ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2016, том 26, № 4, с. 43–54

ФИЗИКА ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

УДК 532.593

© Б. П. Шарфарец

О ДИНАМИКЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ЖИДКОСТИ. ОБЗОР

В работе рассматриваются законы ударного сжатия, условия на границе разрыва (фронте) волны. Приводятся законы сохранения на фронте ударной волны. Рассматриваются методы расчета динамики ударных волн, а также уравнения состояния жидкости. Приводится упрощенный формализм, к которому сводится теория ударных волн для случая плоского ударного фронта. Излагаются существующие методы численного расчета ударных волн. Приводится пример постановки краевой задачи о распространении ударной волны.

Кл. сл.: ударная волна, фронт волны, уравнения состояния жидкости, ударная адиабата

ВВЕДЕНИЕ

В практике научного приборостроения находят применение самые разнообразные физические явления. Одним из таких весьма интересных явлений является феномен ударной волны (УВ), представляющей собой поверхность разрыва, которая движется внутри среды, при этом давление, плотность, температура и гидродинамическая скорость испытывают значительные конечные скачки на поверхности разрыва (фронте волны), что может приводить как к негативным, так и к полезным результатам.

Ударная волна — распространенное в природе явление, известное задолго до того, как оно привлекло внимание исследователей. Примерами могут служить раскаты грома, щелчок бича и т. д. После появления утилитарного значения эффекта ударных волн (нужды авиации, описания последствий мощных взрывов и т. д.) это явление привлекло пристальное внимание исследователей и инженеров. Большой вклад в изучение физики ударных волн внесли как отечественные, так и зарубежные ученые. Далеко не полный перечень представляют публикации [1–24]. Отдельно отметим некоторые работы, ориентированные преимущественно на УВ в жидких средах [12–14, 16, 23, 24].

Феномен УВ описан, например, в [25, с. 206–211] таким образом. "Простейший пример возникновения и распространения УВ — сжатие газа в трубе поршнем. Если первоначально покоившийся поршень мгновенно приходит в движение с постоянной скоростью u, то сразу же непосредственно перед ним возникает УВ. Скорость ее распространения D по невозмущенному газу постоянна и больше u. Поэтому расстояние между поршнем и УВ увеличивается пропорционально времени движения. Скорость газа за УВ совпадает со скоростью поршня. Если поршень разгоняется до скорости u постепенно, то УВ образуется не сразу. Вначале возникает волна сжатия с непрерывным распределением плотности и давления. С течением времени крутизна волны сжатия нарастает, т. к. возмущения от ускоряемого поршня догоняют ее и усиливают, приводя в итоге к разрыву непрерывности всех гидродинамических величин и к образованию УВ".

Ударная волна — замечательное физическое явление. Здесь на расстояниях порядка 10^{-4} см могут возникать замедления порядка 1000 м/с^2, а ускорения в лагранжевой системе измеряются миллиардами g [26, с. 430].

УВ представляет собой пример сильного разрыва гидродинамических параметров, когда функции, их описывающие, претерпевают конечные разрывы. К сильным разрывам относятся также тангенциальные (контактные) разрывы [3] (см. ниже). Существует, однако, понятие и слабого разрыва, когда сами параметры не "рвутся", а претерпевают разрывы те или иные их пространственные производные, причем "рвутся" только нормальные производные. Поверхности, где это происходит, называются поверхностями слабого разрыва. Поверхности слабого разрыва распространяются относительно среды со скоростью, равной скорости звука [3, § 96].

Гидродинамические параметры перед фронтом УВ принято обозначать индексом 1, а за фронтом — индексом 2. Интенсивность УВ обычно характеризуется [25, с. 207] относительным скачком давления $(p_2 - p_1)/p_1$ или числом Маха $M_1 = D/c_1$, где c_1 скорость звука в веществе перед УВ. Для УВ малой и большой интенсивности соответственно $(p_2 - p_1)/p_1 \ll 1$, $M_1 \approx 1$

и $(p_2 - p_1)/p_1 \gg 1$, $M_1 \gg 1$. Если $(p_2 - p_1)/p_1 \to 0$, то $M_1 \to 1$. То, что под УВ подразумевается двумерная поверхность нулевой толщины, на которой и происходит разрыв гидродинамических параметров (применяется также термин "градиентная катастрофа"), является полезной идеализацией. Фактически же это слой ненулевой толщины, в котором очень велики градиенты гидродинамических параметров — давления, плотности, температуры и скорости частиц. Эта идеализация позволяет достаточно точно решать задачи, связанные с распространением УВ. Такое решение подразумевает нахождение как скорости УВ, так и значений гидродинамических параметров на разных сторонах разрыва, т. е. перед и после УВ. Состояния вещества по обе стороны УВ — давления p, плотности ρ, скорости течения $\mathbf{v}$ и удельной внутренней энергии e — связаны соотношениями Ранкина—Гюгонио, которые выражают законы сохранения массы, импульса и энергии [25, с. 206, 207].

Наряду с таким подходом существует формальный способ вычисления полей в условиях наличия УВ с помощью решений дифференциальных уравнений (см., например, [21, 27–29]).

ЗАКОНЫ УДАРНОГО СЖАТИЯ. УСЛОВИЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗРЫВА

Скорость ударной волны

Скорость движения фронта УВ определяется следующим образом [5, с. 12]; [6, с. 392, 393]. Пусть поверхность разрыва Σ определяется уравнением

$$F(x,y,z,t) = 0\,. \tag{1}$$

Часть пространства, прилегающая к поверхности Σ, делится этой поверхностью на две области: с одной стороны от поверхности

$$F(x,y,z,t) < 0\,,$$

с другой

$$F(x,y,z,t) > 0\,.$$

Первую область называют отрицательной и уславливаются обозначать значения, к которым стремится некоторая функция $b(x,y,z,t)$, если приближаться к Σ, оставаясь в отрицательной области, через b_-; вторую область называют положительной, а соответствующее ей значение $b(x,y,z,t)$ на Σ обозначают через b_+. Разность $b_+ - b_-$ обозначают через $[b]$ [5, с. 12]:

$$[b] = b_+ - b_-\,.$$

Скорость D, с которой поверхность разрыва Σ в некоторой своей точке движется по направлению нормали к поверхности, определяется следующим образом [5, с. 13], [6, с. 393]:

$$D = -\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2}}\frac{\partial F}{\partial t}\,. \tag{2}$$

Таким образом, вектор скорости поверхности Σ по направлению нормали $\mathbf{n}$ в каждой ее точке $\mathbf{r} = (x,y,z)$ равен $\mathbf{D} = D\mathbf{n}$.

Законы сохранения на фронте УВ

Выпишем соотношения для разрывов на фронте УВ. Скорость жидкости в неподвижной (лабораторной) системе координат обозначим через $\mathbf{v}$. В системе координат, где фронт покоится, скорость жидкости равна

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - D\mathbf{n}\,,$$

нормальная скорость самого фронта равна нулю, а нормальные составляющие вектора скорости жидкости по разные стороны от разрыва равны

$$V_{ni} = v_{ni} - D\,, \quad i = 1,2\,.$$

Техника получения соотношений на сильных разрывах (т. е. там, где гидродинамические параметры претерпевают разрывы первого рода) приведена, например, в [7, гл. I, § 7]. С учетом принятых обозначений справедливы следующие соотношения для скачков гидродинамических параметров на фронте УВ для вязкой, сжимаемой, теплопроводной жидкости с учетом вязкости и теплопроводности [6, с. 394–398] (см. также лекцию [30]) для законов сохранения:

– массы

$$\left[\rho(V_n - D)\right] = 0 \Rightarrow \rho_1(V_{n1} - D) = \rho_2(V_{n2} - D)\,; \tag{3}$$

