ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2021, том 31, № 2, с. 52–65

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ПРИБОРОВ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МЕТОДИК

УДК 53.08+531.7

© И. В. Андронов, А. А. Лобашев, А. Ю. Петров, С. Н. Тропкин, 2021

РАСЧЕТ МОДЕЛИ ЭТАЛОННОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ПОЛЯ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Работа посвящена проблеме практического измерения механических напряжений в промышленных объектах. Проведено обсуждение зависимости сигналов различных приборов неразрушающего контроля от напряжений. Представлены результаты численного моделирования механических напряжений, которые могут быть созданы в модели эталонной установки. Обсуждается круг проблем, которые необходимо решить для перехода от неразрушающего контроля механических напряжений к их измерениям.

Кл. сл.: неразрушающий контроль, тензор механических напряжений, силовая установка

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в промышленности и технике экспериментальное определение механических напряжений относится к области, которая называется "неразрушающий контроль" [1]. "Контроль" является скорее качественной, чем количественной характеристикой. Сейчас с помощью приборов неразрушающего контроля можно определить области в промышленных объектах, в которых напряжения повышены — зоны концентрации напряжений. Но современная промышленность настоятельно требует именно "измерений" — определения величин механических напряжений в абсолютных единицах мегапаскалях (МПа) с достоверным определением погрешности.

Механическое напряжение является аналогом давления в твердом теле. Давление давно практически измеримо — есть огромное число манометров, эталоны, воспроизводящие единицу давления в разных диапазонах, ГОСТ. Но это все — для жидкостей и газов. А для твердого тела всего этого нет — есть только несколько приборов неразрушающего контроля, которые могут быть применены для регистрации механических напряжений. И в настоящее время основная проблема состоит в том, что для измерения напряжений нет необходимой метрологической инфраструктуры — эталонной установки, наборов стандартных образцов, ГОСТов.

Механическое напряжение — это тензорнозначное поле $\sigma_{ik}(\mathbf{x})$. Симметричный тензор второго ранга σ_{ik} имеет 6 независимых компонент [2], $\mathbf{x}$ — трехмерный вектор координат точек твердого тела. Задача измерения механических напряжений, как это необходимо для промышленности, состоит в определении абсолютных величин всех компонент тензора напряжений в МПа в объекте контроля.

ПОДХОДЫ К ПРОБЛЕМЕ ИЗМЕРЕНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Во ВНИИМ им. Д.И. Менделеева в течение ряда лет, начиная с 2009 г. [3], проводились экспериментальные работы по калибровке приборов неразрушающего контроля на металлических образцах, предоставляемых различными российскими промышленными предприятиями. Образцы располагались в силовой машине, входящей в комплекс установок Государственного первичного эталона единицы силы, на которой воспроизводится сила в диапазоне до 2 меганьютонов (Мн). Образцы имели форму плоских пластин, в центральной области которых создавалось одноосное по оси x постоянное напряжение

$$\sigma_{xx}(x) = \sigma_{xx} = \sigma = \frac{F}{S},$$

где F — заданная сила, S — площадь прямоугольного поперечного сечения образца, остальные компоненты тензора напряжений равны нулю. Датчик прибора прижимался к поверхности образца в его центральной части, прибор измерял некоторую величину f.

Для ультразвукового прибора ИН-5101А [4, 5] сигнал f — это время в микросекундах (мкс) прихода отраженных от противоположной стороны пластины ультразвуковых импульсов трех разных поляризаций — двух поперечных и одной продольной. Из приведенных на рис. 1 данных видна линейная зависимость между сигналом прибора

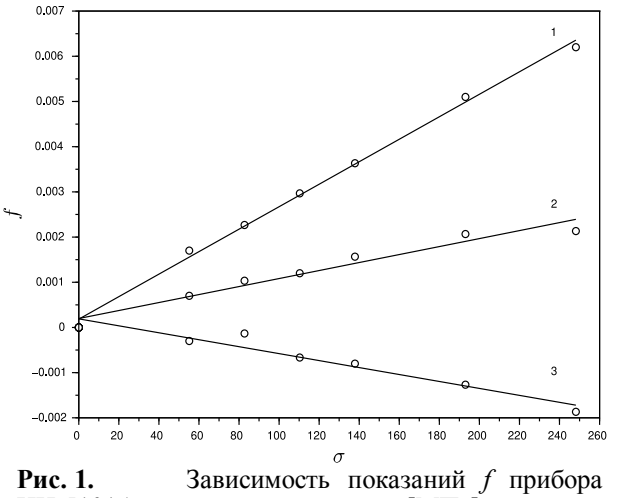

Рис. 1. Зависимость показаний f прибора ИН-5101А в мкс от напряжения σ [МПа].
Прямая 1 соответствует ультразвуковым волнам с поперечной поляризацией вдоль главной оси напряжений, 2 — поперечная поляризация с ориентацией перпендикулярно главной оси, 3 — волны
с продольной поляризацией

и напряжением. Здесь и на последующих графиках представленные экспериментальные данные обрабатывались методом линейной регрессии после вычитания показаний прибора $f(0)$ при нулевом заданном напряжении.

Принцип действия прибора "Интроскан" основан на зависимости интенсивности шума Баркгаузена от механического напряжения в магнитных материалах [6]. Экспериментальные данные зависимости (f — интенсивность шума Баркгаузена) лучше аппроксимируются кубическим полиномом, рис. 2. Нелинейная зависимость характерна для магнитных явлений.

Показания прибора "StressVision" связаны с величиной магнитной анизотропии, возникающей под действием механического напряжения. Приведенные на графиках рис. 3 экспериментальные точки соответствуют средней величине сигнала f по измерениям в 9 точках в центральной части образца. При параллельной ориентации датчика разброс экспериментальных точек для данного материала образца достаточно велик, поэтому построена линейная регрессионная зависимость. Для поперечной ориентации датчика точки лучше аппроксимируются кубической кривой. Прибор может настраиваться на толстый слой образца — 6 мм или на тонкий слой — 3 мм от поверхности. Это влияет, насколько глубоко в образец проникает зондирующий импульс и, соответственно, из какой области идет ответный сигнал, несущий информацию о напряжении. Сигнал с тонкого слоя, приповерхностного, сильно зависит от свойств поверхности металла, возможно подвергнутой фрезерной или токарной обработке, и поэтому имеющей значительные остаточные напряжения.

