
**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ПРИБОРОСТРОЕНИИ**

УДК 537.533.7, 537.534.7, 681.2.084

© А. С. Бердников, Н. К. Краснова, К. В. Соловьёв,
А. Г. Кузьмин, С. В. Масюкевич, Ю. А. Титов, 2019**О НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ИЗОТРАЕКТОРНЫХ
ЭЛЕКТРОННО- И ИОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Электрические и магнитные поля, обеспечивающие движение заряженных частиц с априорно известными целевыми свойствами, являются полезным инструментом для разработки электронно-оптических и ионно-оптических систем специального вида. В данной работе исследуются элементарные пути обобщения изотраекторных электронно- и ионно-оптических систем А.А. Матышева, у которых при движении в меняющемся во времени электрическом и/или магнитном поле траектория заряженной частицы не зависит от модуля начальной скорости в начальный момент времени $t = 0$. Основным полученным результатом состоит в расширенной трактовке принципа изотраекторности, который, по-видимому, должен теперь включать в себя не только траектории заряженных частиц, зависящие от массы частицы и не зависящие от ее начальной скорости, но и траектории заряженных частиц, которые зависят от начальной кинетической энергии (произведения массы на квадрат скорости) либо начального модуля импульса (произведения массы и скорости), но не от массы и начальной скорости по отдельности. Показано, что зависимость траектории от начальной кинетической энергии обеспечивается электростатическим полем, линейно растущим во времени магнитным полем или их наложением друг на друга. Показано, что зависимость траектории от начального импульса обеспечивается магнитостатическим магнитным полем, электрическим полем, меняющимся во времени по закону $E \sim 1/t$, или их комбинацией. Кроме того, показано, что изотраекторным движением является движение заряженных частиц в электрических полях, меняющихся во времени как $E \sim 1/t^2$, и/или магнитных полях, меняющихся во времени как $B \sim 1/t$ (т.е. для классических изотраекторных систем) в присутствии нейтрального газа, обеспечивающего для движения ионов в газовой среде эффект эквивалентного вязкого трения по закону Стокса, когда рассеяние ионов при столкновении с нейтральными молекулами газа происходит в соответствии с сечением столкновения для модели твердых сфер.

Кл. сл.: электрические поля, магнитные поля, изотраекторные системы, принципы подобия в оптике заряженных частиц

ВВЕДЕНИЕ

Целью данной работы является перенос на более широкий класс систем законов подобия траекторий, установленных для нерелятивистского движения заряженных частиц в изотраекторных электронно- и ионно-оптических системах А.А. Матышева, которые характеризуются электромагнитными полями, меняющимися во времени по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-2}$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-1}$.

Принципы подобия для нерелятивистского движения заряженных частиц в электрических и магнитных полях давно и с большим успехом применяются в оптике заряженных частиц. Например, хорошо известно, что если пропорционально масштабировать начальные координаты старта заряженных частиц и размеры электростатической оптической системы (куда, в частности, входят расположение и форма электродов системы), сохраняя при этом неизменными начальные углы старта, начальные кинетические энергии

и потенциалы, приложенные к электродам¹, то заряженные частицы будут двигаться по пропорционально масштабированным траекториям [1–10]. Точно также, если с одинаковым коэффициентом пропорциональности уменьшить начальные кинетические энергии заряженных частиц и потенциалы, приложенные к электродам, но при этом сохранить в неизменном виде размеры электростатической системы и положение/форму электродов, а также начальные координаты и начальные углы старта заряженных частиц, то заряженные частицы будут двигаться по тем же самым траекториям, хотя и в ином временном масштабе [1–10].

Другой полезный результат состоит в том, что траектория заряженной частицы в электростатическом поле зависит от ее начальной кинетической

¹ Следует обратить внимание, что при этом из-за изменения расстояний между электродами пропорциональным образом изменится напряженность электрических полей в рассматриваемой системе.

энергии. А именно, если сохранить начальные координаты, начальные углы и начальную кинетическую энергию, но при этом произвольным образом изменять массу m и начальную скорость v заряженной частицы так, чтобы величина $K = mv^2/2$ осталась прежней, то геометрическая траектория, по которой движется заряженная частица, останется той же самой, хотя временной масштаб движения при этом изменится [1–10]. Аналогичное утверждение справедливо для движения заряженной частицы в магнитостатическом поле, где геометрическая форма траектории определяется начальным модулем импульса $P = mv$ [1–10].

В меньшей степени известны соотношения подобия траекторий в электростатических и магнитостатических полях, однородных по Эйлера [11, 12], которые позволяют создавать эффективно работающие энергоспектрографы и масс-спектрографы [13–18]. Наконец известно (см. публикации А.А. Матышева [19, 20]), что если заряженная частица движется в электромагнитном поле, меняющемся по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-2}$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-1}$ (где как электрическая компонента, так и магнитная компонента могут обращаться в ноль), то для такой системы геометрическая форма траектории заряженной частицы не зависит от ее начальной скорости в момент старта $t = 0$. Однако нужно заметить, что в таких системах траектория меняется существенным образом при изменении массы заряженной частицы.

Системы общего вида, у которых геометрическая форма траектории не зависит от модуля начальной скорости, получили от автора этого направления электронной и ионной оптики название изотраекторных [19, 20]. Хотя сами по себе частные случаи электрических полей, меняющихся по закону $\mathbf{E} \sim t^{-2}$, предлагались для практического использования достаточно давно [21–26], но именно публикации [27–36], по всей видимости, стали первыми, в которых теория изотраекторных электронно- и ионно-оптических систем была рассмотрена в полном объеме и в наиболее общей форме. Здесь особо стоит выделить публикацию [27], в которой общий принцип изотраекторности впервые был обнаружен публично.

Определенную трудность при практической реализации изотраекторных систем представляет аппаратная реализация развертки электрического поля во времени в соответствии с законом $\mathbf{E} \sim t^{-2}$. Однако, например, в [37] показан конструктивный способ, как можно аппроксимировать с высокой точностью эту временную зависимость с помощью суперпозиции нескольких экспоненциально затухающих временных сигналов, каждый из которых

достаточно просто может быть реализован средствами аналоговой электроники.

