ФИЗИКА ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

УДК 534.231+535.36

© Б. П. Шарфарец

О РАССЕЯНИИ ЗВУКА НА НЕУПРУГОМ ШАРЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО РАДИУСА. ФАКТОР ЭФФЕКТИВНОСТИ РАССЕЯНИЯ

Рассматривается рассеяние акустической волны на одиночном неупругом жидком шарике. Для вывода необходимых выражений используется математическая техника, характерная для теории рассеяния частиц. Приводятся выражения для поля и амплитуды рассеяния шарика, а также адаптированный к акустическому случаю принятый в оптике интегральный параметр рассеивателя — фактор эффективности рассеяния. Полученные результаты для одиночного включения при определенных условиях легко распространяются на ансамбли частиц, а фактор рассеяния может быть полезен при оценке суммарной интенсивности рассеянного поля при наличии в среде большого числа хаотично взвешенных включений. Приведены примеры расчета фактора эффективности рассеяния для конкретных параметров, которые сравниваются с оптическими аналогами. Полученные результаты могут быть полезны в теории и практике радиационного давления звука на ансамбли частиц.

Кл. сл.: амплитуда рассеяния, неупругий шар, сечение рассеяния, фактор эффективности рассеяния, ансамбль частиц

ВВЕДЕНИЕ

Теория рассеяния полей и частиц очень подробно разработана, и ее библиография насчитывает множество монографий и статей. Особенность теории рассеяния в том, что методы, разработанные в той или иной области ее применения, постепенно успешно востребуются в других ее областях. Такие термины, как "амплитуда рассеяния", "сечение рассеяния", "фактор эффективности рассеяния", "экстинкция", "оптическая теорема" и целый ряд других утвердились практически во всех подразделах теории рассеяния. Это позволяет говорить о теории рассеяния, как о единой теории, использующей сходные методы и в теории рассеяния волновых полей и в теории рассеяния частиц.

Ранее автор обращался к различным аспектам теории рассеяния (см., например, [1–5] и др.). Эта тема важна еще тем, что находит свое применение в различных прикладных задачах научного приборостроения, в частности, при расчете радиационного давления на одиночных частицах (см., например, [6–8]). Рассмотрение такой интегральной характеристики рассеянного поля, как фактор рассеяния, может существенно упростить изучение механизма силового воздействия звука не только на одиночные частицы, а и на их ансамбли.

Поле рассеяния неупругой сферы хорошо изучено. Так, еще в работе [9, §296], первое издание которой датируется 1879 г. рассматривается рассеяние плоской волны на жидкой сфере. В настоящей работе на примере расчета амплитуды акустического рассеяния на неупругом шаре применяется методика, принятая первоначально в квантовой механике (см., например, [10]), а затем рассчитывается фактор эффективности рассеяния этой сферы, принятый, например, в теории рассеяния света (см., например, [11–14] и др.).

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является получение методами, принятыми в квантовой механике, аналитического выражения для амплитуды рассеяния с последующим получением выражения для сечения рассеяния шарика и тем самым выражения для фактора эффективности рассеяния, используемого, в частности, в теории Ми [15] рассеяния электромагнитных волн на однородном шаре.

АМПЛИТУДА РАССЕЯНИЯ НЕУПРУГОГО ШАРА

В задачах акустического рассеяния в качестве первичной волны рассматривается плоская волна единичной амплитуды и нулевой фазы в начале координат, куда помещен рассеиватель. Вследствие наличия включения возникает поле рассеяния, которое в сумме с первичным полем образует результирующее поле. Полагаем, что первичное поле характеризуется парой $(\mathbf{v}_0, p_0)$, рассеянное — парой $(\mathbf{v}_s, p_s)$, а суммарное (результирующее) поле — парой $(\mathbf{v}, p)$. Здесь $\mathbf{v}$ — вектор колебательной скорости; p — акустическое давление; индексы 0 и s характеризуют соответственно первичное и рассеянное поля; величины без индексов характеризуют результирующее поле. При этом подразумевается, что

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_s, \qquad p = p_0 + p_s.$$

Задачу акустического рассеяния обычно рассматривают для случая идеальной жидкости в линейном приближении.

Пусть в жидкой среде, характеризуемой скоростью звука c и плотностью ρ, в начале координат расположен шарик радиусом a плотностью ρ_1 и скоростью звука c_1. Заметим, что в жидкой среде эти два параметра среды полностью определяют ее свойства, принимаемые в линейной акустике — сжимаемость и плотность. Дальнейшее изложение будет основано на переложении в акустическую область соответствующих квантово-механических результатов [10].

