ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2013, том 23, № 4, с. 85–90

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 534.131.2

© Б. П. Шарфарец, Н. Н. Князьков, Т. Н. Пашовкин

О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКИХ СЖИМАЕМЫХ ТЕПЛОПРОВОДЯЩИХ ЖИДКОСТЕЙ В ТЕРМОУПРУГОЙ ТРУБКЕ

Представлена математическая модель, позволяющая рассчитывать стационарные температурные поля и поля упругих колебаний в термоупругой трубке и вязкой теплопроводящей сжимаемой жидкости при условии связанности упругих и тепловых процессов. Освещены термодинамические процессы и вопросы постановки краевых условий.

Кл. сл.: термоупругость, вязкость, тензор напряжения

ВВЕДЕНИЕ

При изучении динамических процессов в трубках, наполненных жидкостью, часто возникает необходимость учета как теплопроводности вязкой жидкости, заполняющей трубку, так и эффекта связанной термоупругости самой трубки, выполненной из некоего упругого материала. Отметим, что решение системы уравнений Навье—Стокса с учетом теплопереноса также сводится к решению связанной задачи для системы уравнений, включающих, например, вектор скорости течения жидкости и ее температуру. Поскольку задача термоупругости обычно ставится и решается в линейном приближении, то и систему Навье—Стокса целесообразно линеаризовать.

Ранее одним из авторов публиковались работы по сходной тематике, однако без учета теплопроводности и вязкости [1, 2]. Между тем, игнорирование этих факторов в ряде случаев может быть недопустимым.

В настоящей работе рассматривается в общем виде задача о движении вязкой сжимаемой теплопроводной жидкости в упругой теплопроводной трубке бесконечной длины, сводящаяся к решению линеаризованной системы уравнений Навье—Стокса и связанной системы термоупругости, описывающей динамику трубки. Подразумевается, что возмущение является гармоническим во времени.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ—СТОКСА

Система уравнений Навье—Стокса для описываемого случая имеет наиболее полный вид [3]:

– уравнение неразрывности сжимаемой жидкости

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\operatorname{div}(\rho \mathbf{v})=0\,, \tag{1}$$

– уравнение Навье—Стокса сжимаемой вязкой жидкости

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}\right)=-\nabla p+\eta\Delta\mathbf{v}+\left(\varsigma+\frac{\eta}{3}\right)\nabla\nabla\cdot\mathbf{v}\,, \tag{2}$$

– уравнение теплопереноса сжимаемой вязкой жидкости

$$\rho T\left(\frac{\partial s}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla s\right)=\sigma'\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\nabla\cdot(\kappa\nabla T)\,. \tag{3}$$

Здесь $\sigma'=\eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\frac{\partial v_k}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial v_l}{\partial x_l}\right)+\varsigma\delta_{ik}\frac{\partial v_l}{\partial x_l}$ — вязкий тензор напряжений; ρ — плотность; p — давление; $\mathbf{v}$ — вектор скорости; T — абсолютная температура; η, ς — соответственно коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости; κ — коэффициент теплопроводности жидкости; s — энтропия единицы массы жидкости.

Ранее подход к подобному решению для случая вязкой, теплопроводящей однородной безграничной жидкости был предложен, например, в работах [4–6]. Здесь придерживаемся подхода, изложенного в [6].

Уравнения (1)–(3) содержат пять уравнений при семи неизвестных. Для разрешимости этой системы необходимо добавить два термодинамических уравнения состояния, а именно зависимости плотности ρ и энтропии s через давление p и температуру:

$$\rho = \rho(p,T), \tag{4}$$

$$s = s(p,T). \tag{5}$$

В Приложении приведен подробный вывод следующих соотношений, лаконично изложенных, например, в [4, 5]:

$$\mathrm{d}\rho = \frac{\gamma}{c^2}\mathrm{d}p - \alpha\rho\,\mathrm{d}T, \tag{6}$$

$$\mathrm{d}s = \frac{c_p}{T}\mathrm{d}T - \frac{\alpha}{\rho}\mathrm{d}p. \tag{7}$$

Расшифровка всех обозначений дана в Приложении.

