 3 и 6);  $\theta_{02} = 90^{\circ}$  (электроды 2, 4, 5, 7),  $\theta_0 = 90^{\circ}$  — составные ЧЭ (2, 3, 4 и 5, 6, 7). Здесь  $\theta_{01}$  определяется требуемой погрешностью, а  $\theta_{02} = 1/2 \cdot (90^{\circ} - \theta_{01})$ . В датчике электроды 3 и 6 являются центральными, а электроды 2, 4 и 5, 7 являются боковыми электродами. Электроды 2, 3, 4 и 5, 6, 7 объединяются в ЧЭ через измерительную цепь (рис. 4).



Рис. 4. Измерительная цепь сдвоенного датчика. ДУЗ 1, 2, 3 — дифференциальные измерители зарядов; входы 2–7 от соответствующих электродов; 11 — сумматор  $\Sigma$ ; 12 — масштабный преобразователь МП; 13 сумматор  $\Sigma_{1/2}$  с делением суммы пополам

Измерительная цепь состоит из трех дифференциальных усилителей зарядов 8–10 ДУЗ 1, ДУЗ 2 и ДУЗ 3, сумматора 11 на три входа, масштабного преобразователя 12 МП и сумматора 13 на два входа и с делением суммы на два.

Дифференциальные усилители зарядов 8-10 позволяют снять разности зарядов с трех пар электродов (3, 6), (4, 7), (5, 2) и преобразовать их в напряжения  $U_1(t)$ ,  $U_2(t)$  и  $U_3(t)$ . Сумматор 11 служит для объединения сигналов с электродов 2, 3, 4 и 5, 6, 7 и формирования сигналов составных ЧЭ второго двойного датчика. Масштабный преобразователь 12 служит для выравнивания коэффициентов преобразования первого и второго двойных датчиков, входящих в состав сдвоенного датчика. Выравнивание коэффициентов преобразования осуществляется регулировкой коэффициента к масштабного преобразователя 12. Сумматор 13 с делением суммы на два служит для нахождения среднего значения напряжениями  $U_1(t)$  с первого двойного между датчика и напряжением  $U_4(t)$  со второго двойного датчика. Цифры на входах ДУЗ соответствуют номерам чувствительных элементов датчика, к которым они подключены (см. рис. 3).

Рассмотрим взаимодействие сдвоенного датчика с однородным полем свободного пространства и сильно неоднородным полем точечного источника.

При помещении сдвоенного датчика в ЭП на его электродах (2, 5), (3, 6) и (4, 7) будут индуцироваться электрические заряды: на первой паре (2, 5) —  $q_2(t)$  и  $q_5(t)$ , на второй паре (3, 6) —  $q_3(t)$  и  $q_6(t)$  и на третьей паре (4, 7) —  $q_4(t)$  и  $q_7(t)$ .

В однородном поле разности электрических зарядов между электродами 2 и 5; 3 и 6; 4 и 7 преобразуются дифференциальными усилителями заряда 8–10 в напряжения  $U_1(t)$ ,  $U_2(t)$  и  $U_3(t)$ . Эти напряжения, пропорциональные разности зарядов с пар чувствительных элементов (2, 5), (3, 6), (4, 7), соответственно равны

$$U_{1}(t) = k [q_{3}(t) - q_{6}(t)],$$
  

$$U_{2}(t) = k [q_{4}(t) - q_{7}(t)],$$
  

$$U_{3}(t) = k [q_{5}(t) - q_{2}(t)].$$

Тогда напряжение  $U_4(t)$  после сумматора 11 будет определяться выражением:

$$U_4(t) = U_1(t) + U_2(t) - U_3(t) =$$
  
=  $k \{ [q_2(t) + q_3(t) + q_4(t)] - [q_5(t) + q_6(t) + q_7(t)] \} =$   
=  $k [q_{234}(t) - q_{567}(t)].$ 

Отсюда следует, что напряжения  $U_1(t)$  и  $U_4(t)$  пропорциональны разности зарядов с первого двойного датчика (чувствительные элементы 3, 6)

и второго двойного датчика (чувствительные элементы 234, 567).

Найдем напряжения  $U_1(t)$  и  $U_4(t)$  через электрические заряды, индуцированные на поверхности чувствительных элементов двойных датчиков в однородном и неоднородном ЭП.

*– В однородном поле*: на ЧЭ 3 и 6 в форме сферического двуугольника первого двойного датчика будут индуцироваться заряды  $q_{3 \text{ ОДH.}}(t)$  и  $q_{6 \text{ ОДH.}}(t)$ , разность которых при  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$  создаст напряжение на выходе ДУЗ 1, определяемое выражением (9):

$$U_{1 \text{ OZH-}}(t) = k \Delta q_{36}(t) = k [q_3(t) - q_6(t)] =$$
  
=  $6k \pi \varepsilon \varepsilon_0 R^2 \sin \theta_0 \cdot E_0(t) = G_1 \cdot E_0(t).$  (9)

На ЧЭ 234 и 567 в форме полусферы при  $\theta_0 = 90^\circ$  второго двойного датчика будут индуцироваться заряды  $q_{234}(t)$  и  $q_{567}(t)$ , разность которых создаст напряжение на выходе сумматора 11, определяемое выражением (10):

$$U_{4 \text{ OZH.}}(t) = k [q_{234}(t) - q_{567}(t)] =$$
  
=  $6k\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2 \cdot E_0(t) = G_2 \cdot E_0(t).$  (10)

Здесь и ниже: k — коэффициент пропорциональности ДУЗ;  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды;  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \, \Phi/\text{M}$  — электрическая постоянная; R — радиус сферического корпуса датчика;  $E_0(t)$  — напряженность однородного ЭП;  $\theta_0$  — угловой размер центральных чувствительных элементов 3, 6 датчика в форме сферического двуугольника;  $G_1$  и  $G_2$  — чувствительности первого и второго двойных датчиков.

– В неоднородном поле: на ЧЭ 3 и 6 первого двойного датчика будут индуцироваться заряды  $q_{3 \text{ неодн.}}(t)$  и  $q_{6 \text{ неодн.}}(t)$ , определяемые выражениями (6) и (7) при  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$ , разность которых создаст напряжение на выходе ДУЗ 1

$$U_{1\text{HEOZH.}}(t) = k [q_3(t) - q_6(t)] = G \cdot E_1(t); \qquad (11)$$

на ЧЭ 234 и 567 второго двойного датчика будут индуцироваться заряды  $q_{234}(t)$  и  $q_{567}(t)$ , определяемые выражениями (6) и (7) при  $\theta_0 = 90^\circ$ , разность которых создаст напряжение на выходе сумматора 11

$$U_{4 \text{ HEO,IH}}(t) = k [q_{234}(t) - q_{567}(t)] = G \cdot E_2(t). \quad (12)$$

Так как в выражениях (9) и (10)  $G_1 \neq G_2$ , то необходимо произвести выравнивание чувствительностей двойных датчиков. Для этого в измерительной цепи сдвоенного датчика используется масштабный преобразователь МП. Достижение равенства чувствительностей осуществляется калибровкой сдвоенного датчика. При калибровке датчик помещается в однородное поле с напряженностью  $E_0$  или подают на датчик калиброванный сигнал и регулировкой коэффициента k масштабного преобразователя добиваются равенства выходных напряжений  $U_{10ДH.}(t) = U_{40ДH.}(t)$ . Этим достигается равенство чувствительностей  $G_1 = G_2 = G$  первого и второго двойных датчиков, где G — чувствительности двойных датчиков. Калибровка осуществляется только в начале эксплуатации сдвоенного датчика.