Формализуем задачу. Пусть шар занимает область Ω с центром в начале координат. Однородное пространство характеризуется парой (ρ, c), однородный шар — тройкой чисел (a, ρ_1, c_1). Тогда в случае гармонического поля с угловой частотой ω уравнение для звукового давления p запишется в виде (см., например, [1])

$$\Delta p + k^2 n^2(r) p = 0. \qquad (1)$$

Здесь (r, θ, φ) — сферические координаты; $k = \omega / c$ — волновое число среды; $k_1 = \omega / c_1$ — волновое число включения; $n = c / c_1$ — показатель преломления, в нашем случае

$$n = \begin{cases} c / c_1, & r \in [0, a); \\ 1, & r \in (a, \infty). \end{cases}$$

Таким образом, внутри шара уравнение (1) запишется так

$$\Delta \tilde{p} + k_1^2 \tilde{p} = 0.$$

Первичная плоская волна имеет вид $p_0 = e^{\mathrm{i}kz}$, которая в разложении по сферическим функциям имеет вид [10, с. 222]

$$p_0 = e^{\mathrm{i}kz} = e^{\mathrm{i}kr\cos\theta} = \frac{1}{kr}\sum_{l=0}^{\infty} \mathrm{i}^l (2l+1)\, \mathrm{j}_l(kr) P_l(\cos\theta), \qquad (2)$$

где $\mathrm{j}_l(kr)$ — сферические функции Бесселя[1)] (называемые также функциями Риккати—Бесселя) $\mathrm{j}_l(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\, \mathrm{J}_{l+1/2}(kr)$; $\mathrm{J}_{l+1/2}$ — цилиндрическая функция Бесселя полуцелого порядка; $P_l(\cos\theta)$ — полиномы Лежандра.

Найдем решение в области Ω. Радиальная составляющая решения $R(kr)$ в области Ω подчиняется уравнению [16, с. 433]

$$\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2 \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}r}\right) + \left[k_1^2 - \frac{l(l+1)}{r^2}\right] R = 0, \quad l = 0, 1, 2 \ldots$$

Конечное решение $R_l(kr)$ в ограниченной области Ω определяется в виде $R_l(k_1 r) = \mathrm{J}_{l+1/2}(k_1 r) / \sqrt{k_1 r}$, где $\mathrm{J}_{l+1/2}(k_1 r)$ — подчиняется уравнению

$$\frac{\mathrm{d}^2 \mathrm{J}_{l+1/2}(k_1 r)}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{J}_{l+1/2}(k_1 r)}{\mathrm{d}r} + \left[k_1^2 - \frac{(l+1/2)^2}{r^2}\right] \mathrm{d}\,\mathrm{J}_{l+1/2}(k_1 r) = 0.$$

В области Ω по аналогии с анзацем (2) и с выражением в [10, с. 223] решение запишем в виде

---

1) Обычно сферические функции Бесселя определяются так (см., например, [16, с. 433]) $\tilde{\mathrm{j}}_l(kr) = \sqrt{\pi / 2kr}\, \mathrm{J}_{l+1/2}(kr)$ с асимптотикой $\lim_{kr\to\infty} \tilde{\mathrm{j}}_l(kr) = \frac{1}{kr}\sin\left(kr - \frac{1}{2}\pi n\right)$. Представленная выше в тексте сферическая функция определена в [10] для удобства, т. к. при $kr \to \infty$ остается конечной с пределом $\sin\left(kr - \frac{1}{2}\pi n\right)$. Очевидно, что $\tilde{\mathrm{j}}_l(kr) = \mathrm{j}_l(kr)/(kr)$, и в этом случае (2) перепишется в виде $p_0 = \sum_{l=0}^{\infty} \mathrm{i}^l (2l+1)\, \tilde{\mathrm{j}}_l(kr) P_l(\cos\theta)$, что касается и всех последующих разложений, где фигурирует агрегат $\mathrm{j}_l(kr)/(kr)$.

$$\tilde{p} = \frac{1}{k_1 r}\sum_{l=0}^{\infty} \mathrm{i}^l (2l+1)\beta_l\, \mathrm{j}_l(k_1 r) P_l(\cos\theta) = \\ = \frac{1}{kr}\frac{k}{k_1}\sum_{l=0}^{\infty} \mathrm{i}^l (2l+1)\beta_l\, \mathrm{j}_l(k_1 r) P_l(\cos\theta),$$

где β_l — константы, определяемые краевыми условиями задачи рассеяния.

