

УДК 681.787.7

© И. А. Аверин

## ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ И МАГНИТОСТАТИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ СПЕКТРОГРАФЫ С ОДНОРОДНЫМИ ПО ЭЙЛЕРУ ПОТЕНЦИАЛАМИ, ХАРАКТЕРИЗУЕМЫМИ НЕЦЕЛОЧИСЛЕННЫМИ ПОРЯДКАМИ ОДНОРОДНОСТИ

Энергоанализаторы, способные охватывать большой диапазон энергий за одно измерение, очень важны и вызывают большой интерес. С оптической точки зрения системы, обладающие хорошими спектрографическими свойствами, сильно отличаются от систем с хорошими спектрометрическими свойствами, а их разработка приводит к совершенно новым оптическим задачам и соответственно к новым способам их решения. Одним из полезных инструментов решения подобных задач являются поля, однородные по Эйлеру: электростатические, удовлетворяющие тождеству  $\mathbf{E}(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^n \mathbf{E}(x, y, z)$ , либо магнитостатические, удовлетворяющие тождеству  $\mathbf{B}(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^n \mathbf{B}(x, y, z)$  (где  $n$  — фиксированный порядок однородности,  $\lambda$  — произвольно варьируемая константа). Полям с целочисленными порядками однородности посвящено достаточно много публикаций, но возможности полей с нецелочисленными порядками однородности пока что остаются неизученными в достаточной степени. В данной статье рассматриваются спектрографические свойства двумерных полей (электрических и магнитных), однородных по Эйлеру с нецелочисленным порядком однородности, и показано, что их использование значительно расширяет свободу конструирования спектрографических энергоанализирующих систем.

*Кл. сл.:* электронная спектроскопия, электронные спектрографы, однородные по Эйлеру потенциалы, принцип подобия траекторий

### ВВЕДЕНИЕ

Электронная спектроскопия — мощный инструмент для получения информации о веществе, который может снабдить исследователя полезной информацией об особенностях химической структуры исследуемого объекта [1, 2]. Это метод с высокой поверхностной чувствительностью, которому в настоящее время нет аналогов при анализе проводящих и непроводящих поверхностей. Особенно актуален он стал в связи с переходом современной электроники на наноразмерную шкалу. Совмещение электронного микроскопа и электронного энергоанализатора, работающего в режиме спектрографа, является новым и перспективным приборным решением, которое дает уникальную возможность исследовать характерные локальные свойства сканируемого объекта [3]. Появление таких комбинированных приборов привносит новую ноту в электронную спектроскопию и открывает новое направление в оптике заряженных частиц.

Такое приборное решение требует спектрографического режима работы энергоанализатора, определяющего весь диапазон электронного спектра для исследуемой точки объекта за одно измерение.

Однако реализация *спектрографического* режима (весь набор энергий пучка измеряется одновременно в параллельном режиме и с одинаковой точностью) по сравнению с классическим *спектрометрическим* режимом (в каждый момент времени вырезается и точно измеряется только одна из энергий пучка) требует совершенно других подходов к конструкции и к оптимизации оптической схемы прибора. При спектрометрическом режиме необходимо собрать все частицы пучка с одной энергией в точке детектирования с максимально хорошим качеством фокусировки и обеспечить непопадание на детектор частиц с другими энергиями. При спектрографическом режиме нужно разделить единый поток заряженных частиц на максимально диспергированные потоки, каждый из которых соответствует одной энергии, и сфокусировать эти моноэнергетические потоки по отдельности в независимые и пространственно разнесенные точки детектирования с примерно одинаковым для всех точек качеством фокусировки. Это принципиально разные оптические задачи.

Электронно-оптические структуры для спектрометрических задач хорошо исследованы и здесь существует достойное разнообразие под-

ходящих приборных решений [4]. Спектрографическая же задача относительно нова, для нее еще нет большого количества готовых решений [3, 5–8]. Здесь важным инструментом может быть теория спектрографических сред [9–11], гарантирующая, что каждый моноэнергетический поток частиц фокусируется с одним и тем же качеством в некоторой точке и что кривая фокусов представляет собой прямую линию.

### ПРИНЦИП ПОДОБИЯ ТРАЕКТОРИЙ

Теория спектрографических сред базируется на общем принципе подобия траекторий в электрических и магнитных полях, однородных по Эйлеру [9–11]. В таких полях траектории частиц с разными энергиями (и одинаковыми отношениями массы к заряду в случае магнитного поля) геометрически подобны друг другу с множителем, зависящим от энергии. Поэтому если моноэнергетический поток частиц фиксированной энергии, стартующий из начала координат под некоторым углом, фокусируется в некоторой точке пространства, то моноэнергетический поток любой другой энергии, также стартующий из начала координат и под тем же углом, фокусируется в точке, которая будет пропорционально масштабирована по отношению к началу координат. Важно, что здесь качество фокусировки для всех моноэнергетических потоков будет одинаковым, а все точки фокусировки будут расположены вдоль прямой линии (плоскости), проходящей сквозь начало координат системы.

Рассмотрим более подробно этот тезис. Однородная по Эйлеру функция  $f(x, y, z, \dots)$  с порядком однородности  $n$  — это функция, которая для всех  $\lambda$  удовлетворяет тождеству  $f(\lambda x, \lambda y, \lambda z, \dots) \equiv \lambda^n f(x, y, z, \dots)$ . Однородные гармонические полиномы  $x^2 - y^2$  и  $z(x^3 - 3xy^2)$  — наглядный пример однородных по Эйлеру функций. Пусть и электрическое поле  $\mathbf{E}(x, y, z)$ , и магнитное поле  $\mathbf{V}(x, y, z)$  являются однородными по Эйлеру функциями порядка  $p$  и  $s$ , так что

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\lambda x, \lambda y, \lambda z) &\equiv \lambda^p \mathbf{E}(x, y, z), \\ \mathbf{V}(\lambda x, \lambda y, \lambda z) &\equiv \lambda^s \mathbf{V}(x, y, z) \end{aligned} \quad (1)$$

(для этого электрический и магнитный потенциалы должны быть однородными по Эйлеру функциями порядка  $(p+1)$  и  $(s+1)$ ). Уравнение движения заряженных частиц в совмещенном электрическом и магнитном поле со свойством (1) записывается как

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) = \frac{q}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}(t)) + \frac{q}{mc} [\dot{\mathbf{r}}(t) \times \mathbf{V}(\mathbf{r}(t))], \quad (2)$$

где  $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$  — координаты траектории,  $q$  — заряд,  $m$  — масса,  $t$  — время,  $c$  — нормирующий множитель, зависящий от выбранной системы единиц.

