

УДК 535.417.26

© А. Ю. Родионов, Д. А. Горячкин, Е. Н. Соснов, В. И. Купренюк, 2022

ТВЕРДОТЕЛЬНЫЙ ЛАЗЕР ДЛЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ С КОРРЕКЦИЕЙ ТЕПЛОЙ ЛИНЗЫ В РЕЗОНАТОРЕ. II. МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Данная статья является 2-й частью нашего сообщения о результатах разработки под общим заглавием, 1-я часть которой имеет подзаголовок "I. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ".

Описываемая здесь методика позволяет рассчитать фокусные расстояния корректирующих линз и их расположение в резонаторе по известным параметрам тепловой линзы и заданным характеристикам выходного лазерного пучка средствами квазигеометрической оптики с последующими уточнениями в дифракционном приближении.

Кл. сл.: лазерный квантрон, наведенная термолинза, гауссов пучок, корректирующая линза, апертурная диафрагма

ВВЕДЕНИЕ

Целью численной оптимизации резонатора, оптическая схема которого показана в части 1 настоящей работы [1], являлось определение параметров корректирующих элементов резонатора: фокусов линз Л1 и Л2 и расстояния между ними (F_1 , F_2 и L_1), которые обеспечивали бы устойчивую генерацию на низшей (гауссовой) моде при максимальной мощности излучения в условиях, когда заданы световые апертуры активной среды (квантрон GN-50) и блока модуляции потерь в резонаторе (диафрагма Д2). Оптимизация проводилась в рамках метода расчета резонаторов на основе $ABCD$ -матриц. Этот метод позволяет оценить радиус сечения гауссова пучка, являющегося собственной функцией (модой) резонатора (т.е. воспроизводящейся на каждом проходе по резонатору). Задача оптимизации состояла в определении такого набора варьируемых параметров резонатора, при котором потери низшей моды на диафрагме Д2 были бы достаточно малы, в то время как высшие поперечные моды эффективно "отфильтровывались" бы этой диафрагмой.

Оптимальный радиус пучка w_0 , удовлетворяющий этому условию, может быть реализован при достаточно большом числе сочетаний параметров резонатора. Преимуществом будет обладать та схема резонатора, мода которой наиболее полно заполняет активную среду и обеспечивает максимальный съем энергии накачки. В связи с этим при численной оптимизации в качестве критерия качества принимались значения радиусов сечений гауссовых пучков резонаторной моды

w_0 и w_{ac} в плоскостях диафрагмы Д2 и активной среды.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ РАСЧЕТОВ

Эквивалентная схема резонатора для проведения расчетов показана на рис. 1.

При оценке параметров гауссова пучка в резонаторе на основе метода $ABCD$ -матрицы вводят комплексный параметр пучка q [2], связанный с радиусом сечения пучка w по уровню e^{-1} интенсивности соотношением:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} + \frac{i}{kw^2}.$$

Комплексный параметр пучка q при распространении по резонатору, содержащему участки свободного пространства и квадратичные фазовые корректоры (линзы, зеркала), изменяется в соответствии с выражением:

$$q_{i+1} = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}, \quad (1)$$

где A , B , C и D — элементы $ABCD$ -матрицы резонатора.

$ABCD$ -матрица распространения на расстояние L в свободном пространстве имеет вид:

$$T = \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

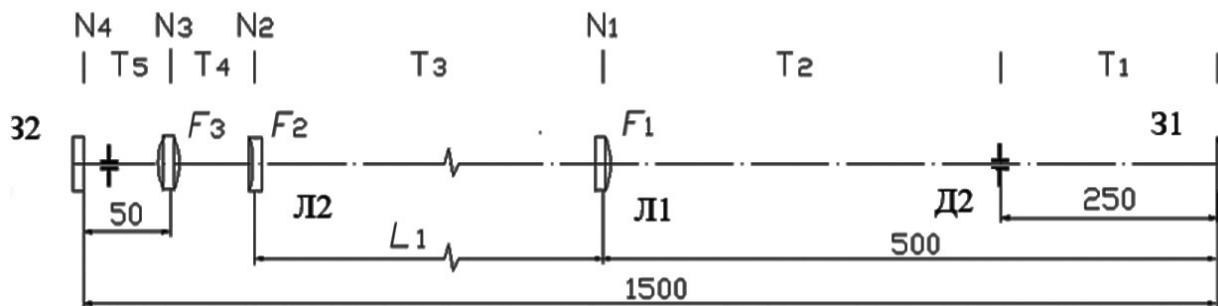


Рис. 1. Эквивалентная схема резонатора для расчетов F_1, F_2, F_3 — фокусные расстояния корректирующих линз и тепловой линзы активной среды; L_1 — расстояние между линзами Л1 и Л2; T_1 – T_5 и N_1 – N_4 — обозначения матриц свободного пространства и квадратичных фазовых корректоров соответственно; 31, 32 — плоские зеркала

а при прохождении линзы или зеркала:

$$N = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{vmatrix},$$

где F — фокусное расстояние, которое считается положительным для положительных линз и вогнутых зеркал. Любая сложная оптическая система может быть описана $ABCD$ -матрицей, которая получается путем перемножения ее составных частей.

На рис. 1 представлена эквивалентная оптическая схема рассматриваемого резонатора, разбитая на отдельные элементарные отрезки, описываемые $ABCD$ -матрицами типа T и N . При этом $ABCD$ -матрица полного обхода излучения по резонатору (от диафрагмы Д2 к зеркалу 1 (31), затем обратно к зеркалу 2 (32) и диафрагме Д2) будет иметь следующий вид:

$$T_1 \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot N_1 \cdot T_3 \cdot N_2 \cdot T_4 \cdot N_3 \cdot T_5 \cdot T_5 \cdot N_3 \cdot T_4 \cdot N_2 \cdot T_3 \cdot N_1 \cdot T_2.$$

Здесь N_3 — матрица эквивалентной тепловой линзы квантрона, остальные обозначения $ABCD$ -матриц ясны из рисунка.