– импульса

$$\left[\rho\tilde{\mathbf{v}}(V_n - D) - \mathbf{P}_n\right] = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \rho_1\tilde{\mathbf{v}}_1(V_{n1} - D) - \mathbf{P}_{n1} = \rho_2\tilde{\mathbf{v}}_2(V_{n2} - D) - \mathbf{P}_{n2}\,; \tag{4}$$

– энергии в случае вязкой теплопроводящей сжимаемой жидкости, выражаемого в дифференциальной форме по работе [3, с. 271, (49.2)] в виде

$$\left[\rho\left(e + \frac{|\tilde{\mathbf{v}}|^2}{2}\right)(V_n - D) - \mathbf{P}_n \cdot \tilde{\mathbf{v}} + q_n\right] = 0\,. \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{P}_n$ — вектор напряжений на поверхности фронта УВ, равный $\mathbf{P}_n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}$, где $\mathbf{T}$ — тензор напряжений (выражения для тензора напряжений для идеальной и вязкой жидкости см., например, в [3, § 15]); $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности разрыва; e — внутренняя энергия единицы массы жидкости; q_n — нормальная к поверхности разрыва составляющая вектора плотности потока тепла $\mathbf{q}$ (когда градиент температуры не слишком велик $\mathbf{q} = -\kappa \nabla T$ [3, с. 71], где κ — коэффициент теплопроводности; T — поле абсолютной температуры жидкости).

Кроме соотношений (3)–(5) на разрывах, связанных с указанными законами сохранения, рассматривается также тестовое соотношение, следующее из второго начала термодинамики и касающееся неубывания энтропии в замкнутой системе. Для выражения скачка энтропии используем *общее уравнение переноса тепла* [3, с. 272, (49,4)]

$$\rho T\left(\frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s\right) = \sigma'_{ik}\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \nabla \cdot \left(\kappa \nabla T\right)$$

(являющееся следствием закона сохранения энергии [3, с. 17, (2,6)]), которое при отсутствии вязкости и теплопроводности (первый и второй члены справа) сводится к уравнению сохранения энтропии. Применение техники интегрирования по материальному и контрольному объемам, изложенной в [7, гл. I, § 7], [6, гл. VII, § 4,] приводит к следующему выражению для скачка энтропии [7, с. 139], [11, с. 173]:

$$\begin{aligned}\left[\rho s\left(V_n - D\right)\right] &= \rho_1 s_1\left(V_{n1} - D\right) - \rho_2 s_2\left(V_{n2} - D\right) = \\ &= \rho_1 s_1 V_{n1} - \rho_2 s_2 V_{n2} = \Omega \le 0.\end{aligned} \tag{6}$$

Здесь s — удельная энтропия (энтропия единицы массы); Ω — некоторая величина, которая в общем случае должна быть неположительной. Согласно [3, с. 459], [11, с. 173], в силу закона возрастания энтропии последняя для жидкости не может уменьшиться при прохождении через нее ударной волны, т. е. $s_1 \ge s_2$ (цитата из [3, с. 459]: "энтропия s_2 газа, прошедшего через ударную волну, должна быть больше его начальной энтропии s_1"). В вышеприведенном *общем уравнении переноса тепла* [3, (49.4)] первый член справа равен двойной свертке $\sigma'_{ik}\dfrac{\partial v_i}{\partial x_k} = \sum\limits_{ik}\sigma'_{ik}\dfrac{\partial v_i}{\partial x_k}$.

Согласно [5, с. 10], при больших скоростях (при больших числах Рейнольдса Re) влияние вязкости на характер движения жидкости снижается, и область влияния ее ограничивается "ничтожным пограничным слоем". Кроме того, на больших скоростях обмен теплом с внешним пространством, как правило, не успевает свершиться, и, следовательно, есть возможность ограничиться рассмотрением адиабатических процессов. Отсюда следует возможность воспользоваться системой уравнений Эйлера движения идеальной сжимаемой жидкости без учета явлений теплопроводности. Кроме того, согласно [11, с. 175], "в настоящее время неизвестны экспериментальные факты, объяснение которых потребовало бы привлечения теории ударных волн в вязкой жидкости".

Для случая идеальной нетеплопроводной жидкости, когда $\mathbf{P}_n = -\mathbf{n}p$, $q_n = 0$, соотношения (3)–(5) трансформируются соответственно к следующему виду [3, 5, 7, 9–11, 14–16]:

$$\left.\begin{aligned}&\left[\rho\left(V_n - D\right)\right] = 0,\\ &\left[\rho\tilde{\mathbf{v}}\left(V_n - D\right) + p\mathbf{n}\right] = 0,\\ &\left[\rho\left(V_n - D\right)\left(e + \frac{\left|\tilde{\mathbf{v}}\right|^2}{2}\right) + p\left(V_n - D\right)\right] = 0,\\ &\left[\rho s\left(V_n - D\right)\right] \le 0.\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Еще раз подчеркнем, что скобки $[\ ]$ обозначают скачок величины f при переходе через поверхность разрыва, т. е. $[f] = f_1 - f_2$, где f_1 — ее значение перед фронтом УВ (вниз по течению фронта), а f_2 — ее значение за фронтом УВ (вверх по течению фронта). Именно этим объясняется изменение направления неравенства в последнем выражении системы (7) по сравнению с аналогичной системой, представленной в [11, с. 173, (54.1)]. Вызвано это тем, что в [11] принято $[f] = f_2 - f_1$. Равенства (3)–(5) и (7) указывают на две возможные поверхности разрывов [3, с. 451–453], [7, с. 138, 139].

Для поверхностей разрывов первого типа

$$V_{n1} - D = V_{n2} - D = 0 \;\Rightarrow\; V_{n1} = V_{n2} = D,$$

т. е. нормальные составляющие скорости жидкости с обеих сторон поверхности разрыва равны между собой и равны скорости УВ. Это означает, что частицы среды не пересекают разрыв, или иначе — разрыв не распространяется по среде. Такие поверхности разрыва называются контактными или тангенциальными. Как видно из (3), плотность с обеих сторон контактного разрыва может быть произвольной, однако вектор напряжений (соответственно давление для идеальной жидкости) на поверхности разрыва непрерывен. Условие (5) для реальной жидкости удовлетворяется при условии $\left[\mathbf{P}_n \cdot \tilde{\mathbf{v}} - q_n\right] = 0$. Для идеальной жидкости условие (5) удовлетворяется тождественно (см. третье уравнение (7)).

Если обозначить V_τ касательную к поверхности разрыва составляющую скорости $\mathbf{v}$, то из уравнений сохранения массы (3) (первого уравнения в (7)) и сохранения импульса (4) (второго уравнения в (7)) выводится равенство

$$\rho\left(V_n - D\right)\left[V_\tau\right] = 0. \tag{8}$$

Отсюда следует, что на контактном разрыве составляющая скорости V_τ может меняться скачком: массы вещества, находящиеся в контакте и отделенные друг от друга непроницаемой для них поверхностью разрыва, могут с разными скоростями с обеих сторон "скользить" вдоль этой поверхности. В [10, 31] такие поверхности называются контактными, если $\left[V_\tau\right] = 0$, и тангенциальными, если $\left[V_\tau\right] \neq 0$.

Для разрыва второго типа $V_n \neq D$, т. е. жидкость протекает через разрыв (разрыв распространяется по жидкости). Согласно (3) и (8), на таких разрывах

$$\left[V_\tau\right] = 0. \tag{9}$$

Разрывы этого типа и называются УВ. На УВ $\left[V_\tau\right] = 0$, но в общем случае $\left[V_n\right] \neq 0$, $\left[p\right] \neq 0$, $\left[\rho\right] \neq 0$ и $\left[e\right] \neq 0$. Равенство (9) показывает, что в точках УВ векторы скорости жидкости перед волной и за ней и вектор нормали к УВ компланарны, так что при переходе через УВ жидкость локально движется в плоскости, содержащей нормаль к волне [7, 10, 31 и др.].

