

УДК 03; 09

© Я. А. Фофанов, В. В. Манойлов, И. В. Заруцкий, Б. В. Бардин

О ПОДОБИИ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИХ ОТКЛИКОВ МАГНИТНЫХ НАНОЖИДКОСТЕЙ. Ч. I. АППРОКСИМАЦИЯ ДЛЯ СЛАБЫХ ПОЛЕЙ

Исследованы некоторые особенности слабых поляризационных откликов магнитных наножидкостей. Показано, что зависимости величины откликов от магнитного поля обладают подобием в диапазоне концентраций, отличающихся на три и более порядков. Произведена количественная оценка подобия откликов.

Кл. сл.: количественный поляризационно-оптический анализ, магнитные наножидкости, аппроксимация экспериментальных данных, проверка статистических гипотез

ВВЕДЕНИЕ

Знание особенностей распространения лазерного излучения через измерительную систему с находящимися в ней исследуемыми объектами позволяет регистрировать их структурные изменения, важные для многих приложений [1–13]. В этой связи особый интерес представляет применение количественных методов лазерного поляризационно-оптического анализа к исследованию поляризационных откликов, которые появляются в результате какого-либо воздействия на вещество или материал. Такое воздействие может возникать, например, в результате крепления образца (оптического элемента), наложения внешнего поля, в частности, магнитного поля и по другим причинам [3, 12, 14–16]. Для более полного понимания и последующего применения результатов подобных исследований необходимо развивать подходы и методы, позволяющие количественно оценивать

характер наблюдаемых зависимостей. Данная работа посвящена развитию основ методики количественной характеристики слабых поляризационных откликов магнитных наножидкостей [14, 17, 18].

АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ И ОЦЕНКА ПОДОБИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ОТКЛИКОВ

Следуя работе [17], будем аппроксимировать экспериментальные зависимости величины отклика магнитных наножидкостей от магнитного поля полиномом второй степени. Предположим, что отклик измерен в N точках от $i=1$ до $i=N$, причем каждое измеренное значение отклика $y(i)$ соответствует определенному значению магнитного поля $H(i)$:

$$y(i) = k_2 \cdot H(i)^2 + k_1 \cdot H(i) + k_0. \quad (1)$$

Табл. 1. Номера экспериментов с разными концентрациями магнитных НЖ

Характеристика	Номер эксперимента								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Концентрация магнитной НЖ в %	1	1	0.2	0.04	0.01	0.003	0.001	0.0001	0.0001

Табл. 2. Значения коэффициентов квадратичной зависимости для каждого эксперимента

Номер эксперимента	Коэффициент k_2	Коэффициент k_1	Коэффициент k_0
1	0.000332	0.009830	-0.014274
2	0.000323	0.010286	-0.016859
3	0.000356	0.009086	-0.029623
4	0.000269	0.014139	-0.044834
5	0.000344	0.009158	-0.012889
6	0.000322	0.009964	-0.010816
7	0.000342	0.008901	0.021204
8	-0.000151	0.032268	-0.070467
9	-0.000124	0.028847	-0.070467

Индексы коэффициентов k соответствуют степеням членов полинома. Проведем теперь количественное сравнение отклонений аппроксимирующих полиномов для результатов экспериментов с наножидкостями (НЖ) различных концентраций. При этом будем использовать экспериментальные данные, полученные в работе [14] для НЖ из наночастиц магнетита в керосине. Значения концентрации НЖ и соответствующие номера экспериментов представлены в табл. 1.

Значения коэффициентов k для каждого эксперимента представлены в табл. 2.

Для проведения сравнений степеней аппроксимирующих полиномов проведем вычисление евклидовых расстояний между аппроксимирующими полиномами и экспериментальными данными. Евклидовы расстояния, или, иначе говоря, евклидовы нормы вычисляются по следующей формуле:

$$\text{norm} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - y_i)^2}. \quad (2)$$

В этой формуле N — количество экспериментальных данных; y_i — i -е значение результата измерения, соответствующее i -му значению магнитного поля; Y_i — i -е значение аппроксимирующего полинома, соответствующее i -му значению магнитного поля.

