

УДК 621.319.7

© Ю. К. Голиков, Н. В. Краснов, Р. А. Бубляев

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ОРТОГОНАЛЬНОМ УСКОРИТЕЛЕ

В статье рассматривается группа вопросов, связанных с компенсацией времени разворота ионов в ортогональном ускорителе времяпролетного масс-спектрометра. Показаны предельные возможности уменьшения этого времени, достижимые в стационарных полях различной геометрии с однородными и сильно неоднородными структурами. Проведены детальный аналитический разбор и экспертная оценка всех динамических явлений, сопровождающих формирование ионных пакетов. Был сделан вывод о малых возможностях стационарных полей в регулировании времени разворота и предпочтительности нелинейных по координатам и меняющихся во времени электрических полей.

Кл. сл.: времяпролетный масс-спектрометр, ортогональный ускоритель, время разворота, неоднородные и нестационарные поля

ВВЕДЕНИЕ

Идея ортогонального ускорителя, гениально простая и плодотворная, сделала революцию во времяпролетной масс-спектрометрии [1]. Ей посвящено несколько теоретических работ, проясняющих основные принципы действия подобных устройств, но сказать, что при этом решились все насущные вопросы, никак нельзя [2, 3].

Основным элементом ускорителей служат плоские электрические зазоры, одинарные или комбинированные. Именно с их помощью удалось на порядки поднять разрешающую способность и чувствительность масс-рефлектронов. Подкупающая простота реализации определила их доминирующее положение в современной практике, однако оказалось, что в них не удастся победить главный дефект ортогонального ввода ионных пакетов, а именно существенное временное расплывание ионного пакета за счет толщины вводимого в плоский зазор потока ионов и разброса их скоростей поперек зазора, т. е. вдоль оси ускорителя и в обратном направлении. Здесь возникает так называемое время возврата (или время разворота), которое дает значительный вклад во временное уширение ионного пакета на выходе из ускорителя. Временное уширение за счет конечной толщины ионного пучка можно существенно сократить, если перейти к ускоряющим полям квадратичного типа с гиперболическими электродами [4, 5].

Следует заметить, что и в ускорителе с плоскими электродами не все ясно с оптимальными режимами. В частности, неизвестно, можно ли уменьшить время возврата за счет зависимости от времени электрического ускоряющего импульса, реализуемого с помощью специальных генераторов.

Здесь, естественно, возникает вопрос о переходных процессах, которые возникают сами по себе в процессе зарядки емкости ускорителя. Как бы ни мала была постоянная зарядки (RC), картина ускорения ионов существенно зависит от нее. Успех перехода к квадратичным полям наводит на мысль, что нелинейные в пространстве поля могут дать варианты более эффективных схем ускорителей с компенсацией времени возврата. В данной статье мы исследуем все эти вопросы сугубо аналитическими математическими методами в весьма общей форме и обнаруживаем ряд эффектов, ранее в литературе не описанных. Цель данной работы состоит в том, чтобы нащупать принципиальные пути усовершенствования ортогональных ускорителей и при этом отсеять неоправданные иллюзии. Полностью проблему мы, разумеется, не решим, но надеемся достичь некоторого понимания этих сложных процессов.

1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В однородном электрическом поле все будто бы просто, и новостей ждать не приходится. Однако мы относимся к этой банальной в большинстве случаев ситуации с неким мистическим благоговением, как и к случаю потоков в бесполевом дрейфовом пространстве. Плоский конденсатор в условиях стационарного или переменного во времени электрического питания — безусловно, самый простой электронно-оптический элемент и в тоже время самый загадочный в силу универсальности его применения. Здесь — энергоанализ и времяпролетная масс-спектрометрия, электрон-

ные лампы и СВЧ-приборы, интегральные способы анализа и электрический удар, и многое другое. Исчерпано ли все это богатство? На наш взгляд — нет. Более того, мы пришли к выводу, что по-настоящему, во всей полноте трансформационные свойства однородных полей вообще не изучались. Все происходило как бы между прочим, в контексте той или иной конкретной задачи. Между тем, когда речь идет о каком-нибудь сугубо неоднородном поле, математические трудности никогда не позволяют преобразующие свойства поля представить с должной общностью, и в этом смысле однородное поле есть безусловный уникам. В этом разделе мы подробно рассмотрим две типичные ситуации ("стационарная" и "нестационарная"), которые обычно реализуются в системах поперечного ввода ионных пакетов во времяпролетный масс-спектрометр (TOF-MS). Дело это считается едва ли не общим, тривиальным местом, хорошо изученным и привычным. Но так ли это?..

Случай 1, стационарный

Рассмотрим плоский конденсатор в соответствии с рис. 1, в котором движется ион с зарядом q и массой m , стартовавший из точки x_0 со скоростью вдоль оси x величины v_0 . Конденсатор находится под напряжением Φ_0 , выталкивающим ионы в положительном направлении оси x . Компоненты начальной скорости вдоль пластин конденсатора примем нулевыми.