Если скорость перед ударной волной равна нулю $V_{n1} = 0$ (УВ набегает на покоящуюся среду), то из выражения для сохранения массы (3) получается значение скорости фронта УВ

$$-\rho_1 D = \rho_2 V_{n2} - \rho_2 D \Rightarrow D = \frac{\rho_2 V_{n2}}{\rho_2 - \rho_1}.$$

Если $D > 0$ и $V_{n2} > 0$, то из выражения для скорости фронта УВ D следует, что $\rho_2 > \rho_1$, что соответствует скачку сжатия. Наоборот, если $D > 0$ и $V_{n2} < 0$, то следует, что $\rho_2 < \rho_1$, что соответствует скачку разрежения.

Замечание 1. Отметим, что неравенство (6) и неравенство в (7) выполняются, как правило, в случае ударного сжатия, т. е. когда давление и плотность среды за ударной волной превышают соответствующие величины перед ударной волной. Однако существуют ситуации, когда указанные неравенства выполняются в случае ударного разрежения. Известно, что ключевым условием, определяющим критерий роста энтропии, является знак второй производной ударной адиабаты (см. ниже), т. е. выражения $\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_s$, где $V = 1/\rho$ — удельный объем (объем единицы массы). Условие $\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_s > 0$ эквивалентно росту энтропии в скачке уплотнения, а условие $\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_s < 0$ эквивалентно росту энтропии в скачке разрежения. Последнее условие можно осуществить при давлении выше критического вблизи термодинамической критической точки [32] (см. также [25, с. 207]), поэтому на практике УВ разрежения наблюдается исключительно редко и впервые экспериментально наблюдалась в СССР [33] (см. также обсуждение теоремы Цемплена в [7, с. 80], [10, с. 26], [11, с. 173], [31, с. 18]).

Таким образом, далее пойдет речь об УВ сжатия, для которых [34] "в вязком скачке уплотнения, называемом фронтом ударной волны, кинетическая энергия набегающего потока преобразуется в тепловую энергию сжатой и необратимо разогретой среды".

Анализ выражений и основные свойства ударного перехода

Рассмотрим условия на разрыве (7) в системе координат, в которой фронт волны покоится, т. е. скорость D в данной точке разрыва равна нулю. Очевидно, что скорость жидкости в системе отсчета наблюдателя, обозначенная выше через $\mathbf{v}$, в каждой точке фронта $\mathbf{r}$ преобразуется следующим образом

$$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r},t) = \mathbf{v}(\mathbf{r},t) - D(\mathbf{r},t)\mathbf{n}(\mathbf{r},t)$$

(в случае стационарности потока имеем $\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}(\mathbf{r}) - D(\mathbf{r})\mathbf{n}(\mathbf{r})$). Тогда $\tilde{V}_n = V_n - D$ и система (7) с учетом свойства (9) на разрывах ударных волн преобразуется к виду [11, с. 176]

$$\left.\begin{aligned} &\left[\rho\tilde{V}_n\right] = 0, \\ &\left[\rho\tilde{V}_n^2 + p\right] = 0, \\ &\left[\tilde{V}_\tau\right] = 0, \\ &\left[h + \frac{\tilde{V}_n^2}{2}\right] = 0, \\ &\left[s\right] \le 0. \end{aligned}\right\} \tag{7a}$$

Здесь $h = e + \dfrac{p}{\rho} = e + pV$ — удельная (на единицу массы) термодинамическая энтальпия. В установившемся движении фронт ударной волны покоится, и из условий $\left[\tilde{V}_\tau\right] = 0$ и $\left[h + \dfrac{\tilde{V}_n^2}{2}\right] = 0$ следует [11, с. 176]

$$\left[h + \frac{|\tilde{\mathbf{v}}|^2}{2}\right] = 0. \qquad (10)$$

Величину $\left[h + \dfrac{|\tilde{\mathbf{v}}|^2}{2}\right] = 0$, равную сумме удельной термодинамической энтальпии и кинетической энергии единицы массы, называют полной энтальпией. Таким образом, полная энтальпия, в отличие от термодинамической энтальпии не "рвется" на разрыве (см. также [30]).

Перепишем систему (7а) в лабораторной системе координат (см., также [16, с. 53]:

$$\begin{aligned} &\rho_1\left(V_{n1} - D\right) = \rho_2\left(V_{n2} - D\right), \\ &\rho_1\left(V_{n1} - D\right)^2 + p_1 = \rho_2\left(V_{n2} - D\right)^2 + p_2, \\ &V_{\tau 1} = V_{\tau 2}, \\ &h_1 + \frac{\left(V_{n1} - D\right)^2}{2} = h_2 + \frac{\left(V_{n2} - D\right)^2}{2}, \\ &[s] \le 0. \end{aligned} \qquad (7б)$$

Отметим также, что величины e, p и ρ связаны уравнениями состояний.

Анализ выражений. В работе [11, с. 176–178] представлены соотношения между термодинамическими переменными, в которые другие переменные не входят. Пусть, поток массы m через поверхность УВ:

$$m = \rho_1\tilde{V}_{n1} = \rho_2\tilde{V}_{n2}. \qquad (11)$$

Тогда из первого и второго условий в (7а) следует

$$\begin{aligned} p_2 - p_1 &= \rho_1\tilde{V}_{n1}^2 - \rho_2\tilde{V}_{n2}^2 = m\left(\tilde{V}_{n1} - \tilde{V}_{n2}\right) = \\ &= m^2\left(V_1 - V_2\right) = \tilde{V}_{n1}\tilde{V}_{n2}\left(\rho_2 - \rho_1\right). \end{aligned} \qquad (12)$$

Из первого, второго и третьего равенств в (12) следуют соответственно соотношения

$$\left(p_2 - p_1\right)\left(V_1 + V_2\right) = \tilde{V}_{n1}^2 - \tilde{V}_{n2}^2, \qquad (13)$$

$$\frac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} = -m^2, \qquad (14)$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = \tilde{V}_{n1}\tilde{V}_{n2}. \qquad (15)$$

Наконец из (13) и (7а) следует равенство

$$\left(p_2 - p_1\right)\left(V_1 + V_2\right) = 2(h_2 - h_1). \qquad (16)$$

Выражение (16) в общем виде для идеальной жидкости впервые получил Гюгонио, хотя Ранкиным оно для частного случая совершенного газа было получено раньше. При заданном начальном состоянии $\left(p_1, V_1\right)$ соотношение (16) определяет все возможные термодинамические состояния $\left(p_2, V_2\right)$, которые могут возникнуть при переходе через ударный фронт. Эквивалентом условия (16) является следующее соотношение (в работе [11] в этом выражении описка, см., например, [25, с. 207, (3)]):

$$\left(p_2 + p_1\right)\left(V_1 - V_2\right) = 2(e_2 - e_1). \qquad (17)$$

Ударной адиабатой, или адиабатой Ранкина—Гюгонио называют кривую в плоскости $\left(p\text{-}V\right)$ или $\left(p\text{-}\rho\right)$, определяющую зависимость p_2 от ρ_2 при заданных начальных значениях p_1 и ρ_1. Следовательно, ударные адиабаты в отличие, к примеру, от адиабаты Пуассона, являются двухпараметрическим, т. к. для построения каждой кривой необходимо задавать две величины: p_1 и ρ_1. Таким образом, при заданных параметрах вещества перед волной p_1 и ρ_1 остальные могут быть найдены из соотношений (12)–(16). Температура, которая в этих выражениях не фигурирует, может быть рассчитана из уравнения состояния.