Гауссов пучок будет являться модой резонатора (т.е. будет воспроизводиться с точностью до константы после полного обхода по резонатору) при условии выполнения равенства

$$q = \frac{Aq + B}{Cq + D}.$$

Решение данного уравнения можно записать в виде

$$kw_0^2 = \frac{2|B|}{\sqrt{4 - (A + D)^2}}. \quad (2)$$

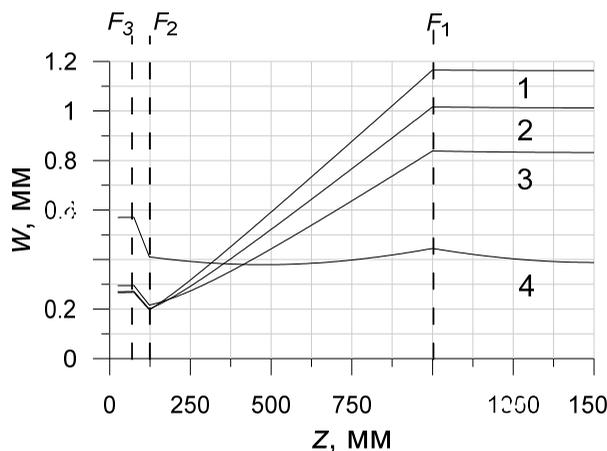


Рис. 2. Зависимости радиуса w сечения гауссова пучка в резонаторе от продольной координаты z . При фокусных расстояниях F_2 : 1 — 90, 2 — 100, 3 — 110 и 4 — 130 мм; $F_3 = 170$ мм; $F_1 = 1000$ мм; $L_1 = 870$ мм

На основании решения (2), используя выражение (1), легко получить параметры гауссова пучка в любой плоскости резонатора. Для примера на рис. 2 приведены результаты расчетов в виде зависимости радиуса сечения w гауссова пучка в резонаторе от продольной координаты z при различных значениях F_2 . Пунктирными линиями на рисунке показаны положения линз с фокусами F_1, F_2 и тепловой линзы с фокусом F_3 .

На рис. 3 представлена диаграмма устойчивости резонатора (область реальных значений w_0), полученная на основании решения (2). Серия кривых на рис. 3, а, соответствует радиусам сечения гауссова пучка w_0 в области диафрагмы Д2, а на рис. 3, б, — радиусам сечения пучка w_{ac} в области

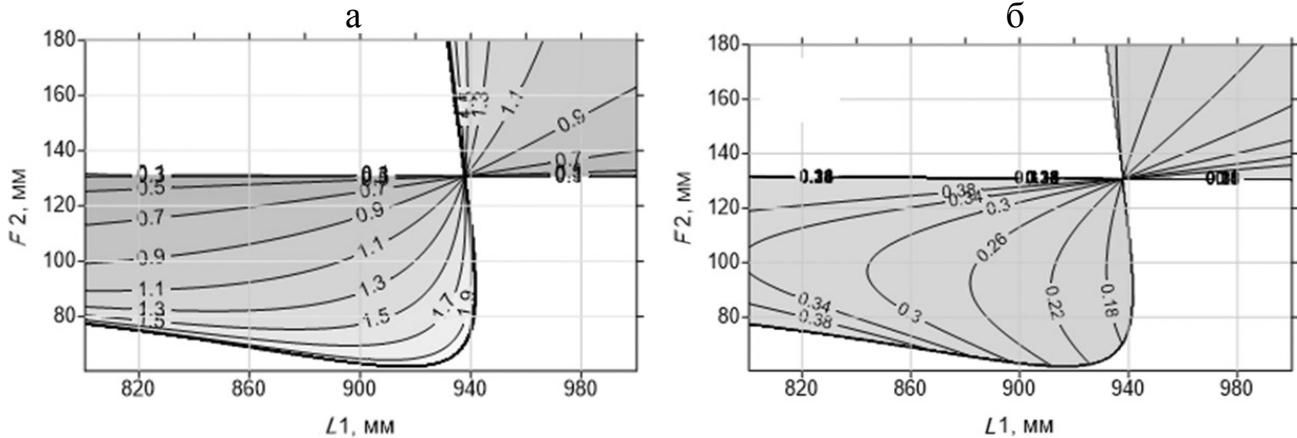


Рис. 3. Диаграмма устойчивости резонатора, построенная в координатах (F_2, L_1)

активной среды, полученным для различных значений фокуса корректирующей линзы F_2 и ее различных положений в резонаторе.

Как видно из представленных на рис. 2 и 3 графиков, сечение пучка в резонаторе может существенно меняться как на апертурной диафрагме D_2 , так и в области активной среды.

Предложенная расчетная методика позволяет сформировать такие значения параметров F_1 , F_2 и L_1 , для которых низшая поперечная мода резонатора (значения w_0 и w_{ac}) наилучшим образом заполняла бы активную среду и имела низкие потери на диафрагме D_2 . Следует, однако, отметить, что анализ, проведенный в рамках аппарата $ABCD$ -матриц, выполняется в приближении гауссовой низшей моды устойчивого резонатора. Строго говоря, это приближение верно только для резонаторов с "гауссовыми" зеркалами [3] либо в случае, когда диаметр жестких диафрагм в резонаторе заметно превышает размер сечения низшей моды и дифракционные потери оказываются незначительными. Поэтому на практике оказывается чрезвычайно важным вопрос соотношения между размерами апертурных диафрагм в резонаторе и оптимальным размером низшей гауссовой моды, при котором реализуется одномодовый режим с максимальной мощностью генерации.

Для анализа этого соотношения использовался волновой подход описания мод резонатора. Расчеты, учитывающие дифракционные эффекты, проводились на основе широко используемой в литературе методики расщепления по процессам дифракции и усиления-рефракции при решении задачи Коши нахождения собственных функций заполненного активной средой резонатора [4]:

$$2ik \frac{dE_{\pm}}{dz} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right\} E_{\pm} =$$

$$= [g(x, y, z) + \gamma_i(x, y, z)] E_{\pm} \quad (3)$$

с граничными условиями $E_-(L) = r_m E_+(L)$, $E_+(0) = E_-(0)$, где $E(x, y, z)$ — комплексное световое поле, связанное с интенсивностью света выражением $I(x, y, z) = |E(x, y, z)|^2$. Здесь $k = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 — длина волны излучения, а $g(x, y, z)$ и $\gamma_i(x, y, z)$ — коэффициент усиления и пассивные потери в резонаторе.