Движение иона определяется уравнением и начальными данными (1):

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= q \frac{\Phi_0}{l}; \\ x|_{t=0} &= x_0, \quad \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = v_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Из (1):

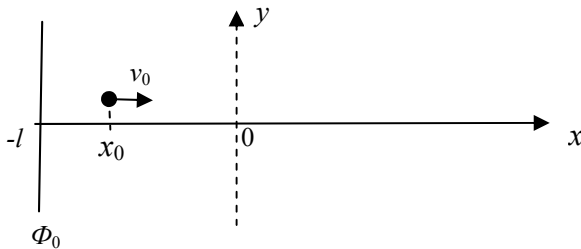


Рис. 1. Расположение иона при старте в плоском конденсаторе

$$x = \frac{q\Phi_0}{ml} \cdot \frac{t}{2} + v_0 t + x_0. \quad (2)$$

Обозначим t_k — момент пересечения иона с гранью $x = 0$, v_k — скорость в момент пересечения и $E_k = m \frac{v_k^2}{2}$ — конечная энергия. Вычислим все эти величины. Из-за простоты ситуации мы пользуемся размерными величинами, чтобы сильнее почувствовать в этой привычно-банальной обстановке "физичность" всех этих как будто бы тривиальных процессов. Итак, пишем условия пересечения $x = 0$ в виде

$$t^2 + 2 \frac{v_0 l m}{q \Phi_0} t + 2 \frac{x_0 l m}{q \Phi_0} = 0. \quad (3)$$

Откуда

$$t = -\frac{v_0 l m}{q \Phi_0} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0 l m}{q \Phi_0}\right)^2 - 2 \frac{x_0 l m}{q \Phi_0}}. \quad (4)$$

Поскольку $x_0 < 0$ в нашей системе отсчета, то выбирая положительный корень, запишем

$$t_k = \sqrt{\left(\frac{v_0 l m}{q \Phi_0}\right)^2 + 2 \frac{|x_0| l m}{q \Phi_0}} - \frac{v_0 l m}{q \Phi_0}. \quad (5)$$

Далее вычислим скорость в момент пересечения t_k :

$$v_k = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_k}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} v_k &= \frac{q\Phi_0}{ml} \cdot t + v_0 = \\ &= \frac{q\Phi_0}{ml} \left\{ \sqrt{\left(\frac{v_0 l m}{q \Phi_0}\right)^2 + 2 \frac{|x_0| l m}{q \Phi_0}} - \frac{v_0 l m}{q \Phi_0} \right\} + v_0, \end{aligned}$$

$$v_k = \sqrt{v_0^2 + 2|x_0| \cdot \frac{q\Phi_0}{ml}}. \quad (7)$$

Кинетическая энергия в момент t_k :

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{m v_k^2}{2} = \frac{m}{2} \left\{ v_0^2 + 2|x_0| \frac{q\Phi_0}{ml} \right\} = \\ &= \frac{m v_0^2}{2} + |x_0| \cdot \frac{q\Phi_0}{l}. \end{aligned} \quad (8)$$

Пусть

$$E_0 = m \cdot \frac{v_0^2}{2}. \quad (9)$$

Тогда

$$E_k = E_0 + \frac{q\Phi_0}{l} |x_0|. \quad (10)$$

Все эти привычные соотношения можно было бы писать сразу же по памяти, но наш опыт подсказывает, что при этом мы можем проглядеть простые, но весьма важные вещи.

Например, аналитическая функция (5) имеет особенность при $\Phi_0 \rightarrow 0$, и надо рассматривать предел. Имеет смысл поэтому преобразовать (5) к другой форме, домножая на сопряженное:

$$t_k = \frac{\left(\frac{v_0 lm}{q\Phi_0}\right)^2 + 2\frac{|x_0|lm}{q\Phi_0} - \left(\frac{v_0 lm}{q\Phi_0}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{v_0 lm}{q\Phi_0}\right)^2 + 2\frac{|x_0|lm}{q\Phi_0} + \frac{v_0 lm}{q\Phi_0}}}. \quad (11)$$

$$t_k = \frac{2|x_0|}{\sqrt{v_0^2 + 2|x_0|\frac{q\Phi_0}{lm} + v_0}}. \quad (12)$$

В этой форме становится прозрачным процесс изменения t_k по мере исчезновения поля $\Phi_0 \rightarrow 0$.

Из обеих формулу (5) и (12) одинаково видно, что если частица "легчает" ($m \rightarrow 0$), то $t_k \rightarrow 0$. Однако для очень тяжелых частиц ($m \rightarrow \infty$) формула (5) опять дает неопределенность ($\infty - \infty$), в то время как из (12) видно, что с ростом m влияние поля Φ_0 становится все меньше и движение при малой скорости v_0 , если $E_0 = \text{const}$, приближается по свойствам к дрейфовому.