В табл. 3 приведены результаты вычисления норм отклонений от аппроксимирующих полиномов различных степеней, соответствующих экспериментам 1–9.

Как видно из таблицы значение средних квадратичных отклонений измеренных данных для экспериментов 1–3, 5, 6 не превышают 10 %, для экспериментов 4, 7 не превышают 20 %, а для экс-

Табл. 3. Значения норм отклонений результатов измерений от аппроксимирующих полиномов различных степеней, соответствующих экспериментам 1–9

Номер эксперимента	Значение нормы по формуле (2) для полинома второй степени
1	0.0823
2	0.0840
3	0.0702
4	0.1680
5	0.0746
6	0.0653
7	0.1786
8	0.4387
9	0.4361

периментов 8 и 9 составляют примерно 43 %.

В Приложении на рис. 1 представлен график результатов экспериментов с 1 по 6 усредненного полинома 2-й степени.

Там же на рис. 2 представлены графики функций плотностей вероятностей отклонений экспериментальных данных от усредненного полинома для экспериментов 1–6. Перед вычислением отклонений от усредненного полинома из всех экспериментальных данных была вычтена постоянная составляющая. В качестве постоянной составляющей использовалось среднее значение коэффициента k_0 , представленного в табл. 1.

В Приложении на рис. 3 представлены графики функций плотностей вероятностей отклонений экспериментальных данных от усредненного полинома для экспериментов 7–9.

Вычисленные значения отклонений экспериментальных данных от усредненного полинома были проверены по критерию Колмогорова—Смирнова (Kolmogorov-Smirnov test) на принадлежность плотности вероятности к распределению Гаусса. Проверка показала, что гипотеза о принадлежности этих отклонений к распределению Гаусса подтвердилась для всех экспериментов, кроме эксперимента 9.

Различие математических ожиданий полученных плотностей вероятностей отклонений от усредненного квадратичного полинома проверялось по t -критерию Стьюдента [19, 20].

Этот тест предназначен для проверки нулевой гипотезы, предполагающей, что выборки X и Y получены из генеральных совокупностей, имеющих одинаковое среднее значение. Число элементов в векторах X и Y было одинаковым и равнялось 42.

Проверка нулевой гипотезы выполнялась на основе статистики t :

$$t = \frac{x_i - x_{i+1}}{\sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}}}, \quad (3)$$

где x_i и x_{i+1} — значения математических ожиданий в соседних пиках функций плотности вероятности; n_1 и n_2 — количество чисел, соответствующих соседним пикам функций плотности вероятности; s — случайная ошибка измерений. Для всех экспериментов s оказалась практически одинаковой. Далее задаем желаемую вероятность правильного вывода P и по ней находим соответствующее значение $t(P)$ с помощью функции $t = t(P)$, которая является обратной для функции $P = 2\Phi(t)$, где $\Phi(t)$ — интеграл вероятности [20]. Например, при $P = 0.99$ значение $t(P) = 2.576$. Если абсолютная величина отношения (3) не превосходит соответствующее значение $t(P)$, то расхождение математических ожиданий можно считать случайным с надежностью вывода P . В противном случае есть основание считать расхождение неслучайным (значимым).

Статистическая гипотеза о равенстве математических ожиданий отклонений экспериментальных данных от усредненного полинома второй степени подтверждается для всех экспериментов, кроме 9-го, со стандартным уровнем значимости (significance level) 5 %. Данная гипотеза подтверждается для указанных экспериментов только для данных, из которых вычтена постоянная составляющая.

ВЫВОДЫ

1. По статистическому t -критерию Стьюдента гипотеза о равенстве математических ожиданий отклонений экспериментальных данных опытов с разной концентрацией от 1 % до 0.003 % от квадратичных кривых подтверждается со стандартным уровнем значимости (significance level) 5 % при условии вычитания из экспериментальных данных постоянной составляющей.