Отметим также, что, несмотря на идеальную гидродинамическую модель процесса распространения УВ, в ударном слое, толщиной которого пренебрегают, происходят интенсивные диссипативные процессы, что и приводит к скачку температуры. Отсюда и возникает рост энтропии за фронтом УВ.

Основные свойства ударного перехода. Согласно [11, с. 182], имеются следующие важные свойства для соотношений состояний вещества перед УВ и за ее фронтом.

I. Приращение энтропии в ударном переходе имеет третий порядок малости по отношению к интенсивности разрыва $\left(V_1 - V_2\right)$ (отметим, что, согласно [3, с. 460], это утверждение справедливо для УВ слабой интенсивности).

II. В УВ происходит сжатие вещества, т. е. $p_2 > p_1$, $V_2 < V_1$ (за исключением аномалий, отмеченных выше. Прим. авт.).

III. Нормальная составляющая скорости потока относительно ударного фронта является сверхзвуковой перед фронтом и дозвуковой за фронтом, $\tilde{V}_{n2} < c_2$.

IV. Параметры течения перед фронтом УВ и величина относительной нормальной скорости $\tilde{V}_{n1}$ полностью определяют параметры течения за фронтом УВ.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ УДАРНЫХ ВОЛН ВНЕ УДАРНОГО ФРОНТА

Аналитические методы

Выше приведены условия на границе разрыва при распространении УВ. В ряде частных случаев полученными выражениями можно ограничиться. Однако на практике часто приходится иметь дело с нестационарной во времени УВ, распространяющейся в неоднородном пространстве, содержащем границы раздела между средами с различными свойствами. Для того чтобы не следить, когда из волн сжатия сформируется УВ, а также за динамикой ее движения, на практике предпочитают "включать" уравнения и предоставить УВ развиваться естественным образом [26, с. 342].

Учитывая упомянутую выше возможность идеализации среды в силу специфики физики УВ, вне ударного фронта обычно применяют следующую замкнутую систему уравнений Эйлера (в лабораторной системе координат) ([16, с 22], [15, с. 25] и др.):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\rho\mathbf{v})=0,\\ &\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}+\frac{1}{\rho}\nabla p=\mathbf{F},\\ &\frac{\partial s}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla s=0,\\ &p=p(\rho,s).\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Из уравнения состояния $p = p(\rho, s)$ следует [15, с. 26]

$$\nabla p=\frac{\partial p}{\partial\rho}\nabla\rho+\frac{\partial p}{\partial s}\nabla s\,.$$

Поэтому система (18) сводится к трем уравнениям для определения при заданных начальных и граничных условиях трех параметров: $\mathbf{v}$, ρ и s. Здесь $\mathbf{F}$ — удельная (на единицу массы) сила.

Другая форма этих уравнений [16, с. 22]:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\rho\mathbf{v})=0,\\ &\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}+\frac{1}{\rho}\nabla p=\mathbf{F},\\ &\frac{\partial e}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla e-\frac{p}{\rho^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla\rho\right)=0,\\ &p=p(\rho,e).\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Первое уравнение в системах (18), (19) — это уравнение неразрывности (сохранения массы) для сжимаемой жидкости; второе уравнение — уравнение сохранения импульса; третье уравнение — это условие адиабатичности движения в форме Эйлера, выраженное через энтропию (система (18)) либо удельную энергию (система (19)); четвертое уравнение в системах — это соответствующее уравнение состояния.

Отметим, что для определения температуры среды T необходимо знать соответствующие уравнения состояний: $p = p(\rho, T)$ или $s = s(\rho, T)$ для системы уравнений (18) и $p = p(\rho, T)$ или $e = e(\rho, T)$ — для (19) [16, с. 23].

Кроме того, существует процедура "конвертации" уравнений состояния. Так, если известно уравнение состояния в виде $p = p(\rho, T)$, то несложная процедура его преобразования к виду $p = p(\rho, s)$ описана, например, в [16, с. 30].

Система уравнений (18) (или (19)) является замкнутой относительно неизвестных полей p, ρ, $\mathbf{v}$ и s (или e). Эту систему необходимо решать при определенных начальных и граничных условиях.

Здесь уместно также упомянуть, что в одномерном случае реальные УВ (также как и турбулентность) моделируются уравнением Бюргерса ([21, с. 99], [26, с. 331], [27, с. 95] и др.):

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,.$$

Здесь $u(x,t)$ — одномерная скорость жидкости; $\nu=\dfrac{\mu}{\rho}$ — кинематическая вязкость жидкости.

Уравнение Бюргерса может быть представлено в форме дифференциального закона сохранения ([26, с. 332], [27, с. 96] и др.):

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}-\nu\frac{\partial u}{\partial x}\right)=0\,.$$

В [21, 27] подробно изучены свойства и решения уравнения Бюргерса, а само уравнение Бюргерса используют при описании одномерных УВ.

Уравнения состояния жидкости

Процесс распространения УВ в жидкостях имеет ряд особенностей, т. к. при высоких температурах, плотностях и больших градиентах различных параметров происходят сильные межмолекулярные взаимодействия, возможны разрывы химических связей, фазовые превращения и т. д. Особенно это касается воды, которая является сложной жидкостью из-за того, что очень многие ее параметры существенно отличаются по величине от аналогичных параметров других жидкостей либо имеют аномалии на зависимость их от температуры и давления [12, с. 89], [13, с. 124]. В настоящее время создано много структурных моделей воды, с помощью которых предпринимаются попытки объяснить ее особенности, однако не существует единой микроскопической теории строения жидкости, которая объяснила бы всю совокупность физических свойств воды [12, с. 90], [13, с. 125]. В этих же работах приведены другие особенности образования и распространения УВ в воде.

Важную роль в обсуждаемой тематике играют термодинамические уравнения состояния, которые входят обязательным элементом в системы гидродинамических уравнений (18) (уравнение состояния $p = p(\rho, s)$), (19) (уравнение состояния $p = p(\rho, e)$). Кроме того, для расчета параметров на фронте УВ необходимо пользоваться ударной адиабатой (зависимостью между давлением и плотностью в ударном фронте). В отличие от газов для конденсированных сред, включая жидкость, получить уравнения состояния нелегко. Поэтому их определяют экспериментально и пользуются эмпирическими формулами ([12, с. 11], [13, с. 16, 17], [16, с. 616] и др.). Далее приводятся данные для воды.

Наибольшее распространение получила ударная адиабата воды в форме уравнения Тэта (см., например, [12, с. 91], [13, с. 126], [16, с. 616]):

$$p_2 - p_1 = B\left(\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^n - 1\right), \qquad (20)$$

где $B \approx 31 \cdot 10^7$ Па и $n \approx 7.15$ при $p_2 < 3 \cdot 10^9$ Па; $B \approx 42 \cdot 10^7$ Па и $n \approx 6.29$ при $p_2 > 3 \cdot 10^9$ Па. В Приложении ударная адиабата обсуждается подробнее.

Многочисленные попытки получить теоретически уравнение состояния воды не привели пока к результатам. Для получения многими учеными эмпирических и полуэмпирических уравнений состояния воды, которые приведены, например, в работах [14, с. 11–22], [16, с. 617–618, 775–776], были использованы экспериментальные данные. Здесь из указанных достаточно многочисленных уравнений состояния приведем лишь уравнения состояния для воды, предложенные в работах [35, 36] в редакции работ [16, с. 775] и [37].