Другой особенностью является необходимость старта заряженных частиц в начальный момент времени $t = 0$ из бесполевого пространства (дрейфового промежутка) и соответствующая прохождению заряженных частиц через дрейфовый промежуток задержка в реализации точного закона развертки электрического и магнитного полей. В противном случае электрическое поле и магнитное поле, меняющиеся по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-2}$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-1}$, обязаны принимать бесконечно большие значения в момент старта $t = 0$, что является технически нереализуемым.

В настоящее время задача реализации сколь угодно сложных законов развертки во времени для квазистатических электрических и магнитных полей, в том числе и зависимостей вида $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-2}$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-1}$, может быть успешно решена с помощью цифровой техники (компьютеров или специализированных микропроцессоров). Достаточно полный обзор достигнутых на настоящий момент полезных практических результатов, относящихся к теории изотраекторных систем, можно найти в [38].

ТРАЕКТОРИИ, МАСШТАБИРОВАННЫЕ ПО ВРЕМЕНИ ДВИЖЕНИЯ

Пусть заданы меняющиеся во времени электрическое поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и магнитное поле $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$. Нерелятивистские уравнения движения заряженных частиц имеют вид

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) = \frac{e}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) + \frac{e}{mc} [\dot{\mathbf{r}}(t) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}(t), t)], \quad (1)$$

где $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ — меняющиеся во времени декартовы координаты частицы; t — время; $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ — меняющаяся во времени напряженность электрического поля; $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ — меняющаяся во времени индукция магнитного поля; c — множитель, зависящий от выбранной системы единиц; m — масса частицы; e — заряд частицы. Для упрощения рассуждений будем считать заряд частиц постоянным и использовать термин "масса" в значении "массовое число".

Рассмотрим частный случай, когда электрическое и магнитное поля меняются во времени по степенному закону, каждый со своим показателем степени: $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) t^k$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) t^s$.

Может ли масштабированная по времени движения функция $\mathbf{R}(t) = \mathbf{r}(\varepsilon t)$, где $\mathbf{r}(t)$ — решение уравнения (1), быть решением уравнения (1) для частиц с массами $m' = \mu m$?

Ответ на этот вопрос будет положительным, если масштабирующие множители ε , μ и показатели степени k , s выбраны так, что

$$\varepsilon^2 = \varepsilon^{-k} \mu^{-1} = \varepsilon^{-s+1} \mu^{-1}. \quad (2)$$

Действительно, т.к. $\dot{\mathbf{R}}(t) = \varepsilon \dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t)$ и $\ddot{\mathbf{R}}(t) = \varepsilon^2 \ddot{\mathbf{r}}(\varepsilon t)$, то при условии справедливости соотношений (2) выполняется равенство

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}}(t) - \frac{e}{\mu m} \mathbf{E}_0(\mathbf{R}(t)) t^k - \frac{e}{\mu m c} [\dot{\mathbf{R}}(t) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{R}(t)) t^s] &= \\ = \varepsilon^2 \ddot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) - \frac{e}{\mu m} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}(\varepsilon t)) \frac{(\varepsilon t)^k}{\varepsilon^k} - & \\ - \frac{e}{\mu m c} \left[\varepsilon \dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}(\varepsilon t)) \frac{(\varepsilon t)^s}{\varepsilon^s} \right] &= \\ = \varepsilon^2 \ddot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) - \frac{1}{\mu \varepsilon^k} \frac{e}{m} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}(\varepsilon t)) (\varepsilon t)^k - & \\ - \frac{1}{\mu \varepsilon^{s-1}} \frac{e}{m c} \left[\dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}(\varepsilon t)) (\varepsilon t)^s \right] &= \\ = \varepsilon^2 \left(\ddot{\mathbf{r}}(\tau) - \frac{e}{m} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}(\tau)) \tau^k - \frac{e}{m c} \left[\dot{\mathbf{r}}(\tau) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}(\tau)) \tau^s \right] \right). & \quad (3) \end{aligned}$$

Равенство (3) означает, что когда выполнены условия (2), функции $\mathbf{R}(t)$ и $\mathbf{r}(t)$ одновременно оказываются решениями соответствующих уравнений движения.

Из соотношения (2) следует, что когда присутствуют и электрическое, и магнитное поля, показатели степени для степенных зависимостей изменения полей во времени должны быть согласованы друг с другом: $s - k = 1$. Если присутствует только электрическое поле, достаточно выполнения условия $\varepsilon^2 = \varepsilon^{-k} \mu^{-1}$, а если присутствует только магнитное поле, достаточно выполнения условия $\varepsilon^2 = \varepsilon^{-s+1} \mu^{-1}$.

Для упрощения дальнейших выкладок будем обозначать показатель степени для магнитного поля как $s \equiv k + 1$ даже в том случае, когда электрического поля нет. В этом случае соотношения (2) принимают унифицированный вид: $\varepsilon^{k+2} = 1/\mu$. Первичными параметрами, однозначным образом определяющими траекторию $\mathbf{R}(t)$, являются ко-

эффициент масштабирования времени ε и коэффициент масштабирования массы μ .

Полезно также ввести вспомогательные коэффициенты масштабирования: коэффициент масштабирования кинетической энергии $\gamma = \mu \varepsilon^2$, коэффициент масштабирования модуля импульса $\chi = \mu \varepsilon$, коэффициент масштабирования модуля скорости $g = \varepsilon$. Как легко видеть, у масштабированной по времени траектории $\mathbf{R}(t) = \mathbf{r}(\varepsilon t)$ модуль скорости, кинетическая энергия и модуль импульса масштабируются пропорциональным образом для синхронизированных моментов времени.

При необходимости коэффициенты масштабирования γ , χ либо g могут заменять собой коэффициент масштабирования по времени. Тем самым эти параметры станут первичными коэффициентами масштабирования, в то время как коэффициент масштабирования ε окажется зависимым (вычисляемым) параметром.

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ УСЛОВИЯ ИЗОТРАЕКТОРНОСТИ

Такая замена делает удобным анализ законов подобия для движения заряженных частиц в электрических и магнитных полях, меняющихся во времени по степенному закону. Поскольку у масштабированной траектории кинетическая энергия, модуль импульса и модуль начальной скорости меняются пропорциональным образом вдоль всей траектории, то точно такая же пропорциональность соблюдается и для начальных условий, с которыми заряженная частица начинает движение. При этом у масштабированного решения $\mathbf{R}(t) = \mathbf{r}(\varepsilon t)$ начальные координаты, начальные углы, а также момент старта $t = 0$ остаются прежними, и только начальный модуль скорости или начальная кинетическая энергия, или начальный модуль импульса оказываются варьируемым параметром.