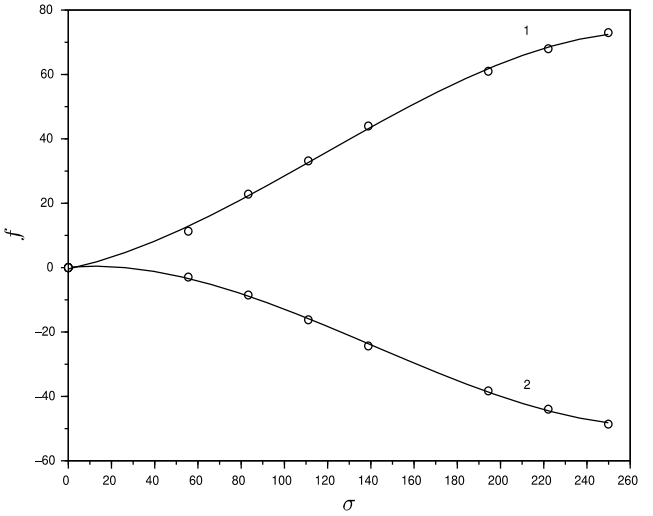

Рис. 2. Зависимость интенсивности шума Баркгаузена f, регистрируемого прибором "Интроскан", от напряжения σ [МПа].
Кривая 1 — ориентация датчика прибора вдоль главной оси напряжений, 2 — ориентация датчика поперек

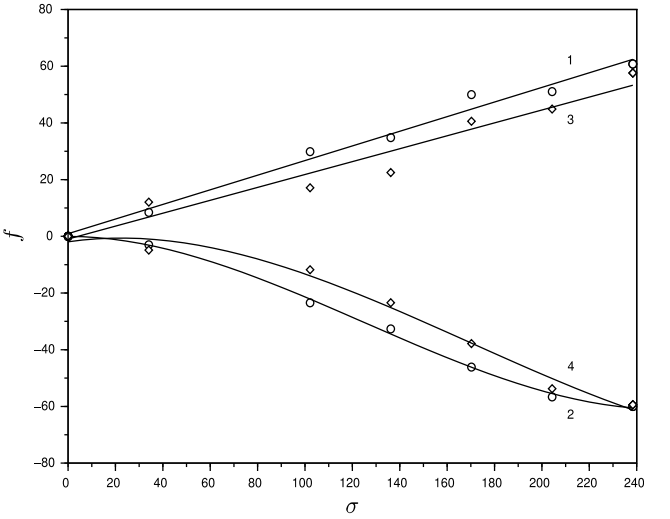

Рис. 3. Зависимость показаний прибора "StressVision" f в условных единицах от напряжения σ [МПа].
Прямые 1, 3 — ориентация датчика по направлению главной оси напряжения; кривые 2, 4 — ориентация датчика перпендикулярна направлению главной оси напряжения; 1, 2 — настройка прибора на тонкий слой; 3, 4 — настройка прибора на толстый слой

Из анализа полученных в многочисленных экспериментах данных (графики на рис. 1–3 приведены лишь как типичные иллюстрации) следует, что показания приборов существенным образом зависят от материала: химического состава и марки стали, от обработки поверхности (фрезерная, токарная), от технологии создания образца (прокат, ковка, закалка) и, возможно, других параметров. Для одноосного напряжения в образцах, на которых проводились эксперименты, наблюдается сильная зависимость показаний приборов от ориентации датчика относительно главной оси напряжений.

Задача калибровки приборов — это построение калибровочных кривых $\sigma(f)$. Соответственно, кривые, показанные на рис. 1–3, необходимо обратить. Эта операция неоднозначная. Оказывается, что в ряде случаев даже знак неопределен, т.е. сжатие неотличимо от растяжения. Так, нижние кривые на рис. 3 отвечают растяжению при ориентации датчика перпендикулярно главной оси напряжений. И аналогичные кривые возникают при ориентации датчика параллельно главной оси, но при сжатии образца.

Калибровка прибора в лаборатории, эксперименты в лаборатории — это не самоцель. Задача состоит в измерении напряжений на промышленных объектах. А в реальных промышленных объектах априорно неизвестно, как направлена главная ось напряжений. И, соответственно, как следует ориентировать датчик прибора. А при разных ориентациях датчика получаются разные показания и, как было отмечено выше, даже разного знака.

Более того, нет никаких гарантий, что в исследуемом промышленном объекте напряжение будет одноосным. В общем случае у тензора напряжений есть 6 независимых компонент, при этом на поверхности — три независимые компоненты. Поэтому, если прибор откалиброван в лаборатории на одноосном напряжении, а в реальном промышленном объекте напряжение двухосное, то как интерпретировать показания прибора, непонятно.

В реальных объектах зависимость напряжения от пространственных координат x может быть достаточно сильной. При изгибе пластины или в окрестностях сварных швов напряжения сильно меняются на расстояниях порядка сантиметра. В то время как характерные размеры датчиков приборов составляют несколько сантиметров. Поэтому при измерениях происходит усреднение поля напряжений по некоторому характерному объему, определяемому конструкцией датчика прибора.

Таким образом, необходима разработка и создание экспериментальной установки, которая бы создавала в образцах механические напряжения достаточно общего вида. Для исследования эффектов усреднения необходимо в экспериментальной установке воспроизводить неоднородные поля напряжений $\sigma_{ik}(\mathbf{x})$.

Большой практический интерес представляют измерения напряжений в газопроводах. Так, было проведено определение напряжений в трубе большого диаметра под заданным давлением акустоупругим методом с помощью прибора ИН-5101А. Отличие между экспериментально полученными напряжениями и теоретически рассчитанными для трубы данного радиуса и толщины составляет порядка 5% [5]. Цилиндрическая геометрия трубы выделяет две главные оси напряжения. Но это частный случай двухосных напряжений, хотя и крайне важный практически. Кроме того, в случае трубы направления двух главных осей тензора напряжений априорно известны.

Экспериментальная установка по созданию двухосного напряжения создана в Белоруссии [6] для калибровки прибора "Интроскан". В ней в образцах крестообразной формы воспроизводится двухосное напряжение растяжения. В центральной части образца поле напряжений постоянно. И для приборов, основанных на шумах Баркгаузена, этого достаточно, поскольку сигнал о напряжениях снимается с тонкого приповерхностного слоя образца. Это же справедливо и для приборов, основанных на эффекте магнитной анизотропии. Но для ультразвукового ИН-1051А постоянного, хотя и двухосного, напряжения недостаточно, поскольку вклад в регистрируемый сигнал дает вся толщина образца — происходит суммирование вкладов от напряжений по толщине. При этом существенна зависимость поля напряжений от координат $\mathbf{x}$.

Отсюда возникают требования к будущей эталонной установке: установка должна создавать в образце любое поле напряжений $\sigma_{ik}(\mathbf{x})$, которое может быть в реальных промышленных объектах. Если же это будет не так, и какие-то поля на установке не будут воспроизводиться, как это имеет место в [3], где создаются только одноосные напряжения, то калибровка приборов на таких установках недопустима [7], поскольку приведет при измерениях на реальных объектах к непредсказуемым результатам.