Пусть в состоянии равновесия (покоя) жидкость характеризуется параметрами (используем индекс 0) $\mathbf{v}_0$, p_0, ρ_0, T_0. Возмущенное состояние будем характеризовать штрихованными добавками с порядком приближения, равным количеству штрихов, а именно: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}' + \mathbf{v}'' + \ldots$, $p = p_0 + p' + p'' + \ldots$, $\rho = \rho_0 + \rho' + \rho'' + \ldots$, $T = T_0 + T' + \ldots$ Аналогично и для параметров $\gamma = \gamma_0 + \gamma' + \ldots$, $\alpha = \alpha_0 + \alpha' + \ldots$, $\eta = \eta_0 + \eta' + \ldots$, $\varsigma = \varsigma_0 + \varsigma' + \ldots$ и т. д.

Рассмотрим вначале случай неподвижной изначально жидкости $\mathbf{v}_0 = 0$. Температура окружающей капилляр среды имеет постоянную температуру, также равную T_0.

Линеаризуем систему уравнений Навье—Стокса (1)–(3), оставляя стандартно только величины первого порядка малости (в переменных коэффициентах пока принимаются их значения, соответствующие равновесному состоянию температуры T_0 и обозначаются нулем в нижнем индексе) и исключая переменные ρ' и s' с использованием соотношений (6), (7). Из этих соотношений имеем: $\dfrac{\partial\rho'}{\partial t} = \dfrac{\gamma_0}{c_0^2}\dfrac{\partial p'}{\partial t} + \alpha_0\rho_0\dfrac{\partial T'}{\partial t}$, $\dfrac{\partial s'}{\partial t} = \dfrac{c_{p0}}{T_0}\dfrac{\partial T'}{\partial t} - \dfrac{\alpha_0}{\rho_0}\dfrac{\partial p'}{\partial t}$, $\nabla s' = \dfrac{c_{p0}}{T_0}\nabla T' - \dfrac{\alpha_0}{\rho_0}\nabla p'$. Окончательно линеаризованная система уравнений Навье—Стокса приобретает вид [5, 6]

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = \frac{c_0^2\rho_0}{\gamma_0}\left(\alpha_0\frac{\partial T'}{\partial t} - \nabla\cdot\mathbf{v}'\right), \tag{1a}$$

$$\rho_0\frac{\partial\mathbf{v}'}{\partial t} = -\nabla p' + \eta_0\Delta\mathbf{v}' + \left(\varsigma_0 + \frac{\eta_0}{3}\right)\nabla\nabla\cdot\mathbf{v}', \tag{2a}$$

$$\Delta T' - \frac{1}{\chi_0}\frac{\partial T'}{\partial t} = -\frac{\alpha_0 T_0}{\kappa_0}\frac{\partial p'}{\partial t}. \tag{3a}$$

Здесь $\chi_0 = \dfrac{\kappa_0}{\rho_0 c_{p0}}$ — равновесный коэффициент температуропроводности.

Для гармонических процессов с фактором $e^{-i\omega t}$ после исключения p' с помощью выражения (1а) последние выражения приводятся к системе из двух уравнений [5, 6] (далее фактор $e^{-i\omega t}$ опущен и выписаны выражения для амплитуд соответствующих величин при сохранении обозначений):

$$\Delta\mathbf{v}' + \left(\frac{1}{3} + \frac{\varsigma_0}{\eta_0} + \frac{ic_0^2}{\gamma_0\omega\nu_0}\right)\nabla\nabla\cdot\mathbf{v}' + \frac{i\omega}{\nu_0}\mathbf{v}' = \frac{\alpha_0 c_0^2}{\gamma_0\nu_0}\nabla T', \tag{8}$$

$$\Delta T' + \frac{i\omega}{\gamma_0\chi_0}T' = \frac{\gamma_0 - 1}{\alpha_0\chi_0\gamma_0}\nabla\cdot\mathbf{v}'. \tag{9}$$

Здесь $\nu_0 = \eta_0/\rho_0$ — кинематическая вязкость. После представления скорости $\mathbf{v}'$ через скалярный и векторный потенциалы

$$\mathbf{v}' = \nabla\varphi' + \nabla\times\boldsymbol{\psi}'$$

в [5, 6] получено:

$$(\Delta + \beta_1)\varphi' = -\frac{i\omega\alpha_0}{\beta_3}T', \tag{10}$$

$$(\Delta + \beta_2)T' = \frac{(1-\gamma_0)\beta_1}{\alpha_0\chi_0\gamma_0}\varphi'. \tag{11}$$