Однако начальные условия однозначным образом определяют дальнейшую траекторию движения. Поэтому, если начальные условия для заряженной частицы вычислены сообразно закону масштабирования траектории $\mathbf{R}(t) = \mathbf{r}(\varepsilon t)$, то и вся траектория заряженной частицы, соответствующая таким начальным условиям, неизбежным образом совпадет с искусственным образом сконструированной траекторией, масштабированной по времени движения в ε раз и удовлетворяющей масштабированным ньютоновским уравнениям движения.

При $k = -2$ условие (2) приводится к виду $\mu = 1$, откуда следует, что в этом случае для выполнения подобия траекторий пучок ионов, который получается при масштабировании времени движения вдоль исходной траектории с помощью переменного коэффициента масштабирования, обязан быть мономассовым (например, состоять из электронов, протонов, позитронов). При этом на коэффициент масштабирования ε не накладываются никаких ограничений, так что при любом масштабировании модуля начальной скорости $g = \varepsilon$ мономассовые заряженные частицы будут двигаться вдоль все той же геометрической траектории $\mathbf{r}(t)$, но только в своем собственном масштабе времени. Этот случай в точности соответствует классическим изотраекторным системам А.А. Матышева, энциклопедически полно исследованным в его публикациях [19, 20].

При $k \neq -2$ условие (2) приводится к виду $\varepsilon = \mu^{-1/(k+2)}$, откуда следует, что $\gamma = \mu\varepsilon^2 = \mu^{k/(k+2)}$. Поэтому при $k = 0$ пучок ионов, порождаемый с помощью масштабирования базовой траектории, обязан быть моноэнергетическим. То есть в электростатическом поле, или в линейно растущем магнитном поле, или в комбинированном поле, получаемом при наложении таких полей друг на друга, частицы с постоянными начальными кинетическими энергиями будут двигаться по одной и той же геометрической траектории, хотя и в разном масштабе времени. Для электростатического поля данное утверждение является хорошо известным и отчасти тривиальным. В случае линейно растущего со временем магнитного поля и в случае суперпозиции электростатического поля и линейно растущего со временем магнитного поля полученный результат является своеобразным дополнением к уже имеющемуся семейству классических изотраекторных систем [19, 20].

При $k \neq -2$ из условия (2) дополнительно следует соотношение $\chi = \mu\varepsilon = \mu^{(k+1)/(k+2)}$. Поэтому при $k = -1$ пучок ионов, порождаемый при масштабировании времени движения у базовой траектории, обязан иметь фиксированный импульс. Тогда в магнитостатическом поле или в меняющемся во времени по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(r)t^{-1}$ электрическом поле, или в комбинированном поле, получаемом при наложении таких полей друг на друга, частицы с одинаковыми начальными импульсами (но при этом, возможно, с разными массами и, соответственно, разными скоростями) будут двигаться по одной и той же геометрической траектории. Как и выше, но уже в отношении магнитостатического поля это утверждение является хорошо известным и отчасти тривиальным. В

случае меняющегося по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(r)t^{-1}$ электрического поля и в случае суперпозиции такого электрического поля и магнитостатического поля полученный результат является еще одним дополнением к имеющемуся семейству классических изотраекторных систем [19, 20].

В общем случае при $k \notin \{0, -1, -2\}$ требование (2), которое гарантирует, что частицы с разными массами и разными начальными скоростями будут двигаться по той же самой траектории, приводит к необходимости согласовывать между собой массы частиц и их начальные скорости (начальные кинетические энергии, начальные модули импульса) в соответствии с некоторым искусственным законом, не имеющим наглядной физической трактовки. По-видимому, с практической точки зрения подобные системы не слишком интересны либо их интересность определяется не принципом подобия траекторий, а какими-либо дополнительными любопытными свойствами.

Чисто формально можно ввести для $k \neq -2$ обобщенный коэффициент масштабирования $\chi_n = \mu\varepsilon^n = \mu^{(k-n+2)/(k+2)}$ (где n может быть произвольным вещественным числом, а в важном частном случае $\chi_1 = \chi$ и $\chi_2 = \gamma$). При $k = n - 2$ соотношение подобия траекторий (2) приводят к условию $\chi_n = 1$. Это означает, что геометрическая форма траектории заряженной частицы при выборе $k = n - 2$ полностью определяется произведением массы на n -ю степень модуля начальной скорости в момент старта $t = 0$. Следовательно, если в таком электромагнитном поле изменять массу m и начальную скорость v заряженной частицы так, чтобы величина $K_n = mv^n$ оставалась прежней, то геометрическая траектория, по которой движется заряженная частица, останется той же самой (хотя временной масштаб движения при этом изменится).

ИЗОТРАЕКТОРИИ В СРЕДЕ НЕЙТРАЛЬНОГО ГАЗА

Наконец, в заключение рассмотрим изотраекторное движение заряженных частиц в среде нейтрального газа. Если давление газа не слишком мало, то эффект многочисленных упругих столкновений ионов с молекулами нейтрального газа можно с хорошей точностью заменить на эффективную силу сопротивления движению иона сквозь газ, действующую по закону вязкого трения.

Сила вязкого трения \mathbf{F}_{st} характеризуется коэффициентом Стокса Γ_{st} , устанавливающим соот-

ношение пропорциональности $\mathbf{F}_{st} = -\Gamma_{st} \cdot (\dot{\mathbf{r}}(t) - \mathbf{v}_g)$ между силой сопротивления движению заряженной частицы сквозь газ и мгновенной скоростью движения заряженной частицы относительно неподвижной газовой среды (где $\dot{\mathbf{r}}(t)$ — это скорость заряженных частиц в лабораторной системе координат в рассматриваемой точке пространства, \mathbf{v}_g — это скорость упорядоченного потока нейтрального газа в лабораторной системе координат в рассматриваемой точке пространства). В общем случае коэффициент Стокса будет нелинейным образом зависеть от макроскопической скорости "протаскивания" заряженной частицы сквозь неподвижный газ, а также будет определяться локальными свойствами газа (давлением, температурой, составом) в рассматриваемой точке пространства. Конкретный вид закона нелинейной зависимости от модуля скорости для коэффициента Стокса устанавливается выбранной моделью столкновений — точнее, модельным сечением рассеяния ионов в процессе их столкновения с молекулами нейтрального газа [39, 40].