В [7, 8] была предложена конструкция эталонной установки, удовлетворяющей указанным выше требованиям. Установка представляет собой набор силовых гидравлических поршней, которые через крепежные устройства передают заданный вектор силы каждому из четырех углов образца в форме квадратной пластины. Эталонная установка предназначена для следующих задач.

• Моделирование в лаборатории полей напряжений, которые могут возникать в реальных промышленных конструкциях и объектах, и процесса измерений различными приборами неразрушающего контроля воспроизведенных тензорнозначных полей напряжений.

• Калибровка приборов, предназначенных для измерения механических напряжений.

Численному моделированию полей напряжений в этой установке посвящен следующий раздел.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭТАЛОННОЙ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ПОЛЯ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Итак, в установке создаются напряжения в стандартных образцах в форме квадратной пластины (рис. 4) Рабочей областью, в которой создаются напряжения, является центральная часть пластины, которую можно приближенно рассматривать как упругий слой. Поверхности этого слоя свободны от напряжений, т.е. на них выполняется

$$\sigma_{zz} = 0, \quad \sigma_{xz} = 0, \quad \sigma_{yz} = 0.$$

Поэтому значения этих компонент тензора напряжений близки к нулю и в толще образца. Будем считать, что эти компоненты тензора напряжений малы и в любых измеряемых конструкциях и не оказывают существенного влияния на результаты. Остальные три компоненты тензора напряжений σ_{xx}, σ_{yy} и σ_{xy} могут быть воспроизведены в средней части образца.

Поскольку в рамках линейной теории деформации изотропного упругого тела механические напряжения определяются прикладываемыми силами и не зависят от упругих характеристик материала [2], в качестве причины, вызывающей напряжения в образце, удобно использовать не смещения, задающие деформацию, а непосредственно силы, прикладываемые к образцу. Согласно принципу Сен-Венана, сбалансированные напряжения резко спадают с расстоянием, что позволяет не контролировать способ приложения сил, определяемый конкретным способом крепления силовой площадки к образцу. В качестве такового можно принять, например, болтовое соединение через отверстие в углу пластины. Итак, предлагается использовать силовую установку, позволяющую прикладывать к четырем углам пластины произвольные силы. Система сил, очевидно, должна быть сбалансированной, т.е. имеющей равную нулю равнодействующую.

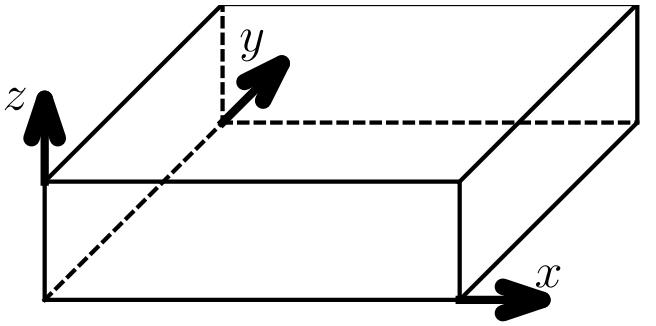

Рис. 4. Геометрия стандартного образца

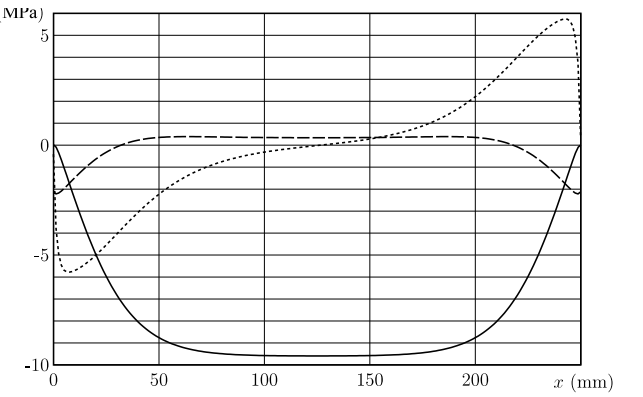

Рис. 5. Распределение напряжений в образце. Сплошная кривая — σ_{xx}, штриховая — σ_{yy}, пунктир — σ_{xy},

Следовательно, к образцу прикладываются 4 силы (12 скалярных компонент), на которые накладывается 6 условий баланса. Итого имеем 6 произвольных величин. Возможно ли, варьируя эти величины, воспроизвести все компоненты тензора напряжений? Для ответа на этот вопрос было произведено численное моделирование при помощи пакета Abaqus.

Очевидно, что чем больше будет размер пластины, тем больше окажется и рабочая область. Однако образцы больших размеров трудно и дорого изготавливать, а также с ними трудно работать (ввиду их веса). В образцах необходимо создавать значительные напряжения, сравнимые с пределом упругости или даже текучести материалов, что важно для калибровки приборов, поскольку для практики необходимо определять напряженно-деформированные состояния объектов, близкие к возможным разрушениям. Для этого к образцам необходимо прикладывать большие силы, что, в свою очередь, ведет к увеличению установки, ее мощности и, соответственно, стоимости.

Оптимальной, на наш взгляд, является пластина размером 25 × 25 см. При таких размерах, как показывают расчеты (см. рис. 5), размер рабочей области, определяемой из требования отклонения

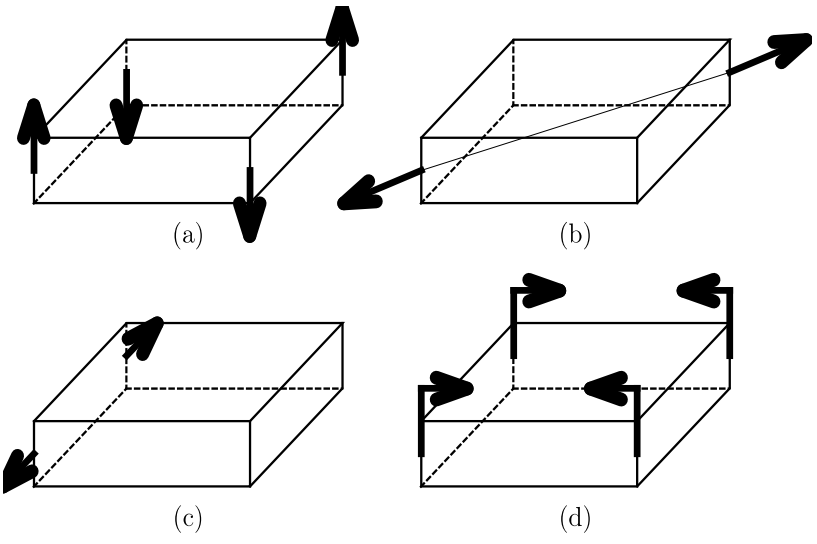

Рис. 6. Конфигурации сил (a), (b), (c) и моментов (d)

значения напряжений не более чем на 1 %, составляет порядка 5–7 см.

