

УДК 537.621; 622.778.4

© Д. А. Сандуляк, И. А. Соловьев, В. А. Ершова, А. В. Сандуляк, А. А. Сандуляк, 2024

ДИСПЕРСНЫЙ ФЕРРОМАГНЕТИК: КОНТРОЛЬ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ОБРАЗЦА И ЕГО МАТЕРИАЛА (КВАЗИСПЛОШНОГО). КРИТЕРИЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ДЛИНЫ ОБРАЗЦА

Для специально полученного семейства (при разных значениях напряженности H намагничивающего поля) зависимостей магнитной индукции B в дисперсном (гранулированном) образце от его относительной длины λ в диапазоне $\lambda = 1 \div 13$ по опробованной ранее методике установлены критериальные значения $\lambda = [\lambda]$ — когда зависимость B от λ достигает области автомодельности ("плато"), а следовательно, при $\lambda \geq [\lambda]$, когда намагничивающий фактор образца минимизирован, магнитные свойства образца соответствуют таковым для его материала. В изучаемом диапазоне $H = 14 \div 131$ кА/м: $[\lambda] = 7.8 \div 4.9$, а найденная убывающая зависимость $[\lambda]$ от H подчиняется обратной степенной функции с показателем степени 0.2. По данным B (при $\lambda \geq [\lambda]$) получены значения магнитной проницаемости μ квазисплошного материала образцов, а также зависимость μ от H , частично находящаяся (от $H = 14$ кА/м до $H = 30 \div 35$ кА/м) в окрестности экстремума $\mu = 6$ и затем убывающая до $\mu = 3.5$. Благодаря этой зависимости, в том числе установленному функциональному ее виду (экспоненциальному при $H \geq 35$ кА/м), найдена зависимость $[\lambda]$ от μ — с вариантами ее функциональной логарифмизации: как на основе упомянутой степенной функции $[\lambda]$ от H , так и экспоненциальной функцией.

Кл. сл.: ферромагнитный дисперсный материал, относительная длина образца, магнитная индукция, автомодельная область, кусочно-линейная аппроксимация

ВВЕДЕНИЕ

При характеристике магнитных свойств ферромагнетика, определяемых инструментально с использованием образца определенной формы, доминирующее значение обычно придается информации о его потенциальных магнитных свойствах, т.е. характеризующих не столько сам этот образец, сколько его материал. Такая информация (для получения которой в соответствующем исследовании требуется следовать определенным подходам) — более универсальная, при этом она облегчает получение данных о магнитных свойствах любого иного по форме образца из этого же материала (конечно, если имеются сведения о геометрии образца, что позволяло бы судить о его намагничивающем факторе N).

В [1] наряду с широко известным, признанным классическим подходом к определению магнитных свойств материала ферромагнетика, основанном на использовании исследуемого образца (и намагничивающей его обмотки) замкнутой тороидальной формы [2–4], где $N = 0$, обсужден другой, тоже известный подход к решению этой задачи. Для его реализации используется, например, стержневой образец (часто — цилиндрической формы), а для намагничивания образца применяется соленоид [5–9]. Тем самым устраняется ряд трудностей, присущих классическому подходу:

в самой намотке провода (ручной) на образец такой усложненной формы и в соблюдении ее равномерности, в необходимости изготовления множества индивидуальных обмоток — по количеству изучаемых образцов (обмотка и образец взаимно неразъемны), в ограниченности числа витков обмотки и напряженности H создаваемого поля.

Здесь надо специально оговорить, что этот подход обеспечивает требуемую информативность только тогда, когда для соответствующего исследования в соленоиде используется достаточно длинный образец, т.к. при удлинении образца: $N \rightarrow 0$ (если такому исследованию подвергается недостаточно длинный образец, для которого значение N не является исчезающе малым, получаемая информация остается частной, характеризующей магнитные свойства образца, а не его материала).

По мнению [8], для соответствующего исследования, направленного на определение магнитных свойств материала, надо использовать образец, относительная длина которого (например, цилиндрического длиной l и диаметром d) составляет не менее $\lambda = l/d = 50$. Однако такая рекомендация не подкреплена необходимыми обоснованиями, что дает повод судить о ней как декларативной, причем декларируемой "с запасом" (вряд ли оправданным) и в виде сомнительно единого указания (не зависимо даже от такого, явно обязанного

влиять на него параметра, как напряженность H намагничивающего поля).

Что касается обоснования значения λ , которое уместно назвать критериальным ($\lambda = [\lambda]$), имея в виду, что при $\lambda \geq [\lambda]$ получаемые данные о магнитных свойствах образца практически соответствуют таковым для его материала, то в [1] отдается предпочтение исследованиям [10–12]. При их проведении поочередно использовались цилиндрические ферромагнитные образцы из одного и того же материала (Ст.3) разной длины l и соответственно разной относительной длины $\lambda = l/d$: от $\lambda = 1.1$ и вплоть до $\lambda = 50$. Для их намагничивания применялся соленоид, причем удлинённый — с тем, чтобы образец, даже сравнительно длинный, подвергался намагничиванию в срединной части соленоида, т.е. оставляя его концевые участки, где напряженность поля H всегда занижена, за пределами образца. В [10–12] получали зависимости от λ (семейства зависимостей при разных значениях H) ряда магнитных параметров, в числе которых магнитная индукция B в образце (по значениям которой доступными становятся другие магнитные параметры). По тренду каждой из зависимостей получаемого семейства визуально идентифицировали критериальное значение $\lambda = [\lambda]$, при котором восходящий участок рассматриваемой зависимости переходит в автоматический ("плато"). Это свидетельствовало о том, что здесь, т.е. уже для достаточно длинного образца, размагничивающий фактор N становится исчезающе мал ($N \rightarrow 0$). Следовательно, при достижении и превышении значения $[\lambda]$, т.е. при $\lambda \geq [\lambda]$, значение магнитной индукции B в образце практически соответствует значению индукции в его материале.

Не менее актуальным является вопрос определения критериального значения относительной длины изучаемого ферромагнитного образца $\lambda = [\lambda]$ в случае, когда приходится иметь дело с дисперсным, в частности гранулированным, образцом. В [13–15], применяя удлинённый многослойный соленоид, подобно [10–12] выполнены эксперименты по намагничиванию дисперсных ферромагнитных образцов цилиндрической формы, представляющих собой засыпку (в трубчатом неферромагнитном контейнере) подшипниковых шаров. Относительную длину этих цилиндрических образцов (с гранулами) варьировали от $\lambda = 1$ и до $\lambda = 16$. Как и в [10–12], в [13–15] также получали семейства зависимостей от λ (при разных значениях H) оговоренных магнитных параметров и по тренду каждой из таких зависимостей визуально идентифицировали значение $\lambda = [\lambda]$ (критериальное), при котором восходящий участок рассматриваемой зависимости переходит в автоматический участок ("плато"). Следовательно, при $\lambda \geq [\lambda]$ значение магнитной индукции в указанном

гранулированном образце здесь практически соответствует значению индукции в его "материале" (в данном случае — как квазисплошном).

Такой, предложенный в [10–15] вариант подхода к установлению данных о магнитных свойствах материала ферромагнетика (по соответствующим данным для его образцов), получил развитие в [1] с иллюстрацией этого подхода на примере стального ферромагнетика. Так, вместо визуальной идентификации критериального значения $\lambda = [\lambda]$ рассмотрена возможность его более уточненной идентификации, естественно, располагая достаточным объемом необходимых для этого экспериментальных данных. Значение (значения) $[\lambda]$ предложено определять аналитически, пользуясь принципом кусочно-линейной аппроксимации, но модифицированной, а именно адаптированной к специфичным координатам. Так, восходящий нелинейный участок получаемой зависимости магнитной индукции B в образце от его относительной длины λ аппроксимируется такой функцией, которая в избранных для нее координатах, в частности логарифмических [1], отображает этот участок как "линейный" (квазилинейный). Тогда значение $\lambda = [\lambda]$ определяется по абсциссе точки его пересечения с интерполированной линией хвостового автоматического участка (линией "плато") этой зависимости.