В случае, когда скорость заряженных частиц относительно неподвижного газа ощутимо больше тепловой скорости молекул газа, в рамках модели столкновений по закону твердых сфер можно считать, что коэффициент вязкого трения строго пропорционален модулю скорости движения заряженной частицы в неподвижной газонаполненной среде: $\Gamma_{st} \approx \Gamma_0 \cdot |\dot{\mathbf{r}}(t) - \mathbf{v}_g|$. В этой формуле $\dot{\mathbf{r}}(t)$ — это скорость заряженных частиц в лабораторной системе координат в рассматриваемой точке пространства в рассматриваемый момент времени; \mathbf{v}_g — это скорость упорядоченного потока нейтрального газа в лабораторной системе координат в рассматриваемой точке пространства в рассматриваемый момент времени; Γ_0 — это множитель, опосредованным образом характеризующий сечение столкновения заряженных частиц с молекулами нейтрального газа [41, 42] и зависящий от состава газа, а также от давления (плотности) и температуры газа в рассматриваемой точке пространства в рассматриваемый момент времени.

Если предположить, что для рассматриваемого газа рассеяние ионов при столкновении с нейтральными молекулами достаточно хорошо описывается моделью твердых сфер (что в большинстве случаев находится в хорошем согласии с экспериментальными данными), а сам газ в лабораторной системе координат является неподвижным, то классический принцип изотраекторности, соответствующий выбору $\mu = 1$, $k = -2$, сохраняется в неприкосновенности. Это следует из цепочки соотношений:

$$\begin{aligned} & \ddot{\mathbf{R}}(t) - \frac{e}{\mu m} \mathbf{E}_0(\mathbf{R}(t)) t^k - \frac{e}{\mu m c} [\dot{\mathbf{R}}(t) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{R}(t)) t^s] - \\ & - \frac{1}{\mu m} \Gamma_0 (|\dot{\mathbf{R}}(t) - \mathbf{v}_g(\mathbf{R}(t), t)|) \dot{\mathbf{R}}(t) = \\ & = \varepsilon^2 \ddot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) - \frac{e}{\mu m} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}(\varepsilon t)) \frac{(\varepsilon t)^k}{\varepsilon^k} - \\ & - \frac{e}{\mu m c} \left[\varepsilon \dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}(\varepsilon t)) \frac{(\varepsilon t)^s}{\varepsilon^s} \right] - \\ & - \frac{1}{\mu m} \Gamma_0 (|\dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t)|) \varepsilon \dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) = \\ & = \varepsilon^2 \ddot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) - \frac{1}{\mu \varepsilon^k m} e \mathbf{E}_0(\dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t)) (\varepsilon t)^k - \\ & - \frac{1}{\mu \varepsilon^{s-1} m c} e \left[\dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) \times \mathbf{B}_0(\dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t)) (\varepsilon t)^s \right] - \\ & - \frac{\varepsilon^2}{\mu m} \Gamma_0 |\dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t)| \dot{\mathbf{r}}(\varepsilon t) = \\ & = \varepsilon^2 \left(\ddot{\mathbf{r}}(\tau) - \frac{e}{m} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}(\tau)) \tau^k - \right. \\ & \left. - \frac{e}{m c} [\dot{\mathbf{r}}(\tau) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}(\tau)) \tau^s] - \frac{1}{m} \Gamma_0 |\dot{\mathbf{r}}(\tau)| \dot{\mathbf{r}}(\tau) \right), \end{aligned} \quad (4)$$

откуда следует, что при любом значении параметра ε вектор-функции $\mathbf{R}(t) = \mathbf{r}(\varepsilon t)$ и $\mathbf{r}(t)$ одновременно либо являются, либо не являются решениями ньютоновских уравнений движения, когда выполнены соотношения $\mu = 1$, $k = -2$, $s = -1$.

НОВАЯ ФОРМУЛИРОВКА ПРИНЦИПА ИЗОТРАЕКТОРНОСТИ

Таким образом, принцип изотраекторности для нерелятивистских электронно- и ионно-оптических систем, в которых можно пренебречь квантово-механическими эффектами (например, волновыми свойствами движения электронов), имеет смысл расширить, чтобы включить в него следующие случаи.

1. Электронно- и ионно-оптические системы, в которых траектория заряженной частицы, стартовая в момент времени $t = 0$ из заданной начальной точки под заданными углами вылета, зависит от массы², но не зависит от начальной скорости (изотраекторность по А.А. Матышеву). В этих системах электрическое и/или магнитное

² Точнее, от отношения массы к заряду.

поля меняются по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-2}$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-1}$. К этому же классу относятся системы, в которых электрическое и/или магнитное поля меняются по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-2}$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-1}$, а движение заряженных частиц осуществляется не в вакууме, а в тормозящей среде, когда движение заряженных частиц газовой среде, когда эффект от ее воздействия при достаточно больших скоростях с хорошей точностью описывается законом вязкого трения с коэффициентом Стокса, пропорциональным модулю скорости частицы.

2. Электронно- и ионно-оптические системы, в которых геометрическая форма траектории заряженной частицы, стартующей в момент времени $t = 0$ из заданной начальной точки под заданными углами вылета, зависит от начальной кинетической энергии (т.е. от произведения массы на квадрат модуля начальной скорости), но не зависит от массы и начальной скорости по отдельности. В этих системах электрическое и/или магнитное поля меняются по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot t$.

3. Электронно- и ионно-оптические системы, в которых геометрическая форма траектории заряженной частицы, стартующей в момент времени $t = 0$ из заданной начальной точки под заданными углами вылета, зависит от начального модуля импульса (т.е. от произведения массы на модуль начальной скорости), но не зависит от массы и начальной скорости по отдельности. В этих системах электрическое и/или магнитное поля меняются по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{-1}$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r})$.

4. Электронно- и ионно-оптические системы, в которых геометрическая форма траектории заряженной частицы, стартующей в момент времени $t = 0$ из заданной начальной точки под заданными углами вылета, зависит от произведения массы на степень модуля начальной скорости $K_n \sim mv^n$ (где n может быть произвольным вещественным числом как положительным, так и отрицательным), но не зависит от массы и начальной скорости по отдельности. В этих системах электрическое и/или магнитное поля меняются по закону $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{n-2}$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot t^{n-1}$.