Здесь

$$\beta_1 = \gamma_0\omega^2/\left(c_0^2\beta_3\right); \tag{12}$$

$$\beta_2 = i\omega(\gamma_0 + \beta_3 - 1)/(\chi_0\beta_3\gamma_0); \tag{13}$$

$$\beta_3 = 1 - i\omega\gamma_0(\varsigma_0 + 4\eta_0/3)/\left(\rho_0 c_0^2\right); \tag{14}$$

$$\left(\Delta + k_3^2\right)\boldsymbol{\psi}' = 0, \quad k_3 = \frac{1+i}{\delta_v}. \tag{15}$$

Здесь $\delta_v = \sqrt{2\nu_0/\omega}$ — глубина проникновения вязкой волны.

Таким образом, при решении линеаризованной системы уравнений Навье—Стокса получается система двух связанных уравнений в частных производных, например для переменных T' и $\mathbf{v}'$ (8, 9) или (10, 11) для переменных T' и скалярного потенциала φ' с коэффициентами, определенными из (12)–(14). Векторный потенциал $\boldsymbol{\psi}'$ находится из простого уравнения (15).

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

В случае влияния температуры на деформацию, в частности, однородных изотропных упругих тел процесс описывается линеаризованной системой связанных динамических уравнений термоупругости [7, 8]:

$$\rho_1 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mu_1 \Delta \mathbf{u} + (\lambda_1 + \mu_1)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u} - \Gamma\nabla T' + \rho_1 \mathbf{f}, \quad (16)$$

$$\Delta T' - \frac{1}{\Lambda}\frac{\partial T'}{\partial t} - \Theta\nabla\cdot\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\frac{\varpi}{\kappa_1}. \quad (17)$$

Здесь введены обозначения: λ_1, μ_1 — упругие модули Ламе для тела; ρ_1 — его плотность; $\mathbf{f}$ — массовая сила; $\Gamma = (3\lambda_1 + 2\mu_1)\alpha_t$ — термомеханическая постоянная; α_t — коэффициент линейного термического расширения тела; $\Lambda = \frac{\kappa_1}{c_\varepsilon}$ — коэффициент температуропроводности; κ_1 — коэффициент теплопроводности тела; c_ε — удельная теплоемкость п ри постоянной деформации; $\Theta = \frac{\Gamma T_0}{\kappa_1}$; T_0 — равновесная температура тела; ϖ — мощность внутренних источников тепла, отнесенная к единице объема.

При условии отсутствия массовых сил и тепловых источников уравнения термоупругости упрощаются:

$$\rho_1 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mu_1 \Delta \mathbf{u} + (\lambda_1 + \mu_1)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u} - \Gamma\nabla T', \quad (18)$$

$$\frac{1}{\Lambda}\frac{\partial T'}{\partial t} + \Theta\nabla\cdot\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \Delta T'. \quad (19)$$

Для стационарного процесса с временны́м фактором $e^{-i\omega t}$ система уравнений (18), (19) преобразуется соответственно к виду (обозначения для амплитуд оставляем прежними для упрощения записи)

$$\mu_1 \Delta \mathbf{u} + (\lambda_1 + \mu_1)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u} + \rho_1\omega^2\mathbf{u} = \Gamma\nabla T', \quad (20)$$

$$\Delta T' + \frac{i\omega}{\Lambda}T' = -i\omega\Theta\nabla\cdot\mathbf{u}. \quad (21)$$

После стандартного представления $\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla\times\mathbf{\Psi}$ через скалярный и векторный потенциалы выражения (20), (21) преобразуются к виду

$$\Delta\Phi + \left(k'_1\right)^2\Phi = \frac{\Gamma}{\lambda_1 + 2\mu_1}T', \qquad \left(k'_1\right)^2 = \frac{\omega^2}{\left(\lambda_1 + 2\mu_1\right)/\rho_1}, \quad (22)$$

$$\Delta T' + \frac{i\omega}{\Lambda}T' = -i\omega\Theta\nabla\cdot\mathbf{u}. \quad (23)$$