Вне сферы Ω решение записывается [10, с. 223]

$$p = p_0 + p_s = \frac{1}{kr}\sum_{l=0}^{\infty}\Big\{ \mathrm{i}^l (2l+1) \times \\ \times \Big[\mathrm{j}_l(kr) + \frac{1}{2}\alpha_l\, \mathrm{h}_l^{(1)}(kr)\Big] P_l(\cos\theta)\Big\}, \quad (3)$$

где p_s — давление в поле рассеяния; $\mathrm{h}_l^{(1)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\mathrm{H}_{l+1/2}^{(1)}(kr)$ — сферическая функция Риккати—Ханкеля первого рода;[2)] α_l — искомые коэффициенты.

На границе шара $r = a$ должны выполняться краевые условия для идеальной среды: равенство давлений на границе $r = a$ — $\tilde{p}\big|_{r=a} = p\big|_{r=a}$ и нормальных компонент скорости $\tilde{v}_r\big|_{r=a} = v_r\big|_{r=a}$, где $v_r = \frac{1}{\mathrm{i}\omega\rho}\frac{\partial p}{\partial r}$, а $\tilde{v}_r = \frac{1}{\mathrm{i}\omega\rho_1}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial r}$ (это следует из уравнения Эйлера $\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p$). Запишем эти условия.

Условие равенства давлений дает

$$\beta_l\, \mathrm{j}_l(k_1 a) = \frac{k_1}{k}\Big(\mathrm{j}_l(ka) + \frac{1}{2}\alpha_l\, \mathrm{h}_l^{(1)}(ka)\Big), \quad (4)$$

$l = 0,1,2,...,$

а условие равенства нормальных составляющих скоростей дает

$$\frac{1}{\rho_1}\beta_l \frac{\partial\, \mathrm{j}_l(k_1 r)}{\partial r}\Big|_{r=a} = \\ = \frac{1}{\rho}\frac{k_1}{k}\Big[\frac{\partial\, \mathrm{j}_l(kr)}{\partial r} + \frac{1}{2}\alpha_l \frac{\partial\, \mathrm{h}_l^{(1)}(kr)}{\partial r}\Big]\Big|_{r=a}, \quad (5)$$

$l = 0,1,2...$

Введем, следуя [10, с. 223], обозначение логарифмической производной применительно к функции $\mathrm{j}_l(k_1 r)$: $L_l = \left(\frac{\mathrm{d}\ln \mathrm{j}_l(k_1 r)}{\mathrm{d}\ln r}\right)_{r=a}$. С введением L_l пропадает необходимость определения констант β_l [10, с. 223], поскольку L_l от этих констант не зависят. После очевидных действий получаем

$$L_l = \left(\frac{\mathrm{d}\ln \mathrm{j}_l(k_1 r)}{\mathrm{d}\ln r}\right)_{r=a} = \left(\frac{r}{\mathrm{j}_l(k_1 r)}\frac{\mathrm{d}\, \mathrm{j}_l(k_1 r)}{\mathrm{d} r}\right)_{r=a} = \\ = \frac{k_1 a}{\mathrm{j}_l(k_1 a)}\mathrm{j}_l'(k_1 a) = \frac{x_1}{\mathrm{j}_l(x_1)}\mathrm{j}_l'(x_1),$$

$l = 0,1,2...,$

где $x_1 = k_1 a$, а $\mathrm{j}_l'(x_1)$ означает производную по $k_1 r$ в точке $x_1 = k_1 a$. Разделив левую часть (5) на левую часть (4) (при этом β_l сокращаются), получаем $\frac{1}{\rho_1 \mathrm{j}_l(k_1 a)}\frac{\partial \mathrm{j}_l(k_1 r)}{\partial r}\Big|_{r=a}$. После очевидных действий получаем

$$\frac{1}{\rho_1 \mathrm{j}_l(k_1 a)}\frac{\partial \mathrm{j}_l(k_1 r)}{\partial r}\Big|_{r=a} = \frac{k_1 a \mathrm{j}_l'(k_1 a)}{\rho_1 a \mathrm{j}_l(k_1 a)} = \frac{1}{\rho_1 a}L_l.$$