В ситуации, когда электрическое либо магнитное поля должны меняться во времени по степенному закону $\sim t^k$ с отрицательным показателем степени $k < 0$ (т.е. обращаться в бесконечность в момент старта $t = 0$), движение заряженной частицы должно быть двухэтапным. Система должна включать в себя начальное дрейфовое бесполево пространство, в котором стартуют заряженные частицы, и собственно область с электри-

ческим и магнитным полями, управляющими движением заряженных частиц. С этой целью А.А. Матышев вводит дополнительную константу t_0 запуска изотраекторного импульсного электромагнитного поля, которая достаточно мала, чтобы заряженные частицы преодолели дрейфовый промежуток, но еще не попали в собственно полевую область. Точный закон $f(t)$ изменения электрического или магнитного поля может иметь, например, вид

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq t \leq t_0, \\ (t/t_0)^k & \text{при } t > t_0. \end{cases} \quad (5)$$

Особым случаем является, когда старт частицы по необходимости начинается прямо в области поля (это типично для спектрографов, использующих электрические и магнитные поля, однородные по Эйлера [11, 12]), однако в точке старта напряженность электрического поля и/или индукция магнитного поля в точности равны нулю и крайне малы в ее малой окрестности. В этом случае развертка электрического и/или магнитного полей во времени в соответствии с законом (5) приводит, конечно же, к искажению идеального движения заряженных частиц старого по заданной траектории. Однако ожидается, что это искажение будет достаточно мало в силу равенства электромагнитного поля нулю в точке старта. Указанное искажение может быть сведено к абберационной поправке, в первом порядке пропорциональной величине временной задержки t_0 . Как именно следует оптимальным образом выбирать значение временной задержки и можно ли хотя бы отчасти скомпенсировать указанную абберационную поправку, варьируя закон изменения импульсного электромагнитного поля на временном интервале $0 \leq t \leq t_0$, требует отдельного исследования для каждой конкретной системы.

ВЫВОДЫ

Электрические, магнитные и комбинированные поля, меняющиеся во времени по степенному закону и обеспечивающие выполнение принципа изотраекторности в его расширенной формулировке, могут являться основой для построения импульсных электронно- и ионно-оптических систем, которые будут обладать интересными аналитическими свойствами. Изложенные выше представления являются первым шагом к разработке техники синтеза таких систем и хорошо согласуются с современными техническими и технологическими возможностями. Высокий уровень современной технологии позволяет создавать электроды

и магнитные полюса сложной трехмерной формы, а управление электрическими напряжениями на электродах и электрическими токами в катушках от компьютеров и микропроцессоров позволяет реализовывать практически произвольные законы изменения во времени у квазистатических электрических и магнитных полей, что делает данные идеи практически реализуемыми.

Данная работа частично выполнена в рамках НИР 0074-2019-0009, входящей в состав Гос. задания № 075-00780-19-02 Министерства науки и высшего образования Российской Федерации для ИАП РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брюхе Е., Шерцер О. Геометрическая электронная оптика. Л.: Лениздат, 1943. 496 с.
2. Рустерхольц А. Электронная оптика. Основы теоретической электронной оптики. М.: Изд-во иностранной литературы, 1952. 263 с.
3. Страшкевич А.М. Электронная оптика электростатических полей, не обладающих осевой симметрией. М.: Физматгиз, 1959. 251 с.
4. Зинченко Н.С. Курс лекций по электронной оптике. 2-е изд. Харьков: Изд-во ХГУ, 1961. 362 с.
5. Страшкевич А.М. Электронная оптика электростатических систем. М.—Л.: Энергия, 1966. 328 с.
6. Кельман В.М., Явор С.Я. Электронная оптика. 3-е изд. Л.: Наука, 1968. 486 с.
7. Вольник Г. Оптика заряженных частиц. СПб.: Энергоатомиздат, 1992. 280 с.
8. Силадьи М.Н. Электронная и ионная оптика. М.: Мир, 1990. 639 с.
9. Хокс П., Каснер Э. Основы электронной оптики. Т. 1: Основы геометрической оптики. М.: Мир, 1993. 552 с.
10. Yavor M.I. Optics of charged particle analyzers. Elsevier, 2009. 373 p.
11. Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Обобщенный принцип подобия и его применение в электронной спектрографии // Прикладная физика. 2007. № 2. С. 5–11.
12. Аверин И.А., Бердников А.С., Галль Н.Р. Принцип подобия траекторий при движении заряженных частиц с разными массами в однородных по Эйлери электрических и магнитных полях // Письма в Журнал технической физики. 2017. Т. 43, № 3. С. 39–43. DOI: 10.1134/S106378501702002X
13. Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Теория синтеза электростатических энергоанализаторов. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2010. 409 с.
14. Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Электрические поля, однородные по Эйлеру, для электронной спектрографии // Журнал технической физики. 2011. Т. 81, № 2. С. 9–15.
15. Краснова Н.К. Теория и синтез диспергирующих и фокусирующих электронно-оптических сред. Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. СПб., 2013. 259 с.
16. Бердников А.С., Аверин И.А. Новый подход к разработке ионно-оптических схем статических масс-спектрографов на основе неоднородных магнитных полей, однородных по Эйлеру // Успехи прикладной физики. 2016. Т. 4, № 1. С. 89–95.
17. Бердников А.С., Аверин И.А., Голиков Ю.К. Статические масс-спектрографы нового типа, использующие электрические и магнитные поля, однородные по Эйлеру. I. Общий принцип и однокаскадные схемы // Масс-спектрометрия. 2015. Т. 12, № 4. С. 272–281.
18. Бердников А.С., Аверин И.А., Голиков Ю.К. Статические масс-спектрографы нового типа, использующие электрические и магнитные поля, однородные по Эйлеру. II. Условия двойной фокусировки высокого порядка у двухкаскадной схемы // Масс-спектрометрия. 2016. Т. 13, № 1. С. 11–20.
19. Матышев А.А. Корпускулярная оптика изотраекторных систем. Дис. ... д-ра. физ.-мат. наук. СПб., 1997. 321 с.
20. Матышев А.А. Изотраекторная корпускулярная оптика. СПб.: Наука, 2000. 375 с.
21. Oron M., Paiss Ye. A dynamic mass spectrometer for the study of laser-produced plasmas // Review of Scientific Instruments. 1973. Vol. 44, no. 9. P. 1293–1296. DOI: 10.1063/1.1686373
22. Chowdhury S.S., Clement R.M., Miles H.T. Ion energy analyzer for laser-produced plasma // Journal of Physics E: Scientific Instruments. 1980. Vol. 13, no. 10. P. 1099–1105. DOI: 10.1088/0022-3735/13/10/014
23. Paiss Ye., Oron M. The mass separation and collection of ions having large angular and energy spreads emitted from pulsed plasma sources // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 1981. Vol. 185. P. 7–11. DOI: 10.1016/0029-554X(81)91187-3
24. Tsui Y.Y., Fedosejevs R., Offenberger A.A. Single shot charge analyzer for laser-produced plasma studies // Review of Scientific Instruments. 1995. Vol. 66, no. 1. P. 148–153. DOI: 10.1063/1.1145248
25. Белов М.Е., Быковский Ю.А., Грузинов А.Е., Лагода В.Б. Электродинамический масс-спектрометр для многоканального анализа лазерной плазмы // ПТЭ. 1993. Т. 36, № 2. С. 113–119.
26. Eicher J., Rohr K., Weber H. An electrodynamic coaxial spectrometer for multichannel plasma pulse analysis // Journal of Physics E: Scientific Instruments. 1983. Vol. 16, no. 9. P. 903–908. DOI: 10.1088/0022-3735/16/9/019
27. Матышев А.А. Об одной обратной задаче корпускулярной оптики // Тезисы докладов IX Всесоюзного семинара по методам расчета электронно-оптических систем. Ташкент, 1988. С. 76.
28. Матышев А.А. Динамика потоков дипольных частиц в скрещенных полях с ИФПС // Сборник научных трудов "Физические аспекты методов контроля и управления свойствами поверхности твердого тела". Труды ЛПИ № 429. Л., 1989. С. 67–69.
29. Матышев А.А. Плоский конденсатор как идеальная отклоняющая система импульсных потоков заряженных частиц // Тезисы докладов X Всесоюзного семинара по методам расчета электронно-оптических систем. Львов, 1990. С. 59.
30. Матышев А.А. О возможности идеальной пространственной фокусировки импульсных потоков заряжен-