Безразмерная модель

Все-таки в этих размерных физических формулах есть какая-то математическая несуразность, не отвечающая сути проблемы, поэтому мы вернемся к своему обычному порядку, положив

$$X = lx, \quad t = T\tau, \quad T = l\sqrt{\frac{m}{2\Phi_0}}; \quad (13)$$

$$x_0 = \frac{X_0}{l}, \quad \dot{x}_0 = \frac{T}{l} v_0. \quad (14)$$

Тогда имеем:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= 1, & x_0, & \dot{x}_0, \\ x &= \frac{\tau^2}{2} + \dot{x}_0\tau + x_0; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \tau_k = \sqrt{\dot{x}_0^2 - 2x_0} - \dot{x}_0, \\ \dot{x}_k = \sqrt{\dot{x}_0^2 - 2x_0}, \\ w_k = \frac{\dot{x}_0^2}{2} - x_0. \end{cases} \quad (16)$$

Положим

$$w_0 = \frac{\dot{x}_0^2}{2}. \quad (17)$$

И приведем (16) к виду

$$\begin{cases} \tau_k = \sqrt{2} \left\{ \sqrt{w - x_0} \pm \sqrt{w} \right\}, \\ \dot{x}_k = \sqrt{2} \cdot \sqrt{w - x_0}, \\ w_k = w_0 - x_0, \quad x_0 \leq 0. \end{cases} \quad (18)$$

Знак перед радикалом \sqrt{w} в (13) должен совпадать со знаком \dot{x}_0 . Заметим, между прочим, что формулы (16) дают гладкую относительно \dot{x}_0 аналитическую функцию, а (18) относительно w терпит разрыв по производной в нуле. Факт примечательный, который не следует упускать из вида.

Физическое время t_k на грани $x = 0$ получается из (13) и (18.1)

$$t_k = l\sqrt{\frac{2m}{q\Phi_0}} \cdot \left(\sqrt{w - x_0} \pm \sqrt{w} \right). \quad (19)$$

В сущности, это выражение характеризует своеобразный масс-спектрометр, который надо встраивать в общую схему оптической системы TOF-MS, например масс-рефлектрона. Нам кажется, что обычный способ рассмотраения самого оптического тракта TOF в отрыве от выражения (19) принципиально неверен. Плоский конденсатор сам по себе деформирует ионный пакет и частично разделяет его по массам. Будучи пристроен к какому-либо "времяпролетнику", он может менять в целом фокусирующие свойства тракта по энергии, и все это надо прогнозировать.

Рассмотрим теперь, что же конкретно мы имеем на грани $x = 0$ после того, как ее пересек ионный пучок в виде бруса

$$a \leq |x_0| \leq b \quad (20)$$

с распределением энергии

$$0 \leq w \leq \delta. \quad (21)$$

Здесь нам в первую очередь интересно определить максимальный размер интервала во времени $\Delta\tau_k$, в течение которого ионы из бруса (20, 21) пересекают грань $x = 0$. Для этого нам необходимо изучить \max и \min функции

$$\tau_k = \sqrt{2} \left\{ \sqrt{w + |x_0|} \pm \sqrt{w} \right\} \quad (22)$$

при условиях (20, 21). Нам еще раз хочется подчеркнуть, что выражение (22), в сущности, описывает две функции, сливающиеся в нуле $w = 0$, а полный размах τ_k может включать в себя значения из обеих ветвей. Вполне очевидно, что

$$\begin{cases} \max \tau_k = \sqrt{2} \left\{ \sqrt{\delta + b} + \sqrt{\delta} \right\}, \\ \min \tau_k = \sqrt{2} \left\{ \sqrt{\delta + a} - \sqrt{\delta} \right\}. \end{cases} \quad (23)$$

Разница этих величин:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_k &= \sqrt{2} \left\{ \sqrt{\delta + b} - \sqrt{\delta + a} + 2\sqrt{\delta} \right\} = \\ &= \sqrt{2} \left\{ \frac{b-a}{\sqrt{\delta + b} + \sqrt{\delta + a}} + 2\sqrt{\delta} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

В течение этого времени ионы пересекают грань $x = 0$, будучи частично диспергированными по массам m и приобретя при этом дополнительное ускорение. Кроме того, происходит трансформация энергии в соответствии с формулой (18). Полагая $x_0 = b$ и $w = \delta$, получим

$$\max w_k = \delta + b \quad (25)$$

и, полагая $x_0 = a$, $w = 0$, получим

$$\min w_k = a. \quad (26)$$

Отсюда разность $(\max w_k - \min w_k)$ принимает значение

$$\Delta w_k = \delta + (b - a). \quad (27)$$

Конечная величина толщины бруска $(b - a)$ увеличивает энергетический разброс Δw_k на выходе из конденсатора. Если пучок очень тонкий $(b - a) \cong 0$, то энергетический разброс сохраняется на уровне $(0, \delta)$. Из (24) при $(b - a) = 0$ получается, что выходная длительность имеет \min и отвечает чистому времени разворота ионов

$$\Delta\tau_k = 2\sqrt{2}\sqrt{\delta}. \quad (28)$$

Если увеличивать b и a так, чтобы разность $(b - a)$ сохранялась, то дробь в (24) постепенно уменьшается и $\Delta\tau_k$ стремится к своему миниму-

му, несмотря на конечную толщину пучка $(b - a)$. Из этого можно сделать вывод, что имеет смысл отодвинуть ионный пучок подальше от грани $x = 0$ и стараться сделать толщину его $(b - a)$ как можно меньше. При этом уменьшаются обе величины Δw_k и $\Delta\tau_k$.