Коэффициент усиления рассчитывался на основе кинетических уравнений:

$$\begin{aligned} N_g + N_2 &= N_i, \\ \dot{N}_2 &= W_p N_g - BqN_2 - \frac{N_2}{\tau_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь N_g и N_2 — населенности нижнего и верхнего лазерного уровней соответственно, W_p — мощность накачки, q — коэффициент усиления, B — сечение лазерного перехода, τ_2 — время жизни возбужденного состояния, N_i — концентрация ионов Nd^{+3} .

Расчет излучения в резонаторе проводился итерационным способом: после расчета светового поля пересчитывался коэффициент усиления активной среды, соответствующий распределению интенсивности света в активной среде, затем происходил переход на новый шаг по времени. При достаточно высокой селективности мод по потерям (определяемым размерами ограничивающих диафрагм) итерационный процесс устанавливался к низшей поперечной моде. В противном случае

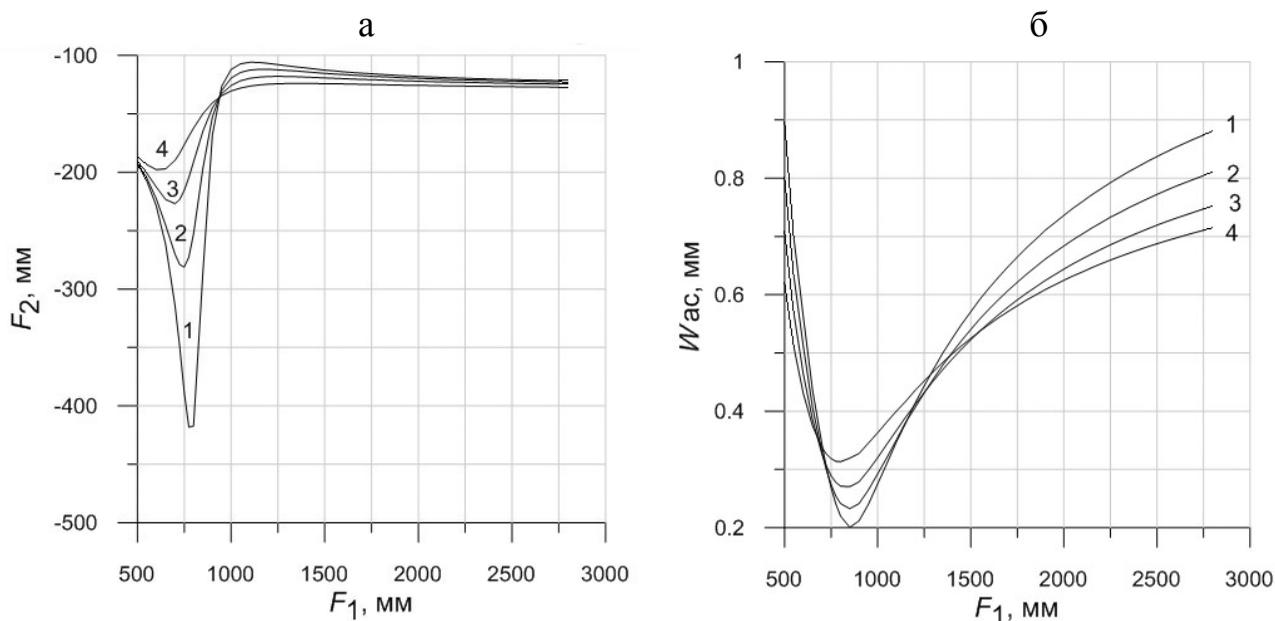


Рис. 4. Результаты решения уравнения (2) при $w_0 = 0.9$ (1), 0.8 (2), 0.7 (3) и 0.6 мм (4)

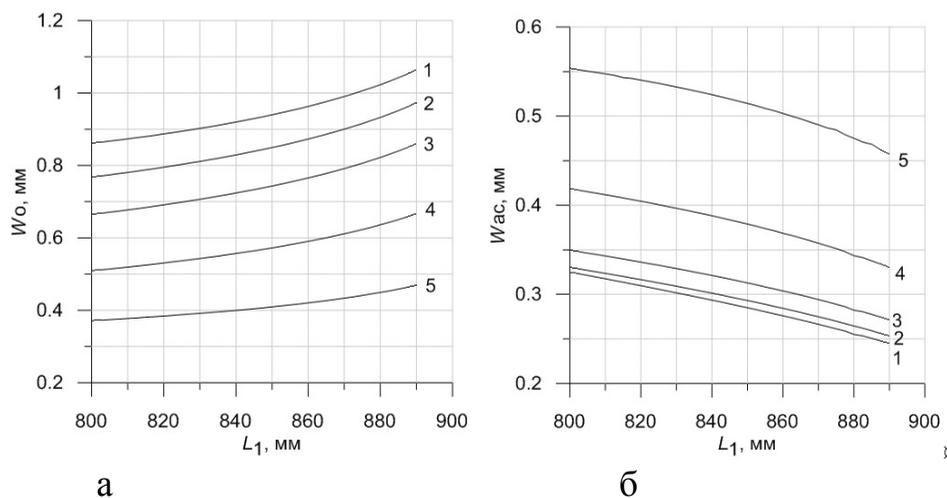


Рис. 5. Зависимость радиуса сечения пучка в плоскости диафрагмы Д2 (а) и активной среды (б) от положения линзы Л2 в резонаторе для $F_2 = 105$ (1), 112 (2), 120 (3), 130 (4) и 135 мм (5)

наблюдался режим биения мод, соответствующий многомодовому режиму генерации.

Результаты расчета лазерной моды при различных соотношениях w_0 и диаметра апертурных диафрагм в резонаторе приведены в следующем разделе.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Для решения задачи оптимизации выражение (2) рассматривалось как уравнение относительно неизвестных параметров резонатора (F_1 , F_2 и L_1), а значение w_0 использовалось как параметр этого

уравнения. Результаты решения уравнения (2) представлены на рис. 4, где для нескольких фиксированных значений размера пучка w_0 приведены зависимости фокусного расстояния корректирующей линзы Л2 (а) и радиуса сечения пучка в активной среде w_{ac} (б) при различных значениях фокусного расстояния линзы Л1. Расчеты проведены для $L_1 = 870$ мм и фокусного расстояния тепловой линзы $F_3 = 170$ мм, соответствующей току накачки порядка 20 А [1].