Полученное в [1] для образцов из стали 40X семейство (по H) зависимостей B от λ позволило установить критериальные значения $\lambda = [\lambda]$ для разных значений напряженности поля H . В исследуемом диапазоне $H = 5.2 \div 127$ кА/м зависимость $[\lambda]$ от H оказалась убывающей в пределах, вполне приемлемых (например, по сравнению с упомянутой рекомендацией [8]) значений $[\lambda]$ от $[\lambda] = 30$ до $[\lambda] = 3.3$, подчиняясь обратной степенной функции с показателем степени 0.69. По полученным данным магнитной проницаемости μ материала образцов (используя данные B при $\lambda \geq [\lambda]$) и зависимости μ от H , убывающей от $\mu = 225$ до $\mu = 12.4$, найдена также зависимость $[\lambda]$ от μ , которая функционально (в том числе и согласно установленной обратной степенной связи между μ и H) представляется как прямая степенная с показателем степени 0.75.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В случае, когда речь идет о дисперсном ферромагнитном образце, вопрос определения критериального значения его относительной длины $\lambda = [\lambda]$, например, если ориентироваться на предложенную в [1] методологию аналитической идентификации $[\lambda]$, представляет самостоятельный интерес; это видно, к примеру, из сопоставления полученных

в [10–12] и в [13–15] результатов — не идентичных. Придерживаясь того же принципа кусочно-линейной аппроксимации (здесь тоже в модифицированном виде), восходящий нелинейный участок той или иной получаемой зависимости магнитной индукции B в образце от λ , по меньшей мере участок, приближенный к "плато", следует аппроксимировать функцией, отвечающей требованию, согласно [1]. Так, в выбираемых для нее координатах (возможно, отличных от выбранных в [1] логарифмических) она должна отображать этот участок как "линейный" (квазилинейный). Это важно для последующего нахождения значения $[\lambda]$ — по легко определяемой абсциссе точки пересечения графика с интерполированной линией "плато", т.е. линией хвостового автомоделного участка.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ АНАЛИЗ

Разработке приемлемого для дисперсного образца варианта оговоренной выше аналитической идентификации критериального значения его относительной длины $\lambda = [\lambda]$ предшествовали эксперименты по намагничиванию такого образца цилиндрической формы (заметим: "образец" — если имеется в виду его состав, но "образцы" — если имеется в виду разная длина одинакового по составу образца). Каждый из исследуемых образцов (цилиндрической формы) представлял собой засыпку подшипниковых шаров диаметром 8 мм из ферромагнитной стали 95X18 в трубчатом неферромагнитном контейнере внутренним диаметром $d = 39.5$ мм. Использовали до 10 цилиндрических образцов разной длины l — от $l = 40.5$ мм до $l = 514$ мм, — при этом относительная длина образцов $\lambda = l/d$ составляла от $l/d \cong 1$ до $l/d \cong 13$. При выполнении экспериментов образцы поочередно помещали в срединную часть внутренней полости применяемого соленоида (многослойный, длина 1.02 м, внутренний диаметр 50 мм, число витков 6000): именно в ту его часть (исполнительную, т.е. функциональную для проведения подобного рода опытов, ее протяженность составляла здесь до 80% длины соленоида), где создаваемое магнитное поле однородно. Тем самым исключалось даже частичное присутствие образца в концевых участках соленоида, где напряженность поля занижена. Напряженность H намагничивающего образец поля изменяли от $H = 14$ кА/м до $H = 131$ кА/м.

По данным магнитного потока, измеряемого вебмером посредством предназначенной для этого катушки, размещаемой посередине образца, определяли плотность этого потока, т.е. магнит-

ную индукцию B в гранулированном (модельно квазисплошном) образце с относительной длиной λ . В этих экспериментах, как и в [1], получали семейства (при разных H) зависимостей B от λ — здесь ключевых для определения критериальных значений $\lambda = [\lambda]$.

Экспериментально полученные зависимости B от λ в принятых диапазонах λ и H изображены на рис. 1, а, они качественно подобны зависимостям B от λ для сплошных образцов [1]. На каждой из полученного семейства этих зависимостей (рис. 1, а) отчетливо видно, что такая зависимость, возрастая по мере увеличения λ , достигает ожидаемой области автомоделности B (характерного "плато"), причем при индивидуальных значениях как B , так и H . Здесь, в области автомоделности (свидетельствующей о том, что в этой области, т.е. для достаточно длинного образца, его размагничивающий фактор $N \rightarrow 0$) значение индукции B практически соответствует искомому значению индукции в материале (квазисплошном) образца. При намерении же визуальнo оценить то критериальное значение $\lambda = [\lambda]$, при котором область автомоделности начинается, может оказаться, что такая субъективная оценка недостаточно точна.

В основу идентификации значения (значений) $\lambda = [\lambda]$ следует положить, как уже оговорено, известный математический прием кусочно-линейной аппроксимации, в данном случае — зависимости B от λ (тогда на значение $[\lambda]$ будут указывать сами тренды восходящего и последующего автомоделного участков рассматриваемой зависимости). Но в этом случае, т.е. применительно к нелинейным зависимостям B от λ (рис. 1, а), обычную кусочно-линейную аппроксимацию вряд ли стоит применять (исключение составляют их хвостовые части, где B практически уже не зависит от λ и иллюстрируется в виде линии "плато", параллельной оси абсцисс λ). Вместе с тем такой подход осуществим, если, как и в [1], прибегнуть к кусочно-линейной аппроксимации зависимости B от λ , но в предлагаемом модифицированном виде. Так, для изображения каждой из получаемых зависимостей B от λ целесообразно использовать такие координаты (не обязательно логарифмические, как в [1]), в которых восходящий (по меньшей мере приближенный к области автомоделности) участок искусственно представлялся бы как "линейный" (квазилинейный).

Сказанное становится здесь возможным, если для этого, как показано на рис. 1, б, где воспроизведены те же данные, что и на рис. 1, а, использованы полулогарифмические координаты (с логарифмической осью абсцисс). Такая интерпретация одновременно свидетельствует о том, что в данном случае, т.е. при изучении гранулированного