Окончательно после деления (5) на (4) получаем

$$L_l(x_1) = x\frac{\rho_1}{\rho}\frac{\mathrm{j}_l'(x) + \frac{1}{2}\alpha_l\, \mathrm{h}_l^{(1)\prime}(x)}{\mathrm{j}_l(x) + \frac{1}{2}\alpha_l\, \mathrm{h}_l^{(1)}(x)}, \quad (6)$$

$l = 0,1,2..., \quad x = ka.$

Здесь штрихи означают производную по kr. Из (6) получаем для α_l:

$$\alpha_l(x) = 2\frac{x\frac{\rho_1}{\rho}\mathrm{j}_l'(x) - L_l\, \mathrm{j}_l(x)}{L_l\, \mathrm{h}_l^{(1)}(x) - x\frac{\rho_1}{\rho}\mathrm{h}_l^{(1)\prime}(x)} = \\ = -2\frac{L_l\, \mathrm{j}_l(x) - x\frac{\rho_1}{\rho}\mathrm{j}_l'(x)}{L_l\, \mathrm{h}_l^{(1)}(x) - x\frac{\rho_1}{\rho}\mathrm{h}_l^{(1)\prime}(x)}, \quad (7)$$

$l = 0,1,2...$

Вводя обозначение $m = \frac{\rho_1}{\rho}$ для отношения плотности включения к плотности среды, получаем окончательно

[2)] См. предыдущую сноску по поводу функции $\mathrm{j}_l(kr)$.

$$\alpha_l(x) = -2\frac{L_l(x_1)\,\mathrm{j}_l(x) - xm\,\mathrm{j}_l'(x)}{L_l(x_1)\,\mathrm{h}_l^{(1)}(x) - xm\,\mathrm{h}_l^{(1)\prime}(x)}, \quad (7а)$$
$l = 0,1,2...$

Из сравнения (2) и (3) определяется поле рассеяния

$$p_s = \frac{1}{2}\frac{1}{kr}\sum_{l=0}^{\infty}\mathrm{i}^l(2l+1)\alpha_l\,\mathrm{h}_l^{(1)}(kr)P_l(\cos\theta). \quad (8)$$

Асимптотика функций $\mathrm{h}_l^{(1)}(kr)$ такова [10, с. 224]:

$$\lim_{kr\to\infty}\mathrm{h}_l^{(1)}(kr) = \mathrm{i}^{-(l+1)}e^{\mathrm{i}kr}. \quad (9)$$

Подстановка (9) в (8) и выделение коэффициента перед функцией $\frac{e^{\mathrm{i}kr}}{r}$ дает выражение для амплитуды рассеяния $f(\theta)$ (см. [10, с. 224])

$$f(\theta) = \frac{1}{2\mathrm{i}k}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\alpha_l P_l(\cos\theta), \quad (10)$$

все величины α_l в котором уже известны и приведены в (7).

Слагаемые $(2l+1)\alpha_l P_l(\cos\theta)$ характеризуют мультиполи l-го порядка; например, $l = 0,1,2$ отвечают соответственно монополю, диполю и квадруполю. Приведем для $l = 0,1,2$ выражения P_l: $P_0 = 1$, $P_1 = \cos\theta$, $P_2 = (3\cos^2\theta - 1)/2$.

СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ

Сечение рассеяния определяется отношением суммарного потока рассеянной звуковой энергии к интенсивности звука в падающей (первичной) волне. Найдем суммарный поток рассеянной звуковой энергии для рассматриваемого случая. Известно, что интенсивность или сила звука (как и интенсивность света) — это средняя по времени энергия, переносимая звуковой волной через единичную площадку, перпендикулярную к направлению распространения волны, в единицу времени. Для периодического звука усреднение производится либо за промежуток времени, больший по сравнению с периодом, либо за целое число периодов. Для плоской гармонической бегущей волны интенсивность звука I равна $I = \frac{|p|^2}{2\rho c}$, где p — амплитуда звукового давления, ρc — волновое сопротивление среды [17, с. 159].