Из представленных графиков видно, что для размеров сечения пучка w_0 от 0.6 до 0.9 мм ("соответствующих" диаметру диафрагмы Д2 $D =$

= 2.5 мм) фокусное расстояние отрицательной линзы Л2 следует выбирать в области от -100 до -130 мм при фокусном расстоянии линзы Л1 в области 1100–1200 мм. При этом радиус пучка в активной среде w_{ac} составляет 0.4–0.5 мм.

При выборе параметров резонатора важным является вопрос о возможных отклонениях реальных значений оптимизируемых параметров резонатора от номинальных значений. На рис. 5 представлены графики, демонстрирующие зависимости радиусов пучка в резонаторе от смещения корректирующей линзы Л2 относительно положения $L_1 = 870$ мм, принятого на рис. 4. Зависимости получены для нескольких фиксированных значений F_2 вблизи области оптимальных значений. Как видно, при продольном смещении линзы на 20 мм сечения пучка могут меняться в пределах от 10 до 20%.

Приведенные выше результаты оптимизации резонатора получены для фиксированного значения фокусного расстояния тепловой линзы $F_3 = 170$ мм, соответствующей току накачки порядка 20 А. В связи с этим представляет интерес оценка чувствительности моды резонатора к изменению тока накачки. На рис. 6 приведены графики изме-

нения радиусов сечения пучка в резонаторе при варьировании оптической силы тепловой линзы F_3 , характеризующие данную зависимость.

Из представленных данных видно, что в зависимости от оптической силы линзы, наведенной в активной среде, при изменении тока накачки от 18 до 20 А [1] сечение гауссова пучка в резонаторе меняется существенным образом, что неизбежно будет сказываться на устойчивости генерации. В этих условиях стабилизировать характеристики излучения лазера возможно путем продольного смещения линзы Л2 в оптимальное положение для текущего тока накачки (см. также рис. 5).

Таким образом, расчеты, проведенные в приближении квазигеометрической оптики, позволили получить параметры резонатора (F_1 , F_2 и L_1), обеспечивающие размеры нижней моды w_0 , близкие к диаметру апертурной диафрагмы Д2. Для окончательного выбора оптимального значения w_0 проводились дифракционные расчеты (по описанной выше методике) с параметрами резонатора, полученными в ходе квазигеометрической оптимизации.

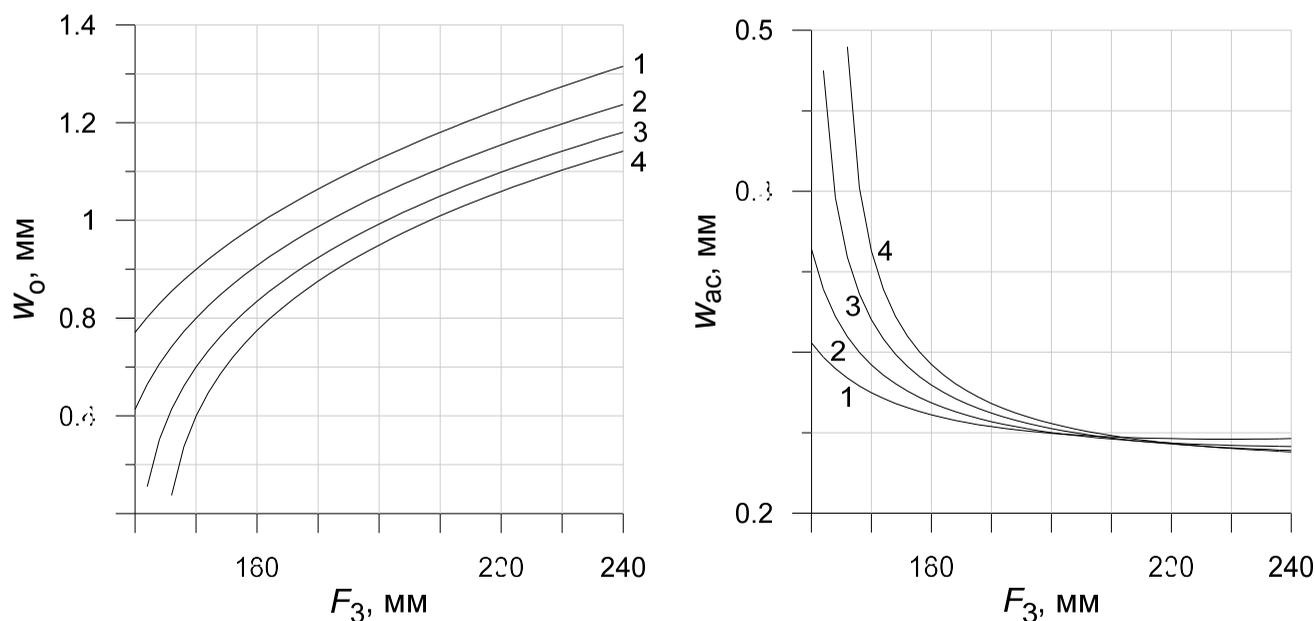
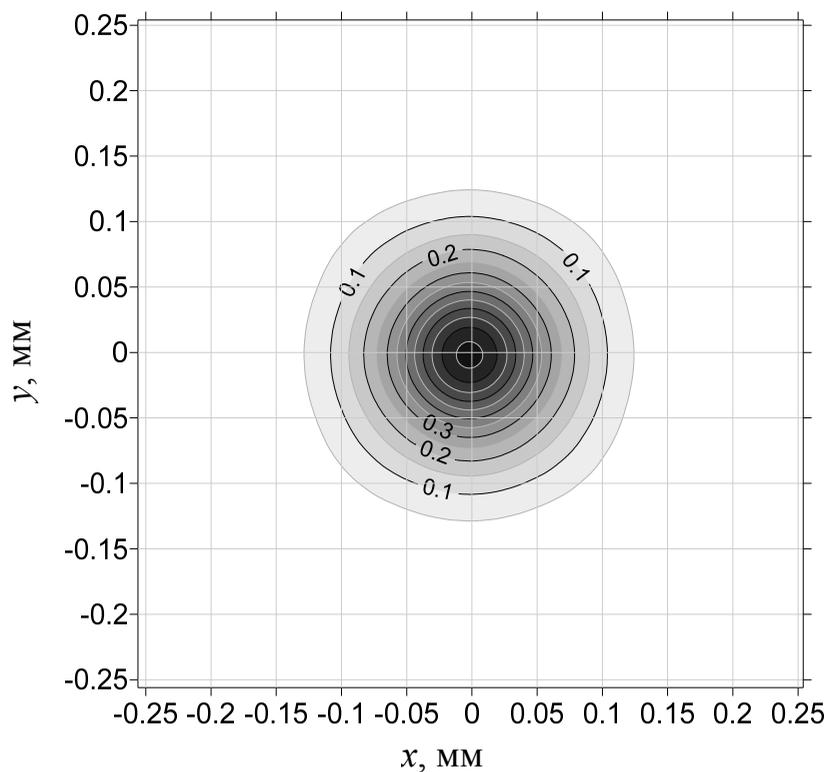
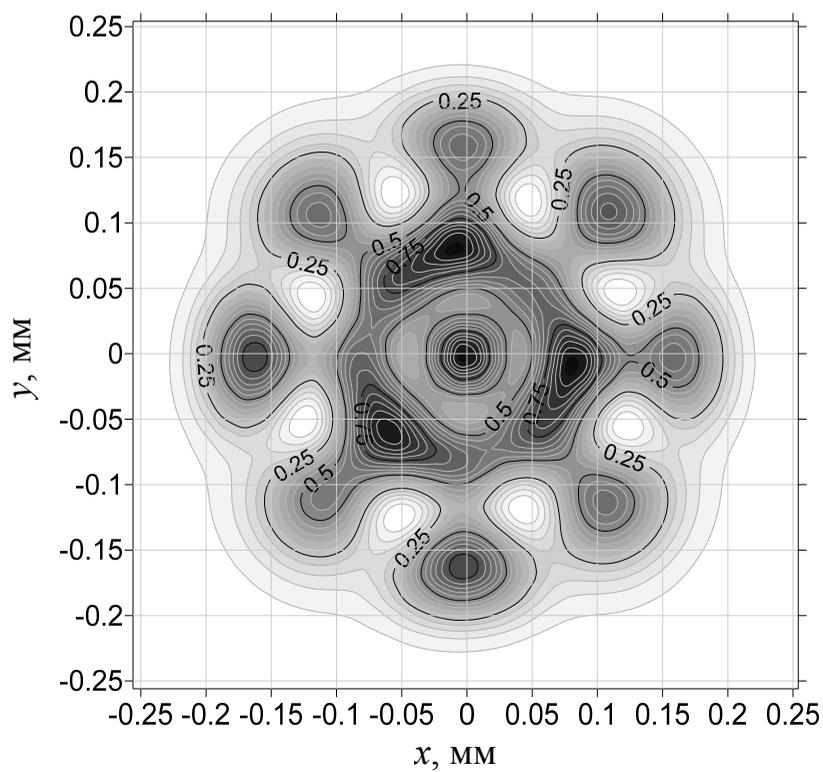