Пусть  $\mathbf{r}(t)$  — решение уравнения (2). Может ли масштабированная функция  $\boldsymbol{\rho}(t) = \lambda \mathbf{r}(\mu t)$  также являться решением (2) при некотором выборе констант  $\lambda$ ,  $\mu$ ? Да, это верно, когда  $\lambda \mu^2 = \lambda^p = \lambda^{s+1} \mu$ , т. к.  $d\boldsymbol{\rho}/dt = \lambda \mu d\mathbf{r}/d(\mu t)$ ,  $d^2\boldsymbol{\rho}/dt^2 = \lambda \mu^2 d^2\mathbf{r}/d(\mu t)^2$  и поэтому при подстановке функции  $\boldsymbol{\rho}(t)$  в уравнение (2) справедливо тождество

$$\begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\rho}} - \frac{q}{m} \mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}) - \frac{q}{mc} [\dot{\boldsymbol{\rho}} \times \mathbf{V}(\boldsymbol{\rho})] &= \\ = \lambda \mu^2 \ddot{\mathbf{r}} - \frac{q}{m} \mathbf{E}(\lambda \mathbf{r}) - \frac{q}{mc} [\lambda \mu \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{V}(\lambda \mathbf{r})] &= \\ = \lambda \mu^2 \ddot{\mathbf{r}} - \lambda^p \frac{q}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \lambda^{s+1} \mu \frac{q}{mc} [\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{V}(\mathbf{r})] &= \\ = \lambda^p \left( \ddot{\mathbf{r}} - \frac{q}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \frac{q}{mc} [\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{V}(\mathbf{r})] \right) &= 0. \end{aligned}$$

То есть для чисто электрического поля траектории, у которых начальная кинетическая энергия масштабирована в  $\gamma$  раз как  $K' = \gamma K$ , будут геометрически масштабированы в  $\lambda = \gamma^{1/(p+1)}$  раз (т. к.  $\lambda \mu^2 = \lambda^p$ , то  $\mu = \lambda^{(p-1)/2}$  и  $\gamma = \lambda^2 \mu^2 = \lambda^{p+1}$ ), а для чисто магнитного поля такие траектории будут геометрически масштабированы в  $\lambda = \gamma^{1/(2s+2)}$  раз (т. к.  $\lambda \mu^2 = \lambda^{s+1} \mu$ , то  $\mu = \lambda^s$  и  $\gamma = \lambda^2 \mu^2 = \lambda^{2s+2}$ ). То же самое верно и при наложении друг на друга однородных по Эйлеру электрических и магнитных полей, если порядки однородности выбраны таким образом, что  $p = 2s + 1$ .

Начальные координаты для  $\boldsymbol{\rho}(t) = \lambda \mathbf{r}(\mu t)$  масштабированы в  $\lambda$  раз по сравнению с начальными координатами для  $\mathbf{r}(t)$  (однако если исходной точкой является начало координат, то обе траектории стартуют из одной точки). Начальная кинетическая энергия для  $\boldsymbol{\rho}(t)$  масштабирована в  $\lambda^2 \mu^2$  раз по сравнению с начальной кинетической энергией для  $\mathbf{r}(t)$  (где  $\mu = \lambda^{(p-1)/2}$  и/или  $\mu = \lambda^s$ ). Углы старта для  $\boldsymbol{\rho}(t)$  и  $\mathbf{r}(t)$  одинаковы. Эти начальные условия однозначно определяют траекторию заряженной частицы, и эта траектория будет тожде-

ственно совпадать с масштабированной в  $\lambda$  раз исходной траекторией (в силу теоремы о существовании и единственности решений систем дифференциальных).

Данный важный факт называется "принципом подобия траекторий" и, по-видимому, был изначально предложен для электростатических полей Ю.К. Голиковым. В частности, на основе этого принципа в [9–14] синтезируются весьма разнообразные и весьма эффективные электростатические электронно-оптические системы.

### ПЛАНАРНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛЯ

Рассмотрим однородные по Эйлеру электрические поля с нецелочисленным порядком однородности (целые порядки однородности вполне исчерпывающим образом рассмотрены в [9–11]). Можно показать, что все планарные электрические потенциалы, которые являются однородными функциями порядка  $n$  и имеют эквипотенциальную плоскость  $y = 0$ , определяются формулой

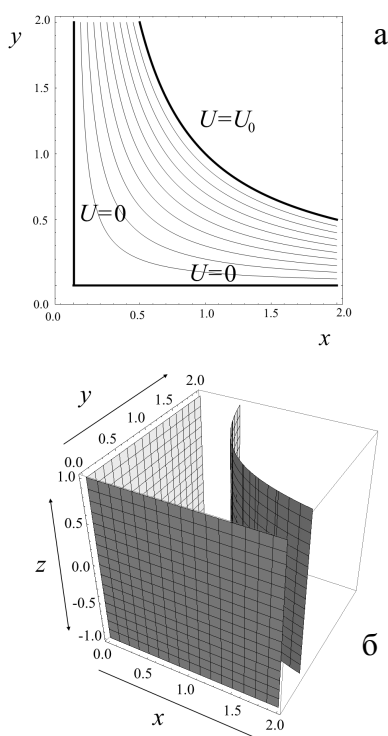
$$U(x, y) = U_0 \left( \sqrt{x^2 + y^2} / L \right)^n \sin(n \operatorname{Arctg}(y/x)), \quad (3)$$

где  $U_0$  — масштабированный множитель для потенциала,  $L$  — масштабированный множитель для геометрических размеров. В частности, электрическое поле  $U(x, y) \sim xy$ , использованное в [6]

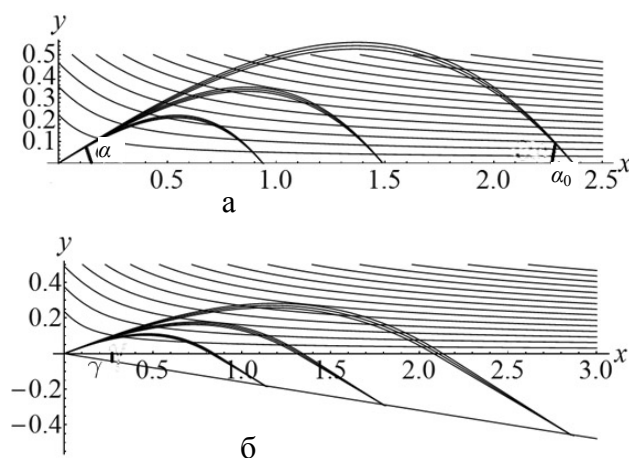
для создания гиперболического электронного спектрографа с параллельным сбором электронов, задается выражением (3), если  $n=2$ . На рис. 1 показаны эквипотенциальные линии и электроды, необходимые для создания этого электрического поля.