После замены в (23) $\nabla\cdot\mathbf{u} = \Delta\Phi$ и представления $\Delta\Phi$ из (22)

$$\Delta\Phi = \frac{\Gamma}{\lambda_1 + 2\mu_1}T' - \left(k'_1\right)^2\Phi,$$

получаем из (23)

$$\Delta T' + \frac{i\omega}{\Lambda}T' = -i\omega\Theta\nabla\cdot\mathbf{u} = -i\omega\Theta\Delta\Phi = = i\omega\Theta\left(\left(k'_1\right)^2\Phi - \frac{\Gamma}{\lambda_1 + 2\mu_1}T'\right),$$

откуда окончательно имеем

$$\Delta T' + i\omega\left(\frac{1}{\Lambda} + \Theta\right)T' = i\omega\Theta\left(k'_1\right)^2\Phi. \quad (24)$$

Таким образом, для термоупругого тела получена связанная система уравнений (22), (24). Для векторного потенциала $\mathbf{\Psi}$ из (20) легко получить

$$\left(\Delta + {k'_3}^2\right)\mathbf{\Psi} = 0, \qquad {k'_3}^2 = \left(\frac{\omega}{c_t}\right)^2, \quad (25)$$

где $c_t^2 = \frac{\mu_1}{\rho_1}$ — квадрат скорости поперечных колебаний в упругом теле.

КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ

К уравнениям для однозначного их разрешения обычно добавляются краевые и начальные условия. Поскольку будем изучать стационарные задачи, ограничимся только краевыми условиями. Будем разделять температурные и механические краевые условия.

Механические краевые условия

Механические краевые условия на границе упругого тела и жидкости при наличии вязкости в жидкости подразумевают выполнение двух условий:

– непрерывность вектора скорости на границе раздела [3];

– непрерывность компонентов тензоров напряжений на границе [10].

При контакте жидкости или упругого тела с вакуумом подразумевается равенство нулю компонентов тензора напряжений на границе.

На бесконечной границе принимается условие отсутствия деформаций [10].

Температурные краевые условия

– Краевые условия температурного сопряжения на границе раздела жидкости и трубки при $r = a_1$, где a_1 — внутренний радиус трубки:

$$T_1'(r = a_1) = T_2'(r = a_1),$$

$$\kappa_1 \frac{\partial T_1'(r = a_1)}{\partial r} = \kappa_2 \frac{\partial T_2'(r = a_1)}{\partial r}.$$

Это означает непрерывность температуры и теплового потока на границе

– При теплообмене нагретого тела с окружающей средой принимается закон Ньютона конвективного теплообмена. Согласно этому закону, количество теплоты q, отдаваемое в единицу времени единицей площади граничной поверхности с температурой $T(\mathbf{x},t)$ в окружающую среду с температурой T_{out}, равно

$$q(\mathbf{x},t) = \alpha\left[T(\mathbf{x},t) - T_{out}\right]. \qquad (26)$$

Здесь α — коэффициент теплопередачи; $\mathbf{x}$ принадлежит граничной (в данном случае торцевой поверхности).

Согласно закону Фурье и закону сохранения энергии, выражение (26) равно

$$\alpha\left[T(\mathbf{x},t) - T_{out}\right] = -\kappa \frac{\partial T(\mathbf{x},t)}{\partial n}.$$

Здесь $\mathbf{x}$ — точка поверхности тела (жидкости); κ — коэффициент теплопроводности тела (жидкости); $\mathbf{n}$ — вектор внешней нормали к поверхности теплообмена.

ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе представлена математическая модель, позволяющая рассчитывать стационарные температурные поля и поля упругих колебаний в термоупругой трубке и вязкой теплопроводящей сжимаемой жидкости при условии связанности упругих и тепловых процессов. Освещены термодинамические процессы и вопросы постановки краевых условий.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках Федеральной целевой программы "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы" и опытно-конструкторской работы "Разработка генетического анализатора для секвенирования и фрагментного анализа ДНК" (шифр заявки "2011-2,2-522-014-001", Государственный контракт № 16,522,12,2014 от 10 октября 2011 г.).