Всевозможные конфигурации сил с учетом симметрии сводятся к трем, изображенным на рис. 6, a, b, c. Поскольку к изгибу пластины приводит только конфигурация (a), был добавлен также вариант (d), в котором к углам пластины прикладываются вращающие моменты. Результаты расчетов напряженного состояния, вызванного действием сил в 1 кг, приведены в Приложении в табл. 1, 2 и 3 для пластин, имеющих толщину h = 5, 20 и 50 мм соответственно.

Отметим, что конфигурация (a) допускает точное решение в рамках теории тонких пластин [9]. Задача об изгибе пластинки ставится следующим образом: смещение срединной поверхности $w(x, y)$ удовлетворяет бигармоническому уравнению

$$\Delta^2 w = 0, \quad x, y \in \left(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right).$$

Края пластинки свободны от перерезывающих сил и изгибающих моментов:

$$F(x, -L/2) = F(x, L/2) = 0,$$
$$M(x, -L/2) = M(x, L/2) = 0, \quad x \in (-L/2, L/2),$$

$$F(-L/2, y) = F(L/2, y) = 0,$$
$$M(-L/2, y) = M(L/2, y) = 0, \quad y \in (-L/2, L/2).$$

Для сил F и моментов M на прямолинейной кромке справедливы формулы [9]:

$$F = -D\left(\frac{\partial \Delta w}{\partial n} + (1-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial \nu \partial s^2}\right),$$
$$M = D\left(\Delta w - (1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right),$$

где $D = Eh^3 \big/ \left(12\left(1-\nu^2\right)\right)$ — цилиндрическая жесткость, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, (n, s) — нормаль и касательная к кромке. Нагружение в углах пластины может быть описано
в терминах уголковых сил:

$$F_c\left(\pm\frac{L}{2}, \pm\frac{L}{2}\right) = D(1-\nu)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial n \partial s}\right] = F_a,$$
$$F_c\left(\pm\frac{L}{2}, \mp\frac{L}{2}\right) = -F_a.$$

Здесь квадратными скобками обозначен скачок величины при переходе с одной кромки на другую через угол пластинки.

Заметим, что функция

$$w(x, y) = cxy \tag{1}$$

удовлетворяет и уравнению, и краевым условиям. При этом уголковые силы равны соответственно

$$F_c = \pm 2D(1-\nu).$$

Отсюда находим

$$c = \frac{6(1+\nu)}{Eh^3} F_a.$$

Значения коэффициентов в формуле (3)

h	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
5 мм	22.612	1.992	1.445	0.155	0.854	0.854	1.682
20 мм	22.826	1.998	6.689	−0.295	3.415	3.408	6.977
50 мм	23.524	0.672	38.76	−23.35	8.560	8.610	19.506

Деформации, отвечающие смещениям w, определяются формулами

$$u_x \approx -\frac{\partial w}{\partial x} z, \quad u_y \approx -\frac{\partial w}{\partial y} z, \quad u_z \approx w.$$

Тогда решению (1) будет соответствовать напряжение

$$\sigma_{xy} = -6 F_a h^{-3} z.$$

Для пластины, имеющей толщину h = 5 мм, модель тонкой пластины дает значения σ_{xy} на поверхности, равные ±120 МПа, что согласуется с расчетом (см. Приложение, табл. 1) с погрешностью менее 1 %. Для пластины с h = 20 мм соответственно получаем значения ±75 МПа, что отличается от расчета на 4 %.

На основании произведенных расчетов можно указать, что компоненты σ_{xz}, σ_{yz} и σ_{zz} во всех случаях нагружения и для всех образцов пренебрежимо малы. Системы нагружения (b) и (c) позволяют воспроизводить значения оставшихся компонент тензора, практически равномерно распределенных по толщине пластины, а нагружения (a) и (d) служат для создания линейно распределенных по толщине напряжений. Наряду с вариантами (c) и (d) введем в рассмотрение также повернутые на 90° нагружения, которые будем обозначать (c') и (d'). Отвечающие им значения напряжений, очевидно, отличаются от напряжений при нагружениях (c) и (d) заменой $\sigma_{xx} \Leftrightarrow \sigma_{yy}$ и сменой знака у σ_{xy}. Таким образом, в рамках линейной теории упругости, величины компонент тензора напряжений, возникающих при заданной комбинации нагружений, определяются по формулам

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1 & a_3 & a_2 \\ a_4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_b \\ F_c \\ F_{c'} \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Коэффициенты матрицы в (2) берутся из таблицы, соответствующей образцу заданной толщины. Так, a_1 — это значение σ_{xx} в блоке (b) соответствующей таблицы 1, 2 или 3, a_2 — значение σ_{xx} в блоке (c), a_3 — значение σ_{yy} в блоке (c) и a_4 — значение σ_{xy} в блоке (b). Аналогичным образом, линейно распределенные по толщине пластины напряжения определяются вектором сил $\left(F_a, F_d, f_{d'}\right)^{\mathrm{T}}$ формулами

$$\begin{pmatrix} \partial\sigma_{xx}/\partial z \\ \partial\sigma_{yy}/\partial z \\ \partial\sigma_{xy}/\partial z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a_5 & a_6 \\ 0 & a_6 & a_5 \\ a_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_a \\ F_d \\ F_{d'} \end{pmatrix}.$$

Обращая (2) и (3), несложно получить силы, которые требуется приложить для создания требуемых напряжений:

$$\begin{aligned} &F_d = C_1 \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial z} + C_2 \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial z}, \quad F_{d'} = C_2 \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial z} + C_1 \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial z}, \\ &F_c = C_3\sigma_{xx} + C_4\sigma_{yy} - C_5\sigma_{xy}, \\ &F_{c'} = C_4\sigma_{xx} + C_3\sigma_{yy} - C_5\sigma_{xy}, \\ &F_b = C_6\sigma_{xy}, \quad F_a = C_7 \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial z}. \end{aligned} \qquad (3)$$

Коэффициенты C_j зависят от толщины пластины, их значения, рассчитанные по результатам моделирования, приведены в таблице.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показывают, что имеющиеся приборы неразрушающего контроля могут измерять лишь вполне определенные типы напряженного состояния механических конструкций. Так, ИН-5101А не чувствителен к напряжениям, возникающим при деформациях изгиба, а StressVision измеряет лишь разность главных напряжений в образце. Поэтому для достоверного измерения всех компонент тензора напряжений, по-видимому, нужно использовать комбинацию приборов, которые предварительно должны быть откалиброваны, и для такой калибровки нужна