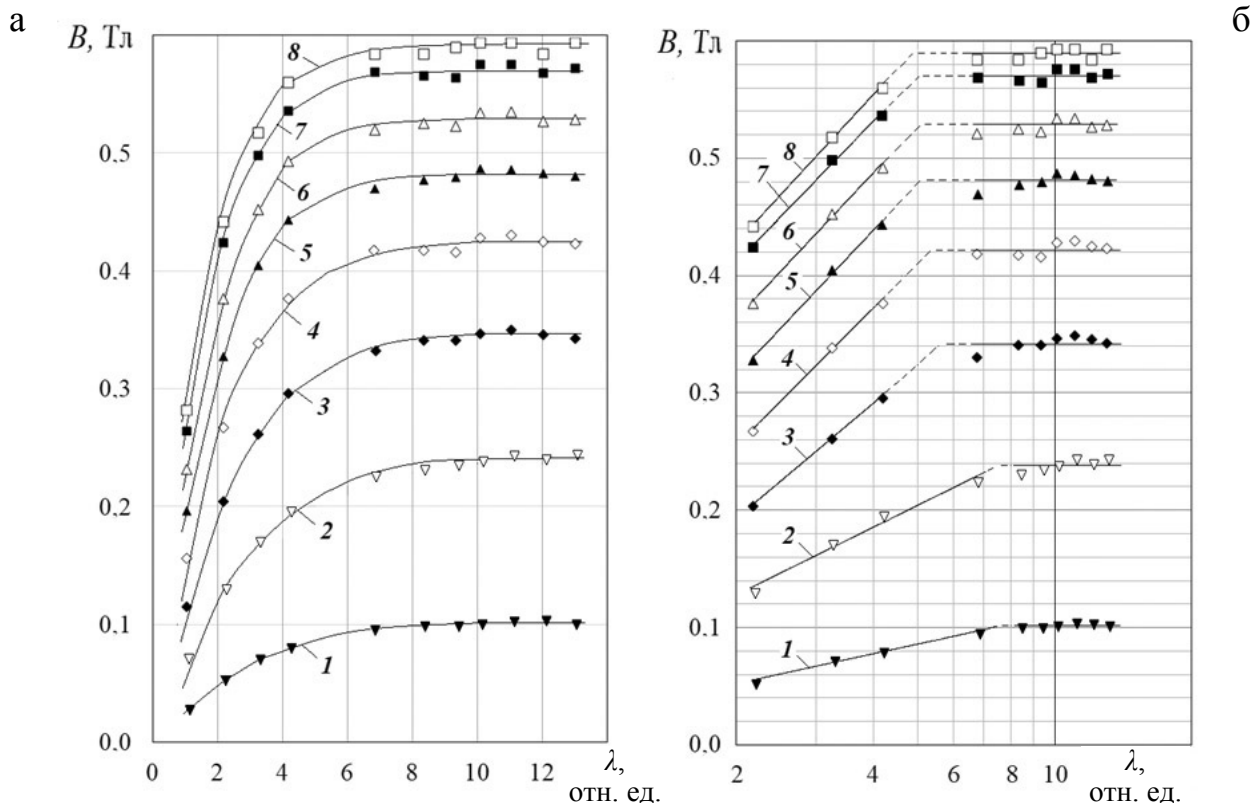


Рис. 1. Зависимости магнитной индукции B в дисперсном образце (гранулированном в виде засыпки шаров из стали 95X18) цилиндрической формы от его относительной длины λ при разных значениях напряженности H намагничивающего поля. а — представление в обычных координатах; б — представление в полулогарифмических координатах; 1 — $H = 14$, 2 — $H = 32$, 3 — $H = 50$, 4 — $H = 68$, 5 — $H = 86$, 6 — $H = 104$, 7 — $H = 122$, 8 — $H = 131$ кА/м

образца, приемлемой для квазилинеаризации является логарифмическая функция (в отличие от [1], когда в случае со сплошным образцом, судя по факту достижения квазилинеаризации в логарифмических координатах, таковой является степенная функция).

Следовательно, применительно к изучаемому гранулированному образцу требуемая квазилинеаризация участка зависимости B от λ (рис. 1, б), прилегающего к участку "плато" этой зависимости, может быть достигнута ее описанием логарифмической функцией вида:

$$B = A_1 \cdot \ln(k_1 \cdot \lambda), \quad (1)$$

где для каждого из рассматриваемых восходящих участков зависимостей B от λ полученного семейства (рис. 1, б) присущи индивидуальные значения феноменологических параметров A_1 и k_1 , изменяющиеся здесь в пределах $A_1 \in [0.037, 0.18]$ Тл

и $k_1 \in [1.7, 5.3]$ при изменении напряженности намагничивающего поля в диапазоне $H \in [14, 131]$ кА/м.

Таким образом, становится возможной идентификация критериального значения $[\lambda]$ для каждой из зависимостей B от λ полученного семейства (рис. 1, б): как абсцисса точки пересечения восходящего (в избранных полулогарифмических координатах — квазилинейного) и автомодельного (линия "плато", параллельная оси λ) участков той или иной зависимости B от λ .

Найденные согласно такой методологии, используя при этом Excel, данные $[\lambda]$ и зависимость $[\lambda]$ от H в исследуемом диапазоне напряженности H поля показаны на рис. 2, а. Эта зависимость — умеренно убывающая от $[\lambda] = 7.8$ при $H = 14$ кА/м и по меньшей мере до $[\lambda] = 4.9$ при $H = 131$ кА/м. Что касается ее функционального вида, то, будучи представленной в логарифмических координатах,

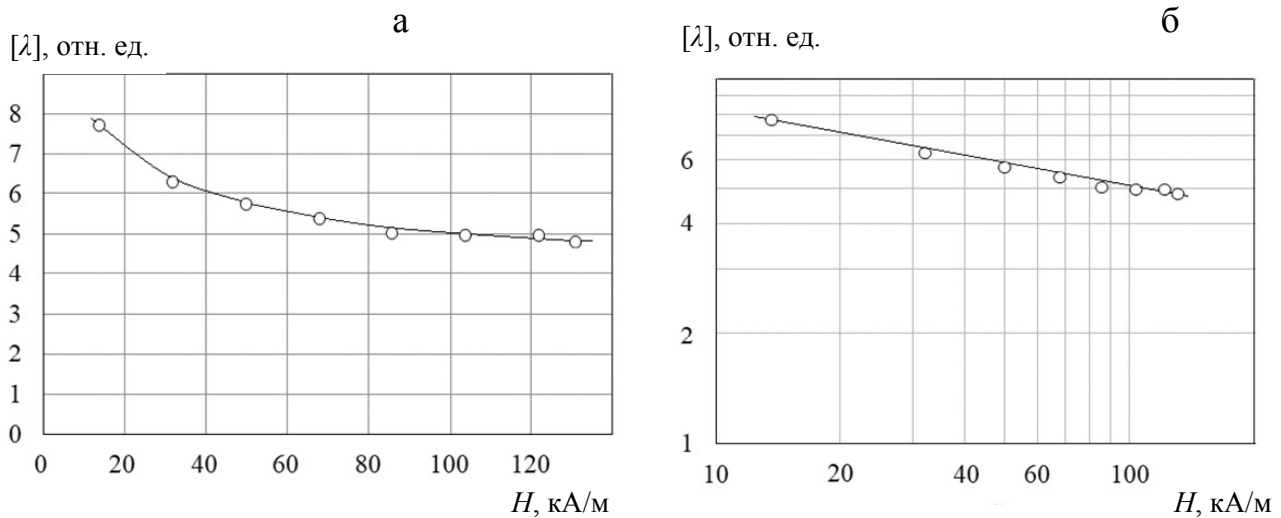


Рис. 2. Зависимость критериального значения относительной длины $[\lambda]$ дисперсного образца от напряженности H намагничивающего поля.
а — в обычных координатах, б — в логарифмических координатах

как показано на рис. 2, б, она квазилинеаризуется (подобно родственной зависимости для сплошных образцов [1]). Следовательно, для ее описания справедлива степенная функция:

$$[\lambda] = (A_H \cdot H)^{-\beta}, \quad (2)$$

где значения феноменологических параметров: $A_H = 3.4 \cdot 10^{-6}$ м/кА и $\beta = 0.2$.

Когда критериальные значения $\lambda = [\lambda]$ установлены, доступными (при $\lambda \geq [\lambda]$) становятся не только оговоренные ранее данные индукции B в материале (квазисплошном) используемого гранулированного образца, а и другие данные, свидетельствующие о магнитных свойствах материала этого образца. К тому же, кроме функции (2), предоставляется возможность получения еще одной функциональной характеристики $[\lambda]$ путем перехода от такого "внешнего" для изучаемого ферромагнетика параметра, как напряженность H намагничивающего поля, к одному из наиболее часто фигурирующих параметров (когда речь идет о магнитных свойствах самого материала). В частности, это магнитная проницаемость μ материала, определяемая по данным индукции B в этом материале, т.е. по данным B на "плато" зависимости B от λ на рис. 1 (когда, напомним, данные B в уже достаточно длинном здесь образце соответствуют данным B в его квазисплошном материале). Действительно, если исходить из этих данных B , зависящих от H (рис. 3, а), то на основании известной связи $\mu = B / (\mu_0 H)$ ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная

константа) нетрудно получить полевою зависимость μ , изображенную на рис. 3, б.

Судя по виду полученной зависимости μ от H (рис. 3, б), она, в отличие от подобной зависимости для сплошного образца [1], частично находится в окрестности своего экстремума (это заметно по ее тренду при $H \leq 30 \div 35$ кА/м) с максимальным здесь значением $\mu = 6$. Остальная часть этой зависимости (при $H > 30 \div 35$ кА/м) находится в постэкстремальной области, где происходит ожидаемое, характерное для ферромагнетиков убывание μ по мере роста H : здесь до $\mu = 3.5$ при $H = 131$ кА/м.