Согласно (8)–(10) имеем для давления поля рассеяния в дальней волновой зоне $p_s \sim f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$. В дальней волновой зоне годится допущение о плоскости фронта волны, поэтому на сфере радиуса r интенсивность I равна $I_s = \frac{|p|^2}{2\rho c} = \frac{|f(\theta)|^2}{2\rho c r^2}$.[3)] Тогда суммарный поток рассеянной звуковой энергии получается интегрированием I_s по площади сферы S радиуса r

$$\int_S \frac{|f(\theta)|^2}{2\rho c r^2} r^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi = \frac{\pi}{\rho c}\int_0^{\pi}|f(\theta)|^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta.$$

Подставляя в последний интеграл выражение для $f(\theta)$ из (10) имеем

$$\frac{\pi}{\rho c}\int_0^{\pi}|f(\theta)|^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta = \\ = \frac{1}{4k^2}\frac{\pi}{\rho c}\int_0^{\pi}\left|\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\alpha_l P_l(\cos\theta)\right|^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta.$$

Учитывая ортогональность полиномов Лежандра на интервале $\theta \in [0,\pi]$,[4)] получаем окончательно для суммарного потока рассеянной звуковой энергии

$$\frac{1}{4k^2}\frac{\pi}{\rho c}\int_0^{\pi}\left|\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\alpha_l P_l(\cos\theta)\right|^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta = \\ = \frac{1}{4k^2}\frac{\pi}{\rho c}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)^2|\alpha_l|^2\frac{2}{(2l+1)} = \\ = \frac{1}{2k^2}\frac{\pi}{\rho c}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)|\alpha_l|^2.$$

Интенсивность первичной волны I_0 с учетом того, что амплитуда давления принималась $p_0 = 1$

[3)] Здесь и далее процедура $|p|^2$ означают pp^*, где p^* означает комплексное сопряжение величины p.

[4)] $\int_0^{\pi}P_l(\cos\theta)P_m(\cos\theta)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta = \delta_{lm}\frac{2}{2l+1}$,

где $\delta_{lm} = \begin{cases}0, & l \neq m,\\ 1, & l = m\end{cases}$ — дельта-символ Кронекера.

(см. (2)), равна $I_0 = \dfrac{1}{2\rho c}$. Тогда сечение рассеяния рассчитывается из отношения

$$\sigma_s(x) = \frac{\dfrac{1}{2k^2}\dfrac{\pi}{\rho c}\sum\limits_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left|\alpha_l\right|^2}{I_0} = $$
$$= 2\rho c\frac{1}{2k^2}\frac{\pi}{\rho c}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left|\alpha_l\right|^2 =$$
$$= \frac{\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left|\alpha_l\right|^2. \qquad (11)$$

Приведем выражение (11) к размерности площади, которую имеет величина сечения рассеяния. Поскольку величины α_l, являющиеся функцией от $x = ka$, безразмерны (см. (7а)), то стоящая в (11) сумма также является безразмерной. Выражая в (11) $k^2 = x^2 / a^2$, перепишем (11) в виде

$$\sigma_s(x) = \frac{\pi a^2}{x^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left|\alpha_l\right|^2. \qquad (11а)$$

В этом случае $\sigma_s(x)$ уже имеет размерность площади (величина $x = ka$ также является безразмерной).

Функция фактора эффективности рассеяния $K_s = \dfrac{\sigma_s}{\pi a^2}$, принятая ранее в теории Ми, записывается в безразмерном виде

$$K_s(x) = \frac{\sigma_s}{\pi a^2} = \frac{1}{x^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left|\alpha_l\right|^2 \qquad (12)$$

и может использоваться и в звуковом рассеянии при оценке интегральных свойств рассеивателя. Как видно из (12), величина $K_s(x) \geq 0$.

Таким образом, приведены точные выражения для оценки поля рассеяния на одиночном шарообразном включении при его облучении плоской гармонической звуковой волной. Следует ожидать, как и в случае рассеяния света, что результаты рассеяния на мелких нешарообразных включениях достаточно точно описываются приведенной теорией. Как и в случае рассеяния света, все приведенные выражения легко экстраполируются на случай наличия в первичном акустическом поле множества однотипных частиц. Так, если расстояния между шариками велики по сравнению с их радиусом, а локализованы они хаотично, то суммарная интенсивность рассеянного поля получается в виде суммы парциальных интенсивностей всех шариков (см. [18, с. 635] и др.).