более совершенная силовая установка, модель которой предложена в [7, 8] и рассчитана в данной статье. Кроме самой силовой установки необходимо предусмотреть создание набора (своего рода библиотеки) эталонных образцов. В данной статье мы ограничились лишь образцами простейшей прямоугольной формы. Однако, поскольку реальные конструкции могут состоять из балок различного профиля (швеллер, двутавр, труба круглого или прямоугольно сечения и др.), вероятно понадобятся и соответствующие эталонные образцы. Отметим, что современные пакеты, аналогичные примененному в данной работе пакету Abaqus, позволяют проводить расчеты напряженного состояния подобных образцов и способов их нагружения с точностью, достаточной для решения задач, связанных с созданием эталонной установки, воспроизведением механических напряжений и калибровкой приборов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Табл. 1. Компоненты тензора напряжений (кПа) в центре 5 мм образца

Нагрузка (рис. 6)	z	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}
(a)	0	0.2	0.2	118859.0
	$h/2$	0.2	0.2	0.0
	h	0.2	0.2	–118859.0
(b)	0	624.9	624.9	1170.8
	$h/2$	624.9	624.9	1170.6
	h	624.9	624.9	1170.8
(c)	0	700.2	–75.3	0.0
	$h/2$	700.0	–75.1	0.0
	h	700.2	–75.3	0.0
(d)	0	8913.7	–785.7	0.0
	$h/2$	0.0	0.0	0.0
	h	–8913.7	785.7	0.0

Табл. 2. Компоненты тензора напряжений (кПа) в центре 20 мм образца

Нагрузка (рис. 6)	z	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}
(a)	0	–0.3	–0.3	7167.1
	$h/2$	–0.3	–0.3	0.0
	h	–0.3	–0.3	–7167.1
(b)	0	156.7	156.7	294.0
	$h/2$	156.7	156.7	293.4
	h	156.7	156.7	294.0
(c)	0	150.5	5.8	0.0
	$h/2$	149.8	6.6	0.0
	h	150.5	5.8	0.0
(d)	0	2207.4	–193.2	0.0
	$h/2$	0.0	0.0	0.0
	h	–2207.4	193.2	0.0

Табл. 3. Компоненты тензора напряжений (кПа) в центре 50 мм образца

Нагрузка (рис. 6)	z	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}
(a)	0 $h/2$ h	7.0 7.0 7.0	7.0 7.0 7.0	1025.3 0.0 –1025.3
(b)	0 $h/2$ h	64.5 64.5 64.5	64.5 64.5 64.5	117.6 116.1 117.6
(c)	0 $h/2$ h	41.9 40.5 41.9	23.0 24.4 23.0	0.0 0.0 0.0
(d)	0 $h/2$ h	850.9 0.0 –850.9	–24.3 0.0 24.3	0.0 0.0 0.0

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *В мире неразрушающего контроля*. СПб.: ООО "Свен", 2018. Т. 21, № 1 (тема номера: напряженно-деформированное состояние). 76 с.
2. *Лурье А.И.* Теория упругости. М.: Изд-во Наука, 1970. 940 с.
3. *Остривной А.Ф., Иванов С.Ю., Лобашев А.А., Венгринович В.Л., Цукерман В.Л.* // Контроль. Диагностика. 2011. Т. 6. С. 44–51.
4. *Никитина Н.Е.* Акустоупругость. Опыт практического применения. Н. Новгород: Изд-во ТАЛАМ, 2005. 208 с.
5. *Никитина Н.Е., Камышев А.В., Смирнов В.А., Борщевский А.В., Шарыгин Ю.М.* Определение осевых и окружных напряжений в стенке закрытой трубы ультразвуковым методом на основе явления акустоупругости // Дефектоскопия. 2006. Т. 3. С. 49–54.
6. *Венгринович В.Л., Винтов Д.А., Прудников А.Н., Подугольников П.А., Рябцев В.Н.* Особенности измерения напряжений в ферромагнетиках методом эффекта Баркгаузена // Контроль. Диагностика. 2017. Т. 8. С. 10–17.
7. *Остривной А.Ф., Лобашев А.А.* Метрологическое обеспечение измерений механического напряжения // В мире неразрушающего контроля. 2017. Т. 20, № 3. С. 58–61.
8. *Лобашев А.А.* Измерение механического напряжения: задачи и перспективы // Неразрушающий контроль и диагностика. Белорусский электронный центр "Наука", 2018. Т. 4. URL: http://science.by/nauka/78/812/
9. *Andronov I.V.* Generalized Point Models in Structural Mechanics. Singapore; NewJersey; London; HongKong, WorldScientific, 2002. 275 p.

Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет, НИИ физики им. В.А. Фока, Санкт-Петербург (*Андронов И.В.*)

Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева, Санкт-Петербург (*Лобашев А.А.*)

Инжиниринговая компания "ТЕСИС", подразделение в Санкт-Петербурге, Санкт-Петербург (*Петров А.Ю.*)

Инжиниринговая компания "ТЕСИС", Москва (*Тропкин С.Н.*)

Контакты*: Андронов Иван Викторович*, i.andronov@spbu.ru

Материал поступил в редакцию 26.01.2021

ISSN 0868–5886 NAUCHNOE PRIBOROSTROENIE, 2021, Vol. 31, No. 2, pp. 52–65

MODELING OF THE STANDARD MACHINE TO REPRODUCE FIELDS OF MECHANICAL STRESSES

I. V. Andronov[1], A. A. Lobashev[2], A. Yu. Petrov[3], S. N. Tropkin[4]

[1]*St. Petersburg State University, V.A. Fock Institute in Physics, Russia*
[2]*D.I. Mendeleyev Institute for Metrology VNIIM, St. Petersburg, Russia*
[3]*Engineering company TESIS, Department in St. Petersburg, Russia*
[4]*Engineering company TESIS, Moscow, Russia*

The paper concerns the problem of practical measurement of mechanical stresses in industrial objects. The signal dependencies of different nondestructive testing devices on the stresses are discussed. Results of numerical modeling of the mechanical stresses that can be reproduced by the suggested standard machine are presented. A number of questions that should be solved to turn nondestructive testing into the measurements of mechanical stresses is discussed.

Keywords: nondestructive testing, tensor of mechanical stress, standard machine

INTRODUCTION

At present, in industry and technology, the experimental determination of mechanical stresses belongs to the field called "non-destructive testing" [1]. "Control" is a qualitative rather than a quantitative characteristic. Now, with the use of non-destructive testing devices, it is possible to determine areas in industrial facilities in which stresses are increased — stress concentration zones. But modern industry urgently requires precisely "measurements" — the determination of the values of mechanical stresses in absolute units of megapascals (MPa) with a reliable determination of an error.