Такое же по смыслу поведение данной зависимости иллюстрируется в дополнительно информативных здесь координатах — полулогарифмических (с логарифмической осью ординат) на рис. 3, в. Примечательно, что в этих координатах нисходящий постэкстремальный участок зависимости μ от H (при $H \geq 30 \div 35$ кА/м и по меньшей мере до предельного здесь значения $H = 131$ кА/м) квазилинеаризуется (рис. 3, в). Это указывает на экспоненциальную связь между μ и H :

$$\mu = A_2 \exp(-k_2 H), \quad (3)$$

где значения феноменологических параметров: $A_2 = 7.1$ и $k_2 = 5.3 \cdot 10^{-3}$ м/кА.

Располагая полученными феноменологическими выражениями (2) и (3), можно при необходимости выйти на непосредственную связь между критериальным значением относительной длины $[\lambda]$

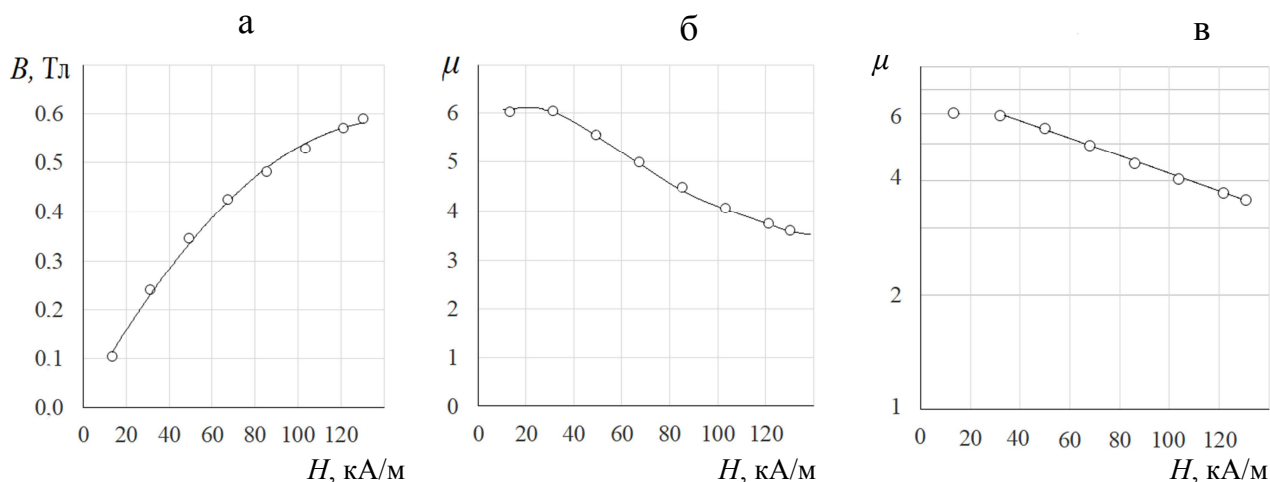


Рис. 3. Полевые зависимости: а — магнитной индукции B в дисперсном (модельно квазисплошном) материале образца; б, в — магнитной проницаемости μ этого материала в обычных и в полулогарифмических координатах

дисперсного (гранулированного) образца и магнитной проницаемостью μ материала образца. Так, если решить выражение (3) относительно H (т.е. преобразовать его в обратную форму):

$$H = (\ln(A_2 / \mu)) / k_2, \quad (4)$$

то после подстановки (4) в (2) эта связь последует в виде:

$$[\lambda] = (A_H \cdot \ln(A_2 / \mu) / k_2)^{-\beta}, \quad (5)$$

но, заметим, для несколько укороченного, чем для (2), диапазона $[\lambda]$ — от $[\lambda] = 6.4$ и по меньшей мере до $[\lambda] = 4.9$. Это обусловлено отмеченной выше ограниченностью (3) по H , что требует исключения одного из ранее имевшихся (рис. 2) значений $[\lambda]$, а именно $[\lambda] = 7.8$ (при $H = 14$ кА/м) — значения, когда, согласно рис. 3, б, в, соответствующее значение H является абсциссой, относящейся к окрестности экстремума полевой зависимости μ .

Найденное выражение (5) хорошо аппроксимирует (рис. 4, а, сплошная линия) данные $[\lambda]$ (рис. 4, а, точки), представленные в зависимости от μ ; помеченные же точками данные $[\lambda]$, зависящие от μ , возрастающие от $[\lambda] = 4.9$ при $\mu = 3.5$ до $[\lambda] = 6.4$ при $\mu = 6$, получить легко. Для этого следует использовать данные из зависимости μ от H на рис. 3, б, (исключая точку $\mu = 6$ при обсуждаемом выше значении $H = 14$ кА/м), а также данные из зависимости $[\lambda]$ от H на рис. 2, а, (исключая, соответственно, точку $[\lambda] = 7.8$ при $H = 14$ кА/м).

Альтернативно, найденному выражению (5) можно предложить также несколько упрощенное выражение, связывающее $[\lambda]$ и μ , замечая, что

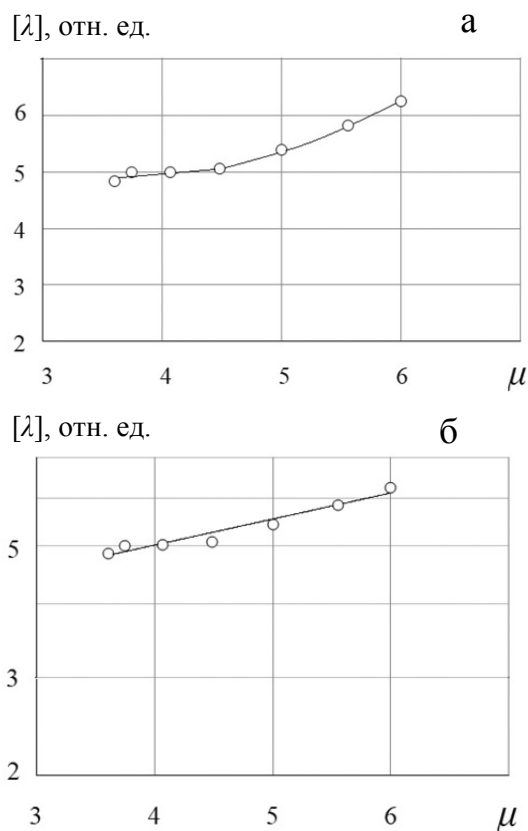


Рис. 4. Зависимость критериального значения относительной длины $[\lambda]$ дисперсного образца от магнитной проницаемости μ его материала (квазисплошного).

а — в обычных координатах, линия — аппроксимация по (5); б — в полулогарифмических координатах, линия — аппроксимация по (6)

в полулогарифмических координатах (с логарифмической осью ординат) те же данные $[\lambda]$ (точки на рис. 4, б) поддаются квазилинеаризации (аппроксимирующая линия на рис. 4, б). Тогда связь между $[\lambda]$ и μ может быть записана также выражением экспоненциального вида:

$$[\lambda] = A_3 \cdot \exp(k_3 \cdot \mu), \quad (6)$$

где значения феноменологических параметров: $A_3 = 3.4$ и $k_3 = 0.1$.