2. Сравнение норм отклонений опытов с малой концентрацией с нормами опытов с концентрацией, равной 1 %, показало, что эти нормы отличаются не более чем на 22 %, а для некоторых опытов отличие норм отклонений составило менее 11 %.

3. Сравнение коэффициентов при второй степени аппроксимирующего полинома для опытов с разной концентрацией показало, что эти коэффициенты отличаются не более чем на 18 %, а для ряда экспериментов это отличие составило менее 10 %.

4. Функции плотностей вероятностей отклонений экспериментальных данных от усредненного полинома для измерений в экспериментах с концентрациями от 1 % до 0.003 % имеют распределение Гаусса.

5. В диапазоне изменения объемных концентраций магнитных наночастиц от 1 % до 0.003 % экспериментальные зависимости величины поляризации магнитооптических откликов от магнитного поля, представленные в работе [14], являются подобными.

Работа поддержана РФФИ: проект 15-02-08703.

ПРИЛОЖЕНИЕ

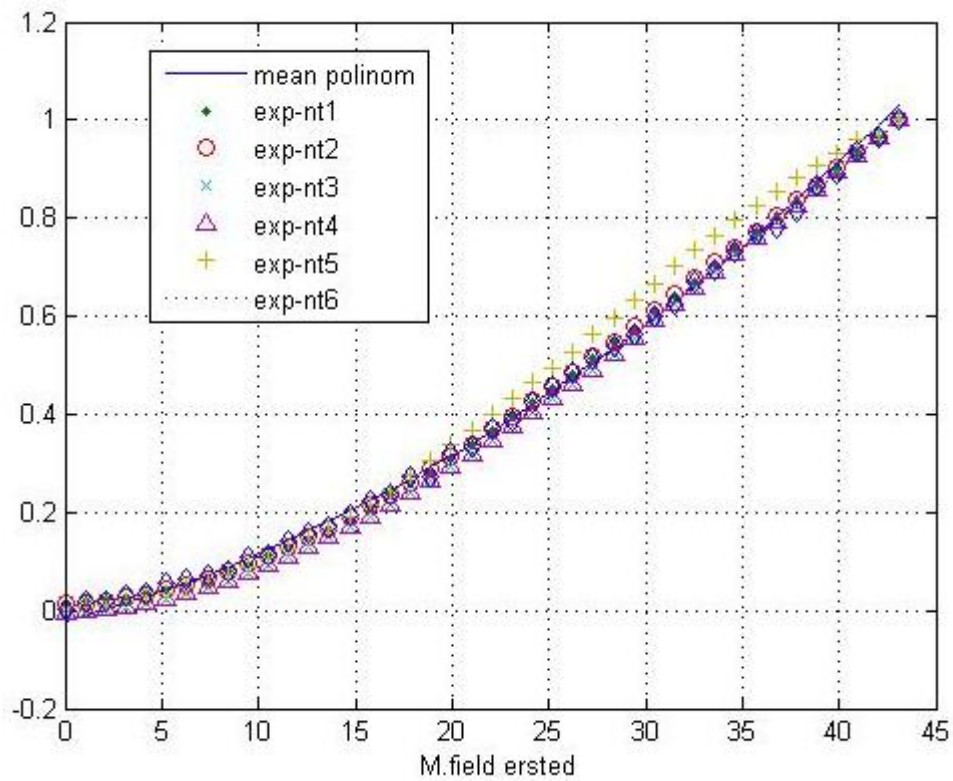


Рис. 1. Усредненный полином и результаты экспериментов с 1 по 6

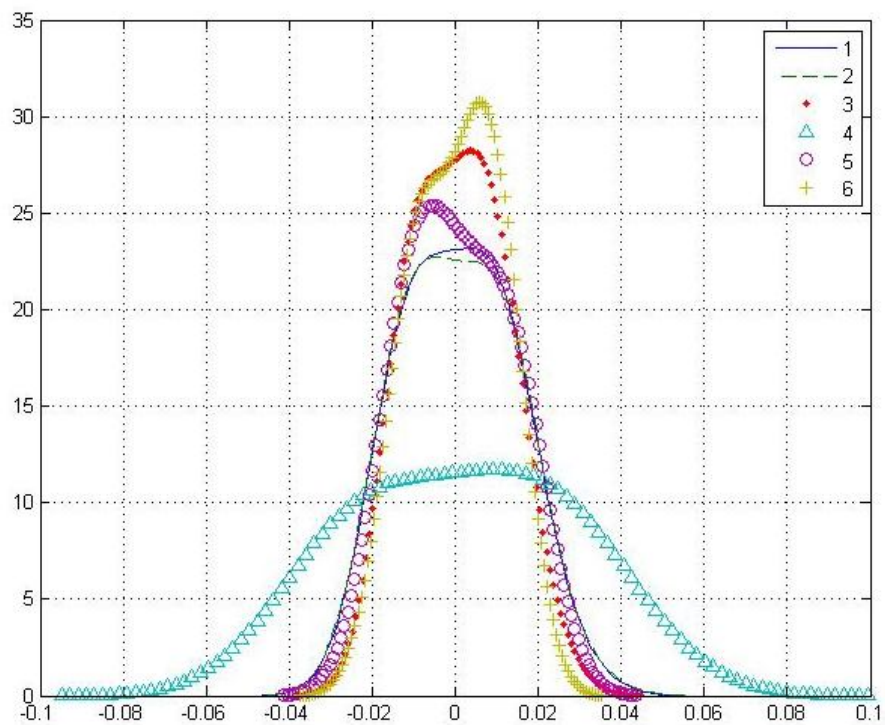


Рис. 2. Графики функций плотностей вероятностей отклонений экспериментальных данных от усредненного полинома для измерений в экспериментах 1–6

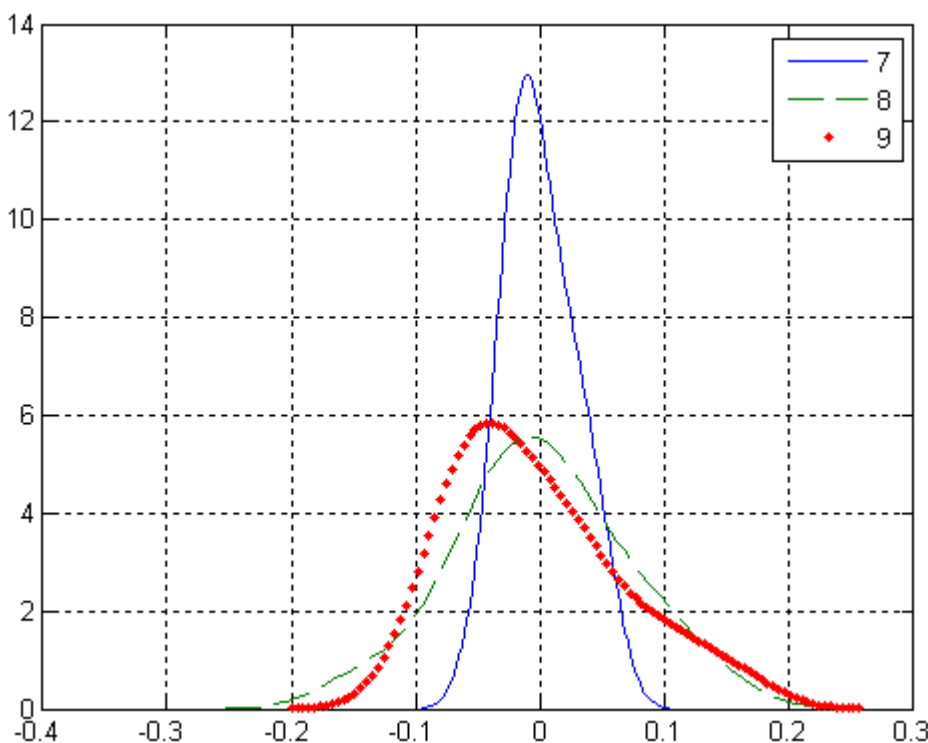


Рис. 3. Графики функций плотностей вероятностей отклонений экспериментальных данных от усредненного полинома для измерений в экспериментах 7–9