Mechanical stress is analogous to pressure in a solid body. Pressure has long been practically measurable: there is a huge number of manometers, standards that reproduce the unit of pressure in different ranges, as well as the State Standard. But that's all for liquids and gases. But for a solid there are only a few non-destructive testing devices that can be used to register mechanical stresses. And currently the main problem is the fact that there is no necessary metrological infrastructure for measuring stresses — no standard machine, no sets of standard samples, no State Standards.

Mechanical stress is a tensor-valued field $\sigma_{ik}(\mathbf{x})$. A symmetric tensor of the second rank σ_{ik} has 6 independent components [2], $\mathbf{x}$ is a three-dimensional vector of coordinates of points of a rigid body. The task of measuring mechanical stresses, as it is necessary for the industry, is to determine the absolute values of all components of the stress tensor in MPa of the monitored object.

APPROACHES TO THE PROBLEM OF MECHANICAL STRESS MEASUREMENT

For a number of years, beginning in 2009 [3], the D.I. Mendeleyev Institute for Metrology VNIIM carried out experimental work on the calibration of non-destructive testing devices on metal samples provided by various Russian industrial enterprises. The samples were located in a power machine, which is a part of the set of installations of the State Primary Standard of the Unit of Force, on which force is reproduced in the range of up to 2 meganewtons (MN). The samples were in the form of flat plates, in the central region of which a constant stress, uniaxial along the x axis, was created

$$\sigma_{xx}(x) = \sigma_{xx} = \sigma = \frac{F}{S},$$

where F is the specified force, S is the area of the rectangular cross-section of the sample, the rest of the stress tensor components are equal to zero. The sensor of the device was pressed against the surface of the sample in its central region, the device measured a certain value of f.

For the ИН-5101А ultrasonic device [4, 5], the signal f is time (in microseconds, μs) of arrival of ultrasonic pulses of three different polarizations reflected from the opposite side of the plate — two transverse and one longitudinal. Fig. 1 shows a linear relationship between the instrument signal and stress. Here and on the following graphs, the experimental data presented were processed by the linear regression method after subtracting the readings of the device $f(0)$ at zero specified stress.

Fig. 1. Dependence of the readings f of the ИН-5101А instrument (in μs) on the stress σ [MPa]. Straight line 1 corresponds to ultrasonic waves with transverse polarization along the main stress axis, 2 — transverse polarization with orientation perpendicular to the main axis, 3 — waves with longitudinal polarization

Fig. 2. Dependence of the Barkhausen noise intensity f recorded by the Introscan device on the stress σ [MPa]. Curve 1 — orientation of the device sensor along the main stress axis, 2 — crosswise orientation of the sensor

Fig. 3. Dependence of the readings of the StressVision device f (in arbitrary units) on the stress σ [MPa]. Straight lines 1, 3 — sensor orientation in the direction of the main stress axis; curves 2, 4 — sensor orientation is perpendicular to the direction of the main stress axis; 1, 2 — setting the device to a thin layer; 3, 4 — setting the device to a thick layer

The principle of operation of the Introscan device is based on the dependence of the Barkhausen noise intensity on the mechanical stress in magnetic mate rials [6]. The experimental data of the dependence (f is the intensity of the Barkhausen noise) are better approximated by the cubic polynomial, see Fig. 2. Nonlinear dependence is a characteristic of magnetic phenomena.

The readings of the Stress Vision device are related to the magnitude of the magnetic anisotropy arising under the influence of mechanical stress. Fig. 3 shows that the experimental points correspond to the average value of the signal f due to the measurements in 9 points in the central region of the sample. With a parallel orientation of the sensor, the scatter of the experimental points for a given sample material is quite large, therefore, a linear regression dependence is constructed. For transverse orientation of the transducer, the points are superiorly approximated by a cubic curve. The device can be adjusted to a thick sample layer of 6 mm or on a thin layer of 3 mm from the surface. This affects how deeply the probing pulse penetrates into the sample and, accordingly, from which area the response signal is coming out, carrying information about the stress. The signal from a thin near-surface layer strongly depends on the properties of the metal surface, possibly subjected to milling or lathe turning, and therefore has significant residual stresses.

Analysis of the data obtained in the numerous experiments (graphs in Figs. 1–3 are shown only as typical illustrations), reveals that the readings of the devices essentially depend on the material: the chemical composition and grade of steel, on the surface treatment (milling, lathe turning), on the technology of creating sample (rolling, forging, hardening) and possibly other parameters. For uniaxial stress in the samples on which the experiments were carried out, there is a strong dependence of the readings of the instruments on the orientation of the sensor relative to the main stress axis.

The task of calibrating instruments is to construct calibration curves $\sigma(f)$. Accordingly, the curves shown in Fig. 1–3 must be reversed. This operation is ambiguous. It turns out that in some cases even the sign is indefinite, i.e. compression is indistinguishable from stretching. Thus, the lower curves in Fig. 3 correspond to tension when the sensor is oriented perpendicular to the main stress axis. And similar curves arise when the sensor is oriented parallel to the main axis, but when the sample is compressed.

Calibration of the device in the laboratory, experiments in the laboratory are not an end in themselves. The task is to measure stresses in industrial facilities. And in real industrial facilities it is not known a priori in which direction the main stress axis is directed. And, accordingly, in which direction the device sensor should be oriented. And with different orientations of the sensor, different readings can be obtained and, as noted above, even of different signs.

Moreover, there are no guarantees that stress in the investigated industrial object would be uniaxial. In general, the stress tensor has 6 independent components, with three independent components on the surface. Therefore, if a device is calibrated for uniaxial stress in a laboratory, but stress is biaxial in a real industrial facility, then it is not clear how to interpret the readings of the device.

In real facilities, the dependence of stress on the spatial coordinates x can be quite strong. When the plate is bent or in the vicinity of weld seams, stresses vary greatly at distances of the order of a cen-

timeter but the specific dimensions of the gauges are several centimeters. Therefore, during measurements, the stress field is averaged over a certain characteristic volume determined by the design of the device sensor.

Thus, it is necessary to develop and create an experimental machine, which would create mechanical stresses in the samples of a fairly general type. To study the effects of averaging, it is necessary to reproduce inhomogeneous stress fields $\sigma_{ik}(x)$. in an experimental machine.

Measurements of stresses in gas pipelines are of great practical interest. Thus, the stresses in a large-diameter pipe under a given pressure were determined by the acousto-elastic method using the ИН-5101А instrument. The difference between experimentally obtained stresses and theoretically calculated ones for a pipe of a given radius and thickness is about 5% [5]. The cylindrical geometry of the pipe identifies two major stress axes. But this is a special case of biaxial stresses, although extremely important in practice. In addition, in the case of a pipe, the directions of the two principal axes of the stress tensor are known a priori.