Отметим, что связи (5) и (6), как более универсальные по сравнению с (2), поскольку аргументом в них выступает μ , т.е. один из базовых параметров, характеризующих магнитные свойства ферромагнетиков, в данном случае гранулированного ферромагнетика (а не "внешний" параметр H), могут оказаться справедливыми для других дисперсных ферромагнетиков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следуя предложенной авторами и опробованной ранее на стальных образцах методике идентификации критериального значения относительной длины $\lambda = [\lambda]$ образца (когда при $\lambda \geq [\lambda]$ магнитные свойства образца соответствуют таковым для его материала) с использованием массива необходимых опытных данных, выполнена идентификация значений $[\lambda]$ для дисперсных образцов — гранулированных в виде засыпки шаров из стали 95X18. Для этого восходящий нелинейный участок каждой из получаемых зависимостей магнитной индукции B в образце от λ (при разных значениях напряженности поля H) аппроксимировали логарифмической функцией, которая в специально избранных для нее полулогарифмических координатах отображает этот участок как "линейный" (квазилинейный). Это давало возможность, используя принцип кусочно-линейной аппроксимации (адаптированной здесь к полулогарифмическим координатам), по абсциссе точки его пересечения с интерполированной линией хвостового автомобильного участка этой же зависимости аналитически определять значение $\lambda = [\lambda]$. Для полученного семейства зависимостей B от λ в диапазоне $\lambda = 1 \div 13$ установлены критериальные значения $\lambda = [\lambda] = 7.8 \div 4.9$ при $H = 14 \div 131$ кА/м. Найденная зависимость $[\lambda]$ от H — убывающая, подчиняется обратной степенной функции с показателем степени 0.2. По данным B при $\lambda \geq [\lambda]$ получены значения магнитной проницаемости μ квазисплошного материала образцов, а также зависимость μ

от H , частично находящаяся в окрестности экстремума $\mu = 6$ (при $H = 14 \div 35$ кА/м) и затем убывающая до $\mu = 3.5$, согласно установленной экспоненциальной связи. Она послужила легализации зависимости $[\lambda]$ от μ в том числе функциональной: как на основе упомянутой степенной функции μ от H , так и экспоненциальной функцией.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках Госзадания в сфере науки (проект FSFZ-2024-0005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сандуляк Д.А., Соловьев И.А., Сандуляк А.В., Сандуляк А.А., Ершова В.А. Определение магнитных свойств ферромагнитного материала по данным диагностики образца-цилиндра с учетом критерия его длины // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2023. № 11. С. 1–9. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=56446188>
2. Лившиц Б.Г., Крапошин В.С., Линецкий Я.Л. Физические свойства металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1980. 320 с.
3. Блажкин А.Т., Бесекерский В.А., Фролов Б.В. и др. Общая электротехника: Учебное пособие для вузов, 3-е изд. Л.: Энергия. Ленингр. отделение, 1979. 472 с.
4. Сандомирский С.Г. Расчет и анализ размагничивающего фактора ферромагнитных тел. Минск: Беларуская навука, 2015. 243 с.
5. Попов Г.М. Способ измерения намагниченности ферромагнитных материалов стержневых образцов. Патент RU № 2022292, 30.10.1994.
6. Гудошников С.А., Козлов А.Н., Скомаровский В.С. Вибрационный магнитометр. Патент RU № 2279689, 28.07.2004.
7. Великанов Д.А. Способ измерения магнитного момента образцов на СКВИД-магнитометре. Патент RU № 2530463, 19.12.2012.
8. Кифер И.И. Испытания ферромагнитных материалов. М.: Энергия, 1969. 360 с.
9. Захаров В.А., Зембеков Н.С. Способ определения кривой намагничивания ферромагнитного материала. Патент № 2293344 от 14.11.2005.
10. Sandulyak A.V., Tkachenko R.Yu., Sandulyak D.A., Sandulyak A.A., Polismakova M.N., Ershova V.A. Remarks on Selecting Length of Cylindrical Sample to Determine Magnetic Properties of its Material // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Приборостроение". 2021. № 2 (135). С. 147–159. DOI: 10.18698/0236-3933-2021-2-147-159
11. Sandulyak A.V., Sandulyak D.A., Tkachenko R.Yu., Sandulyak A.A., Polismakova M.N., Kiselev D.O. Magnetic Properties of Ferromagnetic Samples of Various Lengths, Approximation of the Demagnetizing Factor // Inorganic Materials: Applied Research. 2021. Vol. 12. P. 1076–1082. DOI: 10.1134/S2075113321040365

12. Sandulyak A.A., Sandulyak A.V., Shkatov P.N., Tkachenko R.Yu., Sandulyak D.A., Ermolaev A.A. On the requirements for determining the magnetic properties of a material based on the results of diagnostics of its rod sample // AIP Advances. 2021. Vol. 11, iss. 9. Id. 095206. DOI: 10.1063/5.0063287
13. Сандуляк А.В., Ткаченко Р.Ю., Сандуляк А.А., Ершова В.А. Исследование свойств магнитных заполнителей цилиндрической формы // Обогащение руд. 2020. № 6. С.26–32.
URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54476395>
14. Sandulyak A.V., Tkachenko R.Yu., Sandulyak D.A., Polismakova M.N., Sandulyak A.A., Ershova V.A. Analysis of the dependence of the magnetic properties of granular ferromagnetic samples of the ratio of their length to diameter // Measurement Techniques. 2020. Vol. 63, no. 6. P. 469 – 475. DOI 10.1007/s11018-020-01811-2
15. Sandulyak A.A., Sandulyak A.V., Shitikova M.V., Tkachenko R.Yu., Sandulyak D.A., Gorpinenko Yu.O. Concentrated dispersed magnet with different relative lengths:

Basic properties and characteristics (on the example of a polyspherical structure) // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2022. Vol. 29, iss. 26. P. 4972–4978. DOI: 10.1080/15376494.2021.1943575

МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва

Контакты: Сандуляк Дарья Александровна, d.sandulyak@mail.ru

Материал поступил в редакцию 12.12.2023

DISPERSE FERROMAGNETIC: A CONTROL OF MAGNETIC PROPERTIES OF SAMPLE AND ITS MATERIAL (QUASICONTINUOUS). CRITERION OF SAMPLE' RELATIVE LENGTH

D. A. Sandulyak, I. A. Solovev, V. A. Ershova, A. V. Sandulyak, A. A. Sandulyak

MIREA – Russian technological university, Moscow, Russia

For a specially obtained family of dependences of the magnetic induction B in a dispersed (granular) sample on its relative length λ in the range $\lambda = 1 \div 13$ (at different values of the magnetizing field strength H), criterion values $\lambda = [\lambda]$ were found using a previously tested method. At these values, the dependence B on λ reaches the self-similarity region (“plateau”), and therefore, at $\lambda \geq [\lambda]$, when the demagnetizing factor of the sample is minimized, the magnetic properties of the sample correspond to those of its material. In the studied range of $H = 14 \div 131$ kA/m criterion value $[\lambda] = 7.8 \div 4.9$ and the obtained decreasing H -dependence on $[\lambda]$ obeys the inverse power function with a power equals to 0.2. According to data B (at $\lambda \geq [\lambda]$), values of magnetic permeability μ of quasisolid material of samples, as well as H -dependence on μ partially located (from $H = 14$ kA/m to $H = 30 \div 35$ kA/m) in the vicinity of extremum $\mu = 6$ and then decreasing to $\mu = 3.5$, were obtained. Due to this dependence, including its established functional type (exponential at $H \geq 35$ kA/m), the μ -dependence on $[\lambda]$ was found with variants of its functional legalization: both on the basis of the mentioned power H -function of $[\lambda]$ and by exponential function.