В выражениях (11) и (12) напряженности  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$  в неоднородном поле представляются

$$E_{1}(t) = [1 + \delta_{1}(\theta_{01})] \cdot E_{0}(t),$$

$$E_{2}(t) = [1 + \delta_{2}(\theta_{0})] \cdot E_{0}(t),$$
(13)

где  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$  — напряженности неоднородного ЭП, измеренные двойными датчиками с ЧЭ 3, 6 и 234, 567, представленные с погрешностями  $\delta_1(\theta_{01}), \delta_2(\theta_0)$  для ЧЭ в форме двуугольника 0 < < $\theta_{01} \le 90^\circ$ , для ЧЭ в форме полусферы  $\theta_0 = 90^\circ$ .

С учетом выражений (11) и (12) напряжения  $U_{1\text{неодн}}(t)$  и  $U_{4\text{неодн}}(t)$  можно представить

$$U_{1 \text{ HEOZH.}}(t) = k [q_3(t) - q_6(t)] = G \cdot E_1(t) =$$
  
= G \cdot [1 + \delta\_1(\theta\_{01})] \cdot E\_0(t); (14)

$$U_{4 \text{ HEOJH}}(t) = k [q_{234}(t) - q_{567}(t)] = G_2(t) =$$
  
=  $G \cdot [1 + \delta_2(\theta_0)] \cdot E_0(t).$  (15)

В общем виде погрешности  $\delta_1(\theta_{01}), \delta_2(\theta_0)$  двойных датчиков определятся выражением

$$\delta = \frac{U_{\text{HEOZH}} - U_{\text{OZH}}}{U_{\text{OZH}}} \times 100 \%.$$
 (16)

Для первого и второго двойных датчиков, имеющих ЧЭ в форме двуугольников с угловыми размерами  $0 < \theta_{01} \le 90^{\circ}$  и  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$  и полусфер с угловыми размерами  $0 < \theta_{01} \le 90^{\circ}$  и  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$ , погрешности  $\delta_1(\theta_{01}), \delta_2(\theta_0)$  от неоднородности поля можно определить через выражение (16), воспользовавшись выражениями (9)–(12). Однако для второго двойного датчика с ЧЭ в форме полусферы погрешность  $\delta_2(\theta_0)$  можно определить через известное выражение [18]:

$$\delta_2(\theta_0) = \left[\frac{2}{3a^2} \cdot \left(1 - \frac{1 - a^2}{\sqrt{1 + a^2}}\right) - 1\right] \cdot 100.$$
 (17)

Сдвоенные датчики используются для реализаметода измерений напряженности ЭП нии по среднему значению [13, 16, 19], позволяющего получить значительно меньшие погрешности измерения неоднородного поля, чем прямые методы измерений [20]. В принцип работы сдвоенного датчика заложено одновременное измерение в одной точке поля двух значений напряженности  $E_1(t)$ и  $E_2(t)$  с противоположными по знаку погрешностями. Для нахождения среднего значения в сдвоенном датчике используется сумматор 13 с деленинапряжений  $U_{1\text{Heor}}(t) = G \cdot E_1(t)$ ем суммы и  $U_{4\text{неод}}(t) = G \cdot E_2(t)$  на два.

Тогда

$$U_{\text{вых.}}(t) = \frac{G \cdot E_1(t) + G \cdot E_2(t)}{2} = G \cdot E(t),$$
  
где  $E(t) = \frac{E_1(t) + E_2(t)}{2} = [1 + \delta(a)]E_0(t)$  (18)

результат измерения напряженности ЭП, полученный сдвоенным датчиком.

Погрешность измерения E(t) сдвоенным датчиком, вызванная неоднородностью поля:

$$\delta(a) = \frac{\delta_1(\theta_{01}) + \delta_2(\theta_0)}{2}.$$
(19)

Выражения (9)–(12) и (16) позволяют установить взаимосвязь между погрешностью  $\delta(a)$ , угловыми размерами  $\theta_{01}$  центральных чувствительных элементов 3, 6 и пространственным диапазоном измерения *а*. Эта взаимосвязь положена в основу построения математической модели сдвоенного сферического датчика. Математическая модель позволяет проводить исследование сдвоенного датчика и устанавливать угловые размеры ЧЭ датчика, выполненных в форме двуугольников, обеспечивающие датчику малую погрешность  $\delta(a)$  от неоднородности поля в полном пространственном диапазоне измерения *а*.

Проведено математическое моделирование сдвоенного датчика в полном диапазоне измерения  $0 \le a \le 1$ . Результаты моделирования представлены в табл.

Из результатов моделирования следует, что оптимальным угловым размером ЧЭ является  $\theta_{01} = 31^{\circ}$ , для которого погрешность от неоднородности поля не превышает  $\pm 0.7\%$  в пространственном диапазоне измерения  $0 \le a \le 0.94$ .

Таким образом, математическое моделирование позволило выявить лучшее техническое решение выполнения ЧЭ сдвоенного датчика напряженности ЭП с малыми погрешностями в практически полном пространственном диапазоне измерений  $0 \le a \le 0.94$  (см. табл.).

Параметры	№ вычислит. эксперимента							
и функции	1	2	3	4	5	6	7	8
Параметры								
$ heta_{01}$ , град	28	29	30	30.5	31	31.5	32	33
$\varphi_{01}$ , град	90	90	90	90	90	90	90	90
Функции								
<i>δ</i> ( <i>a</i> ), %	+5.2	+3.4	+1.9	±1.3	±0.7	-0.35	-3.5	-5.2
a = R/d	$a \leq 1$	$a \leq 1$	$a \leq 1$	$a \leq 1$	$a \le 0.94$	$a \leq 1$	$a \leq 1$	$a \leq 1$

**Табл.** Результаты математического моделирования сдвоенного датчика в пространственном диапазоне измерений  $0 < a \le 1$ 



**Рис. 5.** Графики погрешностей датчика ЭП в пространственном диапазоне  $0 \le a \le 0.94$  для наилучшего варианта сдвоенного датчика  $\theta_{01} = 31^{\circ}$  и  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$ .

а) графики погрешностей  $\delta_1(a)$  первого,  $\delta_2(a)$  второго составляющих двойных датчиков и  $\delta(a)$  — сдвоенного датчика; б)  $\delta(a)$  — график погрешности сдвоенного датчика, масштабированный по оси ординат

### ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ результатов, представленных в табл., показывает, что рассмотренный в статье сдвоенный датчик с двуугольными сферическими ЧЭ обладает меньшей погрешностью от неоднородности поля в полном пространственном диапазоне измерений ( $0 \le a \le 1$ ). В полном пространственном диапазоне измерений угловые размеры центральных ЧЭ лежат в диапазоне  $28^{\circ} \le \theta_{01} \le 33^{\circ}$  при  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$ . Эти угловые размеры обеспечивают сдвоенному датчику знакопеременные погрешности от неоднородности поля, модуль которых лежит в диапазоне  $0.35\% \le |\delta(a)| \le 5.2\%$ .