- ных частиц // Сборник научных трудов "Физика и диагностика компонентов и активных сред электроники". Труды ЛГТУ № 436. Л., 1991. С. 61–63.
31. Grunze M., Matyshev A. Beschreibung eines Verfahrens zur Messung der Energie, Massen- und Winkelverteilung von gepulsten strahlengeladenen Tilchen. Deutsches Patent DE 4317872A1. 1993.
 32. Матышев А.А. Новый метод импульсного масс-спектрального анализа // Журнал технической физики. 1997. Т. 67, № 1. С. 83–87.
 33. Матышев А.А. Об изотраекторной динамике импульсных потоков // Журнал технической физики. 1997. Т. 67, № 5. С. 99–102.
 34. Matyshev A.A. Ion focusing properties of an isotrajectory quadrupole lens pair // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 1999. Vol. 427, no. 1-2. P. 288–291.
 35. Matyshev A.A. Isotrajectory dynamics as a new field of corpuscular optics // Fourth All-Russian Seminar on Problems of Theoretical and Applied Electron Optics. Proceedings of SPIE. 2000. Vol. 4187. P. 42–50. DOI: 10.1117/12.394160
 36. Matyshev A.A. A method to derive corpuscular optics identities as a consequence of the static character of fields // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2006. Vol. 558, no. 1. P. 40–43. DOI: 10.1016/j.nima.2005.11.010
 37. Clement R.M., Miles H.T. Generation of t^2 voltage pulses for ion analysers // Journal of Physics E: Scientific Instruments. 1983. Vol. 16, no. 5. P. 377–381. DOI: 10.1088/0022-3735/16/5/004
 38. Аксим Д.А. Изотраекторные корпускулярно-оптические системы с устраненными пространственно-временной и сферической абберациями. URL: <http://elib.spbstu.ru/dl/2/v18-1075.pdf/en/info>
 39. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. (Серия "Теоретическая физика", том X.) Изд. 2-е. М.: Физматлит, 2007. 536 с.
 40. Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. Курс теоретической физики. Т. 2. Квантовая механика. Квантовая статистика и физическая кинетика. М.: Наука, 1971. 936 с.
 41. Курнин И.В., Явор М.И. Особенности транспортировки ионных пучков в газонаполненных радиочастотных квадруполях на промежуточных значениях давления // Журнал технической физики. 2009. Т. 79, № 9. С. 112–119.
 42. Курнин И.В., Явор М.И. Модель движения в вязкой среде со статистической диффузией для расчета динамики ионов в плотном газе и сильных электрических полях // Научное приборостроение. 2015. Т. 25, № 3. С. 29–34.
URL: <http://iairas.ru/mag/2015/abst3.php#abst4>

**Институт аналитического приборостроения РАН,
г. Санкт-Петербург** (Бердников А.С., Соловьёв К.В.,
Кузьмин А.Г., Масюкевич С.В., Титов Ю.А.)

**Санкт-Петербургский Политехнический Университет
Петра Великого** (Краснова Н.К., Соловьёв К.В.)

Контакты: Бердников Александр Сергеевич,
asberd@yandex.ru

Материал поступил в редакцию 30.09.2019

ON NON-RELATIVISTIC ISOTRAJECTORY ELECTRON AND ION OPTICAL SYSTEMS

A. S. Berdnikov¹, N. K. Krasnova², K. V. Solovyev^{1,2}, A. G. Kuzmin¹,
S. V. Masyukevich¹, Yu. A. Titov¹

¹*Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint Petersburg, Russia*

²*Peter The Great Saint Petersburg Polytechnic University, Russia*

Electric and magnetic fields, providing the movement of charged particles with *a priori* known useful properties, are a useful tool to create electron-optical and ion-optical systems of a special type. In this paper, we study simple ways of generalizing isotrajectory systems developed by A.A. Matyshev where the motion of charged particles in a changing in time electric and/or magnetic field produces the trajectory which does not depend on initial velocity modulus specified at initial time moment $t = 0$. The main result is a generalization of the principle of isotrajectivity which should include the trajectories of charged particles independent of the initial energy, and the trajectories of charged particles independent of the initial momentum modulus. It is shown that dependence from the initial kinetic energy is ensured by an electrostatic field, a magnetic field linearly increasing in time, or by their superposition. Similarly, dependence from the initial momentum modulus is provided by a magnetostatic magnetic field, an electric field varying in time according to the law $E \sim 1/t$, or or by their superposition. Additionally, it is shown that the motion of charged particles in electric fields that change in time like $E \sim 1/t^2$, and / or magnetic fields that change in time like $B \sim 1/t$ (that is, for classical isotrajectory systems) in the presence of a neutral gas which provides effective gas friction corresponding to ion scattering following a hard spheres collision cross section, is also an isotrajectory system.