Случай 2, нестационарный

Запитаем пластину $X = -l$ переменным напряжением, и потенциал Φ запишем в виде

$$\Phi = -\Phi_0 f\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \frac{X}{l}. \quad (29)$$

Безразмерная функция f задает временную форму электрического питания, а T — ее временной масштаб. Для стационарного случая $f = 1$. Если предполагается что напряжение ограничено по величине при всех t , тогда имеет смысл конструировать f так, чтобы ее максимум был 1. Если мы изучаем ход напряжения с неограниченным ростом, то выбор f надо соотносить с частными обстоятельствами. Запишем уравнение движения в данной ситуации и начальные данные:

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{q\Phi_0}{l} f\left(\frac{t}{T}\right); \quad (30)$$

$$X|_{t=t_0} = X_0, \quad \frac{dX}{dt}|_{t=0} = v_0.$$

Сделаем запись безразмерной:

$$X = lx, \quad t = T \cdot \tau. \quad (31)$$

Получим уравнения:

$$\ddot{x} = \frac{q\Phi_0 T^2}{ml^2} \cdot f(\tau), \quad (32)$$

$$x \Big|_{\tau_0 = \frac{t_0}{T}} = x_0 = \frac{X_0}{l}, \quad \dot{x} \Big|_{\tau_0 = \frac{t_0}{T}} = \dot{x}_0 = \frac{Tv_0}{l}.$$

В отличие от стационарного случая у нас здесь нет возможности ввести скользящий масштаб времени T , зависящий от масс ионов m . Теперь T — замороженная величина, как и l . Мы можем оставить в уравнении движения коэффициент перед $f(\tau)$ таким, каков он есть, но, в принципе, можно ввести специальную единицу измерения массы m_0 , положив

$$m = m_0 \cdot \mu, \quad (33)$$

и далее наложить условие на выбор m_0

$$\frac{q\Phi_0 T^2}{m_0 l^2} = 1. \quad (34)$$

Тогда уравнение динамики будет

$$\ddot{x} = \frac{f(\tau)}{\mu}, \quad (35)$$

а начальные данные остаются прежними, но что при этом происходит с энергией?

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2} = \mu \frac{m_0 l^2}{T^2} \cdot \frac{\dot{x}_0^2}{2}. \quad (36)$$

Заменяя $\frac{T}{l}$ из (34), получим

$$E_0 = 2\Phi_0 \cdot \mu \frac{x_0^2}{2}, \quad (37)$$

или

$$w = \mu \frac{x_0^2}{2} = \frac{E_0}{q\Phi_0}. \quad (38)$$

Таким способом мы получим скользящую шкалу масс, связанную с энергетическим параметром поля Φ_0 . Удобно ли это, все зависит от исследуемого диапазона масс ($m_1 \div m_2$). Ему будет отвечать некоторый интервал безразмерных масс ($\mu_1 \div \mu_2$). В целом условие (34) выглядит каким-то искусственным. Можно было взять и какое-нибудь другое число вместо единицы, но тогда "поплыло" бы соотношение (38), а оно имеет ясный физический смысл, так что надо признать, что в таком варианте "обезразмеривания" есть доля привлекательности. Однако сейчас мы предпочтем положить

$$\lambda = \frac{q\Phi_0 T^2}{ml^2} \quad (39)$$

и не вводить никаких особых единиц для массы m .

Теперь связь начальной энергии E_0 , выраженной в какой-нибудь обычной системе физических единиц с выбором местных масштабов l и T выразится формулой

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2} = \left(\frac{m}{2} \frac{l^2}{T^2} \right) \cdot \dot{x}_0^2. \quad (40)$$

Коэффициент при \dot{x}_0^2 можно рассматривать как некую характерную энергию иона, в долях которой выражается безразмерным параметром \dot{x}_0^2 величина E_0 . (Кажется странным, что не величиной $\frac{\dot{x}_0^2}{2}$).

Итак, пишем

$$\ddot{x} = \lambda f(\tau). \quad (41)$$

Для разных m мы имеем и разные λ , так что сценарий движения ионов с разными массами в нестационарном поле тоже разный. Интегрируем (41) с учетом начальных условий.

Пусть $F(\tau)$ — первообразная для f

$$\int f(\tau) d\tau = F(\tau) + \text{const}. \quad (42)$$

Тогда

$$\dot{x} - \dot{x}_0 = \lambda \{F(\tau) - F(\tau_0)\}. \quad (43)$$

Положим

$$Q = \int F(\tau) d\tau + \text{const} \quad (44)$$

и проинтегрируем (43), получим окончательно

$$x = \lambda Q(\tau) + \{\dot{x}_0 - \lambda F(\tau_0)\}(\tau - \tau_0) + \{x_0 - \lambda Q(\tau_0)\}. \quad (45)$$

Обе первообразные F и Q определены с точностью до const, что вносит в структуру (45) некий привкус психологической зыбкости, которая, конечно, пропадает при конкретном выборе функции $f(\tau)$. Какие вопросы можно решать с помощью нестационарного режима работы плоского конденсатора? Нас, конечно, будет интересовать сокращение Δt_k на ионном пакете при выходе через грань $x = 0$, снижение $\Delta \varepsilon_k$.