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Badoz J., Billardon M., Canit J.C., Russel M.F. Sensitive devices to determine the state and degree of polarization of a light beam using a birefringence modulator // *J. Optics*. 1977. Vol. 8, no. 6. P. 373–384. Doi: 10.1088/0150-536X/8/6/003.
2. Fofanov Ya.A. Threshold sensitivity in optical measurements with phase modulation // *Proc. SPIE. The Report of tenth Union Symposium and School on High Resolution Molecular Spectroscopy*. 1992. Vol. 1811. P. 413–414. Doi: 10.1117/12.131190.
3. Sokolov I.M., Fofanov Ya.A. Investigations of the small birefringence of transparent objects by strong phase modulation of probing laser radiation // *J. Opt. Soc. Am. A*. 1995. Vol. 12, no. 7. P. 1579–1588. Doi: 10.1364/JOSAA.12.001579.
4. Фофанов Я.А., Афанасьев И.И., Бороздин С.Н. Структурное двулучепреломление в кристаллах оптического флюорита // *Оптический журнал*. 1998. Т. 65, № 9. С. 22–25.
5. Фофанов Я.А. Методы и приборы для количественного анализа структурного двулучепреломления материалов и веществ // *Научное приборостроение*. 1999. Т. 9, № 3. С. 104–110. URL: <http://213.170.69.26/mag/1999/full3/Art10.pdf>.
6. Фофанов Я.А. Селективное отражение поляризованного света при наклонном падении // *Квантовая электроника*. 2009. Т. 39, № 6. С. 585–590.
7. Fofanov Ya.A., Kuraptsev A.S., Sokolov I.M., Havey M.D. Dispersion of the dielectric permittivity of dense and ultracold atomic gases // *Phys. Rev. A*. 2011. Vol. 84. P. 053811. Doi: 10.1103/PhysRevA.84.053811.
8. Fofanov Ya.A., Kuraptsev A.S., Sokolov I.M., Havey M.D. Spatial distribution of optically induced atomic excitation in a dense and cold atomic ensemble. // *Phys. Rev. A*. 2013. Vol. 87. P. 063839. Doi: 10.1103/PhysRevA.87.063839.
9. Fofanov Ya.A. Optical saturation of strong selective reflection // *Universal Journal of Physics and Application*. 2013. Vol. 7, no. 4. P. 370–375. Doi: 10.13189/ujpa.2013.010402.
10. Fofanov Ya.A. Nonlinear and fluctuation phenomena under conditions of strong selective reflection in inclined geometry // *Advances in Optoelectronics Research* / Ed. M.R. Oswald. Nova Science Publishers, Inc., USA, 2014. ISBN: 978–1–63321–212–1. P. 75–114.
11. Фофанов Я.А., Бардин Б.В. О принципах и подходах к автоматизации высокочувствительных лазерных методов количественного поляризационно-оптического анализа // *Научное приборостроение*. 2002. Т. 12, № 3. С. 64–67. URL: <http://213.170.69.26/mag/2002/full3/Art9.pdf>.