Приложение.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Здесь приведем некоторые термодинамические соотношения, следующие из первого начала термодинамики (закона сохранения энергии) [3, 11–14]. Рассмотрим однофазную систему (однородная среда). Наиболее важными переменными состояния термодинамической системы являются абсолютная температура T, плотность ρ, удельный объем V (объем единицы массы $V = \dfrac{1}{\rho}$), энтропия единицы массы s, внутренняя энергия единицы массы ε и давление p. Структура однофазной системы определяется функциональными соотношениями между переменными состояния. Следуя Гиббсу, выбирают в качестве основного соотношения [11]

$$\varepsilon = \varepsilon(s, V) \qquad (\text{П}1)$$

(функция $\varepsilon(s,V)$ предполагается заданной заранее) и принимаются следующие определения p и T:

$$p = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial V}, \quad T = \frac{\partial \varepsilon}{\partial s}. \qquad (\text{П}2)$$

Полное дифференцирование (1) приводит с учетом (П2) к важному выражению:

$$T\mathrm{d}s = \mathrm{d}\varepsilon + p\mathrm{d}V = \mathrm{d}\varepsilon - \frac{p}{\rho^2}\mathrm{d}\rho, \qquad (\text{П}3)$$

которое для обратимых процессов (в этом случае выполняется равенство $T\mathrm{d}s = \delta Q$, а элементарная работа при квазистатическом расширении системы под воздействием всестороннего давления равна $\delta A = p\mathrm{d}V$) сводится к выражению, совпадающему с формулировкой первого начала термодинамики:

$$\delta Q = \mathrm{d}\varepsilon + p\mathrm{d}V = \mathrm{d}\varepsilon - \frac{p}{\rho^2}\mathrm{d}\rho. \qquad (\text{П}4)$$

Здесь δQ — элементарное количество теплоты, подводимое к удельному объему V.

Между параметрами равновесного состояния термодинамической системы существует аналитическая связь [12]. Различные соотношения между переменными состояния T, ε, s, V, p и ρ, которые можно получить из (П1)–(П4), называются уравнениями состояния. Ясно, что, зафиксировав две переменные (в данном случае s и V), можно определить все остальные. Уравнение, связывающее независимые внутренние и внешние параметры в равновесном состоянии системы, называется уравнением состояния. В общем виде это уравнение можно записать так

$$F\left(p,V,T\right)=0, \quad (\Pi 5)$$

если в качестве независимых параметров принимается давление, температура и объем.

Рассмотрим два термических уравнения состояния, которые в дальнейшем будут использоваться:

$F_1\left(\rho,p,T\right)=0$, которое разрешим относительно ρ

$$\rho=\rho\left(p,T\right), \quad (\Pi 6)$$

и $F_2\left(s,p,T\right)=0$, которое разрешим относительно s

$$s=s\left(p,T\right). \quad (\Pi 7)$$

Перепишем (П6), (П7) в дифференциальной форме:

$$\mathrm{d}\rho=\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T\mathrm{d}p+\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p\mathrm{d}T, \quad (\Pi 6\text{а})$$

$$\mathrm{d}s=\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T\mathrm{d}p+\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p\mathrm{d}T. \quad (\Pi 7\text{а})$$

Преобразуем выражения (П6а) и (П7а), используя известные термодинамические соотношения. Для первой производной справа в (П6а) понадобятся следующие соотношения. Для скорости звука в жидкостях справедливо выражение [13, т. 4, с. 546]

$$c=\sqrt{\frac{1}{\beta_s\rho}},$$

где β_s — адиабатическая сжимаемость среды

$$\beta_s=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_s,$$

которая связана с изотермической сжимаемостью среды β_T

$$\beta_T=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T$$

соотношением $\beta_T=\gamma\beta_s$, где $\gamma=\dfrac{c_p}{c_V}$ — отношение удельных теплоемкостей при постоянном давлении и объеме. Тогда для первой производной из (П6а) имеем

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T=\rho\beta_T=\gamma\rho\beta_s=\frac{\gamma}{c^2}. \quad (\Pi 8)$$