Анализируя сказанное, можно предположить, что лучшим техническим решением с точки зрения минимальной погрешности и максимального пространственного диапазона измерений следует считать решение 5 (см. табл.), обеспечивающее сдвоенному датчику погрешность  $\pm 0.7\%$  при угловых размерах двуугольника  $\theta_{01} = 31^{\circ}$  и  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$ и в практически полном пространственном диапазоне  $0 \le a \le 0.94$ . Это же техническое решение является лучшим с точки зрения простоты конструктивного и технологического исполнения ЧЭ датчика.

Графики изменения погрешности от неоднородности ЭП для сдвоенного датчика, построенного по техническому решению 5 (см. табл.), представлены на рис. 5, а, б.

На рис. 5, а, показаны изменения погрешностей первого  $\delta_1(a)$  (ЧЭ 2 и 6) и второго  $\delta_2(a)$  (ЧЭ 234 и 567) двойных датчиков, а также сдвоенного датчика  $\delta(a)$ . Из рис. 5, а, следует, что график результирующей погрешности  $\delta(a)$  выходит из нуля

и идет почти горизонтально практически во всем пространственном диапазоне измерений. Изменение результирующей погрешности  $\delta(a)$  в более подробном масштабе в пространственном диапазоне  $0 \le a \le 0.94$  представлено на рис. 5, б.

Графики погрешностей показывают, что сдвоенные датчики, построенные по выбранному техническому решению, в пространственном диапазоне  $0 \le a \le 0.94$  имеют погрешность, по модулю не превышающую 0.7%.

### ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования:

1. Предложена новая форма построения чувствительных электродов сдвоенных датчиков в виде сферических двуугольников. Сферические двуугольники размещены на поверхности сферы попарно. Одна пара сферических двуугольников центральная, а две другие боковые. Центральная пара электродов является ЧЭ первого двойного датчика. ЧЭ второго датчика — составные. Они состоят из центрального электрода и двух боковых.

2. Установлено, что угловые размеры центральных электродов влияют на погрешность сдвоенного датчика и его пространственный диапазон измерения.

3. Получена аналитическая формула функциональной зависимости погрешности сдвоенного датчика от неоднородности поля, от угловых размеров центральных ЧЭ датчика и его пространственного диапазона измерения.

4. Выявлено лучшее техническое решение построения чувствительных элементов сдвоенных датчиков с ЧЭ в форме сферических двуугольников: погрешность  $\pm 0.7\%$  в допустимом пространственном диапазоне  $0 \le a \le 0.94$  при угловых размерах центральных сферических двуугольников  $\theta_{01} = 31^{\circ}$  и  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$ .

5. Показано, что использование чувствительных элементов сдвоенных сферических датчиков в форме сферических двуугольников приводит к значительному уменьшению погрешности от неоднородности ЭП.

6. Уменьшение погрешности сдвоенного датчика подтверждено математическим моделированием, которое показало, что погрешность от неоднородности поля датчика не превышает  $\delta(a) \leq |\pm 0.7|$ % в допустимом  $0 \leq a \leq 0.94$  пространственном диапазоне измерения.

В заключение следует отметить, что сдвоенные датчики с новым техническим решением конструктивного исполнения ЧЭ — это перспективный вектор в развитии приборов для измерения НЭП с малыми погрешностями. Поэтому в следующих работах будут рассмотрены сдвоенные датчики с прямоугольными и квадратными сферическими элементами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Bassen H.I., Smith G.S. Electric field probes a review // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1983. Vol. 31, iss. 5. P. 710–718. DOI: 10.1109/TAP.1983.1143126
- 2. Берент Г.Н., Плейс И.Р. Датчик электрического поля // Приборы для научных исследований. 1971. № 6. С. 141–142.
- Misakian M., Kotter F.R., Kahler R.L. Miniature ELF Electric Field Probe // Review of scientific instruments. 1978. Vol. 49, iss. 7. P. 933–935. DOI: 10.1063/1.1135497
- 4. Lawton R.A. New Standard of Electric Field Strength // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 1970. Vol. 19, iss. 1. P. 45–51. DOI: 10.1109/TIM.1970.4313855
- 5. Бирюков С.В., Тюкина Л.В., Даньшина В.В. Устройство для измерения напряженности электрического поля со сдвоенным датчиком. Патент № 207465 U1 РФ. Опубл. 28.10.2021. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_47255890\_69402 749.PDF
- 6. Бирюков С.В., Тюкина Л.В. Сдвоенный датчик для измерения напряженности электрического поля с накладными чувствительными элементами. Патент № 210427 U1 РФ. Опубл. 15.04.2022. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_47255890\_69 402749.PDF
- 7. Бирюков С.В. Исследование сдвоенного сферического датчика напряженности электрического поля с накладными чувствительными элементами // Приборы. 2022. № 7 (265). С. 28–36.

URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49450884

8. Бирюков С.В., Тюкин А.В., Тюкина Л.В. Датчики напряженности электрического поля сдвоенного типа повышенной точности // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2022. Т. 18, № 2. С. 86–93.

URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48315805

- 9. Бирюков С.В., Тюкина Л.В., Эйсмонт Н.Г. Устройство для измерения напряженности электрического поля со сдвоенным датчиком. Патент № 207464 U1 РФ. Опубл. 28.10.2021. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_47255889\_72 720620.PDF
- 10. Бирюков С.В., Тюкина Л.В. Сдвоенный датчик для измерения напряженности электрического поля с составными чувствительными элементами. Патент № 210806 U1 РФ. Опубл. 05.05.2022. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_48489529\_32 501046.PDF
- 11. Бирюков С.В., Тюкин А.В., Тюкина Л.В. Исследование сдвоенного сферического датчика напряженности электрического поля с составными чувствительными элементами // Вестник Воронежского государствен-

ного технического университета. 2022. Т. 18, № 5. С. 113–123. URL:

https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_49606560\_12 320535.pdf

- Бирюков С.В., Тюкина Л.В. Сдвоенный датчик для измерения напряженности электрического поля. Патент № 211166 U1 РФ. Опубл. 24.05.2022. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_48489529\_32 501046.PDF
- 13. Бирюков С.В., Тюкина Л.В. Способ измерения напряженности электрического поля датчиком сдвоенного типа. Патент № 211936 U1 РФ. Опубл. 29.06. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_49200772\_4962 0492.PDF
- Böcker W. Messung der elektrischen Feldstärke bei hohen transienten und periodisch zeitabhängigen Spannungen // Elektrotechnische Zeitschrift A. 1970. Bd. 91, 8. S. 427–430.
- 15. Бирюков С.В., Шиликов А.С. Датчик напряженности электрического поля с электродами в форме сферических многоугольников // Омский научный вестник. Омск: ОмГТУ, 2002. Вып. 18. С. 123–127. URL: https://www.omgtu.ru/general\_information/media\_omgtu/jou rnal\_of\_omsk\_research\_journal/files/arhiv/2002/18%20pdf.p df
- 16. Бирюков С.В., Глуховеря Е.Г. Способ измерения напряженности электрического поля повышенной точности. Патент № 2733100 С1 РФ. Опубл. 29.09.2020. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_44111489\_42689 492.PDF
- 17. *Wilhelmy L*. Eine Sonde zur potenzialfreien Messung der periodischen und transienten Feldstärke // Elektrotechnische Zeitschrift A. 1973. Bd. 94, 8. S. 441–445.