An experimental machine for creating biaxial stress was created in Belarus [6] to calibrate the Introscan device. It reproduces biaxial tensile stress in cross-shaped specimens. In the central region of a sample, the stress field is constant. This is sufficient for devices based on the Barkhausen noise, since the stress signal is being removed from a thin surface layer of the sample. The same is true for devices based on the effect of magnetic anisotropy. But for the ultrasonic IN-1051A, the constant, albeit biaxial, stress is insufficient, since the entire thickness of the sample contributes to the recorded signal — the contributions from stresses are summed over the thickness. In this case, the dependence of the stress field on the coordinates x is essential.

Hence, the requirements for the future standard machine arise: the machine must create any stress field in a sample, that can be in a real industrial object. If this is not the case, and some fields on the machine would not be reproduced, as is the case in [3], where only uniaxial stresses are created, then the calibration of instruments on such setups is not permissible [7], since it will lead to unpredictable results in terms of real objects.

In [7, 8], the design of a standard machine, that satisfies the above requirements, was proposed. The machine is a set of hydraulic power pistons that transmit a given force vector to each of the four corners of the sample in the form of a square plate through the fastening devices. The standard machine is designed to accomplish the following tasks:

• Laboratory simulation of stress fields that can arise in real industrial structures and objects, and the process of measuring the reproduced tensor-valued stress fields with various devices for non-destructive testing

• Calibration of instruments designed to measure mechanical stress.

The next section is devoted to numerical modeling of stress fields with the use of this machine.

MODELING A STANDARD POWER MACHINE TO CREATE A MECHANICAL STRESS FIELD

So, stresses are created in standard samples in the form of a square plate (Fig. 4) in the machine. The working area in which stresses are created is the central region of a plate, which can be approximately considered as an elastic layer. The surfaces of this layer are stress-free, i.e. they run

$$\sigma_{zz} = 0, \quad \sigma_{xz} = 0, \quad \sigma_{yz} = 0.$$

Therefore, the values of these components of the stress tensor are close to zero in the sample thickness too. We will assume that these components of the stress tensor are small and do not significantly affect the results in any measured structures. The remaining three components of the stress tensor — σ_{xx}, σ_{yy} and σ_{xy} — can be reproduced in the central region of the sample. Since, within the framework of the linear theory of deformation of an isotropic elastic body, mechanical stresses are determined by the applied forces and do not depend on the elastic characteristics of the material [2], it is convenient to use the forces applied to the sample rather than the displacements that determine the deformation as the cause of stresses in the sample. According to Saint-Venant's principle, balanced stresses fall off sharply with distance, which makes it possible not to control the way the forces are applied, which is determined by the particular way of attaching the power pad to the sample.

Fig. 4. Standard sample layout

Fig. 5. Distribution of stresses in the sample.
Solid line — σ_{xx}, dashed line — σ_{yy}, dotted line — σ_{xy}.

As such, you can take, for example, a bolted connection through a hole in the corner of the plate. So, it is proposed to use the power machine that allows arbitrary forces to be applied to the four corners of the plate. The system of forces, obviously, must be balanced, i.e. have a resultant equal to zero. Consequently, 4 forces (12 scalar components) are applied to the sample, and 6 balance conditions are imposed on them. In total, we have 6 arbitrary values. Is it possible, by varying these quantities, to reproduce all components of the stress tensor? To answer this question, a numerical simulation was performed using the Abaqus software package.

Obviously, the larger the plate size is, the larger the working area is. However, large specimens are difficult and expensive to manufacture and difficult to handle (due to their weight). It is necessary to create significant stresses in the samples, comparable to the elastic limit or even yield strength of materials, that is important for the calibration of devices, since it is necessary to determine the stress-strain states of objects, close to possible destruction, in practice. For this, it is necessary to apply great forces to the samples, which, in turn, leads to an increase in the machine size, its capacity, and, accordingly, cost.

The optimal, in our opinion, is a plate with a size of 25 × 25 cm. For such dimensions, as shown by calculations (see Fig. 5), the size of the working area, determined by the requirement of deviation of stress values by no more than 1%, is about 5–7 cm.

All possible configurations of forces, taking into account symmetry, are reduced to three ones, shown in Fig. 6, a, b, c. Since only configuration (a) causes the plate to bend, option (d) was also added, in which torques are applied to the corners of the plate. The results of calculations of the stress state caused by the action of forces of 1 kg are given in the Appendix in Tab. 1, 2 and 3 for plates with a thickness of h = 5, 20 and 50 mm, respectively.

Fig. 6. Configurations of forces (a), (b), (c) and moments (d)

Note that configuration (a) admits an exact solution within the framework of the theory of thin plates [9]. The problem of plate bending is posed as follows: the displacement of the midsurface satisfies the biharmonic equation

$$\Delta^2 w = 0, \quad x, y \in \left(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right).$$

The edges of the plate are free from shearing forces and bending moments:

$$F(x, -L/2) = F(x, L/2) = 0,$$
$$M(x, -L/2) = M(x, L/2) = 0, \quad x \in (-L/2, L/2),$$
$$F(-L/2, y) = F(L/2, y) = 0,$$
$$M(-L/2, y) = M(L/2, y) = 0, \quad y \in (-L/2, L/2).$$

For forces F and moments M on a straight edge, the following formulas are valid [9]:

$$F = -D\left(\frac{\partial \Delta w}{\partial n} + (1-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial \nu \partial s^2}\right),$$
$$M = D\left(\Delta w - (1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right),$$

where $D = Eh^3 \big/ \left(12\left(1-\nu^2\right)\right)$ is the cylindrical stiffness, E is Young's modulus, ν is Poisson's ratio, (n, s) — the normal and tangent to the edge. Loading at the corners of the plate can be described in terms of angle forces:

$$F_c\left(\pm\frac{L}{2}, \pm\frac{L}{2}\right) = D(1-\nu)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial n \partial s}\right] = F_a,$$
$$F_c\left(\pm\frac{L}{2}, \mp\frac{L}{2}\right) = -F_a.$$

Here, square brackets denote the jump in value when passing from one edge to another through the angle of the plate.

Note that the function

$$w(x, y) = cxy \tag{1}$$

satisfies both the equation and the boundary conditions. In this case, the angle forces are

$$F_c = \pm 2D(1-\nu).$$

Then we find

$$c = \frac{6(1+\nu)}{Eh^3} F_a.$$

Deformations, corresponding to displacements w, are determined by the formulas

$$u_x \approx -\frac{\partial w}{\partial x} z, \quad u_y \approx -\frac{\partial w}{\partial y} z, \quad u_z \approx w.$$

Then solution (1) will correspond to the stress

$$\sigma_{xy} = -6F_a h^{-3} z.$$

For a plate with a thickness of h = 5 mm, the model of a thin plate has values σ_{xy} on the surface equal to ± 120 MPa, which is consistent with calculation (see Appendix, Tab. 1) with an error less than 1%. For a plate with h = 20 mm, respectively, we obtain values ± 75 MPa, which differs from the calculation by 4%.