Рис. 6. Зависимость радиуса пучка на диафрагме Д2 (а) и в активной среде (б) от фокусного расстояния тепловой линзы F_3 при $F_2 = 112$ (1), 119 (2), 125 (3) и 130 мм (4); $L_1=870$ мм, $F_1=1000$ мм



а



б

Рис. 7. Распределение интенсивности пучка на диафрагме Д2.
Диаметр диафрагмы: а — $D = 2.5$,
б — $D = 5$ мм

Пример результатов дифракционного расчета представлен на рис. 7, где изображены пространственные структуры излучения в резонаторе, соответствующие стационарной гауссовой моде "работающего" в одномодовом режиме резонатора (а) и одному из мгновенных пространственных распределений интенсивности излучения, представляющему собой суперпозицию высших поперечных мод резонатора при многомодовой генерации (б). Расчет выполнен для комплекса параметров, выбранных выше: $F_1 = 1000$ мм, $F_2 = -125$ мм ($w_0 = 0.7$ мм), $F_3 = 170$ мм, $L_1 = 870$ мм.

Результаты расчета зависимости мощности генерации от диаметра диафрагмы Д2 для четырех рассматриваемых значений радиусов пучка w_0 приведены на рис. 8. Как и следовало ожидать, с увеличением апертуры резонатора растет мощность выходного излучения. Причем нарастание мощности происходит неравномерно, что связано с изменением числа Френеля резонатора для каждого значения D и варьированием условий интерференции волн, распространяющихся в резонаторе. Насыщение прироста мощности наблюдается, когда пучок при увеличении D начинает виньетироваться не диафрагмой Д2, а апертурой активной среды (см. кривые 1 и 2).

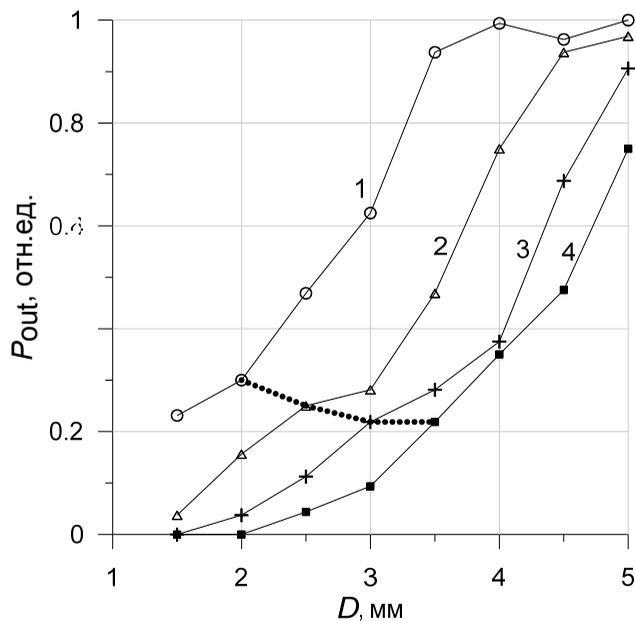


Рис. 8. Зависимость мощности излучения от диаметра диафрагмы Д2 при различных параметрах резонатора, соответствующих $w_0 = 0.6$ (1), 0.7 (2), 0.8 (3) и 0.9 мм (4)

На рисунке пунктирной кривой отмечена граница перехода генерации из одномодового в многомодовый режим. Как видно, небольшой выигрыш в максимальной мощности генерации, которую можно достичь в одномодовом режиме, имеет резонатор, сконфигурированный под радиус сечения моды $w_0 = 0.6$ мм. Однако, как показал расчет, такой резонатор более чувствителен к флуктуациям оптической силы термлинзы, и генерация в этом случае может быть менее устойчива по сравнению с другими вариантами параметров.