Пример, $f = e^{\alpha\tau}$

Здесь $F = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha\tau}$, $Q = \frac{1}{\alpha^2} e^{\alpha\tau}$, тогда (45) примет вид

$$x = \frac{\lambda}{\alpha^2} (e^{\alpha\tau} - e^{\alpha\tau_0}) + \left(\dot{x}_0 - \frac{\lambda}{\alpha} e^{\alpha\tau_0} \right) (\tau - \tau_0) + x_0. \quad (46)$$

Возьмем $\tau_0 = 0$

$$x = \frac{\lambda}{\alpha^2} (e^{\alpha\tau} - 1) + \left(\dot{x}_0 - \frac{\lambda}{\alpha} \right) \tau + x_0. \quad (47)$$

Условие перехода иона на грань $x = 0$ дает уравнение относительно момента пересечения τ_k . Положим $x_0 < 0$ и запишем

$$\frac{\lambda}{\alpha^2} (e^{\alpha\tau} - 1) + \left(\dot{x}_0 - \frac{\lambda}{\alpha} \right) \tau - |x_0| = 0. \quad (48)$$

Уравнение трансцендентное, и просто так его не решить относительно τ . Для простоты положим $\alpha = 1$ и запишем $\lambda (e^\tau - \tau - 1) + \dot{x}_0 - |x_0| = 0$, или

$$e^\tau - \tau - 1 = \frac{|x_0| - \dot{x}_0}{\lambda}. \quad (49)$$

Корень τ зависит от одного объединенного параметра. Уже интересно, что одному корню $\tau_k = \text{const}$ отвечает многообразие масс и начальных данных, связанных линейным соотношением

$$|X_0| - \dot{x}_0 = c\lambda. \quad (50)$$

Если записать общий случай (45), то получим

$$\lambda Q(\tau) + \{\dot{x}_0 - \lambda F(\tau_0)\}(\tau - \tau_0) - |x_0| - \lambda Q(\tau_0) = 0. \quad (51)$$

Перепишем это в виде

$$\lambda \{Q(\tau) - F(\tau_0)(\tau - \tau_0) - Q(\tau_0)\} = |x_0| - \dot{x}_0, \quad (52)$$

или

$$Q(\tau) - Q(\tau_0) - F(\tau_0)(\tau - \tau_0) = \frac{|x_0| - \dot{x}_0}{\lambda}. \quad (53)$$

Появление обобщенного параметра справа, как и в (49), есть общее свойство данной структуры.

Могут ли два иона с противоположными скоростями $\pm|\dot{x}_0|$, стартующие с фиксированной точки (x_0) , достичь грани в один и тот же момент τ_k . Для этого должны выполняться два равенства:

$$Q(\tau_k) - Q(\tau_0) - F(\tau_0)(\tau_k - \tau_0) = \frac{|x_0| - |\dot{x}_0|}{\lambda}, \quad (54)$$

$$Q(\tau_k) - Q(\tau_0) - F(\tau_0)(\tau_k - \tau_0) = \frac{|x_0| + |\dot{x}_0|}{\lambda}.$$

Но левые части одинаковы и, следовательно, не могут давать справа неодинаковые числа.

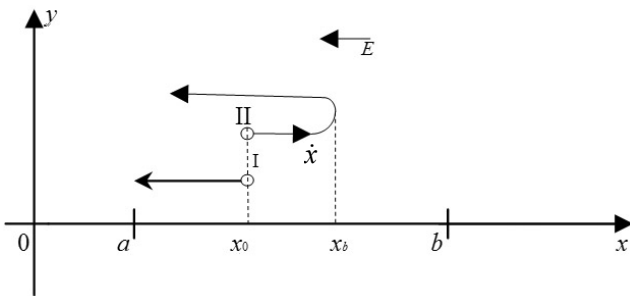


Рис. 2. Возникновение "времени разворота" для ионов I и II

Вывод

Ни при каком профиле нестационарного электрического питания $f(\tau)$ в плоском конденсаторе невозможно ликвидировать время разворота ионов.

Такой эффект в чистом виде следует искать в классе пространственно-неоднородных полей с переменным во времени электрическим питанием.

Однако можно надеяться на уменьшение времени разворота ионов уже в сильно неоднородных полях даже в условиях статического ускоряющего напряжения.

2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИОННЫХ ПАКЕТОВ В НЕОДНОРОДНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ПОЛЯХ

Вместо однородного поля рассмотрим одномерный потенциальный рельеф

$$\Phi = \Phi_0 \varphi\left(\frac{X}{l}\right) \quad (55)$$

и изучим движение при тех же начальных условиях. Физическое уравнение движения

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = -q\Phi_0 \frac{\partial \varphi}{\partial X} \quad (56)$$

и начальные данные приведем к безразмерной модели теми же подстановками (13, 14). В результате запишем

$$X = lx, \quad t = T\tau, \quad (57)$$

$$\ddot{x} = -\frac{d\varphi(x)}{d\tau}, \quad x|_{\tau=0} = x_0, \quad \dot{x}|_{\tau=0} = \dot{x}_0. \quad (58)$$