Упростим вторую производную справа в (П6а). Используя изобарный коэффициент расширения [13, т. 5, с. 82]

$$\alpha=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p,$$

имеем

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p=-\alpha\rho. \quad (\Pi 9)$$

Далее упростим выражение $\left(\dfrac{\partial s}{\partial T}\right)_p$ из (П7а). Имеем [13, т. 5, с. 77] $c_p=T\left(\dfrac{\partial s}{\partial T}\right)_p$. Откуда получаем

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p=\frac{c_p}{T}. \quad (\Pi 10)$$

Наконец, найдем выражение для $\left(\dfrac{\partial s}{\partial p}\right)_T$ из (П7а). Согласно [14, с. 277] имеем

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T=-\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p=\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p.$$

Откуда

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T=-\frac{\alpha}{\rho}. \quad (\Pi 11)$$

Учитывая выражения (П8)–(П11), (П6а) и (П7а) преобразуются к виду

$$\mathrm{d}\rho=\frac{\gamma}{c^2}\mathrm{d}p-\alpha\rho\mathrm{d}T, \quad (\Pi 6\text{б})$$

$$\mathrm{d}s=\frac{c_p}{T}\mathrm{d}T-\frac{\alpha}{\rho}\mathrm{d}p. \quad (\Pi 7\text{б})$$

Отметим, что в работах [5, 6] последние выражения были приведены ранее в окончательном виде без вывода и расшифровки коэффициентов α, γ и c.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шарфарец Б.П.* Собственные колебания наполненного жидкостью упругого цилиндрического капилляра конечной длины. I. Теория // Научное приборостроение. 2010. Т. 20. № 1. С. 78–86.
2. *Шарфарец Б.П.* Собственные колебания наполненного жидкостью упругого цилиндрического капилляра конечной длины. II. Численный эксперимент // Научное приборостроение. 2010. Т. 20. № 1. С. 87–95.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
4. *Акуличев В.А., Алексеев В.Н., Буланов В.А.* Периодические фазовые превращения в жидкостях. М.: Наука, 1986. 280 с.
5. *Doinikov A.A.* Theory of acoustic radiation pressure for actual fluid // Physic. Rev. E. 1996. V. 54. N 6. P. 6297–6303.
6. *Doinikov A.A.* Acoustic radiation force on a spherical particle in a viscous heat-conducting fluid. I. General formula // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 101. N 2. P. 713–721.
7. *Новацкий В.* Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970. 256 с.
8. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
9. *Жигалин А.Г., Лычев С.А.* Замкнутые решения динамических задач связанной термоупругости для цилиндра и шара // Вычисл. мех-ка сплошн. сред. 2011. Т. 4, № 2. С. 17–34.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 247 с.
11. *Серрин Дж.* Математические основы классической механики. М.: Иностр. лит-ра, 1963. 256 с.
12. *Базаров И.П.* Термодинамика. М.: Высшая школа, 1991. 376 с.
13. Физическая энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров. Т. 1–5. М.: Большая Советская (Российская) энциклопедия, 1988–1998.
14. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Общий курс физики. Молекулярная физика. М.: Наука, 1976. 480 с.

Институт аналитического приборостроения РАН, г. Санкт-Петербург (*Шарфарец Б.П., Князьков Н.Н.*)

Институт биофизики клетки РАН, Московская обл., г. Пущино (*Пашовкин Т.Н.*)

Контакты: *Шарфарец Борис Пинкусович*, sharb@mail.ru

Материал поступил в редакцию 10.04.2013

ABOUT MATHEMATICAL TASKING FOR MOVEMENT OF VISCOUS COMPRESSIBLE HEAT-CONDUCTING FLUIDS IN THERMOELASTIC TUBE

B. P. Sharfarets[1], N. N. Knyazkov[1], T. N. Pashovkin[2]

[1]*Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint-Petersburg*
[2]*Institution for Cell Biophysics of RAS, Pushchino, Moscow region*

The mathematical model, permissive to estimate the stationary temperature fields and fields of the flexural oscillations in the thermo elastic tube and viscous heat-conducting compressible fluid provided of connectedness of elastic and heat processes is represented. The thermo dynamical processes and problems for positioning of boundary conditions are considered.

Keywords: thermoelasticity, viscosity, tension tensor