Keywords: ferromagnetic disperse material, relative length of sample, magnetic induction, self-similar section, accommodate piecewise approximation

REFERENCES

1. Sandulyak D.A., Solovev I.A., Sandulyak A.V., Sandulyak A.A., Ershova V.A. [Determination of magnetic properties of ferromagnetic material based on diagnostic

data of the cylinder sample against the criterion of its length]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika* [Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics], 2023, no. 11, pp. 1–9. (In Russ.).
URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=56446188>

2. Livshits B.G., Kraposhin V.S., Linetskii Ya.L. *Fizicheskie svoystva metallov i splavov* [Physical properties of metals and alloys]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1980. 320 p. (In Russ.).
3. Blazhkin A.T., Besekerskii V.A., Frolov B.V., et al. *Obshchaya ehlektrotekhnika: Uchebnoe posobie dlya vuzov, 3-e izd.* [General Electrical Engineering: Textbook for Universities, 3rd ed.]. Leningrad, Energiya Publ., 1979. 472 p. (In Russ.).
4. Sandomirskii C.G. *Raschet i analiz razmagnichivayushchego faktora ferromagnitnykh tel* [Calculation and analysis of demagnetizing factor of ferromagnetic bodies]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2015. 243 p. (In Russ.).
5. Popov G.M. *Sposob izmereniya namagnichennosti ferromagnitnykh materialov sterzhnevyykh obraztsov. Patent RF no. 2022292* [Method of measuring the magnetization of ferromagnetic materials of rod samples]. Prioritet 30.10.1994. (In Russ.).
6. Gudoshnikov S.A., Kozlov A.N., Skomarovskii V.S. *Vibratsionnyi magnetometr. Patent RF no. 2279689* [Vibration magnetometer]. Prioritet 28.07.2004. (In Russ.).
7. Velikanov D.A. *Sposob izmereniya magnitnogo momenta obraztsov na SKVID-magnetometre. Patent RF no. 2530463* [Method of measuring magnetic moment of samples on SCVID-magnetometer]. Prioritet 19.12.2012. (In Russ.).
8. Kifer I.I. *Ispytaniya ferromagnitnykh materialov* [Ferromagnetic materials testing]. Moscow, Energiya Publ., 1969. 360 p. (In Russ.).
9. Zakharov V.A., Zembekov N.S. *Sposob opredeleniya krivoi namagnichivaniya ferromagnitnogo materiala. Patent RF no. 2293344* [Method for determining the magnetization curve of ferromagnetic material]. Prioritet 14.11.2005. (In Russ.).
10. Sandulyak A.V., Tkachenko R.Yu., Sandulyak D.A., Sandulyak A.A., Polismakova M.N., Ershova V.A. Remarks on Selecting Length of Cylindrical Sample to Determine Magnetic Properties of its Material. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Priborostroenie"* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering], 2021, no. 2 (135), pp. 147–159. DOI: 10.18698/0236-3933-2021-2-147-159 (In Russ.).
11. Sandulyak A.V., Sandulyak D.A., Tkachenko R.Yu., Sandulyak A.A., Polismakova M.N., Kiselev D.O. Magnetic Properties of Ferromagnetic Samples of Various Lengths, Approximation of the Demagnetizing Factor. *Inorganic Materials: Applied Research*, 2021, vol. 12, pp. 1076–1082. DOI: 10.1134/S2075113321040365
12. Sandulyak A.A., Sandulyak A.V., Shkatov P.N., Tkachenko R.Yu., Sandulyak D.A., Ermolaev A.A. On the requirements for determining the magnetic properties of a material based on the results of diagnostics of its rod sample. *AIP Advances*, 2021, vol. 11, no. 9, Id. 095206. DOI: 10.1063/5.0063287
13. Sandulyak A.V., Tkachenko R.Yu., Sandulyak A.A., Ershova V.A. [Research of the properties of magnetic fillers of cylindrical shape]. *Obogashchenie rud* [Ore enrichment], 2020, no. 6, pp. 26–32. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54476395>
14. Sandulyak A.V., Tkachenko R.Yu., Sandulyak D.A., Polismakova M.N., Sandulyak A.A., Ershova V.A. Analysis of the dependence of the magnetic properties of granular ferromagnetic samples of the ratio of their length to diameter. *Measurement Techniques*, 2020, vol. 63, no. 6, pp. 469–475. DOI 10.1007/s11018-020-01811-2
15. Sandulyak A.A., Sandulyak A.V., Shitikova M.V., Tkachenko R.Yu., Sandulyak D.A., Gorpinenko Yu.O. Concentrated dispersed magnet with different relative lengths: Basic properties and characteristics (on the example of a polyspherical structure). *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2022, vol. 29, iss. 26, pp. 4972–4978. DOI: 10.1080/15376494.2021.1943575

Contacts: *Sandulyak Darya Alexandrovna*,
d.sandulyak@mail.ru

Article received by the editorial office on 12.12.2023

INTRODUCTION

When characterizing the magnetic properties of a ferromagnet determined instrumentally using a sample of a certain shape, dominant importance is usually given to information about its potential magnetic properties, i.e., characterizing not so much the sample itself as its material. Such information (obtaining which requires following certain approaches in the corresponding study) is more universal, while it facilitates receiving data on the magnetic properties of any other sample that differs in form but is the same material (of course, if there is information about the geometry of the sample, which would make it possible to judge its demagnetizing factor N).

In [1], along with the well-known, recognized classical approach to determining the magnetic properties of a ferromagnetic material, based on the use of the test sample (and its magnetizing winding) of closed toroidal shape [2–4], where $N = 0$, another, also known approach to solving this problem is discussed. For its implementation, for example, a rod sample (often cylindrical in shape) is used, and a solenoid is used to magnetize the sample [5–9]. This eliminates a number of difficulties inherent in the classical approach: in the very winding (manual) of the wire onto a sample of such a complicated shape and in maintaining its uniformity, in the need to manufacture a plurality of individual windings — according to the number of samples studied (the winding and the sample are mutually integral), in the limitation of the number of turns of the winding and the strength H of the generated field.

Here it is necessary to mention that this approach provides the required informativeness only when a sufficiently long sample is used for the corresponding study in the solenoid, since when extending the sample: $N \rightarrow 0$ (if an insufficiently long sample is subjected to such a study, for which the value of N is not vanishingly small, the information obtained remains specific, characterizing the magnetic properties of the sample and not its material).

According to [8], for an appropriate study aimed at determining the magnetic properties of a material, it is necessary to use a sample which relative length (for example, cylindrical length l and diameter d) is at least $\lambda = l/d = 50$. However, such a recommendation is not supported by the necessary justifications, which gives reason to judge it as declarative, declared "with a margin" (hardly justified), and in the form of a dubiously single decree (independent even from strength H of the magnetizing field that is clearly obliged to influence).

As for the substantiation of the value of λ , which can appropriately be called a criterion ($\lambda = [\lambda]$), the obtained data on the magnetic properties of the sample practically correspond to those for its material, so in

[1] preference is given to research [10–12]. When conducting them, cylindrical ferromagnetic samples from the same material (St. 3) of different lengths l and, accordingly, different relative lengths $\lambda = l/d$ were used in turn: from $\lambda = 1.1$ and up to $\lambda = 50$. To magnetize them, a solenoid was used, an elongated one so that the sample, even a relatively long one, was magnetized in the middle of the solenoid, i.e. leaving its end sections, where the field strength H is always low, outside the sample. In [10–12], the dependences of a number of magnetic parameters on λ (family of dependences at different values of H) were obtained, the parameters included the magnetic induction B in the sample (according to the values of which other magnetic parameters become available). According to the trend of each of the dependences of the resulting family, the criterion value $\lambda = [\lambda]$, at which the upward section of the relationship in question turns into an automodel ("plateau"), was visually identified. This indicated that here, i.e., already for a sufficiently long sample, the demagnetizing factor N becomes vanishingly small ($N \rightarrow 0$). Therefore, upon reaching and exceeding the value of $[\lambda]$, i.e., at $\lambda \geq [\lambda]$, the value of magnetic induction B in the sample practically corresponds to the value of induction in its material.

No less relevant is the issue of determining the criterion value of the relative length of the studied ferromagnetic sample $\lambda = [\lambda]$ in the case when you have to deal with a dispersed, in particular, granular sample. In [13–15], using an elongated multilayer solenoid, similar to [10–12], experiments were performed to magnetize cylindrical dispersed ferromagnetic samples, which are backfilled (in a tubular non-ferromagnetic container) with bearing balls. The relative lengths of these cylindrical samples (with pellets) ranged from $\lambda = 1$ to $\lambda = 16$. As in [10–12], families of dependences of the specified magnetic parameters on the λ (at various H values) were also obtained in [13–15], and according to the trend of each of these dependences, we visually identified the value $\lambda = [\lambda]$ (criterion), at which the ascending section of the relationship in question passes into the self-similar section ("plateau"). Therefore, when $\lambda \geq [\lambda]$, the value of the magnetic induction in the granular sample practically corresponds to the value of the induction in its "material" (in this case, as a quasi-complex).