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ФАКТОРА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАССЕЯНИЯ

Ниже на рис. 1 и 2 представлены результаты расчетов фактора эффективности акустического рассеяния для двух жидких шаров, помещенных в воздушную среду. Параметры среды характеризуются скоростью звука $c = 331$ м/с и плотностью $\rho = 1$ в относительных единицах (результирующие выражения зависят только от частного ρ / ρ_1, поэтому плотности можно задавать в относительных единицах); радиус шарика был принят $a = 10^{-4}$ м; скорость звука в материале шарика $c_1 = 500$ м/с; плотность шарика была принята $\rho_1 = 1.1$ (рис. 1) и $\rho_1 = 1.5$ (рис. 2). Результаты расчета фактора эффективности рассеяния $K_s(x)$ для обоих случаев представлены на рис. 1 и 2. На рис. 3 представлен пример из области рассеяния света на шарообразном включении (источник [11, с. 610]).

По оси абсцисс на всех рисунках отложен параметр Ми $x = ka$ (на рис. 3 он обозначен через

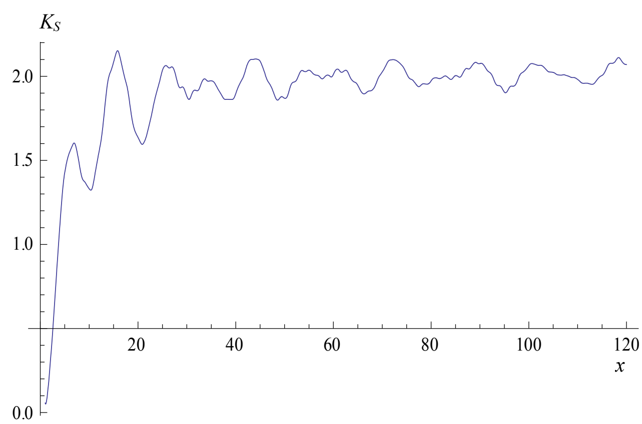

Рис. 1. Расчет фактора эффективности рассеяния для жидкого шарика с $\rho_1 = 1.1$

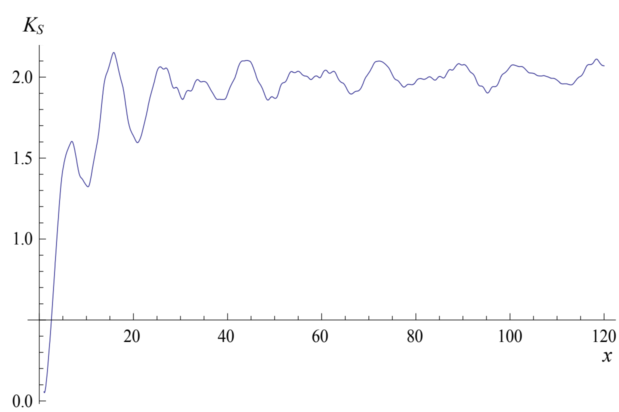

Рис. 2. Расчет фактора эффективности рассеяния для жидкого шарика с $\rho_1 = 1.5$

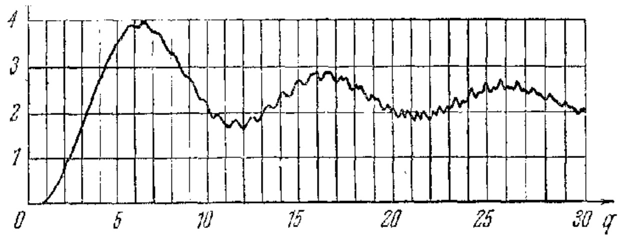

Рис. 3. Рассеяние света на шарообразном включении (из [11])

q). По оси ординат представлены значения фактора эффективности рассеяния $K_s(x)$. Отметим, что в электромагнитном случае вторым параметром, влияющим на поведение $K_s(x)$ является не отношение плотностей среды и шарика, а отношение показателей преломления среды и шарика.

Из рисунков видна схожесть поведения функции $K_s(x)$ в акустическом и оптическом случае. Кроме того, из рис. 1 и 2 видно, что возмущение плотности шарика на 36 % практически не ведет к возмущению функции $K_s(x)$. При рассматриваемых параметрах видно, что графики асимптотически стремятся к постоянному значению $K_s(x) \sim 2$. В области стабилизации кривой фактора эффективности рассеяния можно говорить о независимости интегральных рассеивающих свойств включения от частоты.