Необходимо отметить, что все точки на пунктирной кривой, ограничивающей область одномодовой генерации, с хорошей точностью удовлетворяют соотношению

$$D \approx 3.5 \cdot w_0, \quad (5)$$

которое связывает размеры гауссова пучка, генерируемого в резонаторе, с диаметром ограничивающей диафрагмы Д2.

ВЫВОДЫ

В заключение отметим, что для расчета параметров резонатора твердотельного лазера с длиной до 1.5 м, работающего в режиме одной поперечной моды с близкой к дифракционной угловой расходимостью пучка и максимальной мощностью генерации, необходимо придерживаться следующей методики.

Активная среда квантрона располагается вблизи глухого плоского зеркала резонатора, в состав резонатора дополнительно вводятся две компенсирующие линзы: отрицательная, располагаемая вблизи квантрона, и положительная, располагаемая на расстоянии L_1 от нее.

Проводится оценка фокусного расстояния F_3 тепловой линзы, наведенной в применяемом квантроне при заданном токе диодной накачки.

Для заданной апертуры выходного пучка лазера (диаметра апертурной диафрагмы D) на основе выражения (5) определяется необходимый размер сечения гауссова пучка w_0 в плоскости диафрагмы. Затем на основании полученного значения w_0 и оценок оптической силы тепловой линзы F_3 по приведенной выше методике рассчитываются фокусные расстояния F_1 и F_2 и положение корректирующих линз в резонаторе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 075-00913-21-01 "Методы управления параметрами излучения твердотельного лазера с помощью переключаемого интерферометра Майкельсона".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горячкин Д.А., Родионов А.Ю., Соснов Е.Н., Курпенюк В.И. Твердотельный лазер для научных исследований с коррекцией тепловой линзы в резонаторе. I. Результаты экспериментов // Научное приборостроение. 2022. Т. 32, № 1. С. 48–55. URL: <http://iairas.ru/mag/2022/full1/Art5.pdf>
2. Быков В.П., Силчев О.О. Лазерные резонаторы. М.: Физматлит, 2004. 320 с.
3. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука, 1990. 264 с.
4. Siegman A.E., Sziklas E.A. Laser Resonators with Polarizing Elements // Appl. Optics. 1974. Vol. 13, no. 12. P. 2775–2782.

Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики, Санкт-Петербург

Контакты: Горячкин Дмитрий Алексеевич,
d.goryachkin@rtc.ru

Материал поступил в редакцию 17.11.2021

SOLID STATE LASER FOR SCIENTIFIC INVESTIGATIONS WITH COMPENSATION OF A THERMAL LENS IN THE CAVITY. II. METHOD AND RESULTS OF NUMERICAL CALCULATIONS

A. Yu. Rodionov, D. A. Goryachkin, E. N. Sosnov, V. I. Kuprenyuk

The Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics (RTC), Saint Petersburg, Russia

This article is the second part of our report on the study under the common title, the first part of which has the subtitle "I. EXPERIMENTAL RESULTS". The series of two papers highlights the method of numerical optimization of the configuration of a laser resonator and its experimental verification.

The described method makes it possible to calculate the focal lengths of corrective lenses and their location in the resonator based on the known parameters of the thermal lens and the given characteristics of the output laser beam by means of quasigeometric optics, with subsequent diffraction refining.

Keywords: laser head, induced thermal lens, Gaussian beam, correcting lens, aperture stop

INTRODUCTION

The purpose of the numerical optimization of the resonator, the optical scheme of which is shown in Part 1 of this study [1], was to determine the parameters of the correcting elements of the resonator: the foci of the lenses $J1$ and $J2$ and the distance between them (F_1 , F_2 and L_1) in order to provide stable generation in the lowest (Gaussian) mode under conditions of maximum emission power, specified light apertures of the active medium (laser head GN-50) and a block for modulating losses in the resonator (diaphragm $J2$). The optimization was carried out using the method for calculating resonators based on $ABCD$ matrices. This method makes it possible to estimate the radius of the cross section of a Gaussian beam, which is an eigenfunction (mode) of the resonator (i.e., reproduced at each pass through the resonator). The optimization problem was to determine the set of variable parameters of the resonator, that would make the losses of the lowest mode at the diaphragm $J2$ sufficiently small while the higher transverse modes would be effectively "filtered out" by this diaphragm.

Combining a large enough number of resonator parameters yields the optimal beam radius w_0 that meets this condition. The advantage belongs to the resonator scheme, which mode fills the active medium most completely and ensures the maximum removal of the pump energy. As a result, the values of the radii of the sections of the Gaussian beams of the resonator mode, w_0 and w_{ac} , in the planes of the diaphragm $J2$ and the active medium, were used as a quality criterion in the numerical optimization.

CALCULATION TECHNIQUE

The equivalent resonator circuit for calculations is shown in Fig. 1.

Fig. 1. Equivalent resonator circuit for calculations. F_1, F_2, F_3 — focal lengths of corrective lenses and thermal lens of the active medium; L_1 — distance between lenses $J1$ and $J2$; T_1-T_5 and N_1-N_4 — designations of free space matrices and quadratic phase correctors, respectively; $31, 32$ — plane mirrors

When using the $ABCD$ -matrix method to estimate the parameters of a Gaussian beam in a resonator, a complex beam parameter q is introduced [2]. At the intensity level e^{-1} this parameter is related to the beam section radius w by the ratio:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} + \frac{i}{kw^2}.$$

The complex parameter of the beam q during propagation through a resonator containing areas of free space and quadratic phase correctors (lenses, mirrors) changes in accordance with the expression:

$$q_{i+1} = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}, \quad (1)$$

where A, B, C and D are the elements of the resonator $ABCD$ -matrix.

$ABCD$ -matrix of propagation at a distance L in free space has the form:

$$T = \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

and, when passing through a lens or mirror:

$$N = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{vmatrix},$$

where F is the focal length, which is considered positive for positive lenses and concave mirrors. Any complex optical system can be described using an $ABCD$ -matrix, obtained by multiplying its constituent parts.