Оптические схемы на основе электрических потенциалов (3) содержат не так уж много свободных параметров для оптимизации траекторий. А именно изменение масштабирующих множителей, потенциалов на электродах и начальной энергии системы в соответствии с принципом подобия траекторий лишь масштабирует пучок траекторий как единое целое. А поскольку начальные координаты пучка обязательно находятся в начале координат, в итоге мы можем менять лишь входной угол пучка  $\alpha$  и положение детектора, чтобы оптимизировать спектрограф.

Здесь возможны два принципиально разных решения. В первом из них детектор располагается на эквипотенциальной плоскости  $y = 0$  (заземленный электрод), как это сделано в [6] (рис. 2, а). Для второго случая эквипотенциальный электрод  $y = 0$  — это сетка, сквозь которую просачиваются заряженные частицы, а после сетки есть беспольевой промежуток (длина дрейфа) до пересечения с плоскостью детектора (рис. 2, б). В первом случае есть возможность менять лишь входной угол  $\alpha$  основной траектории и тем самым можно рассчитывать на получение фокусировки 1-го порядка.



**Рис. 1.** Эквипотенциальные линии (а) и трехмерные электроды (б) для планарного электростатического поля (3), однородного по Эйлеру с  $n = 2$



**Рис. 2.** Две конфигурации двумерного спектрографа. а — детектор расположен на эквипотенциальной плоскости  $y = 0$  внутри поля; б — детектор расположен вне поля после заземляющей сетки  $y = 0$ .

$\alpha$  — угол входа между входящим пучком и плоскостью  $y = 0$ ;  $\alpha_0$  — угол между выходящим пучком и плоскостью детектирования;  $\gamma$  — угол наклона плоскости детектирования по отношению к  $y = 0$

Во втором случае есть возможность менять входной угол основной траектории  $\alpha$  и длину дрейфа и тем самым можно рассчитывать на получение фокусировки 2-го порядка. При этом, как уже было отмечено, при изменении входной кинетической энергии, масштабирующего множителя  $U_0$  и масштабирующего множителя  $L$  лишь меняется масштаб всего набора траекторий как единого целого, никак не улучшая и не ухудшая поведение пучка в масштабированной точке фокусировки (детектирования).

Рассмотрим уравнения движения заряженной частицы с массой  $m$  и зарядом  $q$  для электрического поля с потенциалом (3) после выполнения замены переменных  $x = x_n L \xi$ ,  $y = y_n L \xi$ ,  $t = t_n T$ , где  $x_n$ ,  $y_n$ ,  $t_n$  — безразмерные координаты и время,  $\xi$  и  $T$  — временно неопределенные масштабирующие коэффициенты. Если значение  $T$  выбрать так, что  $T^2 = mL^2/qU_0 \xi^{n-2}$ , то безразмерные уравнения движения примут вид  $x_n'' = -\phi_x(x_n, y_n)$ ,  $y_n'' = -\phi_y(x_n, y_n)$ , где  $\phi(x, y) = (x^2 + y^2)^{n/2} \times \sin(n \cdot \text{Arctg}(y/x))$  — безразмерный потенциал, а  $\phi_x$  и  $\phi_y$  — его частные производные по соответствующим переменным. При выборе  $\xi = (K/qU_0)^{1/n}$  (где  $K$  — начальная кинетическая энергия) безразмерная начальная кинетическая энергия  $K_n = (x_n'^2 + y_n'^2)/2$  окажется равной 1.

Пусть  $f$  — безразмерная координата точки фокуса на плоскости детектора, которая вычисляется из безразмерных уравнений движения для пробной траектории с начальной кинетической энергией  $K_n = 1$  и с начальным углом, обеспечивающим фокусировку. Размерная координата точки фокуса равна  $F = fL\xi = Lf(K/qU_0)^{1/n}$ , а дисперсия по энергии равна  $D_E = dF/dK = (1/n)Lf(K/qU_0)^{1/n}/K$ . Удобно также ввести безразмерную дисперсию  $d_E = (1/n)f(K/qU_0)^{1/n}$ , так что  $D_E = d_E L/K$ .

Разрешение прибора равно  $R = K/\Delta K$ , где  $\Delta K$  — ширина моноэнергетического пика, размытого абберациями, выраженная в единицах энергии (для чего используется калибровочная шкала, связывающая энергию частицы и координату точки детектирования). Для фокусировки 1-го порядка ширина пика оценивается как  $\Delta K = F_{\alpha\alpha} (\Delta\alpha/2)^2 / D_E$ , а для фокусировки 2-го порядка — как  $\Delta K = 2F_{\alpha\alpha\alpha} (\Delta\alpha/2)^3 / D_E$ , где

$\Delta\alpha$  — угловой разброс пучка, а  $F_{\alpha\alpha}$  и  $F_{\alpha\alpha\alpha}$  — размерные (ненулевые) абберационные коэффициенты 2-го и 3-го порядков для положения точки пересечения траектории с плоскостью детектора, вычисленные относительно основной траектории.

Абберационные коэффициенты  $F_{\alpha\alpha}$  и  $F_{\alpha\alpha\alpha}$  могут быть выражены через безразмерные абберационные коэффициенты  $f_{\alpha\alpha}$  и  $f_{\alpha\alpha\alpha}$ , извлеченные из безразмерных уравнений движения, по формулам  $F_{\alpha\alpha} = f_{\alpha\alpha} L \xi$  и  $F_{\alpha\alpha\alpha} = f_{\alpha\alpha\alpha} L \xi$ . Тогда разрешающая сила устройства будет вычисляться как  $R = 4f / (nf_{\alpha\alpha} \Delta\alpha^2)$  для фокусировки 1-го порядка и как  $R = 4f / (nf_{\alpha\alpha\alpha} \Delta\alpha^3)$  для фокусировки 2-го порядка. Тем самым для однородных по Эйлера потенциалов разрешающая сила не зависит от энергии частиц, равно как и от потенциалов на электродах и масштаба длины, поскольку положение пика и ширина пика геометрически масштабируются с одинаковым коэффициентом.

Результаты для фокусировки 1-го порядка показаны в Приложении на рис. П1, П2. Результаты для фокусировки 2-го порядка показаны в Приложении на рис. П3. Разрешение вычисляется для углового разброса  $\pm 0.6$  градусов.