Уравнения состояния, полученные в [35] по экспериментальным данным П.У. Бриджмена:

$$P = \left(49.414R^{20/3} - 32.620\right) \times \\ \times \left(1 + \frac{R\tau}{0.00548R^{20/3} + 0.0799R + 0.0206}\right), \qquad (21)$$

$$P = \left(1 + \exp\left(\frac{s - s_0}{c_v}\right)\right)\left(49.414R^{20/3} - 32.620\right), \qquad (22)$$

$$\varepsilon = 1587.564\tau + \frac{1}{R}\left(280.012R^{20/3} + 32.620\right) + \mathrm{const}. \qquad (23)$$

Здесь $\tau = T / T_0^*$, $P = p / p_0^*$, $R = \rho / \rho_0^*$, $\rho_0^* = 101.865$ кгс·с^2/м^4 (или 999 кг/м^3), $p_0^* = 61926$ кгс/м^2 (или 607286 Па), $T_0^* = 288$ К, $\varepsilon = e\rho_0^* / p_0^*$, $c_v = 3.3511 \cdot 10^3$ м^2/(с^{2}град). Отметим, что (22) и (23) представляют собой соответственно уравнения состояния $e = e(\rho, T)$ и $s = s(\rho, T)$.

Уравнение состояния воды, полученное в [36]:

при $1 \le \rho \le 2.3$ г/см^3

$$p = p_2\left(1 - 0.012\rho^2 f\right) + 4.7\rho f\left(T - 273\right); \qquad (24)$$

при $\rho < 1$ г/см^3

$$p = \xi^4 - 470\rho f \xi + 4.7\rho f\left(T - 273\right), \qquad (25)$$

$f = \dfrac{1 + 3.5\rho - 2\rho^2 + 7.27\rho^6}{1 + 1.09\rho^6}$, где ξ определяется в зависимости от интервала:

при $0 \le \rho < 0.8$ г/см^3

$$\xi = 6.6\left(1 - \rho\right)^{0.57} \rho^{0.25};$$

при $0.8 \le \rho \le 1$ г/см^3

$$\xi = 10\left(1 - \rho\right) + 66\left(1 - \rho\right)^2 - 270\left(1 - \rho\right)^3.$$

Параметр p_2 в (24) берется из ударной адиабаты [16, с. 775]:

$$p_2 = \frac{3050\left(\rho^{7.3} - 1\right)}{1 + 0.7\left(\rho - 1\right)^4}, \qquad 0 < p_2 < 420 \cdot 10^3 \text{ кгс/см}^2.$$

Уравнения состояния (24), (25) дают возможность определять давление воды по ее температуре и плотности в диапазоне термодинамических параметров

$$273\ \text{К} < T < \left(5\cdot 10^3 ... 10^4\right)\ \text{К}, \quad 1 \le \rho \le 2.3\ \text{г/см}^3.$$

Гидродинамические ударные трубы

Сошлемся на работу [14, с. 54–76], где описано устройство и принцип действия гидродинамических ударных труб. Рассмотрены коническая ударная труба, одномерная ударная труба с одной диафрагмой, электромагнитная и другие ударные трубы. В §§ 1 и 3 гл. 2 в [14] рассмотрены взрывные, пневматические и другие мощные источники, возбуждающие УВ.

Рассмотрим течение сжимаемой жидкости по трубе постоянного сечения. Полагаем трубу достаточно короткой, чтобы можно было пренебречь трением жидкости о стенки. Стенки трубы полагаем теплоизолированными, что предполагает отсутствие теплообмена между жидкостью и внешней средой. При скоростях течения порядка скорости звука, или ее превышающих (что характерно для режима УВ), течение жидкости будет турбулентным, если характерный поперечный размер трубы не слишком мал (течение при больших числах Рейнольдса Re). Известно, что при турбулентном движении [3, § 43] средняя скорость жидкости практически постоянна по всему сечению трубы и быстро падает до нуля на очень близких расстояниях от стенок. Связано это с тем, что толщина динамического пограничного слоя δ имеет порядок $\delta \sim 1/\sqrt{\mathrm{Re}}$ [3, с. 226] (о величине толщины различных пограничных слоев см., например, обзор [37]) и при значительных величинах Re, характерных для режима УВ, $\delta \to 0$. На этом основании будем вслед за [3, с. 507] считать скорость течения постоянной во всем поперечном сечении трубы. Таким образом, вне разрывов можно использовать модели одномерного течения идеальной сжимаемой жидкости в адиабатическом приближении (18), (19) и условиями на разрывах (7), (7а) и (7б).

Здесь приведем некоторые детали расчета параметров плоской прямой УВ в ударной трубе постоянного поперечного сечения при вдвигании поршня с постоянной скоростью. Поскольку задача одномерная, примем в лабораторной системе координат $|\mathbf{v}| = V_n = u$.

Среда перед фронтом УВ имеет параметры p_1, ρ_1, u_1, T_1, за фронтом соответственно p_2, ρ_2, u_2, T_2. Считаем далее (вновь по причине малой длины трубы), что скорость ударной волны D остается вдоль трубы постоянной. Здесь приведем технику расчета параметров УВ на разрыве, следуя [16, § 4.2]. Законы сохранения импульса и энергии на разрыве для частного случая прямой плоской УВ удается упростить. Закон сохранения массы (первое уравнение в (7б)) остается неизменным, законы сохранения импульса и энергии несколько изменяются, и система (7б) переписывается [16, с. 54] следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\rho_1\left(u_1 - D\right) = \rho_2\left(u_2 - D\right),\\
&p_2 - p_1 = \rho_1\left(D - u_1\right)\left(u_2 - u_1\right),\\
&\frac{p_2 u_2 - p_1 u_1}{\left(D - u_1\right)\rho_1} = \left(e_2 - e_1\right) + \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2}\right),
\end{aligned}$$

затем после дальнейших преобразований приводится к виду

$$\begin{aligned}
&\rho_1\left(u_1 - D\right) = \rho_2\left(u_2 - D\right),\\
&p_2 - p_1 = \rho_1\left(D - u_1\right)\left(u_2 - u_1\right),\\
&e_2 - e_1 = \frac{p_2 + p_1}{2}\left(V_1 - V_2\right).
\end{aligned} \tag{26}$$

Последнее уравнение в (26) через энтальпию можно записать в виде

$$h_2 - h_1 = \frac{p_2 - p_1}{2}\left(V_1 + V_2\right).$$

Попутно в [16, с. 54, 55] получены следующие важные соотношения:

$$\begin{aligned}
&\frac{D - u_1}{V_1} = \frac{D - u_2}{V_2},\\
&\frac{D - u_1}{V_1} = \frac{u_2 - u_1}{V_1 - V_2},\\
&u_2 - u_1 = \sqrt{\left(p_2 - p_1\right)\left(V_1 - V_2\right)},\\
&D - u_1 = V_1\sqrt{\frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2}}.
\end{aligned}$$

Для определения параметров УВ на разрыве в [16, с. 56] приводится итоговая система уравнений, следующих из законов сохранения (26) с добавлением уравнения состояния среды:

$$\begin{aligned}
&u_2 - u_1 = \sqrt{\left(p_2 - p_1\right)\left(V_1 - V_2\right)},\\
&D - u_1 = V_1\sqrt{\frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2}},\\
&e_2 - e_1 = \frac{p_2 + p_1}{2}\left(V_1 - V_2\right),\\
&p_2 = p\left(\rho_2, T_2\right).
\end{aligned} \tag{27}$$

Система (27) позволяет определять искомые параметры УВ (см. пример для совершенного газа в [16, с. 55]).