Fig. 1 shows the equivalent optical scheme of the resonator under consideration, divided into separate elementary segments described by T and N types of $ABCD$ matrices. The $ABCD$ -matrix of a complete round trip of the emission along the resonator (from diaphragm $\Delta 2$ to mirror 1 (31), then back to mirror 2 (32) and diaphragm $\Delta 2$) looks this way:

$$T_1 \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot N_1 \cdot T_3 \cdot N_2 \cdot T_4 \cdot N_3 \cdot T_5 \cdot T_5 \cdot N_3 \cdot T_4 \cdot N_2 \cdot T_3 \cdot N_1 \cdot T_2.$$

Here N_3 is the matrix of the equivalent thermal lens of the laser head, the remaining designations of the $ABCD$ -matrices are clear from the figure.

The Gaussian beam is the resonator mode (i.e., it is reproduced with an accuracy of a constant after a complete round trip along the resonator), if the equality $q = \frac{Aq + B}{Cq + D}$ is satisfied. The solution to this equation can be written in the following form

$$kw_0^2 = \frac{2|B|}{\sqrt{4 - (A + D)^2}}. \quad (2)$$

Based on solution (2) and with the use of expression (1), it is easy to obtain the parameters of a Gaussian beam in any plane of the resonator. For example, Fig. 2 shows the results of calculations in the form of the dependence of the cross-sectional radius w of a Gaussian beam in the resonator from the longitudinal coordinate z for various values of F_2 . The dotted lines in Fig. 2 show the positions of the lenses with foci F_1, F_2 and the thermal lens with focus F_3 .

Fig. 2. Dependences of the radius w of the cross section of a Gaussian beam in the resonator on the longitudinal coordinate z .

At focal lengths F_2 : 1 — 90, 2 — 100, 3 — 110, 4 — 130 mm; $F_3 = 170$ mm; $F_1 = 1000$ mm; $L_1 = 870$ mm

Fig. 3. Resonator stability diagram plotted in coordinates (F_2, L_1)

Fig. 3 shows the diagram of the resonator stability (the region of real values of w_0). The diagram is obtained on the basis of solution (2). In Fig. 3, a, a series of curves corresponds to the radii of the section of the Gaussian beam w_0 in the region of the diaphragm $\Delta 2$, in Fig. 3, б, — to the radii of the beam section w_{ac} in the active medium region (the radii are obtained for various values of the focus of the correcting lens F_2 and its various positions in the resonator).

Figs. 2 and 3 show that the cross section of the beam in the resonator can change significantly both at the aperture stop $\Delta 2$ and in the region of the active medium.

The proposed calculation method allows for forming values of the parameters F_1, F_2 and L_1 , for which the lowest transverse mode of the resonator (values of w_0 and w_{ac}) fills the active medium in the best way and has low losses in the diaphragm $\Delta 2$. However, it should be noted that the analysis carried out using the $ABCD$ -matrix is performed in the case of the Gaussian lowest mode of a stable resonator. Strictly speaking, this case is true only for resonators with "Gaussian" mirrors [3] or if the diameter of rigid diaphragms in the resonator noticeably exceeds the size of the cross section of the lowest mode, and the diffraction losses turn out to be insignificant. Therefore, in practice the issue of the relationship between the size of the aperture stops in the resonator and the optimal size of the lowest Gaussian mode, at which the single mode operations with the maximum generation power are carried out, become extremely important.

To analyze this relationship, we used the wave approach to describe the modes of the resonator. Calculations taking into account diffraction effects were carried out on the basis of the method of splitting into diffraction and amplification-refraction processes, widely used in the literature, when solving the Cauchy problem of finding the eigenfunctions of a resonator filled with an active medium [4]:

$$2ik \frac{dE_{\pm}}{dz} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right\} E_{\pm} = [g(x, y, z) + \gamma_i(x, y, z)] E_{\pm} \quad (3)$$

with boundary conditions $E_-(L) = r_m E_+(L)$, $E_+(0) = E_-(0)$, where $E(x, y, z)$ is a complex light field linked to light intensity via the expression $I(x, y, z) = |E(x, y, z)|^2$. Here $k = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 is the emission wavelength, and $g(x, y, z)$ and $\gamma_i(x, y, z)$ are the gain and passive losses in the resonator.

The gain was calculated using the kinetic equations:

$$N_g + N_2 = N_l, \quad (4)$$

$$\dot{N}_2 = W_p N_g - BqN_2 - \frac{N_2}{\tau_2}.$$

Here N_g and N_2 are the populations of the lower and upper laser levels, respectively, W_p is the pump power, q is the gain ratio, and B is the cross section of the laser transition, τ_2 is the lifetime of the excited state, N_l is the concentration of Nd^{+3} ions.

The calculation of the emission in the resonator was carried out in an iterative manner: after calculating the light field, the gain of the active medium was recalculated, corresponding to the distribution of the light intensity in the active medium, and then a transition to a new time step took place. In the case of a sufficiently high selection of modes by losses (determined by the size of the limiting diaphragms), the iterative process was set to the lowest transverse mode. Otherwise, a mode beat corresponding to the multimode lasing was observed.

The results of calculating the laser mode for various ratios of w_0 and the diameter of the aperture stops in the resonator are presented in the next section.

NUMERICAL OPTIMIZATION RESULTS

To solve the optimization problem, expression (2) was considered as an equation for the unknown parameters of the resonator (F_1 , F_2 and L_1) and the value w_0 was used as a parameter of this equation.

Fig. 4. Results of solving equation (2) for $w_0 = 0.9$ (1), 0.8 (2), 0.7 (3) and 0.6 mm (4)

The results of solving equation (2) are shown in Fig. 4, where the dependences of the focal length of the correcting lens Л2 (а) and the radius of the beam section in the active medium w_{ac} (б) for various values of the focal length of the lens Л1 and a number of the beam sizes w_0 . The calculations were carried out for $L_1 = 870$ mm and the focal length of the thermal lens $F_3 = 170$ mm, corresponding to a pump current of about 20 A [1].

The presented graphs show that the focal length of the negative lens Л2 should be selected in the range from -100 up to -130 mm for the beam cross-section dimensions w_0 from 0.6 to 0.9 mm ("corresponding" to the diaphragm Л2 diameter $D = 2.5$ mm) in case of the focal length of the lens Л1 in the range of 1100–1200 mm. The beam radius in an active medium w_{ac} is 0.4–0.5 mm.