#### ВАЖНОЕ ЗАМЕЧАНИЕ О КРАЕВЫХ ПОЛЯХ

При фокусировке 1-го порядка проблем с краевыми полями нет, т. к. детектирующая пластина представляет собой заземленный электрод внутри поля, а точка влета заряженных частиц характеризуется практически нулевой напряженностью электрического поля по обе стороны границы при  $n > 1$ . При фокусировке 2-го порядка для перехода заряженной частицы из области, заполненной электрическим полем, к бесполовому дрейфовому пространству используется заземленная идеальная сетка. Это определенно не является подходящим конструктивным решением: кроме того, что около реальной сетки все равно образуются возмущающие краевые поля, наличие сетки еще и сильно уменьшает чувствительность анализа.

К сожалению, как следует из общей формулы (3), в принципе не существуют двумерные и одновременно однородные по Эйлера поля с выходными электродами, обладающими щелью для свободного выхода заряженных частиц. Однако можно показать (см. далее), что имеются однородные по Эйлера *трехмерные* поля, которые максимально близки к соответствующим идеальным двумерным полям и при этом обладают выходной щелью. Эти поля не слишком хорошо поддаются попыткам выразить их в виде аналитической формулы, но их вполне можно рассчитать численно.

Опишем кратко данный процесс. Однородная по Эйлера функция  $U(x, y, z)$  с порядком однородности  $n$  может быть записана с помощью "донкиновской" подстановки [12, 13] как

$$U(x, y, z) = \left(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^n \times \phi\left(\frac{y}{x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{z}{x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) = r^n \phi(p, q), \tag{4}$$

где  $\phi(p, q)$  — произвольная функция двух переменных. Чтобы функция (4) удовлетворяла трехмерному уравнению Лапласа  $U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = 0$ , функция  $\phi(p, q)$ , записанная в координатах

$$p = \frac{y}{x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad q = \frac{z}{x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

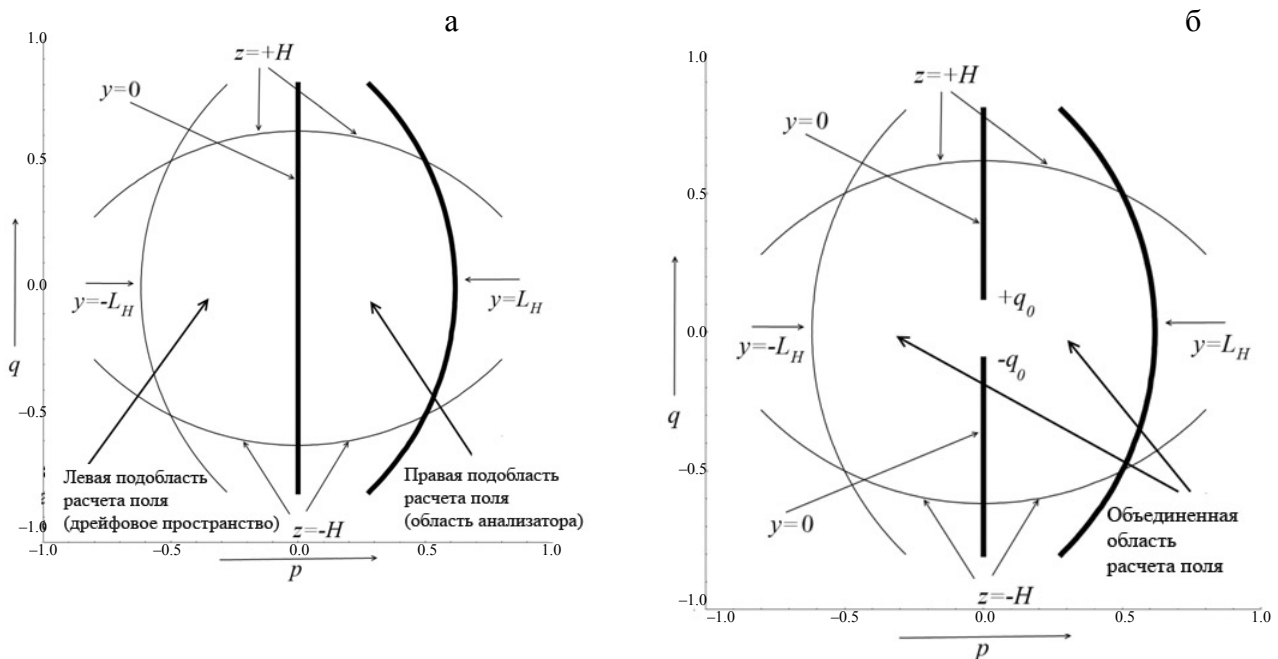
должна удовлетворять двумерному эллиптическому

уравнению

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial p^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial q^2} - \frac{4np}{1 + p^2 + q^2} \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{4nq}{1 + p^2 + q^2} \frac{\partial \phi}{\partial q} + \frac{4n^2}{1 + p^2 + q^2} \phi = 0. \tag{5}$$

Для уравнения (5) можно поставить краевую задачу в координатах  $(p, q)$  и, определив численно решение  $\phi(p, q)$ , после этого по формуле (4) восстановить во всем пространстве электростатический потенциал  $U(x, y, z)$ , однородный по Эйлера. Эквипотенциальные поверхности полученной функции  $U(x, y, z)$  дадут форму электродов, с помощью которых создается искомое электростатическое поле.

Двумерная область в координатах  $(p, q)$  для сечения  $x = \text{const}$  спектрометра с потенциалом (3) для случая  $n=2$  (т. е. для потенциала  $U(x, y, z) = U_0 xy/L^2$ ) показана на рис. 3, а, где граничными линиями служат:



**Рис. 3.** Вспомогательные двумерные области в координатах  $p, q$ , соответствующие сечению  $x = \text{const}$  однородного по Эйлера электрического поля. а — при бесконечно узкой переходной области краевого поля энергоанализатора (случай планарного поля и идеальной сетки в качестве входного/выходного электрода); б — при наличии бессеточной щели для входного/выходного электрода энергоанализатора

– граница  $y = 0$ , соответствующая "ближнему" (входному и выходному) электроду в виде вертикальной плоскости (выделена жирной линией);

– граница  $y = L_H$ , соответствующая отражающему "дальному" электроду в виде гиперболически изогнутой цилиндрической поверхности, которая отсекает уход на бесконечность по направлению  $y \rightarrow +\infty$  (выделена жирной линией);