Если среда перед фронтом покоится, т. е. $u_1 = 0$, то система (26) приобретает вид

$$\begin{aligned} &\rho_1 D = \rho_2 \left(D - u_2\right), \\ &p_2 - p_1 = \rho_1 D u_2, \\ &e_2 - e_1 = \frac{p_2 + p_1}{2}\left(V_1 - V_2\right), \end{aligned} \tag{26а}$$

или

$$\begin{aligned} &u_2 = \sqrt{\left(p_2 - p_1\right)\left(V_1 - V_2\right)}, \\ &D = V_1 \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2}}, \\ &e_2 - e_1 = \frac{p_2 + p_1}{2}\left(V_1 - V_2\right). \end{aligned} \tag{26б}$$

В дополнение к приведенным выше выводам из [11, с. 182] о характере процессов в УВ приведем выводы, изложенные в [16, с. 59]:

1. Скорость распространения УВ всегда больше скорости звука в невозмущенной среде.
2. Во фронте УВ параметры состояния и движения среды изменяются скачком.
3. УВ сопровождаются перемещением среды в направлении распространения фронта возмущения (для волн сжатия, прим. авт.).
4. Скорость УВ зависит от ее интенсивности.
5. При образовании УВ энтропия среды возрастает.
6. УВ не имеет периодического характера, а распространяется в виде одиночного скачка уплотнения.

Методы численного расчета ударных волн

Эпоха математического моделирования началась в 1950 г., когда Д. Нейман и Р. Рихтмайер опубликовали метод расчета ударных волн [38]. Далее были разработаны еще три основных численных метода: метод Лакса [39], метод Годунова [40] и метод Куропатенко [41]. Во всех этих методах сильный разрыв заменяется слоем конечной ширины, в котором, так или иначе, учитывается диссипация. Результаты сравнения четырех методов расчета ударных волн, основанных на четырех различных механизмах диссипации энергии в ударном слое, были изложены в монографии [42], а также в работе [43]. В работе [44] были устранены некоторые недостатки, общие для всех четырех методов. Подробное изложение этих и других вычислительных методов распространения УВ содержится также в монографиях [26, 45, 46].

Пример постановки задачи

Выше рассматривалась модель (18), (19), описывающая состояние среды вне ударного фронта. Принималась полезная идеализация о сильном разрыве на ударном фронте. Как отмечалось в предыдущем разделе, в вычислительной практике при реальных расчетах динамики УВ вместо разрывного ударного фронта используется некий ударный слой конечной ширины, где идеальная жидкость заменяется реальной (вязкой и теплопроводной), что позволяет учесть диссипативные процессы и тем самым получить реальную динамику УВ (см., также [16, с. 60]). Так, согласно данным [16, с. 613], амплитуда давления в УВ, распространяющейся в воде на расстоянии □10 радиусов от заряда, для сферической волны составляет □1/100 от начального давления, что нельзя объяснить одной расходимостью. Скорость УВ весьма быстро падает до скорости звука, а сама волна асимптотически переходит в звуковую.

В [27, с. 21, 101] на примере изучения уравнения Бюргерса, решением которого является УВ, но в котором в отличие от (18), (19) присутствует вязкость, дана оценка ширины ударного фронта:

$$\frac{a\Delta}{2\nu} = \mathrm{const}\,.$$

Здесь Δ — ширина ударного слоя; $a = \left(p_2 - p_1\right)$ — амплитуда УВ; ν — кинематическая вязкость среды. Как видно из приведенной оценки, ширина ударного фронта тем больше, чем больше вязкость и чем меньше амплитуда УВ. Качественно такие же оценки приведены в [16, с. 60], полученные Зельдовичем и Тейлором для ширины ударного фронта в воздухе.

Практически задачу о распространении УВ необходимо решать в реальной с границами среде (в литературе описано влияние границ на динамику УВ, см., например, [16]) в общей постановке, без каких-либо допущений о наличии симметрии. Однако рассмотрим упрощенную постановку задачи: первичный источник УВ (ударная труба) является аксиально-симметричной; жидкая среда, куда помещена ударная труба, является однородной и неограниченной, Таким образом, на основании изложенного можно сформулировать начальную задачу численного расчета динамики УВ следующим образом.

I. Принимается аксиальная симметрия задачи; рассматривается жидкое покоящееся полупространство с известными гидродинамическими характеристиками.

II. На границе полупространства (например, на плоскости $z = 0$) везде вне круга $r \le R$, где $r = x^2 + y^2$, R — радиус выходного отверстия ударной трубы, приняты краевые условия, совпадающие с параметрами исходной покоящейся жидкости.

III. Ударная труба, помещенная в покоящуюся жидкость, формирует УВ с известными ударными характеристиками. Фронт УВ в начальный момент времени $t=0$ находится на внешнем срезе трубы $z=0$ (исходный, начальный фронт УВ), однако в геометрии задачи труба отсутствует, а факт ее присутствия выражается лишь в том, что на участке границы $r \le R$, $z=0$ в качестве краевых условий приняты ударные гидродинамические параметры, соответствующие значениям перед начальным фронтом УВ, сформированной в ударной трубе. Начальный фронт принимается плоским.

IV. При решении задач гидродинамики принимается эйлеров формализм; пространство разбивается на три подпространства:

1) подпространство 1 — это подпространство перед УВ,

2) подпространство 2 — это подпространство после УВ,

3) подпространство 3 — это подвижный тонкий слой между подпространствами 2 и 1 (ударный слой), ширина $\Delta(r,z,t)$ и скорость $D(r,z,t)$ перемещения которого зависят от амплитуды ударной волны в данной точке (r,z,t) (см. выше).

V. В подпространствах 1 и 2 принимается модель идеальной среды, в подпространстве 3 принимается модель реальной диссипативной жидкости.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Об ударной адиабате воды [16, § 13.1]

Если среда перед фронтом УВ покоится, т. е. $u_1=0$, то уравнения на разрыве определяются системами (26а) или (26б). Если подставить в третье уравнение систем (26а) или (26б)

$$e_2 - e_1 = \frac{p_2 + p_1}{2}\left(V_1 - V_2\right)$$

уравнение состояния воды $s = s(p,\rho)$ или $e = e(p,\rho)$, то можно получить зависимость между давлением и плотностью в ударном фронте. Эта зависимость и носит название ударной адиабаты. Ввиду того, что общепринятого уравнения состояния воды пока не существует, обычно пользуются эмпирическими формулами, аппроксимирующими экспериментальные данные по динамической сжимаемости воды. Как отмечалось выше, наибольшее распространение получила ударная адиабата воды в форме Тэта (20):

$$p_2 - p_1 = B\left(\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^n - 1\right).$$

Имея ударную адиабату воды, нетрудно рассчитать остальные параметры на ударном фронте. Из первого и второго уравнений системы (26а) следуют уравнения

$$D = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{\rho_1\left(1 - \rho_1/\rho_2\right)}}, \qquad (\text{П1})$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{\rho_1}\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right)}. \qquad (\text{П2})$$

Три уравнения (20), (П1) и (П2) дают зависимость между четырьмя параметрами УВ, что может быть использовано в качестве граничного условия на фронте волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зельдович Я.Б.* Теория ударных волн и введение в газодинамику. М.: АН СССР, 1946. 187 с.
2. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 688 с.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
4. *Курант Р., Фридрихс К.* Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1950. 427 с.
5. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физ.-мат. лит-ра, 1963. 728 с.
6. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1994. 528 с.
7. *Черный Г.Г.* Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
8. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
9. *Овсянников Л.В.* Лекции по основам газовой динамики. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 336 с.
10. *Крайко А.Н.* Теоретическая газовая динамика. Классика и современность. М.: Торус Пресс, 2010. 440 с.
11. *Серрин Дж.* Математические основы классической механики жидкости. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. 256 с.
12. *Селиванов В.В., Соловьев В.С., Сысоев Н.Н.* Ударные и детонационные волны. Методы исследования. М.: Изд-во МГУ, 1990. 256 с.
13. *Кобылкин И.Ф., Селиванов В.В., Соловьев В.С., Сысоев Н.Н.* Ударные и детонационные волны. Методы исследования. М.: Физматлит, 2004. 376 с.
14. *Кедринский В.К.* Гидродинамика взрыва. Эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 435 с.
15. *Станюкович К.П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971. 856 с.