- Миролюбов Н.Н., Костенко М.В., Левинштейн М.Л. и др. Методы расчета электростатических полей. М.: Высшая школа, 1963. 415 с.
- Бирюков С.В., Тюкина Л.В. Модернизированный метод измерения напряженности электрического поля по среднему значению сдвоенными датчиками и устройства его реализации // Динамика систем, механизмов и машин. 2021. Т. 9, № 3. С. 64–72. DOI: 10.25206/2310-9793-9-3-64-72
- Бирюков С.В. Измерение напряженности электрических полей в диэлектрических средах электроиндукционными датчиками. Методы и средства измерений: монография. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2011. 196 с.

Омский государственный технический университет, Омск, Россия

Контакты: Бирюков Сергей Владимирович, sbiryukov154@mail.ru

Материал поступил в редакцию 23.05.2024

# A CONSTRUCTIVE SOLUTION FOR A DUAL SPHERICAL ELECTRIC FIELD STRENGTH DETECTOR WITH BIANGULAR SENSITIVE ELEMENTS

## S. V. Biryukov

Omsk State Technical University, Omsk, Russia

The article highlights the formation of sensitive elements in a dual spherical detector of electric field strength. The construction of a dual detector is based on two double detectors located on the same coordinate axis. The dual detector consists of a conductive sphere and three pairs of sensing elements. Sensitive elements are part of a spherical surface and are formed as a result of cutting the sphere by three planes passing through its center and a plane passing through the center of the sphere perpendicular to its axis of rotation. The planes dissect the sphere into six sensitive elements in the form of spherical biangles, organized into three diametrically opposite pairs. In the first pair, two sensitive elements located on the same coordinate axis are central, the remaining sensitive elements included in the other two pairs are lateral. A pair of central sensor elements is part of the first double detector. Two pairs of lateral sensitive elements, combined with a pair of central ones, form the composite sensitive elements of the second double detector. The compiled mathematical model of a dual spherical detector with sensitive elements in the form of spherical biangles made it possible to determine the best angular dimensions of the sensitive elements in terms of obtaining the minimum error due to field inhomogeneity and the permissible spatial range of measurements. It has been revealed that the central sensitive elements of the dual detector should have a range of angular dimensions limited by the longitudinal  $2\theta_{01} = 62^{\circ}$  and transverse  $2\varphi_{01} = 180^{\circ}$  angles, and the lateral elements — by  $2\theta_{02} = 58^{\circ}$  and  $2\varphi_{02} = 180^{\circ}$  angles of the longitudinal  $\theta$  and latitudinal  $\varphi$  angles of the polar coordinate system. This solution will provide the dual detector with a field strength measurement error of  $\delta(a) \le |\pm 0.7|$ % in the permissible  $0 \le a \le 0.94$  spatial measurement range.

*Keywords*: twin spherical sensor, double-angle sensing element, electric field, error from field inhomogeneity, distance to the field source

### REFERENCES

- Bassen H.I., Smith G.S. Electric field probes a review. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1983, vol. 31, no. 5, pp. 710–718. DOI: 10.1109/TAP.1983.1143126
- Berent G.N., Place I.R. [Electric Field Sensor]. *Pribory dlya nauchnykh issledovanii* [Instruments for scientific research], 1971, no. 6, pp. 141–142. (In Russ.).
- Misakian M., Kotter F.R., Kahler R.L. Miniature ELF Electric Field Probe. *Review of scientific instruments*, 1978, vol. 49, no. 7, pp. 933–935. DOI: 10.1063/1.1135497
- Lawton R.A. New Standard of Electric Field Strength. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1970, vol. 19, no. 1, pp. 45–51. DOI: 10.1109/TIM.1970.4313855
- 5. Biryukov S.V., Tyukina L.V., Dan'shina V.V. Ustroistvo dlya izmereniya napryazhennosti ehlektricheskogo polya so sdvoennym datchikom [Device for measuring electric field strength with dual sensor]. Patent RF no. 207465 U1, Prioritet 28.10.2021. (In Russ.). URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_47255890\_69402 749.PDF
- 6. Biryukov S.V., Tyukina L.V. Sdvoennyi datchik dlya izmereniya napryazhennosti ehlektricheskogo polya s nakladnymi chuvstvitel'nymi ehlementami [Dual sensor

for measuring electric field strength with clamp-on sensing elements]. Patent RF no. 210427 U1, Prioritet 15.04.2022. (In Russ.). URL:

https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_47255890\_69 402749.PDF

- Biryukov S.V. [Investigation of a double spherical electric field strength sensor with overhead sensing elements]. *Pribory* [Instruments], 2022, no. 7 (265), pp. 28–36. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49450884 (In Russ.).
- Biryukov S.V., Tyukin A.V., Tyukina L.V. [Dual type of electric field sensors of increased accuracy]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Voronezh state Technical University], 2022, vol. 18, no. 2, pp. 86–93. (In Russ.). URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48315805
- Biryukov S.V., Tyukina L.V., Ehismont N.G. Ustroistvo dlya izmereniya napryazhennosti ehlektricheskogo polya so sdvoennym datchikom [Device for measuring electric field strength with dual sensor]. Patent RF no. 207464 U1, Prioritet 28.10.2021. (In Russ.). URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_47255889\_72 720620.PDF
- 10. Biryukov S.V., Tyukina L.V. Sdvoennyi datchik dlya izmereniya napryazhennosti ehlektricheskogo polya s sostavnymi chuvstvitel'nymi ehlementami [Dual sensor

for measuring electric field strength with composite sensing elements]. Patent RF no. 210806 U1, Prioritet 05.05.2022. (In Russ.). URL:

https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_48489529\_32 501046.PDF

- Biryukov S.V., Tyukin A.V., Tyukina L.V. [Investigation of a dual spherical electric field strength sensor with composite sensitive elements]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Voronezh state Technical University], 2022, vol. 18, no. 5, pp. 113–123. (In Russ.). URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_49606560\_12 320535.pdf
- Biryukov S.V., Tyukina L.V. Sdvoennyi datchik dlya izmereniya napryazhennosti ehlektricheskogo polya [Dual sensor for measuring the electric field strength]. Patent RF no. 211166 U1, Prioritet 24.05.2022. (In Russ.). URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_48489529\_32 501046.PDF
- Biryukov S.V., Tyukina L.V. Sposob izmereniya napryazhennosti ehlektricheskogo polya datchikom sdvoennogo tipa [Method of measuring electric field strength by a dualtype sensor]. Patent RF no. 211936 U1, Prioritet 29.06.2022. (In Russ.). URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_49200772\_4962 0492.PDF
- Böcker W. Messung der elektrischen Feldstärke bei hohen transienten und periodisch zeitabhängigen Spannungen. *Elektrotechnische Zeitschrift A*, 1970, Bd. 91, 8, s. 427–430.
- Biryukov S.V., Shilikov A.S. [Sensor of electric field strength with electrodes in the form of spherical polygons]. *Omskii nauchnyi vestnik* [Omsk scientific bulletin], 2002,