12. *Фофанов Я.А., Плеваков И.В., Кузьмин Ю.И.* Лазерное поляризационно-оптическое детектирование процесса намагничивания магнитоупорядоченного кристалла // *Оптический журнал*. 2013. Т. 80, № 1. С. 88–93.
13. *Рудяк В.М.* Эффект Баркгаузена // *УФН*. 1970. Т. 101, № 3. С. 429–462.
14. *Фофанов Я.А., Плеваков И.В., Прокофьев А.В.* Исследование поляризационных магнитооптических откликов слабоконцентрированной феррожидкости // *Письма в ЖТФ*. 2016. Том 42, вып. 20. С. 66–72.
15. *Fofanov Ya.* On the analogy in evolution processes and the behavior of a magnetically ordered systems // *Natural Science*. 2013. Vol. 5, no. 4A. P. 14–17. Doi: 10.4236/ns.2013.54A003.
16. *Фофанов Я.А.* О критериях сильных и слабых сигналов в поляризационно-оптических исследованиях // *Научные труды Международного конгресса "Слабые и сверхслабые поля и излучения в биологии и медицине"*. Том 7. Санкт–Петербург, 2015. С. 101.
17. *Davis H.W., Llewellyn J.P.* Magnetic birefringence of ferrofluids: I. Estimation of particle size // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 1979. Vol. 12, no. 2. P. 311–319.
18. *Фофанов Я.А., Бардин Б.В.* О поляризационных откликах объектов с малой оптической анизотропией // *Научное приборостроение*. 2016. Т. 26, № 1. С. 58–61. URL: <http://213.170.69.26/mag/2016/full1/Art8.pdf>.
19. *Румишинский Л.З.* Математическая обработка результатов эксперимента. "Наука", 1971. 192 с.
20. *Манойлов В.В., Костоянов А.И., Иванов Д.Ю.* Полицикличность образования минералов платиновой группы из россыпных проявлений Урала и Тиммана // *Геохимия*. 2003. № 6. С. 595–607.

Институт аналитического приборостроения РАН, Санкт–Петербург (Фофанов Я.А., Манойлов В.В., Заруцкий И.В., Бардин Б.В.)

ИТМО, Санкт–Петербург (Манойлов В.В., Заруцкий И.В.)

Контакты: *Манойлов Владимир Владимирович*, manoilov_vv@mail.ru

Материал поступил в редакцию 28.12.2017

ON THE SIMILARITY OF THE POLARIZATION-OPTICAL RESPONSES OF MAGNETIC NANOFUIDS. PART I. APPROXIMATION FOR WEAK FIELDS

Ya. A. Fofanov¹, V. V. Manoilov^{1,2}, I. V. Zarutskiy^{1,2}, B. V. Bardin¹

¹*Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint–Petersburg, Russia*

²*ITMO University, Saint–Petersburg, Russia*

Some features of the weak polarization responses of magnetic nanofluids are investigated. It is shown that magnitude of these responses for concentrations that differ by three or more orders have a similarity depending on the magnetic field. A quantitative evaluation of the similarity of responses is given.

Keywords: quantitative polarization-optical analysis, magnetic nanofluids, approximation of experimental data, verification of statistical hypotheses