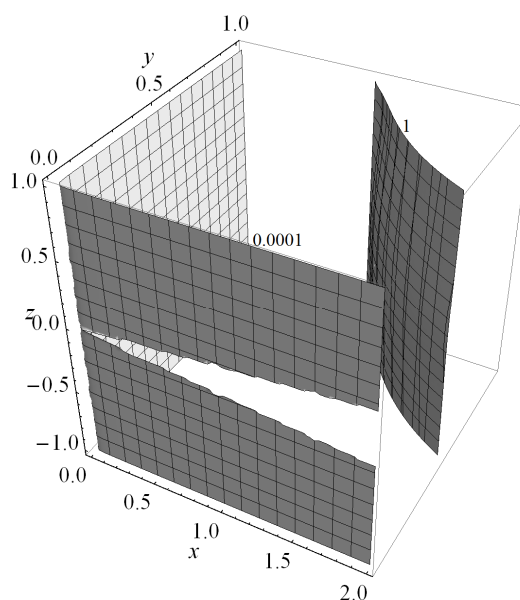
– вспомогательная линия  $y = -L_H$ , которая отсекает уход на бесконечность по направлению  $y \rightarrow -\infty$ ;

– вспомогательные линии  $z = \pm H$ , которые отсекают уход на бесконечность по направлениям  $z \rightarrow +\infty$  и  $z \rightarrow -\infty$ .

Для правой подобласти решением поставленной краевой задачи будет функция  $\phi_A(p, q)$ , которой в координатах  $(x, y, z)$  соответствует потенциал  $U(x, y, z) = U_0 xy / L^2$ . Для левой подобласти решением краевой задачи будет функция  $\phi_B(p, q) = 0$ , которой в координатах  $(x, y, z)$  соответствует потенциал  $U(x, y, z) = 0$ . Это решение совпадает с конфигурацией идеального сеточного электрода с бесконечно узким краевым полем.

Добавим к рис. 3, а, "дырку" между подобластями, что приведет к новой краевой задаче с теми же самыми краевыми условиями, но с границами, показанными на рис. 3, б. Решение (численное) этой краевой задачи даст новую функцию  $\phi_C(p, q)$ , с помощью которой по формуле (4) конструируется трехмерный электростатический потенциал  $U(x, y, z)$ , однородный по Эйлеру с показателем однородности  $n = 2$  и обеспечивающий щель между электродами, пригодную для ввода и вывода заряженных частиц. Электроды для получившегося электрического поля показаны на рис. 4.

Такую процедуру можно применить при произвольном порядке однородности, причем не обязательно для планарных полей. Получаемые трехмерные электростатические поля, однородные по Эйлеру, достаточно мало отличаются от соответствующих идеальных электростатических полей, но при этом характеризуются выходным электродом со щелью, размер которой варьируется. Конечно, вызванные наличием щели трехмерные краевые поля изменяют оптимальные угол влета и угол наклона детектирующей плоскости по сравнению со значениями, вычисленными для двумерных полей в предположении о резком переходе к бесполовому пространству, однако можно ожидать, что такое изменение достаточно мало. Важно, что такое трехмерное поле по-прежнему является строго однородным по Эйлеру, так что



**Рис. 4.** Трехмерные электроды, соответствующие почти-планарному электростатическому полю, однородному по Эйлеру с  $n = 2$ , при которых у электростатического спектрографа формируется бесщельная щель для выхода частиц в бесполовое дрейфовое пространство

рассчитанная численно электродная конфигурация со щелью может быть использована в качестве эффективного электронного спектрографа не хуже, чем ее двумерный идеальный прототип с бесконечно узкой областью краевого поля.

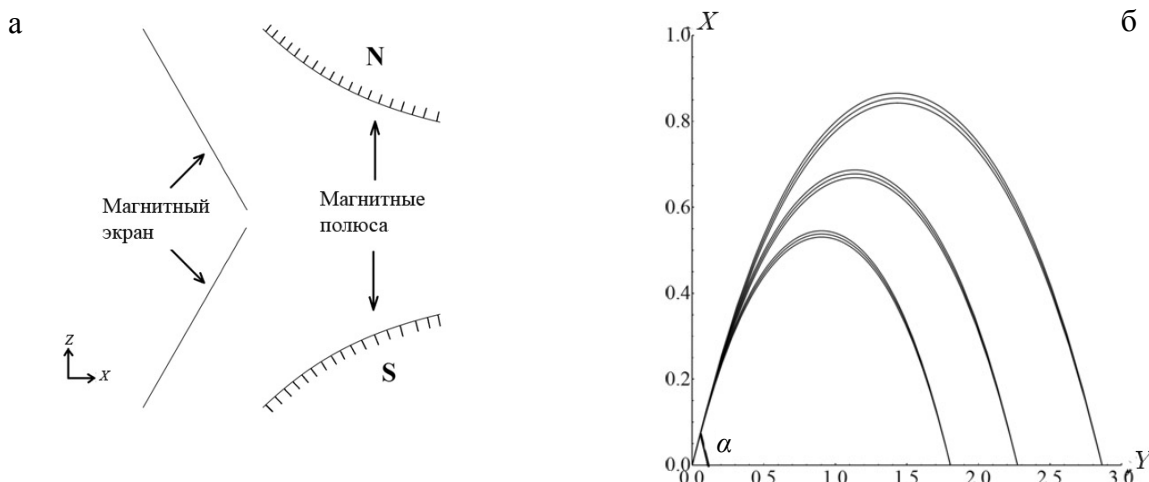
## ДВУМЕРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Двумерные однородные по Эйлеру магнитные поля можно специфицировать, используя скалярный магнитный потенциал  $\Phi(y, z)$  и соотношение  $\mathbf{B} = -\nabla \Phi$ , где  $\Phi(y, z)$  задается выражением

$$\Phi(y, z) = \Phi_0 \left( \sqrt{y^2 + z^2} / L \right)^n \sin(n \operatorname{Arctg}(z/y)). \quad (6)$$

Точно так же, как это было сделано для электростатических полей, такие магнитные поля могут использоваться для создания эффективных электронных спектрометров спектрографического типа. Для частного случая  $n = 3/2$  профили полюсов для магнитного поля (6) показаны на рис. 5, а. Пучки траекторий, лежащие внутри плоскости симметрии  $z = 0$ , показаны на рис. 5, б.