Contacts: *Biryukov Sergey Vladimirovich*, sbiryukov154@mail.ru

no. 18, pp. 123–127. (In Russ.). URL: https://www.omgtu.ru/general\_information/media\_omgtu/jour nal\_of\_omsk\_research\_journal/files/arhiv/2002/18%20pdf.pdf

- 16. Biryukov S.V., Glukhoverya E.G. Sposob izmereniya napryazhennosti ehlektricheskogo polya povyshennoi tochnosti [Method of measurement of electric field strength of increased accuracy]. Patent RF no. 2733100 C1, Prioritet 29.09.2020. (In Russ.). URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_44111489\_42689 492.PDF
- 17. Wilhelmy L. Eine Sonde zur potenzialfreien Messung der periodischen und transienten Feldstärke. *Elektrotechnische Zeitschrift A*, 1973, Bd. 94, 8, s. 441–445.
- Mirolyubov N.N., Kostenko M.V., Levinshtein M.L., et al. *Metody rascheta ehlektrostaticheskikh polei* [Methods of calculation of electrostatic fields]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1963. 415 p. (In Russ.).
- Biryukov S.V., Tyukina L.V. [An upgraded method for measuring the electric field strength by the average value of dual sensorsand devices for its implementation]. *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin* [Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines], 2021, vol. 9, no. 3, pp. 64–72. DOI: 10.25206/2310-9793-9-3-64-72 (In Russ.).
- Biryukov S.V. Izmerenie napryazhennosti ehlektricheskikh polei v diehlektricheskikh sredakh ehlektroinduktsionnymi datchikami. Metody i sredstva izmerenii: monografiya [Measurement of electric field strength in dielectric media by electroinduction sensors. Methods and means of measurements: monograph]. Omsk, OmGTU Publ., 2011. 196 p. (In Russ.).

Article received by the editorial office on 23.05.2024

### **INTRODUCTION**

The paper will consider new technical solutions for the construction of sensitive elements (SE) of singlecoordinate dual spherical detectors of electric field strength (EFS), hereinafter referred to as dual detectors.

The concept of "dual detector" was introduced in addition to single and double detectors [1-4] in 2021 in the author's works [6-13]. In general, dual detectors consist of two double detectors located on the same coordinate axis and combined into a single one. A necessary requirement for double sensors is the presence of errors of the opposite sign for the same EF voltage value measured simultaneously.

In the works [6-13], spherical segments act as electrodes for dual detectors and layers. In this paper, we will discuss a dual spherical detector with electrodes in the form of a spherical biangle (Fig. 1). Dual EF detectors with electrodes in the form of spherical biangles are known [14, 15].

**Fig. 1.** Composing SEs of double spherical detector of EF strength. a — SE in the form of a spherical biangle  $\theta_0 \le 90^\circ$  and  $\varphi_0 = 90^\circ$ ;  $\delta$  — SE in the form of a hemisphere (complete spherical biangle with  $\theta_0 = 90^\circ$  and  $\varphi_0 = 90^\circ$ )

This work is devoted to the study of dual detectors of EF strength with SE in the form of spherical biangles.

The aim of the work is to identify the best angular dimensions  $\theta_0$  of the spherical biangular SEs of the dual detectors, in terms of minimum error and allowable spatial measurement range.

#### TASK STATEMENT

To achieve this goal, it is necessary to solve the following tasks:

1) consider and analyze various design solutions for the construction of dual EF strength detectors and their SE forms;

2) determine novel SE forms of dual detectors and assess how their design choices impact the EF heterogeneity error when doing dual detector measurements;

3) obtain an equation of error due to EF heterogeneity for a dual detector depending on the design parameters of the SE of the new configuration;

4) draw up a mathematical model for a dual detector with a new SE shape to estimate the sensor error and its spatial area of application.

### THEORY

The development of a new method for EF strength measurement by average value [13, 16] required the creation of a new type of detector combining two detectors into one. For this, two double detectors were used. The requirements for them were to have errors of the opposite sign depending on the dimensions of the SE.

Studies conducted by the authors [15, 17] revealed three possible options for constructing detectors in the form of spherical biangles, rectangles, and squares. The specified SE shapes differ only in angular dimensions. Therefore, in general, theoretically, the object of study should be the behavior of double detectors in the form of a spherical rectangle in EF of variable heterogeneity.

Let's consider the design features of a double spherical detector with sensitive elements in the form of spherical biangles. The double detector is based on a spherical base 1 of radius *R*, on the surface of which there are two diametrically opposite SEs 2 and 3 in the form of spherical biangles (see Fig. 1), limited by the longitudinal  $2\theta_0$  and transverse  $2\varphi_0$  span angles of the longitudinal and latitudinal angles of the polar coordinate system (Fig. 2).

**Fig. 2.** Double sensor on sphere 1 with SEs 2 and 3 in the form of spherical biangles bounded by longitudinal  $2\theta_0$  and transverse  $2\varphi_0$  angles

When the detector is in EF, electric charges of opposite signs induce on its SE 2, 3. The values of these charges are determined by the expression [18]:

$$q(t) = \iint_{S} \sigma(t) \,\mathrm{d}S,\tag{1}$$

where  $\sigma(t)$  is the surface charge density.

...

In a homogeneous field,  $\sigma(t) = \sigma_0(t,\theta)$  is given by [18]:

$$\sigma_{0}(t,\theta) = -\varepsilon E_{r}^{0}(t) = \pm 3\varepsilon E_{0}(t) \cos\theta \cos\varphi; \qquad (2)$$

In a *heterogeneous* field of point source  $\sigma(t) = \sigma_{\rm H}(t)$  is given by [18]:

$$\sigma_{\rm H}(t,\theta) = -\varepsilon E_r^{\rm H}(t) =$$
$$= -\varepsilon \cdot \frac{1}{a} \left\{ \frac{1-a^2}{\sqrt{\left[1\mp 2a\cos\theta + a^2\right]^3}} - 1 \right\} \cdot E(t).$$
(3)

where in expressions (1)–(3): *S* is the surface area of the spherical base of the detector;  $dS = R^2 \cos\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$  is the surface element expressed in a spherical coordi-

nate system;  $\varepsilon$  is the dielectric constant of the medium;  $E_r(t)$  is the normal component of EF strength on the surface of the spherical base in homogeneous  $E_r(t) = E_r^{O}(t)$  and heterogeneous  $E_r(t) = E_r^{H}(t)$  fields;  $E_0(t)$  is the strength of the homogeneous field before the conductive spherical base is introduced into it; signs  $\mp$  in front of cos  $\theta$  mean: minus the EF strength vector enters the spherical base, and plus — exits it; E(t) — strength of inhomogeneous field before introduction of conducting spherical base into it; a = R/d is the inverse of the distance from the center of the sphere to the field source, characterizing the degree of field inhomogeneity and setting the spatial measurement range (a varies in the range  $0 \le a \le 1$ , at  $a \to 1$ the field becomes more inhomogeneous, and at  $a \rightarrow 0$ more homogeneous); R is the radius of the spherical base of the detector; d is the distance from the center of the detector to the field source;  $\theta$  and  $\varphi$  are the longitude and latitude angles of the spherical coordinate system.