When choosing the parameters of the resonator, the important issue is possible deviations of the real values of the resonator optimized parameters from

the nominal ones. Fig. 5 presents graphs showing the dependence of the beam radii in the resonator on the displacement of the correcting lens Л2 relative to the position $L_1 = 870$ mm depicted in Fig. 4. Dependencies were obtained for several fixed values of F_2 near the region of optimal values. As can be seen, the beam cross sections can vary from 10 to 20% with a longitudinal displacement of the lens by 20 mm.

Fig. 5. Dependence of the beam section radius in the plane of diaphragm Л2 (а) and active medium (б) from the position of lens Л2 in the resonator for $F_2 = 105$ (1), 112 (2), 120 (3), 130 (4), 135 mm (5)

The above results of resonator optimization were obtained for a fixed value of the focal length of the thermal lens $F_3 = 170$ mm, corresponding to a pump current of about 20 A. It is of interest to estimate the sensitivity of the cavity mode to a change in the pump current. Fig. 6 shows the change in the radii of the beam cross section in the resonator in response to varying the optical power of the thermal lens F_3 : these graphs depict the dependence.

Fig. 6. Dependence of the beam radius in the diaphragm Л2 (а) and in the active medium (б) on the focal length of the thermal lens F_3 for $F_2 = 112$ (1), 119 (2), 125 (3), 130 mm (4); $L_1 = 870$ mm, $F_1 = 1000$ mm

From the presented data, it can be seen that, depending on the optical power of the lens, induced in an active medium, with a change in the pump current from 18 to 20 A [1], the cross section of a Gaussian beam in the resonator changes significantly, and this inevitably affects the stability of generation. Under these conditions, it is possible to stabilize the characteristics of the laser radiation by longitudinal displacement of the lens Л2 to the optimal position for the acting pumping current (see also Fig. 5).

Thus, the calculations carried out in the case of quasi-geometric optics made it possible to obtain the resonator parameters (F_1 , F_2 , and L_1), providing the dimensions of the lowest mode w_0 , close to the diameter of the aperture stop Л2. For the final choice of the optimal value of w_0 , diffraction calculations were carried out (according to the method described above) with the resonator parameters obtained in the course of quasi-geometric optimization.

An example of the results of diffraction calculations is shown in Fig. 7, which depicts the spatial structures of emission in the resonator, corresponding to (а) the stationary Gaussian mode of the resonator "operating" in the single mode and (б) one of the instantaneous spatial distributions of the emission intensity, which is a superposition of the highest transverse modes of the cavity in multimode generation.

The calculation is performed for a set of parameters selected above: $F_1 = 1000$ mm, $F_2 = -125$ mm ($w_0 = 0.7$ mm), $F_3 = 170$ mm, $L_1 = 870$ mm.

Fig. 7. Beam intensity distribution in diaphragm Д2. Diaphragm diameter: а — $D = 2.5$, б — $D = 5$ mm

The results of calculating the dependence of the lasing power on the diaphragm Д2 diameter for the four considered values of the beam radii w_0 are shown in Fig. 8. As you would expect, with an increase in the cavity aperture, the output emission power also increases. Moreover, the increase in power occurs unevenly, because of a change in the Fresnel number of the resonator for each value of D and a variation in the conditions of interference of waves propagating in the resonator. Saturation of the increase in power is observed when the beam with an increase in D begins to vignette not with the diaphragm Д2, but with the aperture of the active medium (see curves 1 and 2).

Fig. 8. Dependence of the emission power on the diaphragm Д2 diameter for various cavity parameters corresponding to $w_0 = 0.6$ (1), 0.7 (2), 0.8 (3), and 0.9 mm (4)

In the figure the dashed curve marks the boundary of the transition of lasing from single mode to multi mode operation. As can be seen, a resonator configured for the mode section radius $w_0 = 0.6$ mm has a small gain in the maximum lasing power, which can be achieved in the single mode operation. However, as the calculation showed, such a resonator is more sensitive to fluctuations in the optical power of the thermal lens, and generation in this case may be less stable compared to other options.

It's worth noting that all points on the dashed curve that bounds the region of single mode generation, accurately satisfy the relation

$$D \approx 3.5 \cdot w_0, \quad (5)$$

which relates the dimensions of the Gaussian beam generated in the resonator to the diameter of the confining diaphragm Д2.

Contacts: *Goryachkin Dmitry Alekseevich*,
d.goryachkin@rtc.ru

CONCLUSIONS

In conclusion, we note that to calculate the resonator parameters of a solid-state laser with a length of up to 1.5 m, operating in a single transverse mode with an angular beam divergence close to the diffraction angle and maximum lasing power, it is necessary to adhere to the following procedure.

The active medium of the laser head is located near a flat plane mirror of the resonator; two compensating lenses are additionally introduced into the resonator: a negative one, located near the laser head, and a positive one, located at a distance L_1 from the former.

An assessment is carried out for the focal length F_3 of a thermal lens, induced in the applied laser head at a given current of diode pumping.

On the basis of expression (5), the required size of the cross section of the Gaussian beam w_0 in the plane of the diaphragm is determined for a given aperture of the laser output beam (with aperture stop diameter D). Then, based on the obtained value of w_0 and estimates of the optical power of the thermal lens F_3 according to the above method, the focal lengths of F_1 and F_2 and the position of the correcting lenses in the cavity get calculated.

REFERENCES

1. Goryachkin D.A., Rodionov A.Yu., Sosnov E.N., Kuprenyuk V.I. [Solid state laser for scientific investigations with compensation of a thermal lens in the cavity. I. Experimental results]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2022, vol. 32, no. 1, pp. 48–55. DOI: 10.18358/np-32-1-i4855 (In Russ.).
2. Bykov V.P., Silichev O.O. *Lazernye rezonatory* [Laser resonators]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 320 p. (In Russ.).
3. Anan'ev Yu.A. *Opticheskie rezonatory i lazernye puchki* [Optical resonators and laser beams]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 264 p. (In Russ.).
4. Siegman A.E., Szilclaus E.A. Laser Resonators with Polarizing Elements. *Appl. Optics*, 1974, vol. 13, no. 12, pp. 2775–2782.

Article received by the editorial office on 17.11.2021