Разрешающая сила, дисперсия и другие характеристики для магнитных спектрографов вычисляются по той же схеме, что и аналогичные характеристики



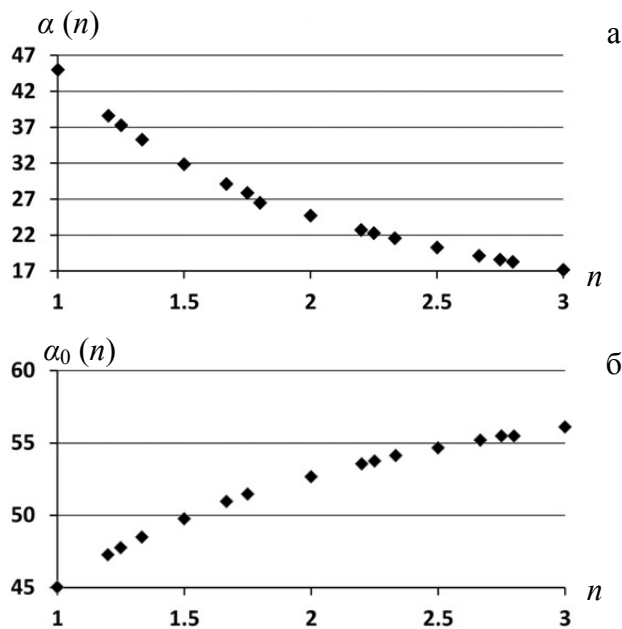
**Рис. 5.** Магнитные полюса (а) и плоские траектории (б) для магнитного спектрографа с полем (б) для  $n = 3/2$

электростатических спектрографов. В данной статье для двумерных магнитных спектрографов исследовались лишь конфигурации, обеспечивающие фокусировку 1-го порядка. Результаты показаны в Приложении на рис. П4. Более детальное исследование магнитных спектрографов с однородными по Эйлеру магнитными полями (за исключением очевидного и хорошо исследованного случая постоянного магнитного поля) выходит за рамки данной публикации, особенно с учетом того, что в настоящий момент подобные экзотические конструкции определенно не востребованы в приборостроении.

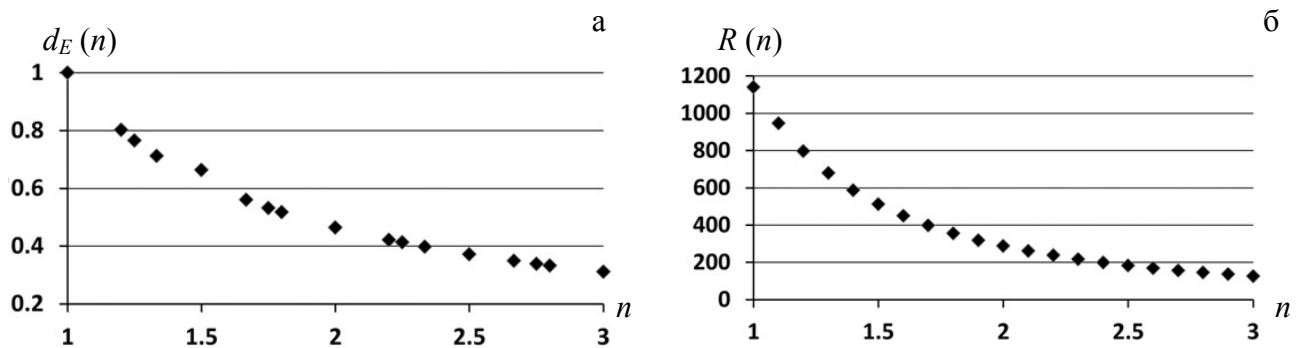
**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Данная статья демонстрирует, что однородные по Эйлеру электрические и магнитные поля — это полезный инструмент проектирования электронных спектрометров спектрографического типа. Использование нецелочисленных порядков однородности обеспечивает гибкость в поиске компромисса между разрешением и диапазоном энергетического спектра, укладываемого вдоль заданной длины детектора и измеряемого за один раз. Двумерными электро- и магнитостатическими полями, рассмотренными здесь, не исчерпываются возможности этого метода. Много интересных решений может быть найдено при рассмотрении аксиально-симметричных, мультипольных и трехмерных полей, описываемых потенциалами, являющимися однородными по Эйлеру функциями.

**ПРИЛОЖЕНИЕ**

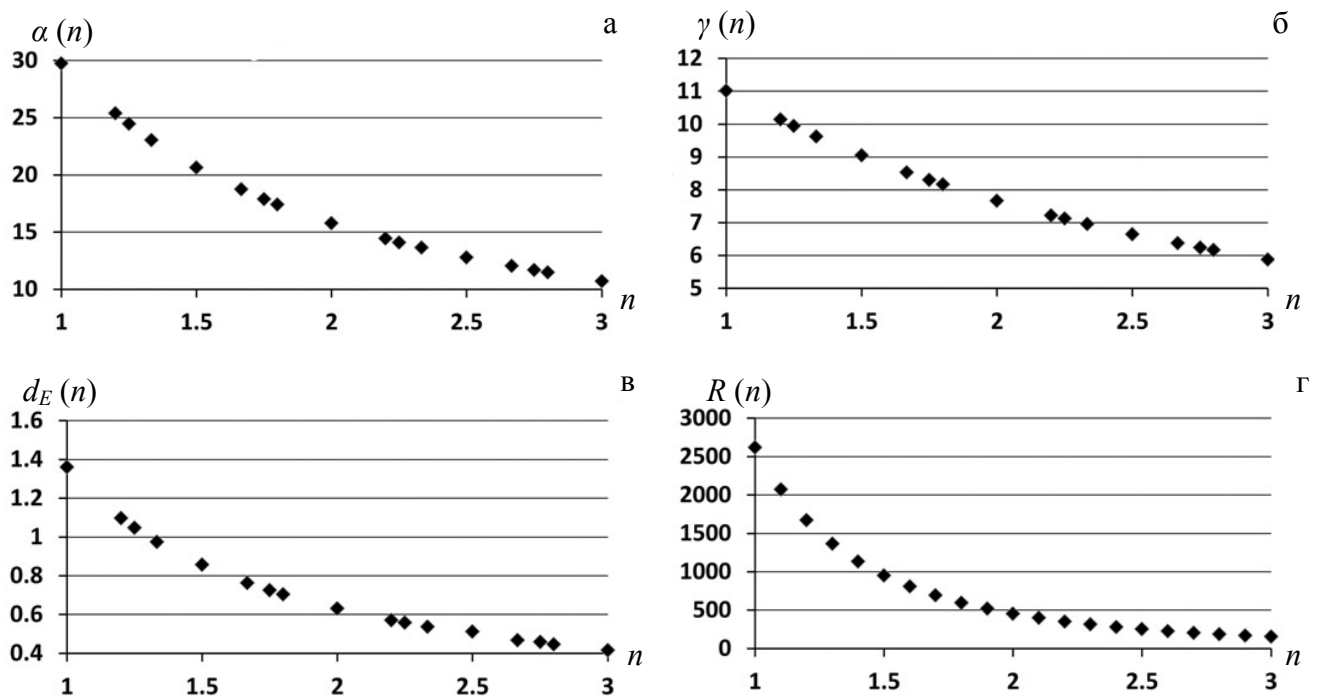


**Рис. П1.** Данные по фокусировке 1-го порядка в электростатическом спектрографе для разных порядков однородности  $n$ . а — входной угол  $\alpha$ , гарантирующий режим фокусировки; б — выходной угол  $\alpha_0$  (отсчитывается от траекторий к фокальной линии) (см. рис. 2)



**Рис. П2.** Данные по фокусировке 1-го порядка в электростатическом спектрографе для разных порядков однородности  $n$ .