16. Физика взрыва. Т. 1 / Под ред. Л.П. Орленко. М.: Наука, 2004. 832 с.
17. Физика взрыва. Т. 2 / Под ред. Л.П. Орленко. М.: Наука, 2004. 656 с.
18. *Oswatitsch K.* Grundlagen der Gasdynamik. Wien-New York: Springer, 1976. 726 p. Doi: 10.1007/978-3-7091-8415-8.
19. *Anderson J.D.* Fundamentals of Aerodynamics. 3rd ed. McGraw-Hill, 2001. 892 p.
20. *Fox R.W., Pritchard P.J., McDonald A.T.* Introduction to fluid mechanics. 7th edition. John Wiley, 2010. 754 p.
21. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
22. *Бонд Д., Уотсон К., Уэлч Д.* Физическая теория газовой динамики. М.: Мир, 1968. 556 с.
23. *Коул Р.* Подводные взрывы. М.: ИИЛ, 1950. 494 с.
24. *Коробейников В.П., Христофоров Б.Д.* Подводный взрыв // Итоги науки и техники. Сер. Гидромеханика. Т. 9. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1976. С. 54–119.
25. Физическая энциклопедия. Т. 5. М.: БРЭ, 1998. 760 с.
26. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
27. *Рыскин Н.М., Трубецков Д.И.* Нелинейные волны. М.: Наука, 2000. 272 с.
28. *Руденко О.В., Солуян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 288 с.
29. *Крайнов В.П.* Нелинейные задачи гидродинамики. М.: МФТИ, 1996. 92 с.
30. *Тирский Г.А.* Введение в математические модели механики сплошных сред. Лекция 5. Разрывные течения. МФТИ. URL: http://www.intuit.ru/studies/courses/517/373/lecture/8780.
31. *Крайко А.Н.* Краткий курс теоретической газовой динамики. М.: МФТИ, 2007. 300 с.
32. *Зельдович Я.Б.* О возможности ударных волн разрежения // ЖЭТФ. 1946. Т. 16, вып. 4. С. 363–364.
33. Научное открытие "Явление образования ударных волн разрежения" // Научные открытия России. Государственный реестр открытий СССР. URL: http://ross-nauka.narod.ru/06/06-321.html.
34. *Фортов В.Е.* Мощные ударные волны и экстремальное состояние вещества // УФН. 2007. Т. 177, № 4. С. 347–368.
35. *Кочина Н.Н., Мельникова Н.С.* О взрыве в воде с учетом сжимаемости // Труды МИАН. 1966. С. 35–65.
36. *Кузнецов Н.М.* Уравнение состояния и теплоемкость воды в широком диапазоне термодинамических параметров // ПМТФ. 1961. № 1. С. 112–120.
37. *Шарфарец Б.П.* Обзор теории явлений переноса и поверхностных явлений применительно к решению некоторых задач научного приборостроения // Научное приборостроение. 2015. Т. 25, № 3. С. 45–64. URL: http://213.170.69.26/mag/2015/full3/Art6.pdf.
38. *Neuman J., Richtmeyer R.* Method for numerical calculation of hydrodynamicstocks // Appl. Phys. 1950. Vol. 21, no. 3. P. 232–237.
39. *Lax P.D.* Weak solution of nonlinear hyperbolic equation and their numerical computations // Comm. Pure and Appl. Math. 1954. Vol. 7. P. 159–193.
40. *Годунов С.К.* Разностный метод счета разрывных решений уравнений газодинамики // Матем. сб. 1959. Т. 3, № 4 (99). С. 271–306.
41. *Куропатенко В.Ф.* Метод расчета ударных волн // ДАН СССР. 1960. Т. 3, № 4. С. 771.
42. *Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.* Системы квазилинейных уравнений и их применение к газовой динамике. М.: Наука, 1968. 592 с.
43. *Куропатенко В.Ф.* Методы расчета ударных волн // Дальневосточный математический журнал. 2001. Т. 2, № 2. С. 44–59.
44. *Куропатенко В.Ф., Коваленко Г.В., Кузнецова В.И.* Комплекс программ ВОЛНА и неоднородный разностный метод для расчета неустановившихся движений сжимаемых сред // ВАНТ. Сер. Методики и программы численного решения задач матем. физики. 1989. Вып. 2. С. 9–17.
45. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкости. Т. 1 / Пер. с англ. А.И. Державиной, под ред. В.П. Шидловского. М.: Мир, 1991. 504 с.
46. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкости. Т. 2 / Пер. с англ. В.Ф. Каменецкого, под ред. Л.И. Турчака. М.: Мир, 1991. 552 с.

Институт аналитического приборостроения РАН, г. Санкт-Петербург

Контакты: *Шарфарец Борис Пинкусович*, sharb@mail.ru

Материал поступил в редакцию: 10.07.2016

ISSN 0868–5886 *NAUCHNOE PRIBOROSTROENIE, 2016, Vol. 26, No. 4, pp. 43–54*

ON THE DYNAMICS OF SHOCK WAVES IN THE LIQUID. OVERVIEW

B. P. Sharfarets

Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint-Petersburg, Russia

We consider the laws of shock compression, the boundary conditions on the front of waves. We show conservation laws at the front of shock wave. Are discussed methods for calculating the dynamics of shock waves and equations of state of the fluid. Provides a simplified formalism, which is the theory of shock waves for the case of plane shock front. Outlines the existing methods of numerical calculation of shock waves. Provides an example of setting a boundary value problem of the propagation of the shock wave.