Based on the performed calculations, it can be indicated that the components σ_{xz}, σ_{yz} and σ_{zz} are negligible in all loading cases and for all specimens. Loading systems (b) and (c) make it possible to reproduce the values of the remaining tensor components, which are almost uniformly distributed over the plate thickness, and loads (a) and (d) serve to create stresses linearly distributed over the thickness. Along with options (c) and (d), we also introduce into consideration the loads rotated by 90°, which we will denote (c') and (d'). The corresponding stress values obviously differ from the stresses under loading (c) and (d) by the substitution and change of the sign of. Thus, within the framework of the linear theory of elasticity, the values of the stress tensor components arising under a given combination of loads are determined by the formulas

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1 & a_3 & a_2 \\ a_4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_b \\ F_c \\ F_{c'} \end{pmatrix}. \tag{2}$$

The matrix coefficients in (2) are taken from the table corresponding to a sample of a given thickness. So, a_1 is value σ_{xx} in the block (b) of the corresponding table 1, 2 or 3, a_2 is value σ_{xx} in the block (c), a_3 is value σ_{yy} in the block (c) and a_4 is value σ_{xy} in the block (b). In a similar way, stresses linearly distributed over the thickness of the plate are determined by the force vector $(F_a, F_d, f_{d'})^{\mathrm{T}}$ by the formulas

$$\begin{pmatrix} \partial\sigma_{xx}/\partial z \\ \partial\sigma_{yy}/\partial z \\ \partial\sigma_{xy}/\partial z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a_5 & a_6 \\ 0 & a_6 & a_5 \\ a_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_a \\ F_d \\ F_{d'} \end{pmatrix}.$$

By reversing (2) and (3), it is easy to obtain the forces that must be applied to create the required stresses:

$$\begin{aligned} &F_d = C_1 \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial z} + C_2 \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial z}, \quad F_{d'} = C_2 \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial z} + C_1 \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial z}, \\ &F_c = C_3\sigma_{xx} + C_4\sigma_{yy} - C_5\sigma_{xy}, \\ &F_{c'} = C_4\sigma_{xx} + C_3\sigma_{yy} - C_5\sigma_{xy}, \\ &F_b = C_6\sigma_{xy}, \quad F_a = C_7 \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial z}. \end{aligned} \tag{3}$$

Coefficients C_j depend on the thickness of the plate; their values, calculated from the simulation results, are shown in the table.

CONCLUSION

The studies carried out show that the available non-destructive testing devices can measure only quite certain types of stress state of mechanical structures. Thus, ИН-5101А is not sensitive to stresses arising from bending deformations, and StressVision measures only the difference in principal stresses in the sample. Therefore, to reliably measure all components of the stress tensor, apparently, it is necessary to use
a combination of devices, which must previously be calibrated, and for such a calibration, a more advanced power unit is needed, the model of which was proposed in [7, 8] and calculated in this article. In addition to the power unit itself, it is necessary to provide for the creation of a set (a kind of library) of reference samples. In this article, we have limited ourselves to samples of the simplest rectangular shape.

Values of the coefficients in the formula (3)

h	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
5 mm	22.612	1.992	1.445	0.155	0.854	0.854	1.682
20 mm	22.826	1.998	6.689	−0.295	3.415	3.408	6.977
50 mm	23.524	0.672	38.76	−23.35	8.560	8.610	19.506

However, since real structures can consist of beams of various profiles (channel, I-beam, round or rectangular pipe, etc.), the corresponding reference samples will probably also be needed. Note that modern software packages, similar to the Abaqus used in this research, make it possible to calculate the stress state of such samples and methods of loading them with an accuracy sufficient to solve problems associated with creating a standard machine, reproducing mechanical stresses and calibrating.

APPENDIX

Tab. 1. Stress tensor components (kPa) in central region of 5 mm sample

Tab. 2. Stress tensor components (kPa) in central region of 20 mm sample

Tab. 3. Stress tensor components (kPa) in central region of 50 mm sample

REFERENCES

1. *V mire nerazrushajushhego kontrolja* [In the world of non-destructive testing], 2018, vol. 21, no. 1. (In Russ.).
2. Lur'e A.I. *Teorija uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 940 p. (In Russ.).
3. Ostrivnoy A.F., Ivanov S.Yu., Vengrinovich V.L., et al. [Mechanical stress reference device and transition from stress non-destructive evaluation to its measurement]. *Kontrol'. Diagnostika* [Testing. Diagnostics], 2011, vol. 6, pp. 44–51. (In Russ.).
4. Nikitina N.E. *Akustouprugost'. Opyt prakticheskogo primenenija* [Acustoelastic. Practical experience]. Nizhnij Novgorod, TALAM Publ., 2005. 208 p. (In Russ.).
5. Nikitina N.Y., Kamyshev A.V., Smirnov V.A., et al. [Determination of axial and circumferential stresses in the wall of a closed tube via an ultrasonic method using the acoustoelasticity effect]. *Defektoskopija* [Russian Journal of Nondestructive Testing], 2006, vol. 3, pp. 49–54. (In Russ.).
6. Vengrinovich V.L., Vintov D.A., Prudnikov A.N., et al. [Features of measurement of stresses and deformations in ferromagnets by the Barkgausen noise]. *Kontrol'. Diagnostika* [Testing. Diagnostics]. 2017, vol. 8, pp. 10–17. (In Russ.). DOI: 10.14489/td.2017.08.pp.010-017
7. Ostrivnoy A.F., Lobashev A.A. [Metrological assurance of mechanical stress measurements]. *V mire nerazrushajushhego kontrolja* [In the world of non-destructive testing], 2017, vol. 20, no. 3, pp. 58–61. (In Russ.). DOI: 10.12737/article_599da5c4e84b48.20152207
8. Lobashev A.A. [Measuring mechanical stress: challenges and perspectives]. *Nerazrushajushhij kontrol' i diagnostika. Belorusskij jelektronnyj centr "Nauka"* [Nondestructive testing and diagnostics. Belarusian Electronic Center "Science"], 2018, vol. 4. URL: http://science.by/nauka/78/812/ (In Russ.).
9. Andronov I.V. Generalized Point Models in Structural Mechanics. Singapore, NewJersey, London, HongKong, WorldScientific, 2002. 275 p.

Contacts: *Andronov Ivan Viktorovich,*
i.andronov@spbu.ru

Article received by the editorial office on 26.01.2021