Such an approach proposed in [10–15] to establish data on the magnetic properties of a ferromagnetic material (according to the relevant data for its samples) was developed in [1] using the example of a steel ferromagnetic. So, instead of visual identification of the criterion value $\lambda = [\lambda]$, the possibility of its more refined identification was considered, of course, with the sufficient amount of experimental data necessary for this. The value (-s) $[\lambda]$ is proposed to be determined analytically using the principle of piecewise linear approximation, but modified, namely adapted to

specific coordinates. So, the upward nonlinear section of the resulting dependence of the magnetic induction B in the sample of its relative length λ is approximated by such a function, which in its chosen coordinates, in particular logarithmic [1], displays this section as "linear" (quasi-linear). Then the value of $\lambda = [\lambda]$ is determined by the abscissa of the point of its intersection with the interpolated line of the tail self-similar section ("plateau" line) of this dependence.

The steel 40X sample family (by H) of B dependences on λ obtained in [1] made it possible to establish criterion values $\lambda = [\lambda]$ for various values of field strength H . In the studied range $H = 5.2 \div 127$ kA/m, the dependence of $[\lambda]$ on H turned out to be decreasing within the limits quite acceptable (for example, compared to the mentioned recommended [8]) values $[\lambda]$ from $[\lambda] = 30$ to $[\lambda] = 3.3$, obeying the inverse power function with an exponent of 0.69. According to the obtained magnetic permeability μ data of the material of the samples (using data B at $\lambda \geq [\lambda]$) and dependence μ on H decreasing from $\mu = 225$ up to $\mu = 12.4$, the dependence of $[\lambda]$ on the μ was also found, which functionally (including accordance with the established inverse power relationship between μ and H) is represented as a direct power with an exponent of 0.75.

PROBLEM STATEMENT

In the case when we consider a dispersed ferromagnetic sample, the question of determining the criterion value of its relative length $\lambda = [\lambda]$, for example, focusing on the analytical identification methodology $[\lambda]$ proposed in [1], is of independent interest; this can be obviously seen from the comparison of the results obtained in [10–12] and in [13–15] — not identical. Adhering to the same principle of piecewise linear approximation (here also in the modified form), the ascending nonlinear section of one or another obtained dependences of the magnetic induction B in the sample on the λ , at least the section close to the "plateau," should be approximated with a function that meets the requirement, according to [1]. So, in the coordinates selected for it (possibly other than those selected in [1] logarithmic), it should display this section as "linear" (quasi-linear). This is important for the subsequent determination of the value $[\lambda]$ by the easily determined abscissa of the intersection point of the graph with the interpolated "plateau" line, i.e., the line of the tail self-similar section.

STUDY RESULTS AND THEIR ANALYSIS

The development of an acceptable version of the above analytical identification of the criterion value of

its relative length $\lambda = [\lambda]$ was preceded by experiments with magnetization of such a cylindrical sample (note: "sample" means its composition, but "samples" means different lengths of the same composition samples). Each of the test samples (cylindrical) was a backfilling of bearing balls with parameters: a diameter of 8 mm, ferromagnetic steel 95X18 in a tubular non-ferromagnetic container with an inner diameter $d = 39.5$ mm. Up to 10 cylindrical samples of various lengths l from 40.5 to 514 mm were used, wherein the relative length of samples $\lambda = l / d$ was from ≈ 1 to ≈ 13 . When performing experiments, samples were alternately placed in the middle part of the internal cavity of the used solenoid (multilayer, length 1.02 m, internal diameter 50 mm, number of turns 6000): in that very part (executive, i.e., functional for conducting such experiments, its length was up to 80% of the length of the solenoid), where the generated magnetic field is uniform. Thus, even the partial presence of the sample in the end sections of the solenoid, where field strength was understated, was excluded. The strength H of the field magnetizing the sample was varied from 14 to 131 kA/m.

Based on the magnetic flux data measured by a webermeter using a coil designed for this purpose, placed in the middle of the sample, the density of this flux was determined, i.e., magnetic induction B in a granular (model quasi-solid) sample with a relative length λ . In these experiments, as in [1], families (at various H) of dependences of B on λ were obtained — the key ones for determining the criterion values of $\lambda = [\lambda]$.

Experimentally obtained dependences of B on λ in the accepted ranges of λ and H are shown in Fig. 1, a. They are qualitatively similar to the dependences of B on λ for solid samples [1]. On each of the resulting families of these dependences (Fig. 1, a) it is clearly seen that such a dependence, increasing as λ increases, reaches the expected region of self-similarity B (a characteristic "plateau"), at individual values of both B and H .

Fig. 1. Dependence of magnetic induction B in a dispersed sample (granulated in the form of filling balls made of 95X18 steel) of a cylindrical shape on its relative length λ at different values of the strength H of the magnetizing field.
 a — representation in ordinary coordinates; б — representation in semi-logarithmic coordinates;
 1 — $H = 14$, 2 — $H = 32$, 3 — $H = 50$, 4 — $H = 68$,
 5 — $H = 86$, 6 — $H = 104$, 7 — $H = 122$, 8 — $H = 131$ kA/m

Here, in the field of self-similarity (indicating that in this area, i.e., for a sufficiently long sample, its demagnetizing factor $N \geq 0$), the value of induction B practically corresponds to the desired value of induction in the material (quasi-continuous) of the sample.

If you intend to visually evaluate the criterion value $\lambda = [\lambda]$, at which the field of self-similarity begins, it may turn out that such a subjective assessment is not accurate enough.

As a basis for identification of the value (s) $\lambda = [\lambda]$ it is necessary to use, as already specified, the known mathematical technique of piecewise linear approximation, in this case, the dependence of B on λ (then the trends of the upward and subsequent self-similar sections of the dependence under consideration will indicate the value $[\lambda]$). In relation to non-linear dependences of B on λ (Fig. 1, a), the usual piecewise linear approximation is hardly worth applying (the exception is their tail parts, where B is practically no longer dependent on λ and is illustrated as a "plateau" line parallel to the abscissa axis λ). However, this approach is feasible if, as in [1], we resort to a piecewise linear approximation of the dependence of B on λ , but in the proposed modified form. So, for the image of each of the resulting dependences B on λ , it is advisable to use such coordinates (not necessarily logarithmic, as in [1]) in which the ascending (at least close to the region of self-similarity) section would be artificially represented as "linear" (quasi-linear).

This becomes possible if, as shown in Fig. 1, б, where the same data are reproduced as in Fig. 1, a, semi-logarithmic coordinates (with a logarithmic abscissa axis) are used. This interpretation simultaneously indicates that when studying a granular sample, a logarithmic function is acceptable for quasi-linearization (in contrast to [1], when in the case of a solid sample, judging by the fact of achieving quasi-linearization in logarithmic coordinates, this is a power function).

Therefore, with regard to the studied granular sample, the required quasi-linearization of the section of the dependence of B on λ (Fig. 1, б) adjacent to the section of the "plateau" of this dependence can be achieved by describing it with a logarithmic function of the form:

$$B = A_1 \cdot \ln(k_1 \cdot \lambda), \quad (1)$$

where for each of the considered ascending sections of the dependences of B on the λ of the obtained family (Fig. 1, б), individual values of phenomenological parameters A_1 and k_1 are inherent, varying here within $A_1 \in [0.037, 0.18]$ T and $k_1 \in [1.7, 5.3]$ as magnetizing field intensity changes in the range $H \in [14, 131]$ kA/m.