Knowing the distribution of the surface density of charges (2) and (3) on the spherical base, it is possible to determine the electric charges induced on the detector SEs, made generally in the form of spherical biangles [15], by expression (1).

Depending on the direction of the EF on the SE (in or out), the induced electric charges are respectively determined by the expressions, where index 1 corresponds to the incoming, and index 2 — to the outgoing field. As shown in Fig. 2, the field enters the sensor 2 and exits the sensor 3. Then:

- in a homogeneous free space field

$$q_{1 \text{ OZH.}}(t) = -6R^{2}\varepsilon \times \\ \times \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\arctan\left(\frac{\lg\theta_{0}}{\sin\varphi}\right)} \left[\cos\theta\right] \cdot \cos\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot E_{0}(t);$$
(4)

$$q_{2 \text{ OQH}}(t) = 6R^{2} \varepsilon \times \\ \times \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\operatorname{arctg}} \frac{(\lg \theta_{0})}{\sin \varphi} \Big[ \cos \theta \Big] \cdot \cos \theta \cdot \mathrm{d}\theta \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot E_{0}(t);$$
(5)

## - in a heterogeneous field of point charge

$$q_{1 \text{ HEOZH.}}(t) = -6R^{2}\varepsilon \times \\ \times \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\varphi_{0}}{\sin\varphi}\right)} \frac{1}{3a} \left[ \frac{1-a^{2}}{\sqrt{\left(1-2a\cos\theta+a^{2}\right)^{3}}} - 1 \right] \times \\ \times \cos\theta \cdot \mathrm{d}\theta \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot E(t);$$
(6)

$$q_{2 \text{ HEO,HL}}(t) = 6R^{2} \varepsilon \times \\ \times \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\operatorname{arctg}} \left( \frac{\lg \varphi_{0}}{\sin \varphi} \right) \frac{1}{3a} \left[ \frac{1 - a^{2}}{\sqrt{\left(1 + 2a\cos\theta + a^{2}\right)^{3}}} - 1 \right] \times \cdot$$
(7)  
 
$$\times \cos\theta \cdot \mathrm{d}\theta \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot E(t).$$

In a homogeneous field, charges induced on the detector spherical biangular SEs 2 and 3, after integration of expressions (4) and (5) at  $\varphi_0 = 90^\circ$  and  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$ , are equal to:

$$q_{1,2 \text{ ODH.}}(t) = \mp 3\varepsilon\varepsilon_0 R^2 \sin\theta_0 \times \\ \times 2 \left[ \arctan(t) \theta_0 \cos\varphi_0 \cdot \frac{\sin\varphi_0}{\sin\theta_0} + \right. \\ \left. + \arctan(t) (\operatorname{tg}\varphi_0 \cos\varphi_0) \right] \cdot E_0(t) = \\ = \mp 3\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2 \sin\theta_0 \cdot E_0(t), \tag{8}$$

where at  $\varphi_0 = 90^\circ$  and  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$ 

$$2\left[\arctan(\operatorname{tg}\theta_0\cos\varphi_0)\cdot\frac{\sin\varphi_0}{\sin\theta_0}+\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\varphi_0\cos\theta_0)\right]=\pi.$$

In a heterogeneous field, charges induced on SEs 2 and 3 in the form of a spherical biangles, are numerically determined by expressions (6) and (7) at  $\varphi_0 = 90^\circ$  and  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$ .

The presented theory of interaction of a double spherical detector with EF of various inhomogeneities is the basis for the construction of a dual spherical detector of EF strength with SEs in the form of spherical biangles and hemispheres. Since the spherical biangular and the hemispherical SEs have an angular dimension of  $\varphi_0 = 90^\circ = \text{const}$ , it will be assumed hereinafter, but not indicated.

### SPHERICAL DETECTOR WITH BIANGULAR SENSITIVE ELEMENTS

To build a dual detector, it is proposed to split the spherical surface with three planes passing through the axis of the sphere into six biangles. The biangular parts of the spherical surface are the conductive electrodes of the detector. These electrodes form the SEs of a dual detector. The design of the dual spherical detector consists of a conductive spherical base 1 of radius R, on the surface of which six conductive electrodes 2–7 in the form of spherical biangles are symmetrically located and isolated from it (Fig. 3).

Six electrodes 2–7 on one coordinate axis z form two double detectors. The conductive spherical base and the six conductive electrodes 2–7 are integrated into a single spherical surface. The SEs of the first double detector consist of diametrically opposite pair of electrodes 3 and 6. This pair of SEs is located on the *z*-axis, passing through the center of the spherical base and the centers of SEs 3 and 6 (see Fig. 3).

**Fig. 3.** Dual EFS detector with biangular sensitive elements. a — scheme of division of the spherical surface of the base, δ — angular designations

The SEs of the second double detector are composite. The first and second SEs consist of electrodes (2 + 3 + 4) and (5 + 6 + 7) united by a measuring circuit. Geometrically combined electrodes 2, 3, 4 and 5, 6, 7 are hemispheres (spherical biangle with  $\theta_0 = 90^\circ$ ).

Generally, conducting electrodes in the form of spherical biangles have angular dimensions  $\theta_{01}$  (electrodes 3 and 6);  $\theta_{02}=90^\circ$  (electrodes 2, 4, 5, 7),  $\theta_0=90^\circ$  — combined SEs (2, 3, 4 and 5, 6, 7). Here  $\theta_{01}$  is determined by the required error, and  $\theta_{02} = 1/2 \cdot (90^\circ - \theta_{01})$ . In the detector, electrodes 3 and 6 are central, and electrodes 2, 4 and 5, 7 are lateral electrodes. Electrodes 2, 3, 4 and 5, 6, 7 are combined into SEs through a measuring circuit (Fig. 4).

**Fig. 4.** Dual sensor measuring circuit. ДY3 1, 2, 3 — differential charge meters; inputs 2–7 from respective electrodes; 11 — adder  $\Sigma$ ; 12 scale converter MII; 13 — adder  $\Sigma_{1/2}$  with division of sum by two

The measuring circuit consists of three differential charge amplifiers 8-10 ДУ3 1, ДУ3 2 and ДУ3 3, adder 11 for three inputs, a scale converter 12 MII, and dividing the sum by two adder 13 with two inputs.

Differential charge amplifiers 8-10 make it possible to remove charge differences from three pairs of electrodes (3, 6), (4, 7), (5, 2) and convert them into voltages  $U_1(t)$ ,  $U_2(t)$  and  $U_3(t)$ . The adder 11 serves to combine the signals from electrodes 2, 3, 4 and 5, 6, 7 and to generate the composite SE signals of the second double detector. The scale converter 12 serves to equalize the conversion factors of the first and second double detectors included in the dual detector. The equalization of the transform coefficients is performed by adjusting the coefficient k of the scale converter 12. Adder 13, dividing the sum by two, is used to find the average value between the voltages  $U_1(t)$ from the first double detector and  $U_4(t)$  from the second double detector. The numbers on the ДУЗ inputs correspond to the numbers of the detector' SEs to which they are connected (see Fig. 3).