ВЫВОДЫ

В работе рассматривается рассеяние акустической волны на неупругом жидком шарике. Для вывода необходимых выражений используется математическая техника, применяемая в теории рассеяния частиц. Приводятся выражения для поля и амплитуды рассеяния шарика. Приводится адаптированный к акустическому случаю принятый в оптике интегральный параметр рассеивателя: фактор эффективности рассеяния, равный нормированному на геометрическое сечение включения отношению суммарного потока рассеянной звуковой энергии к интенсивности падающей на включение первичной волны. Приведены примеры расчета фактора эффективности рассеяния для конкретных параметров, которые сравниваются с оптическими аналогами. Полученные результаты для одиночного включения при определенных условиях легко распространяются на ансамбли множества частиц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шарфарец Б.П.* К вопросу о вычислении амплитуды рассеяния объемных и поверхностных рассеивателей // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 1. С. 62–72.
URL: http://213.170.69.26/mag/2007/full/Art8.pdf.
2. *Шарфарец Б.П.* О возможности эффективного вычисления амплитуды рассеяния на включении в сложном поле // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 2. С. 166–171.
3. *Шарфарец Б.П.* К вопросу о вычислении амплитуды рассеяния на радиально-симметричных упругих включениях в идеальной жидкости // Научное приборостроение. 2012. Т. 22, № 2. С. 82–89. URL: http://213.170.69.26/mag/2012/full2/Art11.pdf.
4. *Шарфарец Б.П.* О возможности эффективного вычисления амплитуды рассеяния на включении в сложном поле // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 2. С. 166–171.
5. *Шарфарец Б.П.* Амплитуда рассеяния упругого шарика в вязкой изотропной жидкости // Научное приборостроение. 2012. Т. 22, № 2. С. 90–97. URL: http://213.170.69.26/mag/2012/full2/Art12.pdf.
6. *Курочкин В.Е., Шарфарец Б.П.* Связь радиационного давления с амплитудой рассеяния сложных включений в идеальной жидкости // ДАН. 2008. Т. 419, № 3. С. 324–327.
7. *Шарфарец Б.П., Курочкин В.Е., Князьков Н.Н.* Радиационное давление в произвольном падающем поле. Связь с амплитудой рассеяния включения // ДАН. 2008. Т. 421, № 2. С. 186–189.
8. *Шарфарец Б.П.* Радиационное давление при рассеянии произвольного поля на включении сложной формы // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 6. С. 767–772.
9. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.: ОГИЗ, 1947. 929 с.
10. *Флюгге З.* Задачи по квантовой механике. Т. 1. М.: Мир, 1974. 343 с.
11. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
12. *Ван де Хюлст Г.* Рассеяние света малыми частицами. М.: Иностр. лит-ра, 1961. 536 с.
13. *Kerker M.* The scattering of light and other electromagnetic radiation. New York: Academic Press, 1969. 666 p.
14. *Зуев В.Е., Кабанов М.В.* Современные проблемы атмосферной оптики. Т. 4. Оптика атмосферного аэрозоля. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 255 с.
15. *Mie G.* Beiträgezur Optiktrüber Medien, speziellkolloidaler Metallösungen // Ann. Phys. 1908. No. 330. P. 377–445.
16. *Морс Ф.М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. Т. 2. М.: Иностр. лит-ра, 1960. 886 с.
17. Физическая энциклопедия / Под ред. Ф.М. Прохорова. Т. II. М.: БСЭ, 1990. 703 с.
18. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. IV. Оптика. М.: Физматлит, 2005. 792 с.

Институт аналитического приборостроения РАН, Санкт-Петербург

Материал поступил в редакцию 5.12.2017

Контакты: *Шарфарец Борис Пинкусович*,
sharb@mail.ru

ON THE SCATTERING OF SOUND BY AN INELASTIC BALL OF ARBITRARY RADIUS. THE SCATTERING EFFICIENCY FACTOR

B. P. Sharfarets

Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint-Petersburg, Russia

The scattering of an acoustic wave by a single inelastic liquid ball is considered. To derive the required expressions, we use the mathematical technique that is characteristic of the theory of scattering of particles. Expressions are given for the field and amplitude of scattering of the ball, and also the scatterer integral parameter, adapted to the acoustic case, adopted in optics: the scattering efficiency factor. The results obtained for single inclusion under certain conditions easily extend to ensembles of particles, and the scattering factor can be useful in estimating the total intensity of the scattered field in the presence of a large number of chaotically weighted inclusions in the medium. Examples of calculation of the scattering efficiency factor for specific parameters are given, which are compared with optical analogs. The results obtained can be useful in the theory and practice of radiation pressure of sound on ensembles of particles.