Интеграл энергии:

$$\begin{cases} \frac{\dot{x}^2}{2} + \varphi(x) = g, \\ g_0 = \frac{\dot{x}_0^2}{2} + \varphi(x_0), \\ \frac{\dot{x}_0^2}{2} = w_0. \end{cases} \quad (59)$$

Отсюда

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}}. \quad (60)$$

Пусть

$$\frac{d\varphi}{dx} > 0 \quad \text{при} \quad x > 0 \quad (61)$$

и $a < x_0 < b, \quad 0 < w < \delta.$

Изучаем время полета ионов (рис. 2) до грани $x = 0$ при условии разброса начальной скорости в интервале

$$-\sqrt{2\delta} \leq \dot{x}_0 \leq \sqrt{2\delta}. \quad (62)$$

Для иона I имеем условие полета до грани $x = 0$:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= -\frac{1}{2} \int_{x_0}^0 \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}}. \end{aligned} \quad (63)$$

Для иона II время полета складывается из двух частей:

$$\begin{aligned} \tau_{II} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{x_0}^{x_b} \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{x_b}^0 \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 2 \int_{x_0}^{x_b} \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}} + \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}} \right\}. \end{aligned} \quad (64)$$

Окончательно можно записать

$$\tau_{II} = \sqrt{2} \int_{x_0}^{x_b} \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}} + \tau_1. \quad (65)$$

При фиксированном x_0 длительность ионного пакета на выходе через грань $x = 0$ определяется чистым временем разворота иона в поле

$$(\Delta\tau_k)_{x_0=\text{const}} = \tau_{II} - \tau_1 = \sqrt{2} \int_{x_0}^{x_b} \frac{dx}{\sqrt{g - \varphi(x)}}. \quad (66)$$

Полная же длительность ионного пакета на выходе при конечной толщине бруска ($b-a$) и разбросе ($0 \div \delta$) энергии w должна определяться через $\min \tau_1$ и $\max \tau_{II}$:

$$\Delta\tau_k = \max \tau_{II} - \min \tau_1. \quad (67)$$

Для вычисления интегралов (63) и (65) нужно указать конкретный вид $\varphi(x)$. Координата величины определяется из уравнения

$$g - \varphi(x_b) = 0. \quad (68)$$

Интервал энергий w_k на выходе при монотон-

ном росте $\varphi(x)$ определяется с помощью интеграла энергии и, очевидно, будет определяться неравенством

$$\varphi(a) \leq w_k \leq \delta + \varphi(b). \quad (69)$$

Соответственно разброс Δw_k :

$$0 \leq \Delta w_k \leq \delta + [\varphi(b) - \varphi(a)]. \quad (70)$$

Поведение $\Delta\tau_k$ и Δw_k может оказаться весьма различным при фиксированной толщине пучка ($b-a$). Чем круче ход $\varphi(x)$, тем больше Δw_k , и в тоже время величина $\Delta\tau_k$ может оказаться существенно меньше, чем в плоском конденсаторе, если $\varphi(x)$ некая нелинейная функция. Сказать, какой именно должна быть функция $\varphi(x)$ для уничтожения $\Delta\tau_k$ или хотя бы уменьшения ее до приемлемых размеров, достаточно трудно. Во всяком случае никаких абсолютных на данном этапе просто так нам не найти. Математическая проблема здесь весьма нетривиальна. Прояснить ее могут разные частности.

Квадратичное поле

Положим

$$\varphi = \alpha x^2. \quad (71)$$

Вычислим сначала интеграл:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \int_{x_0}^{x_b} \frac{dx}{\sqrt{g - \alpha x^2}} &= \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \arcsin \sqrt{\frac{\alpha}{g}} x \Big|_{x_0}^{x_b} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\sqrt{\alpha} x_0}{\sqrt{w + \alpha x_0^2}} \right) = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \arccos \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{w}{\alpha x_0^2}}} = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{w}}{x_0 \sqrt{\alpha}}. \end{aligned} \quad (72)$$

Далее вычислим интеграл (63):

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{g - \alpha x^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \arcsin x \sqrt{\frac{\alpha}{g}} \Big|_0^{x_0} = \frac{\pi}{2\sqrt{2\alpha}}. \end{aligned} \quad (73)$$

Соответственно из (65) и (72)

$$\tau_{II} = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \operatorname{arctg} \frac{1}{x_0} \sqrt{\frac{w}{\alpha}} + \frac{\pi}{2\sqrt{2\alpha}}. \quad (74)$$

Поскольку $\tau_1 = \text{const}$, то остается найти $\max \tau_{II}$, а он вполне очевиден. Надо только положить $w = \delta$, $x_0 = a$, тогда $\max \tau_{II} = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \arctg \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\delta}{\alpha}}$ и окончательно

$$\Delta \tau_k = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \arctg \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\delta}{\alpha}}. \quad (75)$$

Если брать бóльшие a и α при достаточно малом δ , то $\Delta \tau_k$ можно сделать сколь угодно малым, но ценой этого будет огромный рост Δw_k :

$$\Delta w_k = \delta + \alpha(b^2 - a^2) = \delta + \alpha(b - a)(b + a). \quad (76)$$

Если скобка $(b - a)$ остается постоянной, то с отдалением границ пучка растет скобка $(b + a)$; она и задает рост Δw_k . Между $\Delta \tau_k$ и Δw_k явно присутствует какая-то внутренняя связь в виде некоего инварианта. Одно растет, другое падает и наоборот...