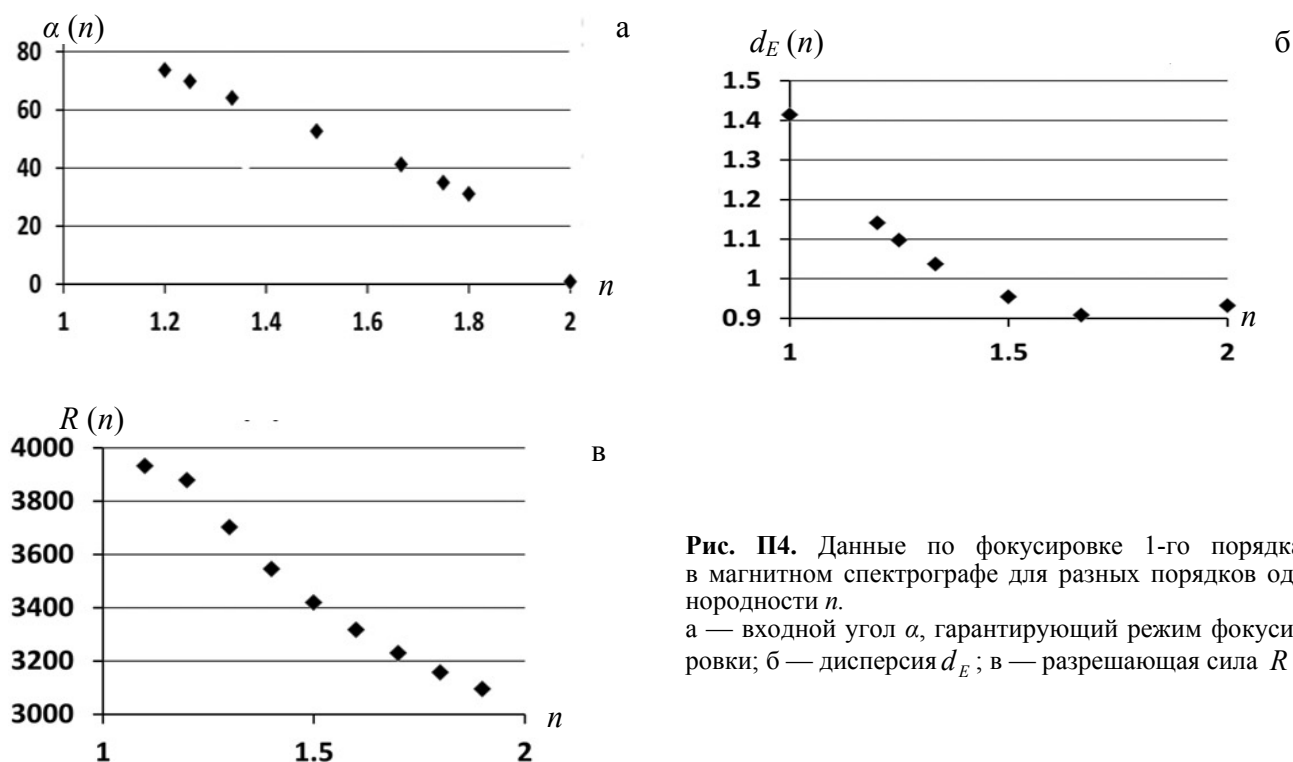
а — дисперсия  $d_E$ ; б — разрешающая сила  $R$



**Рис. П3.** Данные по фокусировке 2-го порядка в электростатическом спектрографе для разных порядков однородности  $n$ .

а — входной угол  $\alpha$ , гарантирующий режим фокусировки; б — наклон детектирующей плоскости  $\gamma$ , гарантирующий режим фокусировки; в — дисперсия  $d_E$ ; г — разрешающая сила  $R$





**Рис. П4.** Данные по фокусировке 1-го порядка в магнитном спектрографе для разных порядков однородности  $n$ . а — входной угол  $\alpha$ , гарантирующий режим фокусировки; б — дисперсия  $d_E$ ; в — разрешающая сила  $R$

**Благодарности**

Автор посвящает эту статью светлой памяти проф. Ю.К. Голикова. Выражает признательность д-ру Н.К. Красновой и д-ру А.С. Бердникову за их ценные советы по выполнению данного исследования.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Siegbahn K., Nordling C. et al. ESCA — atomic, molecular and solid state structure studies by means of electron spectroscopy. Almquist and Wiksells, Uppsala, 1967.
2. Siegbahn K., Nordling C., Johansson G. ESCA applied to free molecules. North-Holland, Amsterdam, 1969.
3. Khurshheed A. Scanning electron microscope optics and spectrometers. World Scientific, Singapore, 2010.
4. Yavor M.I. Optics of charged particle analyzers. Elsevier, 2009. 373 p.
5. Read F.H., Cubric D., Kumashiro S., Walker A. The parallel cylindrical mirror analyzer: axis-to-axis configuration // Nucl. Instr. Meth. A. 2004. Vol. 519, no. 1-2. P. 338–344. doi: 10.1016/j.nima.2003.11.171.
6. Cubric D., De Fanis A., Konishi I., Kumashiro S. Parallel acquisition electrostatic electron energy analyzers for high throughput nano-analysis // Nucl. Instr. Meth. A. 2011. Vol. 645, no. 1. P. 227–233. doi: 10.1016/j.nima.2010.12.055.
7. Khurshheed A., Nelliyan K., Chao F. First order focusing parallel electron energy magnetic sector analyzers design // Nucl. Instr. Meth. A. 2011. Vol. 645, no. 1. P. 248–252. doi: 10.1016/j.nima.2010.12.008.
8. Khurshheed A. Second-order focusing parallel electron energy magnetic sector analyzer designs // Nucl. Instr. Meth. A. 2011. Vol. 645, no. 1. P. 253–256.

doi: 10.1016/j.nima.2010.12.014.

9. Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Электрические поля, однородные по Эйлеру, для электронной спектрографии // Журнал технической физики. 2011. Т. 81, № 2. С. 9–15. doi: 10.1134/S1063784211020149.
10. Краснова Н.К. Двумерные степенные электронные спектрографы с плоскостью симметрии // Журнал технической физики. 2011. Т. 81, № 6. С. 97–103. doi: 10.1134/S1063784211060120.
11. Краснова Н.К. Теория и синтез диспергирующих и фокусирующих электронно-оптических сред. Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. СПб, 2013. 259 с.
12. Габдуллин П.Г., Голиков Ю.К., Краснова Н.К., Давыдов С.Н. Применение формулы Донкина в теории энергоанализаторов. I // Журнал технической физики. 2000. Т. 70, № 2. С. 91–94. doi: 10.1134/1.1259603.
13. Габдуллин П.Г., Голиков Ю.К., Краснова Н.К., Давыдов С.Н. Применение формулы Донкина в теории энергоанализаторов. II // Журнал технической физики. 2000. Т. 70, № 3. С. 44–47. doi: 10.1134/1.1259626.
14. Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Аналитические структуры электрических обобщенно-однородных спектрографических сред // Научное приборостроение. 2014. Т. 24, № 1. С. 50–58.

**Институт аналитического приборостроения РАН, Санкт-Петербург**

**Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого**

Контакты: Аверин Игорь Андреевич, agreeer@bk.ru

Материал поступил в редакцию 3.07.2015

# ELECTROSTATIC AND MAGNETOSTATIC ELECTRON SPECTROGRAPHS BASED ON EULER' HOMOGENEOUS POTENTIALS WITH NON-INTEGER ORDERS

I. A. Averin<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg, Russian Federation*

<sup>2</sup>*Saint-Petersburg State Polytechnic University, Russian Federation*

Electron energy analyzers which are capable of simultaneous spectral acquisition over a wide energy range are of great interest and of great importance. From optical point of view the systems with good spectrographic properties are strongly different from the systems with good spectrometric properties. The task to create such a system results to quite different optical problems and quite different methods of its solution. A useful instrument here is the usage of the fields which are homogeneous in Euler' terminology, i.e., electrostatic fields which satisfy the condition  $\mathbf{E}(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^n \mathbf{E}(x, y, z)$  and magnetostatic fields which satisfy the condition  $\mathbf{B}(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^n \mathbf{B}(x, y, z)$  for some fixed order  $n$  and an arbitrary value  $\lambda$ . While the fields with the integer orders  $n$  are well investigated the possibilities of the fields with non-integer orders are not considered to necessary extend yet. The paper outlines briefly the spectrographic properties of two-dimensional electrostatic and magnetostatic fields which are homogeneous in Euler's terminology and have non-integer orders of homogeneity and demonstrates that the usage of non-integer orders enlarges greatly the flexibility of the designing of spectrographic energy analyzing systems.

*Keywords:* electron spectroscopy, spectrograph, Euler' homogeneous potentials, similarity principle for the trajectories

## REFERENCES

1. Siegbahn K., Nordling C., et. al. *ESCA — Atomic, Molecular and Solid State Structure Studies by Means of Electron Spectroscopy*. Almquist and Wiksells, Uppsala, 1967.
2. Siegbahn K., Nordling C., Johansson G. *ESCA applied to free molecules*. North-Holland, Amsterdam, 1969.
3. Khurshheed A. *Scanning Electron Microscope Optics and Spectrometers*. World Scientific, Singapore, 2010.
4. Yavor M.I. *Optics of Charged Particle Analyzers*. Elsevier, 2009. 373 p.
5. Read F.H., Cubric D., Kumashiro S., Walker A. The parallel cylindrical mirror analyzer: axis-to-axis configuration. *Nucl. Instr. Meth. A*, 2004, vol. 519, no. 1-2, pp. 338–344. doi: 10.1016/j.nima.2003.11.171.
6. Cubric D., De Fanis A., Konishi I., Kumashiro S. Parallel acquisition electrostatic electron energy analyzers for high throughput nano-analysis. *Nucl. Instr. Meth. A*, 2011, vol. 645, no. 1, pp. 227–233. doi: 10.1016/j.nima.2010.12.055.
7. Khurshheed A., Nelliyan K., Chao F. First order focusing parallel electron energy magnetic sector analyzers design. *Nucl. Instr. Meth. A*, 2011, vol. 645, no.1, pp. 248–252. doi: 10.1016/j.nima.2010.12.008.
8. Khurshheed A. Second-order focusing parallel electron energy magnetic sector analyzer designs. *Nucl. Instr. Meth. A*, 2011, vol. 645, no. 1, pp. 253–256. doi: 10.1016/j.nima.2010.12.014.
9. Golikov Yu.K., Krasnova N.K. [Application of electric fields uniform in the Euler sense in electron spectrography]. *Zhurnal technicheskoy fiziki* [Technical Physics], 2011, vol. 56, no. 2, pp. 164–170. doi: 10.1134/S1063784211020149.
10. Krasnova N.K. [Two-dimensional power-type electronic spectrographs with a symmetry plane]. *Zhurnal technicheskoy fiziki* [Technical Physics], 2011, vol. 56, no. 6, pp. 843–849. doi: 10.1134/S1063784211060120.
11. Krasnova N.K. *Teoriya i sintez dispergiruyuschich i fokusiruyuschich elektronno-opticheskich sred*. Doct. Diss. [The theory and synthesis of the dispersing and focusing electron-optical environments. Doct. Diss.] St. Petersburg Polytechnic University, 2014. 259 p. (In Russ.).
12. Gabdullin P.G., Golikov Yu.K., Krasnova N.K., Davydov S.N. [The use of Donkin's formula in the theory of energy analyzers. I]. *Zhurnal technicheskoy fiziki* [Technical Physics], 2000, vol. 45, no. 2, pp. 232–235. doi: 10.1134/1.1259603.
13. Gabdullin P.G., Golikov Yu.K., Krasnova N.K., Davydov S.N. [Application of Donkin's formula in the theory of energy analyzers: Part II]. *Zhurnal technicheskoy fiziki* [Technical Physics], 2000, vol. 45, no. 3, pp. 330–333. doi: 10.1134/1.1259626.
14. Golikov Yu.K., Krasnova N.K. [Analytical structures of electric spectrographs the fields of which are expressed in a uniform generalized form]. *Nauchnoe priborostroenie* [Science Instrumentation], 2014, vol. 24, no. 1, pp. 50–58. (In Russ.).

Article received in edition: 3.07.2015

Contacts: *Averin Igor' Andreevich*, [agreer@bk.ru](mailto:agreer@bk.ru)