Thus, it becomes possible to identify the criterion value $[\lambda]$ for each of the dependencies of B on the λ of the obtained family (Fig. 1, б): as the abscissa of the intersection point of the ascending (in selected semi-linear coordinates — quasi-linear) and self-similar ("plateau" line parallel to the λ axis) sections of one or another dependence of B on λ .

Found according to such methodology, using Excel, the data $[\lambda]$ and dependence of $[\lambda]$ on H in the studied range of field strengths H are shown in Fig. 2, a. This dependence is moderately decreasing from $[\lambda] = 7.8$ at $H = 14$ kA/m and at least up to $[\lambda] = 4.9$ at $H = 131$ kA/m. As for its functional form, being represented in logarithmic coordinates, as shown in Fig. 2, б, it quasi-linearizes (similar to the related dependence for solid samples [1]). Therefore, the power function is valid to describe it:

$$[\lambda] = (A_H \cdot H)^{-\beta}, \quad (2)$$

where values of phenomenological parameters: $A_H = 3.4 \cdot 10^{-6}$ m/kA and $\beta = 0.2$.

Fig. 2. Dependence of criterion value of relative length $[\lambda]$ of dispersed sample on strength H of magnetizing field.
a — in ordinary coordinates, б — in logarithmic coordinates

When the criterion values $\lambda = [\lambda]$ are determined, not only the previously agreed induction data B becomes available (when $\lambda \geq [\lambda]$) in the material (quasi-solid) of the used granular sample, but also other data indicating the magnetic properties of the material of this sample. In addition to function (2), it is possible to obtain another functional characteristic $[\lambda]$ by switching from such an "external" parameter for the studied ferromagnet as the strength H of the magnetizing field to one of the most frequently appearing parameters (when it comes to the magnetic properties of the material itself). In particular, this is the magnetic permeability μ of the material being determined from the induction B in this material, i.e., by the data B on the "plateau" of the dependencies of B on λ in Fig. 1 (if the data on B in a sample that is already long enough corresponds to the data on B in its quasi-solid material). Indeed, based on these H -dependent data B (Fig. 3, a), based on the known relationship $\mu = B / (\mu_0 H)$ ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m — magnetic constant), it is easy to obtain the field dependence of the μ shown in Fig. 3, б.

Fig. 3. Field dependences: a — magnetic induction B in dispersed (model quasi-solid) sample material; б, в — magnetic permeability μ of this material in ordinary and semi-logarithmic coordinates

Judging by the type of dependence obtained μ on H (Fig. 3, б), it, unlike a similar dependence for a solid sample [1], is partially located in the vicinity of its extremum (this is noticeable in its trend at $H \leq 30 \div 35$ kA/m) with the maximum value here

$\mu = 6$. The rest of this relationship (at $H > 30 \div 35$ kA/m) is in the post-extremal region, where the expected decrease in μ characteristic of ferromagnets occurs as H grows: here up to $\mu = 3.5$ at $H = 131$ kA/m.

The same behavior of this dependence is illustrated in additionally informative coordinates — semi-logarithmic (with a logarithmic ordinate axis) in Fig. 3, б. It is noteworthy that in these coordinates, the descending post-extremal section of the dependence μ on H (at $H \geq 30 \div 35$ kA/m and at least up to the limit value $H = 131$ kA/m) is quasi-linearized (Fig. 3, б). This indicates an exponential relationship between μ and H :

$$\mu = A_2 \exp(-k_2 H), \quad (3)$$

where values of phenomenological parameters are: $A_2 = 7.1$ and $k_2 = 5.3 \cdot 10^{-3}$ m/kA.

With the obtained phenomenological expressions (2) and (3), it is possible, if necessary, to make a direct connection between the criterion value of the relative length $[\lambda]$ of the dispersed (granular) sample and the magnetic permeability μ of the sample material. So, if we solve expression (3) with respect to H (i.e., convert it to inverse form):

$$H = (\ln(A_2 / \mu)) / k_2, \quad (4)$$

then after substituting (4) into (2), this relationship will follow as:

$$[\lambda] = (A_H \cdot \ln(A_2 / \mu) / k_2)^{-\beta}, \quad (5)$$

but, note, for a slightly shorter than for (2) range $[\lambda]$ — from $[\lambda] = 6.4$ and at least up to $[\lambda] = 4.9$. This is due to the limitation (3) on H noted above, which requires the exclusion of one of the previously existing (Fig. 2) values $[\lambda]$, namely $[\lambda] = 7.8$ (at $H = 14$ kA/m) — values when, according to Fig. 3, б, в, the corresponding value of H is an abscissa related to the vicinity of the extremum of field dependence μ .

The found expression (5) approximates well (Fig. 4, а, solid line) the data $[\lambda]$ (Fig. 4, а, points), presented depending on the μ . Data marked with points $[\lambda]$, dependent on μ , increasing from $[\lambda] = 4.9$ at $\mu = 3.5$ to $[\lambda] = 6.4$ at $\mu = 6$, can be easily obtained. To do this, use the data from the μ dependence on H in Fig. 3, б, (excluding the point $\mu = 6$ at the value of $H = 14$ kA/m discussed above), as well as data from the dependence of $[\lambda]$ on H in Fig. 2, а, (excluding the point $[\lambda] = 7.8$ at $H = 14$ kA/m, respectively).

As an alternative to the found expression (5) a somewhat simplified expression can be offered connecting $[\lambda]$ and μ , noting that in semi-logarithmic coordinates (with a logarithmic ordinate axis) the same data $[\lambda]$ (points in Fig. 4, б) can be quasi-linearized (approximating line in Fig. 4, б).

Fig. 4. Dependence of the criterion value of the relative length $[\lambda]$ of the dispersed sample on the magnetic permeability μ of its material (quasi-solid). а — in normal coordinates, line — approximation to (5); б — in semi-logarithmic coordinates, line — approximation to (6)

Then the relationship between $[\lambda]$ and μ can also be written as an expression of the exponential form:

$$[\lambda] = A_3 \cdot \exp(k_3 \cdot \mu), \quad (6)$$

where the values of phenomenological parameters are: $A_3 = 3.4$ and $k_3 = 0.1$.

It should be noted that relations (5) and (6) may be valid for other dispersed ferromagnets, as they are more universal compared to (2), since the argument in them is μ , i.e., one of the basic parameters characterizing the magnetic properties of ferromagnets, in this case the granular ferromagnetic (and not the "external" parameter H).

CONCLUSION

Following the methodology for identifying the criterion value of the relative length $\lambda = [\lambda]$ of the sample (when, at $\lambda \geq [\lambda]$, the magnetic properties of the sample correspond to those of its material), proposed by the authors and previously tested on steel samples, the values of $[\lambda]$ for dispersed samples were identified — balls made of steel 95X18 granulated in the form of a backfill using an array of necessary experimental data. For this purpose, the ascending nonlinear section of each of the obtained dependences of magnetic induction B in the sample on λ (at different values of field strength H) was approximated with a logarithmic function, which, in semilogarithmic coordinates specially chosen for it, displays this section as "linear" (quasilinear). This made it possible, using the principle of piecewise linear approximation (adapted here to semi-logarithmic coordinates), to analytically determine the value of $\lambda = [\lambda]$ from the abscissa of the point of its intersection with the interpolated line of the tail self-similar section of the same dependence. For the obtained family of dependencies B on λ in the range $\lambda = 1 \div 13$, the criterion values are set $\lambda = [\lambda] = 7.8 \div 4.9$ at $H = 14 \div 131$ kA/m. The found dependence $[\lambda]$ on H is decreasing, it obeys the inverse power function with a power of 0.2. According to data B at $\lambda \geq [\lambda]$, values of magnetic permeability μ of quasi-solid material of samples were obtained, as well as dependence of μ on H , partially located in the vicinity of extremum $\mu = 6$ (at $H = 14 \div 35$ kA/m) and then decreasing to $\mu = 3.5$, according to the established exponential relationship. It served to legalize the depen-

dence of $[\lambda]$ on μ , including functional one, both based on the mentioned power function μ of H , and an exponential function.