Keywords: electric fields, magnetic fields, isotrajectory systems, similarity principles in charged particle optics

REFERENCES

1. Brüche E., Scherzer O. *Geometrische Elektronenoptik: Grundlagen und Anwendungen*. Springer, 1934. 332 p. (Russ. ed.: Brueche E., Scherzer O. *Geometricheskaya elektronnaya optika*. Leningrad, Lenizdat Publ., 1943. 496 p.).
2. Rusterholz A. *Elektronenoptik. I. Grundzüge der theoretischen Elektronenoptik*. Un vol. in-8°. Verlag Birkhäuser, Basel, 1950. 249 p. (Russ. ed.: Rusterholz A. *Elektronnaya optika. Osnovy teoreticheskoy elektronnoj optiki*. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1952. 263 p.).
3. Strashkevich A.M. *Elektronnaya optika elektrostatischeskih polej, ne obladayushchih osevoj simmetriiej* [Electronic optics of electrostatic fields without axial symmetry]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 251 p. (In Russ.).
4. Zinchenko N.S. *Kurs lekcij po elektronnoj optike. 2-e izd* [Lecture course in electron optics. 2nd ed.]. Kharkov, KhGU Publ., 1961. 362 p. (In Russ.).
5. Strashkevich A.M. *Elektronnaya optika elektrostatischeskih sistem* [Electron optics of electrostatic systems]. Moscow—Leningrad, Energy Publ., 1966. 328 p. (In Russ.).
6. Kel'man V.M., Yavor S.Ya. *Elektronnaya optika. 3-e izd*. [Electron optics. 3rd ed.]. Leningrad, Nauka Publ., 1968. 486 p. (In Russ.).
7. Wollnik H. *Optics of Charged Particles*. Orlando, Elsevier, Academic Press, 1987. 293 p. (Russ. ed.: Volnik G. *Optika zaryazhennyh chastic*. St. Petersburg, Energoatom-izdat Publ., 1992. 280 p.).
8. Szilágyi M. *Electron and ion optics*. New York, Plenum Press, 1988. 539 p. (Russ. ed.: Siladyi M.N. *Elektronnaya i ionnaya optika*. Moscow, Mir Publ., 1990. 639 p.). DOI: 10.1007/978-1-4613-0923-9
9. Hawkes P.W., Kasper E. *Principles of Electron Optics*. Vol. 1. Elsevier, Academic Press, 1989. 551 p. (Russ. ed.: Hoks P., Kasper E. *Osnovy elektronnoj optiki. Tom 1: Osnovy geometricheskoy optiki*. St. Petersburg, Moscow, Mir Publ., 1993. 552 p.).
10. Yavor M.I. *Optics of charged particle analyzers*. Elsevier, 2009. 373 p.
11. Golikov Yu.K., Krasnova N.K. [Generalized similarity principle and its application in electronic spectrography]. *Prikladnaya fizika* [Applied Physics], 2007, no. 2, pp. 5–11. (In Russ.).
12. Averin I.A., Berdnikov A.S., Gall N.R. [The principle of similarity of trajectories for the motion of charged particles with different masses in electric and magnetic fields that are homogeneous in Euler terms]. *Pisma v Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Technical Physics Letters], 2017, vol. 43, no. 2, pp. 156–158. DOI: 10.1134/S106378501702002X (In Russ.).
13. Golikov Yu.K., Krasnova N.K. *Teoriya sinteza elektrostatischeskih energoanalizatorov* [Theory of designing of electrostatic energy analyzers]. Saint-Petersburg, Saint-Petersburg Polytechnic University Publ., 2010. 409 p. (In Russ.).