Какова природа этой связи, и какую фундаментальную роль играет выбор типа функции $\varphi(x)$? Может быть, она следует из классических инвариантов механики?

Пока мы будем искать ее на частных примерах.

Так, в нашем случае квадратичного поля параметр α характеризовал явно крутизну рельефа, в то время как $\varphi(x)$ характеризует и крутизну, и кривизну. Чтобы менять крутизну, достаточно менять α , в каком бы месте оси x мы не находились. Кривизна же сильно зависит от места x , и она определяет качество фокусировки по времени. Однако сейчас мы можем поставить вопрос так: в чем состоит влияние крутизны α на соотношение между Δw_k и $\Delta \tau_k$ в данном случае и есть ли оно вообще?

Выразим α из (76)

$$\alpha = \frac{\Delta w_k - \delta}{b^2 - a^2} \quad (77)$$

и подставим в (75), получим

$$\Delta \tau_k = \sqrt{\frac{2(b^2 - a^2)}{\Delta w_k - \delta}} \arctg \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\delta(b^2 - a^2)}{\Delta w_k - \delta}}. \quad (78)$$

Очевидно, что Δw_k будет конечной величиной, даже если $\delta = 0$. Это происходит за счет падения потенциала на толщине пучка $(b - a)$. Если предположить что δ очень мала, то можно отождествить величину \arctg с величиной под знаком этой функции:

$$\Delta \tau_k \cong \sqrt{2\delta} \frac{b^2 - a^2}{\Delta w_k - \delta}, \quad (79)$$

или

$$\Delta \tau_k \cdot (\Delta w_k - \delta) \cong \sqrt{2\delta} (b^2 - a^2). \quad (80)$$

Получилось нечто вроде соотношения неопределенности. Величины $\Delta \tau_k$ и Δw_k оказались взаимно обратно пропорциональны, и связь их не зависит от крутизны рельефа α , по крайней мере для квадратичной функции $\varphi(x)$. В этом новом свете мы должны вернуться к однородному полю и посмотреть, что делается там.

Однородное поле

Положим $\varphi = \alpha x$ и вычислим τ_1 и τ_{II} :

$$\tau_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{g - \alpha x}} = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} (\sqrt{w - \alpha x_0} - \sqrt{w}), \quad (81)$$

$$\tau_{II} = \tau_1 + \sqrt{2} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{g - \alpha x}} = \tau_1 + \frac{2\sqrt{2}}{\alpha} \sqrt{w}. \quad (82)$$

Объединяя, получим

$$\tau_{II} = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} (\sqrt{w + \alpha x_0} + \sqrt{w}). \quad (83)$$

Соответственно $\Delta \tau_k = \max \tau_{II} - \min \tau_1$ выразится формулой

$$\Delta \tau_k = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} (\sqrt{\delta + \alpha b} - \sqrt{\delta + \alpha a} + 2\sqrt{\delta}). \quad (84)$$

Если сравнивать (75) и (84), то при достаточно больших a и фиксированной толщине пучка $(b - a)$ при одних и тех же δ и α квадратичное поле дает гораздо меньшую величину $\Delta \tau_k$, чем однородное. Найдем теперь Δw_k :

$$\Delta w_k = \delta + \alpha(b - a). \quad (85)$$

Если сравнивать с квадратичным вариантом (76), то там разброс Δw_k гораздо больше, и он растет с удалением пучка ($x_0 \rightarrow \infty$), в то время как в однородном варианте он определяется только толщиной пучка и крутизной α . Чем больше α , тем больше разброс Δw_k , и из (84) следует, что тем меньше $\Delta \tau_k$. Однако опять можно исключить α из (84) и (85) и получить связь

$$\alpha = \frac{\Delta w_k - \delta}{b - a}. \quad (86)$$

Запишем (84) в виде

$$\Delta \tau_k = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \left\{ \frac{\alpha(b-a)}{\sqrt{\delta + \alpha b + \sqrt{\delta + \alpha a}}} + 2\sqrt{\delta} \right\}. \quad (87)$$

Подстановка α из (86) в (87) дает искомую связь $\Delta \tau_k$ и Δw_k , не зависящую от крутизны рельефа α :

$$\Delta \tau_k = \sqrt{2} \left\{ \frac{(b-a)^{3/2}}{\sqrt{b\Delta \tau_k - a\delta + \sqrt{a\Delta w_k + b\delta - 2a\delta}}} + \frac{2\sqrt{\delta}(b-a)}{\Delta w_k - \delta} \right\}. \quad (88)$$

При достаточно больших a и b и небольшой разнице $(b-a)$ первым членом в (88) можно пренебречь и записать эту приближенную связь в виде

$$\Delta \tau_k \cdot (\Delta w_k - \delta) \cong 2\sqrt{2\delta}(b-a). \quad (89)$$