Keywords: scattering amplitude, an inelastic ball, cross section of scattering, scattering efficiency factor, the ensemble of particles

REFERENCES

1. Sharfarets B.P. [On calculation of scattering amplitudes of bulk and surface scatterers]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2007, vol. 17, no. 1, pp. 62–72. (In Russ.). URL: http://213.170.69.26/en/mag/2007/full/Art8.pdf.
2. Sharfarets B.P. [About a possibility of effective computation of amplitude of dispersion on switching on in a difficult field]. *Akusticheskiy zhurnal* [Acoustic journal], 2010, vol. 56, no. 2, pp. 166–171. (In Russ.).
3. Sharfarets B.P. [To the problem of scattering amplitude evaluation on radially-symmetric elastic inserts in perfect fluid]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2012, vol. 22, no. 2, pp. 82–89. (In Russ.). URL: http://213.170.69.26/en/mag/2012/full2/Art11.pdf.
4. Sharfarets B.P. [About a possibility of effective computation of amplitude of dispersion on switching on in a difficult field]. *Akusticheskiy zhurnal* [Acoustic journal], 2010, vol. 56, no. 2, pp. 166–171. (In Russ.).
5. Sharfarets B.P. [Scattering amplitude of the elastic ball in a viscous isotropic fluid]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2012, vol. 22, no. 2, pp. 90–97. (In Russ.). URL: http://213.170.69.26/en/mag/2012/full2/Art12.pdf.
6. Kurochkin V.E., Sharfarets B.P. [Communication of radiation pressure with amplitude of dispersion of difficult switching on in ideal liquid]. *DAN* [Reports of Academy of Sciences], 2008, vol. 419, no. 3, pp. 324–327. (In Russ.).
7. Sharfarets B.P., Kurochkin V.E., Knyaz'kov N.N. [Radiation pressure in arbitrary falling field. Communication with switching on dispersion amplitude]. *DAN* [Reports of Academy of Sciences], 2008, vol. 421, no. 2, pp. 186–189. (In Russ.).
8. Sharfarets B.P. [Radiation pressure in case of dispersion of arbitrary field on switching on of irregular shape], *Akusticheskiy zhurnal* [Acoustic journal], 2010, vol. 56, no. 6, pp. 767–772. (In Russ.).
9. Lamb H. *Hydrodynamics*. Cambridge Univ. Press, 1932 (Russ. ed.: Lamb G. *Gidrodinamika*. Moscow, OGIZ Publ., 1947. 929 p.).
10. Flyugge Z. *Zadachi po kvantovoy mechanike. T. 1.* [Problems in Quantum Mechanics. Vol. 1]. Moscow, Mir Publ.,

1974. 343 p. (In Russ.).
11. Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. 2nd ed. Oxford, Pergamon Press, 1964 (Russ. ed.: Born M., Vol'f E. *Osnovy optiki*. Moscow, Nauka Publ., 1970. 856 p.).
12. Hulst H.C. van de. *Light scattering by small particles.* New York, Dover Publications, 1981, 470 p. (Russ. ed.: Van de Chyulst G. *Rasseyanie sveta malymi chastizami.* Moscow, Inostr. lit-ra, 1961. 536 p.).
13. Kerker M. *The scattering of light and other electromagnetic radiation*. New York, Academic Press, 1969. 666 p.
14. Zuev V.E., Kabanov M.V. *Sovremennye problemy atmosfernoy optiki T. 4. Optika atmosfernogo aerozolya* [The modern problems of atmospheric optics. V. 4. Optics of an atmospheric aerosol]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1987. 255 p. (In Russ.).
15. Mie G. Beiträgezur Optiktrüber Medien, speziellkolloidaler Metallösungen. *Ann. Phys.*, 1908, no. 330, pp. 377–445.
16. Mors F.M., Feshbach G. *Methods of Theoretical Physics.* New York, McGraw-Hill, 1953 (Russ. ed.: Mors F.M., Feshbach G. *Metody teoreticheskoy fiziki. T. 2.* Moscow, Inost. lit-ra Publ., 1960. 886 p.).
17. Prochorov F.M. (ed.). *Fizicheskaya enziklopediya. T. II.* [Physical encyclopedia. Vol. II] Moscow, BSE Publ., 1990. 703 p. (In Russ.).
18. Sivuchin D.V. *Obschiy kurs fiziki. T. IV. Optika* [General course of physics. Vol. IV. Optics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005. 792 p.

Contacts: *Sharfarets Boris Pinkusovich,*
sharb@mail.ru

Article received in edition 5.12.2017