REFERENCES

1. Badoz J., Billardon M., Canit J.C., Russel M.F. Sensitive devices to determine the state and degree of polarization of a light beam using a birefringence modulator. *J. Optics*, 1977, vol. 8, no. 6, pp. 373–384. Doi: 10.1088/0150-536X/8/6/003.
2. Fofanov Ya.A. Threshold sensitivity in optical measurements with phase modulation. *Proc. SPIE. The Report of tenth Union Symposium and School on High Resolution Molecular Spectroscopy*, 1992, vol. 1811, pp. 413–414. Doi: 10.1117/12.131190.
3. Sokolov I.M., Fofanov Ya.A. Investigations of the small birefringence of transparent objects by strong phase modulation of probing laser radiation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1995, vol. 12, no. 7, pp. 1579–1588. Doi: 10.1364/JOSAA.12.001579.
4. Fofanov Ya.A., Afanasiev I.I., Borozdin S.N. [Structural birefringence in crystals of optical fluorite]. *Opticheskiy zhurnal* [Optical Journal], 1998, vol. 65, no. 9, pp. 22–25. (In Russ.).
5. Fofanov Ya.A. [Methods and devices for quantitative analysis of structural birefringence of materials and substances (overview)]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 1999, vol. 9, no. 3, pp. 104–110. (In Russ.). URL: <http://213.170.69.26/mag/1999/full3/Art10.pdf>.
6. Fofanov Ya.A. [Selective reflection of polarized light with oblique incidence]. *Kvantovaya elektronika* [Quantum Electronics], 2009, vol. 39, no. 6, pp. 585–590. (In Russ.).
7. Fofanov Ya.A., Kuraptsev A.S., Sokolov I.M., Havey M.D. Dispersion of the dielectric permittivity of dense and ultracold atomic gases. *Phys. Rev. A*, 2011, vol. 84, pp. 053811. Doi: 10.1103/PhysRevA.84.053811.
8. Fofanov Ya.A., Kuraptsev A.S., Sokolov I.M., Havey M.D. Spatial distribution of optically induced atomic excitation in a dense and cold atomic ensemble. *Phys. Rev. A*, 2013, vol. 87, pp. 063839. Doi: 10.1103/PhysRevA.87.063839.
9. Fofanov Ya.A. Optical saturation of strong selective reflection. *Universal Journal of Physics and Application*, 2013, vol. 7, no. 4, pp. 370–375. Doi: 10.13189/ujpa.2013.010402.
10. Fofanov Ya.A. Nonlinear and fluctuation phenomena under conditions of strong selective reflection in inclined geometry. *Advances in Optoelectronics Research*. M.R. Oswald (ed.). Nova Science Publishers, Inc., USA, 2014, ISBN: 978–1–63321–212–1, pp. 75–114.
11. Fofanov Ya.A., Bardin B.V. [On the principles and approaches to the automation of high sensitivity laser methods for quantitative polarization-optical analysis]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2002, vol. 12, no. 3, pp. 64–67. (In Russ.). URL: <http://213.170.69.26/mag/2002/full3/Art9.pdf>.
12. Fofanov Ya.A., Pleshakov I.V., Kuz'min Yu.I. [Laser polarization-optical detection of magnetization of a magnetically ordered crystal]. *Opticheskiy zhurnal* [Optical Journal], 2013, vol. 80, no. 1, pp. 88–93. (In Russ.).
13. Rudyak V.M. [The Barkhausen effect]. *UFN* [Achievements of physical sciences], 1970, vol. 101, no. 3, pp. 429–462. (In Russ.).
14. Fofanov Ya.A., Pleshakov I.V., Prokof'ev A.V. [The study of polarization magneto-optical responses of a weakly concentrated ferrofluid]. *Pis'ma v ZhTF* [Letters to Journal of technical physic], 2016, vol. 42, no. 20, pp. 66–72. (In Russ.).
15. Fofanov Ya. On the analogy in evolution processes and the behavior of a magnetically ordered systems. *Natural Science*, 2013, vol. 5, no. 4A, pp. 14–17. Doi: 10.4236/ns.2013.54A003.
16. Fofanov Ya.A. [On the criteria for strong and weak signals in polarization-optical studies]. *Nauchnye trudy Mezhdunarodnogo kongressa "Slabye i sverchslabye polya i izlucheniya v biologii i medizine"* [Scientific works of the International Congress "Weak and superweak fields and radiation in biology and medicine"], vol. 7. Saint-

- Petersburg, 2015, pp. 101.
17. Davis H.W., Llewellyn J.P. Magnetic birefringence of ferrofluids: I. Estimation of particle size. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1979, vol. 12, no. 2, pp. 311–319.
 18. Fofanov Ya.A., Bardin B.V. [On polarization response of objects with small optical anisotropy]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2016, vol. 26, no. 1, pp. 58–61. (In Russ.). Doi: 10.18358/np-26-1-i5861.
 19. Rumshinskiy L.Z. *Matematicheskaya obrabotka rezul'tatov eksperimenta* [Mathematical processing of results of an experiment]. Statistika Publ., 1971. 192 p. (In Russ.).
 20. Manoylov V.V., Kostoyanov A.I., Ivanov D.Yu. [Polycyclic formation of minerals of the platinum group from alluvial manifestations of the Urals and Timman]. *Geochemistry*, 2003, no. 6, pp. 595–607. (In Russ.).

Contacts: *Manoylov Vladimir Vladimirovich*,
manoilov_vv@mail.ru

Article received in edition 28.12.2017