Keywords: shock wave, wave front, equations of state of liquid, shock adiabata

REFERENCES

1. Zeldovich Ya.B. *Teoriya udarnyh voln i vvedenie v gazodinamiku* [Theory of shock waves and introduction to gas dynamics]. Moscow, AN SSSR Publ., 1946. 187 p. (In Russ.).
2. Zeldovich Ya.B., Rajzer Yu.P. *Fizika udarnyh voln i vysokotemperaturnyh gidrodinamicheskih yavlenij* [Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 688 p. (In Russ.).
3. Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoreticheskaya fizika. T. 6. Gidrodinamika* [Theoretical physics. Vol. 6, Hydrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 736 p. (In Russ.).
4. Courant R., Friedrichs K. *Sverhzvukovoe techenie i udarnye volny* [Supersonic flow and shock waves]. Moscow, IIL Publ., 1950. 427 p. (In Russ.).
5. Kochin N.E., Kibel I.A., Roze N.V. *Teoreticheskaya gidromekhanika. Ch. 2* [Theoretical hydromechanics. Part 2]. Moscow, Fiz.-mat. lit. Publ., 1963. 728 p. (In Russ.).
6. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoj sredy. T. 1* [Mechanics of the continuous environment. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1994. 528 p. (In Russ.).
7. Chernyj G.G. *Gazovaya dinamika* [Fluid dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 424 p. (In Russ.).
8. Lojcyanskij L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. Moscow, Drofa Publ., 2003. 840 p. (In Russ.).
9. Ovsyannikov L.V. *Lekcii po osnovam gazovoj dinamiki* [Lectures on bases of gas dynamics]. Moscow-Izhevsk, Institut Komp'yuternyh Issledovanij, 2003. 336 p. (In Russ.).
10. Krajko A.N. *Teoreticheskaya gazovaya dinamika. Klassika i sovremennost'* [Theoretical gas dynamics. Classics and present]. Moscow, Torus Press Publ., 2010. 440 p. (In Russ.).
11. Serrin J. *Matematicheskie osnovy klassicheskoj mekhaniki zhidkosti* [Mathematical principles of classical fluid mechanics]. Moscow, IIL Publ., 1963. 256 p. (In Russ.).
12. Selivanov V.V., Solov'ev V.S., Sysoev N.N. *Udarnye i detonacionnye volny. Metody issledovaniya* [Shock and detonation waves. Research methods]. Moscow, MGU, 1990. 256 p. (In Russ.).
13. Kobylkin I.F., Selivanov V.V., Solov'ev V.S., Sysoev N.N. *Udarnye i detonacionnye volny. Metody issledovaniya* [Shock and detonation waves. Research methods]. Moscow, Fiz.-mat. lit. Publ., 2004. 376 p. (In Russ.).
14. Kedrinskij V.K. *Gidrodinamika vzryva. Eksperiment i modeli* [Hydrodynamics of explosion. Experiment and models]. Novosibirsk, SO RAN Publ., 2000. 435 p. (In Russ.).
15. Stanyukovich K.P. *Neustanovivshiesya dvizheniya sploshnoj sredy* [Unsteady movements of the continuous environment]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 856 p. (In Russ.).
16. Orlenko L.P., ed. *Fizika vzryva. T. 1.* [Physics of explosion. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 2004. 832 p. (In Russ.).
17. Orlenko L.P., ed. *.Fizika vzryva. T. 2.* [Physics of explosion. Vol. 2]. Moscow, Nauka Publ., 2004. 656 p. (In Russ.).
18. Oswatitsch K. *Grundlagen der Gasdynamik*. Wien-New York, Springer, 1976. 726 p. Doi: 10.1007/978-3-7091-8415-8.
19. Anderson J.D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 3rd ed. New York, McGraw-Hill, 2001. 892 p.
20. Fox R.W., Pritchard P.J., McDonald A.T. *Introduction to fluid mechanics.* 7th ed. New York, John Wiley, 2010. 754 p.
21. Whitham G.B. *Linejnye i nelinejnye volny* [Linear and nonlinear waves]. Moscow, Mir Publ., 1977. 622 p. (In Russ.).
22. Bond D., Uotson K., Uehlch D. *Fizicheskaya teoriya gazovoj dinamiki* [Physical theory of gas dynamics]. Moscow, Mir Publ., 1968. 556 p. (In Russ.).
23. Kole R.H *Podvodnye vzryvy* [Underwater explosions]. Moscow, IIL Publ., 1950. 494 p. (In Russ.).
24. Korobejnikov V.P., Hristoforov B.D. [Underwater explosion]. *Itogi nauki i tekhniki. Ser. Gidromekhanika* [Results of science and technology. Hydromechanics series]. Vol. 9, Moscow, VINITI AN SSSR, 1976, 54–119 pp. (In Russ.).
25. *Fizicheskaya ehnciklopediya T. 5.* [Physical encyclopedia.

Vol. 5.]. Moscow, BRE Publ., 1998. 760 p. (In Russ.).
26. Rouch P. *Vychislitel'naya gidrodinamika* [Computational hydrodynamics]. Moscow, Mir Publ., 1980. 616 p. (In Russ.).
27. Ryskin N.M., Trubeckov D.I. *Nelinejnye volny* [Nonlinear waves]. Moscow, Nauka Publ., 2000. 272 p. (In Russ.).
28. Rudenko O.V., Soluyan S.I. *Teoreticheskie osnovy nelinejnoj akustiki* [Theoretical bases of nonlinear acoustics]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 288 p. (In Russ.).
29. Krajnov V.P. *Nelinejnye zadachi gidrodinamiki* [Nonlinear problems of hydrodynamics]. Moscow, MFTI, 1996. 92 p. (In Russ.).
30. Tirskij G.A. *Vvedenie v matematicheskie modeli mekhaniki sploshnyh sred. Lekciya 5. Razryvnye techeniya* [Introduction to mathematical models of mechanics of continuous environments. Lecture 5. Explosive currents]. MFTI. URL: http://www.intuit.ru/studies/courses/517/373/lecture/8780. (In Russ.).
31. Krajko A.N. *Kratkij kurs teoreticheskoj gazovoj dinamiki* [Short course of theoretical gas dynamics]. Moscow, MFTI, 2007. 300 p. (In Russ.).
32. Zeldovich Ya.B. [About a possibility of shock waves of depression]. *ZHETF* [JETP], 1946, vol. 16, no. 4, pp. 363–364. (In Russ.).
33. Yavlenie obrazovaniya udarnyh voln razrezheniya [Phenomenon of formation of shock waves of depression]. *Nauchnye otkrytiya Rossii. Gosudarstvennyj reestr otkrytij SSSR* [Discoveries of Russia. State register of discoveries of the USSR]. URL: http://ross-nauka.narod.ru/06/06-321.html. (In Russ.).
34. Fortov V.E. [Powerful shock waves and extreme condition of substance]. *UFN* [Advances in Physical Sciences], 2007, vol. 177, no. 4, pp. 347–368. (In Russ.).
35. Kochina N.N., Melnikova N.S. [About explosion in water taking into account compressibility]. *Trudy MIAN* [Proceedigs MIAN], 1966, pp. 35–65. (In Russ.).
36. Kuznecov N.M. [The equation of a state and thermal capacity of water in the wide range of thermodynamic parameters]. *PMTF* [PMTF], 1961, no. 1, pp. 112–120. (In Russ.).
37. Sharfarets B.P. [An overview of the theory of transport phenomena and surface phenomena in relation to the solution of some problems of analytical instrumentation]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2015, vol. 25, no. 3, pp. 45–64. Doi: 10.18358/np-25-3-i4564 (In Russ.).
38. Neuman J., Richtmeyer R. Method for numerical calculation of hydrodynamicstocks. *Appl. Phys*., 1950, vol. 21, no. 3, pp. 232–237. Doi: 10.1063/1.1699639.
39. Lax P.D. Weak solution of nonlinear hyperbolic equation and their numerical computations. *Comm. Pure and Appl. Math*., 1954, vol. 7, pp. 159–193. Doi: 10.1002/cpa.3160070112.
40. Godunov S.K. [Differential method of the account of explosive solutions of the equations of gas dynamics]. ,*Matematicheskij sbornik* [Mathematical collection]. 1959, vol. 3, no. 4 (99), pp. 271–306. (In Russ.).
41. Kuropatenko V.F. [Method of calculation of shock waves]. *DAN SSSR* [DAN USSR], 1960, vol. 3, no. 4, pp. 771. (In Russ.).
42. Rozhdestvenskij B.L., Yanenko N.N. *Sistemy kvazilinejnyh uravnenij i ih primenenie k gazovoj dinamike* [Systems of the quasilinear equations and their application to gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 592 p. (In Russ.).
43. Kuropatenko V.F. [Methods of calculation of shock waves]. *Dal'nevostochnyj matematicheskij zhurnal* [Far East mathematical magazine], 2001, vol. 2, no. 2, pp. 44–59. (In Russ.).
44. Kuropatenko V.F., Kovalenko G.V., Kuznecova V.I. [Complex of the programs VOLNA and non-uniform differential method for calculation of the unsteady movements of the compressed environments]. *VANT. Ser. Metodiki i programmy chislennogo resheniya zadach matem. fiziki* [PAST. Series of the Technique and program of the numerical solution of tasks math. physics], 1989, no. 2, pp. 9–17. (In Russ.).
45. Fletcher C.A.J. *Computational techniques for fluid dynamics*. *Vol. 1*. 2nd ed., Springer, 1991. 401 p. (Russ. ed.: Fletcher C. *Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkosti. T. 1.* Translate A.I. Derzhavina, eds. V.P. Shidlovsky. Moscow, Mir Publ., 1991. 504 p.).
46. Fletcher C.A.J. *Computational techniques for fluid dynamics*. *Vol. 2*. 2nd ed., Springer, 1991. 494 p. (Russ. ed.: Fletcher C. *Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkosti. T. 2.* Translate *V.F. Kamenecky*, ed. *L.I. Turchak*.. Moscow, Mir Publ., 1991. 552 p.).

Contacts: *Sharfarets Boris Pinkusovich,*
sharb@mail.ru

Article received in edition: 10.07.2016