Consider the interaction of a dual detector with a homogeneous field of free space and a highly inhomogeneous field of a point source.

When the dual detector is placed in the EF, electric charges are induced on its electrodes (2, 5), (3, 6) and (4, 7):  $q_2(t)$  and  $q_5(t)$  on the first pair (2, 5)  $q_3(t)$  and  $q_6(t)$  on the second pair (3, 6) and  $q_4(t)$  and  $q_7(t)$  on the third pair (4, 7).

In a homogeneous field, the difference in electric charges between electrodes 2 and 5; 3 and 6; 4 and 7 is converted by differential charge amplifiers 8–10 to voltages  $U_1(t)$ ,  $U_2(t)$  and  $U_3(t)$ . These voltages are proportional to the difference of charges from pairs of sensitive elements (2, 5), (3, 6), (4, 7), respectively, and are equal to

$$U_{1}(t) = k [q_{3}(t) - q_{6}(t)],$$
  

$$U_{2}(t) = k [q_{4}(t) - q_{7}(t)],$$
  

$$U_{3}(t) = k [q_{5}(t) - q_{2}(t)].$$

Then the voltage  $U_4(t)$  after the adder 11 is determined by:

$$\begin{split} &U_4(t) = U_1(t) + U_2(t) - U_3(t) = \\ &= k \left\{ \left[ q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) \right] - \left[ q_5(t) + q_6(t) + q_7(t) \right] \right\} = \\ &= k \left[ q_{234}(t) - q_{567}(t) \right]. \end{split}$$

It follows that the voltages  $U_1(t)$  and  $U_4(t)$  are proportional to the difference in charges from the first double detector (SEs 3, 6) and the second double detector (SEs 234, 567).

We determine the voltage values  $U_1(t)$  and  $U_4(t)$ using the electric charges induced on the surface of the sensitive elements of the double detectors in a homogeneous and inhomogeneous EFs.

– In a homogeneous field: charges 
$$q_{3 \text{ OZH}}(t)$$
 and

 $q_{6 \text{ OZH.}}(t)$  are induced on SEs 3 and 6 in the form of spherical biangles of the first double detector; their difference at  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$  generates a voltage at the output of  $\exists Y3 1$ , defined by the expression (9):

$$U_{1 \text{ OQH.}}(t) = k \Delta q_{36}(t) = k [q_3(t) - q_6(t)] =$$
  
=  $6k\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2 \sin\theta_0 \cdot E_0(t) = G_1 \cdot E_0(t).$  (9)

Charges  $q_{234}(t)$  and  $q_{567}(t)$  at  $\theta_0 = 90^\circ$  are induced on hemisphere-shaped SEs 234 and 567 of the second double sensor; their difference creates a voltage at the output of adder 11, defined by the expression (10):

$$U_{4 \text{ OZH.}}(t) = k [q_{234}(t) - q_{567}(t)] =$$
  
=  $6k\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2 \cdot E_0(t) = G_2 \cdot E_0(t).$  (10)

Here and below:  $k - \Delta Y3$  proportionality coefficient;  $\varepsilon$  - dielectric constant of the medium;  $\varepsilon_0 =$ 

= 8.85  $\cdot 10^{-12}$  F/m — electric constant; *R* — radius of the spherical housing of the sensor;  $E_0(t)$  — strength of homogeneous EF;  $\theta_0$  — angular dimension of central sensitive elements 3, 6 of the detector in the form of spherical biangle;  $G_1$  and  $G_2$  — sensitivity of the first and second double detectors.

- In a heterogeneous field: 
$$q_{_{3\,\mathrm{HEOJH.}}}(t)$$
 and

 $q_{6 \text{ HEO}\text{ZH.}}(t)$  are induced on SEs 3 and 6 of the first double detector. Charges are determined by expressions (6) and (7) at  $0 \le \theta_0 \le 90^\circ$ , their difference creates a voltage at the output of  $\exists Y3 1$ 

$$U_{1\text{HEO}\text{JH}}(t) = k [q_3(t) - q_6(t)] = G \cdot E_1(t).$$
(11)

Charges  $q_{234}(t)$  and  $q_{567}(t)$  are induced on SEs 234 and 567 of the second double detector, defined by expressions (6) and (7) at  $\theta_0 = 90^\circ$ , their difference creates a voltage at the output of adder 11

$$U_{4 \text{ HEOJH}}(t) = k [q_{234}(t) - q_{567}(t)] = G \cdot E_2(t).$$
(12)

Since  $G_1 \neq G_2$  in expressions (9) and (10), it is necessary to equalize the sensitivities of the double detectors. To do this, the measuring circuit of the dual detector uses a scale converter MII. Sensitivity equality is achieved by calibrating the dual detector. When calibrating, the detector is placed in a homogeneous field with intensity  $E_0$  or a calibrated signal is supplied to the detector, and by adjusting the coefficient k of the scale converter, equality of output voltages is achieved  $U_{1OZH}(t) = U_{4OZH}(t)$ . This achieves equality of sensitivities  $G_1 = G_2 = G$  of the first and second double detectors. Calibration is carried out only at the beginning of the operation of the dual detector.

In expressions (11) and (12), strengths  $E_1(t)$  and  $E_2(t)$  in a heterogeneous field are defined as

$$E_{1}(t) = [1 + \delta_{1}(\theta_{01})] \cdot E_{0}(t),$$

$$E_{2}(t) = [1 + \delta_{2}(\theta_{0})] \cdot E_{0}(t),$$
(13)

where  $E_1(t)$  and  $E_2(t)$  are the strengths of heterogeneous EF, measured by double detectors with SEs 3, 6 and 234, 567 with errors  $\delta_1(\theta_{01})$ ,  $\delta_2(\theta_0)$ . For SEs in the form of a biangle  $0 < \theta_{01} \le 90^\circ$ , for SEs in the form of a hemisphere  $\theta_0 = 90^\circ$ .