14. Golikov Yu.K., Krasnova N.K. [Application of electric fields uniform in the Euler sense in electron spectrography]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Technical Physics], 2011, vol. 81, no. 2, pp. 9–15. (In Russ.).
15. Krasnova N.K. *Teoriya i sintez dispergiruyushchih i fokusiruyushchih elektronno-opticheskikh sred.* Diss. dr. techn. nauk [Theory and synthesis of dispersing and focusing electron optical media. Dr. Sci. diss.]. St. Petersburg, 2013. 259 p. (In Russ.).
16. Berdnikov A.S., Averin I.A. [A new approach to development of ion-optical systems for static mass spectrographs on the basis of the non-uniform Euler's homogeneous magnetic fields]. *Uspekhi Prikladnoi Fiziki* [Advances in Applied Physics], 2016, vol. 4, no. 1, pp. 89–95. (In Russ.).
17. Berdnikov A.S., Averin I.A., Golikov Yu.K. [Static mass spectrometers of new type, using Euler's homogeneous electric and magnetic fields. I. General principle and single-stage systems]. *Mass-spektrometriya* [Mass spectrometry], 2015, vol. 12, no. 4, pp. 272–281. (In Russ.).
18. Berdnikov A.S., Averin I.A., Golikov Yu.K. [Static mass spectrographs of a new type using Euler's homogeneous electric and magnetic fields. II: conditions of high-order double focusing for two-cascade schemes]. *Mass-spektrometriya* [Mass spectrometry], 2016, vol. 13, no. 1, pp. 11–20. (In Russ.).
19. Matyshev A.A. *Korpuskulyarnaya optika izotraektornykh sistem.* Diss. dr. fiz.-mat. nauk [Corpuscular optics of isotrajectory systems. Dr. Sc. diss.]. St. Petersburg, 1997. 321 p. (In Russ.).
20. Matyshev A.A. *Izotraektornaya korpuskulyarnaya optika* [Isotrajectory charged particle optics]. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000. 375 p. (In Russ.).
21. Oron M., Paiss Ye. A dynamic mass spectrometer for the study of laser-produced plasmas. *Review of Scientific Instruments*, 1973, vol. 44, no. 9, pp. 1293–1296. DOI: 10.1063/1.1686373
22. Chowdhury S.S., Clement R.M., Miles H.T. Ion energy analyzer for laser-produced plasma. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1980, vol. 13, no. 10, pp. 1099–1105. DOI: 10.1088/0022-3735/13/10/014
23. Paiss Ye., Oron M. The mass separation and collection of ions having large angular and energy spreads emitted from pulsed plasma sources. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 1981, vol. 185, pp. 7–11. DOI: 10.1016/0029-554X(81)91187-3
24. Tsui Y.Y., Fedosejevs R., Offenberger A.A. Single shot charge analyzer for laser-produced plasma studies. *Review of Scientific Instruments*, 1995, vol. 66, no. 1, pp. 148–153. DOI: 10.1063/1.1145248
25. Belov M.E., Bykovskii Yu.A., Gruzinov A.E., Lagoda V.B. [Electrodynamic mass spectrometer for multichannel analysis of a laser plasma]. *PTE* [Instruments and Experimental Techniques], 1993, vol. 36, no. 2, pp. 113–119. (In Russ.).
26. Eicher J., Rohr K., Weber H. An electrodynamic coaxial spectrometer for multichannel plasma pulse analysis. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1983, vol. 16, no. 9, pp. 903–908. DOI: 10.1088/0022-3735/16/9/019
27. Matyshev A.A. [About one inverse task of particulate optics]. *Tezisy dokladov IX Vsesoyuznogo seminaru po metodam rascheta elektronno-opticheskikh sistem* [Abstracts of the IX All-USSR Seminar on Calculation Methods for Electron Optical Systems]. Tashkent, 1988, pp. 76. (In Russ.).
28. Matyshev A.A. [Dynamics of flows of dipole particles in crossed fields with IFPS]. *Sbornik nauchnykh trudov "Fizicheskie aspekty metodov kontrolya i upravleniya svojstvami poverhnosti tverdogo tela". Trudy LPI* [Proceedings of the Leningrad State Technical University], no. 429. Leningrad, 1989. 67–69 pp. (In Russ.).
29. Matyshev A.A. [Planar capacitor as an ideal deflecting system of impulse flows of charged particles]. *Tezisy dokladov X Vsesoyuznogo seminaru po metodam rascheta elektronno-opticheskikh sistem* [Abstracts of the X-th All-USSR Seminar on Calculation Methods for Electron-Optical Systems]. Lviv, 1990. 59 p. (In Russ.).
30. Matyshev A.A. [On the possibility of ideal spatial focusing of pulsed flows of charged particles]. *Sbornik nauchnykh trudov "Fizika i diagnostika komponentov i aktivnykh sred elektroniki". Trudy LGTU* [Proceedings of the Leningrad State Technical University]. Leningrad, 1991, no. 436, pp. 61–63. (In Russ.).
31. Grunze M., Matyshev A. *Beschreibung eines Verfahrens zur Messung der Energie, Massen- und Winkelverteilung von gepulsten strahlengeladenen Tilchen.* Deutsches Patent DE 4317872AI. 1993.
32. Matyshev A.A. [New method of pulsed mass spectrum analysis]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Technical Physics], 1997, vol. 67, no. 1, pp. 83–87. (In Russ.).
33. Matyshev A.A. [Equal-path dynamics of pulsed ion streams]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Technical Physics], 1997, vol. 67, no. 5, pp. 99–102. (In Russ.).
34. Matyshev A.A. Ion focusing properties of an isotrajectory quadrupole lens pair. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 1999, vol. 427, no. 1-2, pp. 288–291.
35. Matyshev A.A. Isotrajectory dynamics as a new field of corpuscular optics. *Fourth All-Russian Seminar on Problems of Theoretical and Applied Electron Optics. Proceedings of SPIE*, 2000, vol. 4187, pp. 42–50. DOI: 10.1117/12.394160
36. Matyshev A.A. A method to derive corpuscular optics identities as a consequence of the static character of fields. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2006, vol. 558, no. 1, pp. 40–43. DOI: 10.1016/j.nima.2005.11.010
37. Clement R.M., Miles H.T. Generation of t^2 voltage pulses for ion analysers. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1983, vol. 16, no. 5, pp. 377–381. DOI: 10.1088/0022-3735/16/5/004
38. Aksim D.A. *Izotraektornye korpuskulyarno-opticheskie sistemy s ustranennymi prostranstvenno-vremennoy i sfericheskoy aberratsiyami* [Isotrajectory corpuscular-optical systems with eliminated spatio-temporal and spherical aberrations]. URL: <http://elib.spbstu.ru/dl/2/v18->

- 1075.pdf/en/info (In Russ.).
39. Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. *Fizicheskaya kinetika*. Seriya "Teoreticheskaya fizika", tom X, izd. 2-e [Physical kinetics. Ser. "Landau and Lifshitz Course of Theoretical Physics", vol. 10]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007. 536 p. (In Russ.).
 40. Levich V.G., Vdovin Yu.A., Myamlin V.A. *Kurs teoreticheskoy fiziki. Tom 2. Kvantovaya mekhanika. Kvantovaya statistika i fizicheskaya kinetika* [Theoretical physics course. Vol. 2. Quantum mechanics. Quantum statistics and physical kinetics]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 936 p. (In Russ.).
 41. Kurnin I.V., Yavor M.I. [Ion beam transport in gas-filled radio-frequency quadrupoles at intermediate pressures]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Technical Physics], 2009, vol. 79, no. 9, pp. 112–119. (In Russ.).
 42. Kurnin I.V., Yavor M.I. [Model of motion in a viscous media with a statistic diffusion for calculation of ion dynamics in a dense gas and strong electric fields]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2015, vol. 25, no. 3, pp. 29–34. DOI:10.18358/np-25-3-i2934 (In Russ.).

Contacts: *Berdnikov Aleksandr Sergeevich*,
asberd@yandex.ru

Article received by the editorial office on 10.09.2019