Taking into account the expressions (11) and (12), the voltages  $U_{1_{\text{HeOdH.}}}(t)$  and  $U_{4_{\text{HeOdH.}}}(t)$  can be defined as

$$U_{1 \text{ HEOZH}}(t) = k [q_3(t) - q_6(t)] = G \cdot E_1(t) =$$
  
=  $G \cdot [1 + \delta_1(\theta_{01})] \cdot E_0(t);$  (14)

$$U_{4 \text{ HEOZH.}}(t) = k [q_{234}(t) - q_{567}(t)] = G_2(t) =$$
  
=  $G \cdot [1 + \delta_2(\theta_0)] \cdot E_0(t).$  (15)

In general, the errors  $\delta_1(\theta_{01})$ ,  $\delta_2(\theta_0)$  of double detectors are determined by the expression

$$\delta = \frac{U_{\text{HEO,HH}} - U_{\text{O,HH}}}{U_{\text{O,HH}}} \times 100 \%.$$
(16)

For the first and second double sensors with SEs in the form of biangles with angular dimensions  $0 < \theta_{01} \le 90^\circ$  and  $\varphi_{01} = 90^\circ$  and hemispheres with angular dimensions  $0 < \theta_{01} \le 90^\circ$  and  $\varphi_{01} = 90^\circ$ , the errors  $\delta_1(\theta_{01})$ ,  $\delta_2(\theta_0)$  due to the inhomogeneity of the field can be determined by the expression (16) using expressions (9)–(12). However, for the second double sensor with a hemisphere-shaped SE, an error of  $\delta_2(\theta_0)$ can be determined by the well-known expression [18]:

$$\delta_2(\theta_0) = \left[\frac{2}{3a^2} \cdot \left(1 - \frac{1 - a^2}{\sqrt{1 + a^2}}\right) - 1\right] \cdot 100.$$
 (17)

Dual detectors are used to implement the method of measuring EF strength by the average value [13, 16, 19], which makes it possible to obtain significantly smaller errors in measuring the inhomogeneous field than direct measurement methods [20]. The principle of operation of the dual sensor involves simultaneous measurement of two values of strength  $E_1(t)$  and  $E_2(t)$  with errors opposite in sign at one point in the field. To find the average value, the dual sensor uses an adder 13 with division of the sum of the voltages  $U_{1\text{Heon}}(t) = G \cdot E_1(t)$  and  $U_{4\text{Heogl}}(t) = G \cdot E_2(t)$  by two. Then

$$U_{\text{BLIX.}}(t) = \frac{G \cdot E_1(t) + G \cdot E_2(t)}{2} = G \cdot E(t),$$
where  $E(t) = \frac{E_1(t) + E_2(t)}{2} = [1 + \delta(a)]E_0(t)$ 
(18)

is a result of the measurement of EF strength by a dual detector.

Dual sensor measurement error E(t) caused by field inhomogeneity:

$$\delta(a) = \frac{\delta_1(\theta_{01}) + \delta_2(\theta_0)}{2}.$$
(19)

Expressions (9) to (12) and (16) make it possible to establish the relationship between the error  $\delta(a)$ , the angular dimensions  $\theta_{01}$  of the central sensitive elements 3, 6 and the spatial measurement range *a*. This relationship is the basis for building a mathematical model of a dual spherical sensor. The mathematical model allows you to study the dual sensor and determine the angular dimensions of the detector biangular SEs, providing the detector with a small error  $\delta(a)$  due to the inhomogeneity of the field in full spatial measurement range *a*.

Mathematical modeling of the dual sensor in the full measurement range  $0 \le a \le 1$  was carried out. The modeling results are shown in Tab.

**Tab.** Results of mathematical modeling of the dual detector in the spatial range of measurements  $0 < a \le 1$ 

From the modeling results, it follows that the optimal angular dimension of the SE is  $\theta_{01} = 31^{\circ}$ , for which the error due to field inhomogeneity does not exceed  $\pm 0.7\%$  in the spatial measurement range of  $0 \le a \le 0.94$ .

Thus, mathematical modeling made it possible to identify the best technical solution for the SE of the dual EF strength detector with small errors in the almost complete spatial measurement range of  $0 \le a \le 0.94$  (see Tab.).

### **DISCUSSION OF RESULTS**

Analysis of the results presented in Tab. shows that the dual detector with biangle spherical SEs described in the article has a lower error due to field inhomogeneity in the full spatial measurement range  $(0 \le a \le 1)$ . In the full spatial range of measurements, the angular dimensions of the central SEs lie in the range of  $28^{\circ} \le \theta_{01} \le 33^{\circ}$  at  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$ . These angular dimensions provide the dual detector with signvariable errors due to field inhomogeneity, the modulus of which lies in the range of  $0.35\% \le |\delta(a)| \le 5.2\%.$ 

Analyzing the above, it can be assumed that the best technical solution in terms of the minimum error and the maximum spatial range of measurements should be considered solution 5 (see Tab.), which provides the dual detector with an error of  $\pm 0.7\%$  in the event of angular biangle dimensions  $\theta_{01} = 31^{\circ}$  and  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$  and in an almost complete spatial range of  $0 \le a \le 0.94$ . The same technical solution is the best in terms of the simplicity of the design and the technological design of the SE detector.

Error change graphs due to EF inhomogeneities for a dual detector built according to technical solution 5 (see Tab.) are shown in Fig. 5, a, 6.

Fig. 5, a, shows the error changes of the first  $\delta_1(a)$  (SEs 2 and 6) and the second  $\delta_2(a)$  (SEs 234 and 567) double detectors, as well as the dual sensor  $\delta(a)$ . From Fig. 5, a, it follows that the plot of the resulting error  $\delta(a)$  goes from zero and goes almost horizontally in almost the entire spatial range of measurements. The change in the resulting error  $\delta(a)$  at a more detailed

scale in the spatial range  $0 \le a \le 0.94$  is shown in Fig. 5, 6.

**Fig. 5.** Graphs of errors of the EF detector in the spatial range  $0 \le a \le 0.94$  for the best version of the dual detector  $\theta_{01} = 31^{\circ}$  and  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$ . a) graphs of errors  $\delta_1(a)$  of the first,  $\delta_2(a)$  of the second components of the double of detectors,  $\delta(a)$  — of the dual detector;  $\delta) \ \delta(a)$  — dual detector error graph scaled along the ordinate axis

Error graphs show that dual detectors built according to the selected technical solution, in the spatial range of  $0 \le a \le 0.94$ , have an error modulo not exceeding 0.7%.

### SUMMARY AND CONCLUSION

As a result of the study:

1) A new form of construction of sensitive electrodes for dual detectors in the form of spherical biangles is proposed. Spherical biangles are arranged on a sphere surface in pairs. One pair of spherical biangles is central, and the other two are lateral. The central pair of electrodes is the SEs of the first double detector. The SEs of the second detector are composite. They consist of a central electrode and two lateral electrodes.

2) The angular dimensions of the center electrodes are found to affect the error of the dual detector and its spatial measurement range.

3) An analytical formula for the functional dependence of the error of the dual detector on the inhomogeneity of the field, the angular dimensions of the central SE of the detector, and its spatial measurement range is obtained.

4) The best technical solution for the construction of sensitive elements of dual detectors with SEs in the form of spherical biangles was revealed: an error in the permissible spatial range of  $0 \le a \le 0.94$  is  $\pm 0.7\%$  for the angular dimensions of the central spherical biangles  $\theta_{01} = 31^{\circ}$  and  $\varphi_{01} = 90^{\circ}$ .

5) It is shown that the use of sensitive elements of dual spherical detectors in the form of a spherical biangle leads to a significant decrease in error due to EF inhomogeneity.

6) The decrease in the error of the dual detector is confirmed by mathematical modeling, which showed that the error from the heterogeneity of the detector field does not exceed  $\delta(a) \le |\pm 0.7|\%$  in the allowable  $0 \le a \le 0.94$  spatial measurement range.

In conclusion, it should be noted that dual detectors with a new SE design are a promising vector in the development of instruments for measuring EFS with small errors. Therefore, in the following works, dual detectors with rectangular and square spherical elements will be considered.