Сравнивая с (80), мы видим, что при одинаковых избытках разброса энергии $(\Delta w_k - \delta)$, если поделить (80) на (89), можно получить

$$\frac{(\Delta \tau_k)_{\text{квал.}}}{(\Delta \tau_k)_{\text{одн.}}} \cong \frac{b-a}{2} \quad (90)$$

Понимая всю достаточность приближенных замен, все же надо думать о природе всех этих вещей более глубоко, ибо из (90) следует, что для двойного уменьшения $\Delta \tau_k$ в квадратном поле по сравнению с однородным надо брать a и b из условия

$$a + b < 1. \quad (91)$$

Получается, что крутизна рельефа α играет значительную роль в уменьшении времени $\Delta \tau_k$, но в большей степени влияет кривизна рельефа. Все это побуждает изучать этот вопрос со всей тщательностью и в самом общем виде.

Все-таки, насколько можно уменьшить $\Delta \tau_k$ без существенного уширения энергетического разброса Δw_k , если рассматривать весь класс неоднородных монотонно растущих рельефов в целом?

Степенные поля

Рассмотрим класс потенциальных рельефов $\varphi(x)$ вида

$$\varphi = \alpha x^n, \quad (92)$$

где положительный показатель n может меняться в широких пределах от 0 до сколько угодно больших ($0 < n < \infty$). Записываем

$$\tau_I = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{g - \alpha x^n}}, \quad g = w + \alpha x_0^n, \quad (93)$$

$$\tau_{II} = \tau_I + \sqrt{2} \int_{x_0}^{x_k} \frac{dx}{\sqrt{g - \alpha x^n}}.$$

Если $n \neq 1, 2$, то интегралы (93) не берутся в элементарном виде, и приходится прибегать к разным аналитическим оценкам. Для начала введем замену переменной интегрирования

$$x = \left(\frac{g}{\alpha} \right)^{1/n} \cdot \xi, \quad (94)$$

и учитывая, что $\xi_0 = x_0 \cdot \left(\frac{\alpha}{g} \right)^{1/n}$, приведем интегралы (93) к виду

$$\begin{cases} \tau_I = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g^{\frac{1}{n} - \frac{1}{2}}}{\alpha^{\frac{1}{n}}} \int_0^{\xi_0} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^n}}, \\ \tau_{II} = \tau_I + \sqrt{2} \frac{g^{\frac{1}{n} - \frac{1}{2}}}{\alpha^{\frac{1}{n}}} \int_{\xi_0}^1 \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^n}}. \end{cases} \quad (95)$$

Эти интегралы (95) следует брать по следующей схеме. Сначала берется несобственный интеграл

$$J_0 = \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^n}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)}, \quad (96)$$

где Γ — гамма-функция Эйлера. Далее вычисляется собственный интеграл

$$J_1 = \int_0^{\xi_0} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^n}}. \quad (97)$$

Для $\xi_0 < \frac{1}{2}$ и больших n дробь $\frac{1}{\sqrt{1 - \xi^n}}$ можно разложить в степенной быстро сходящийся ряд, после чего интеграл J_1 вычисляется в виде ряда по степеням ξ_0 . Имеем:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1-\xi^n}} &= 1 + \frac{1}{2}\xi^n + \frac{3}{8}\xi^{2n} + \frac{5}{16}\xi^{3n} + \dots, \\ J_1 &= \xi_0 + \frac{1}{2(n+1)}\xi_0^{n+1} + \frac{3}{8(2n+1)}\xi_0^{2n+1} + \\ &+ \frac{5}{16(3n+1)}\xi_0^{3n+1} + \dots. \end{aligned} \right. \quad (98)$$

Пусть $n = 4$, тогда

$$J_1 = \xi_0 + \frac{1}{10}\xi_0^5 + \frac{1}{24}\xi_0^9 + \frac{5}{238}\xi_0^{13} + \dots \quad (99)$$

Быстрая сходимость этого ряда вполне очевидна. Для достаточно больших n члены ряда убывают достаточно быстро, так что для оценок можно пользоваться только первым членом. При фиксированном n J_0 представляет собой const, которую раскрывать не будем. В этих предположениях запишем τ_I и τ_{II} :

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_I &= \frac{x_0}{\sqrt{2g}}, \\ \tau_{II} &= \frac{x_0}{\sqrt{2g}} + \sqrt{2} \frac{g^{\frac{1}{2}}}{\alpha^{\frac{1}{n}}} \left\{ J_0 - \left(\frac{\alpha}{g} \right)^{\frac{1}{n}} x_0 \right\} = \\ &= \sqrt{2} \frac{g^{\frac{1}{2}}}{\alpha^{\frac{1}{n}}} J_0 - \frac{x_0}{\sqrt{2g}}. \end{aligned} \right. \quad (100)$$

Полагая $g = w + \alpha x_0^n$:

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_I &= \frac{x_0}{\sqrt{2(w + \alpha x_0^n)}}, \\ \tau_{II} &= \sqrt{2} \frac{(w + \alpha x_0^n)^{\frac{1}{2}}}{\alpha^{\frac{1}{n}}} J_0 - \frac{x_0}{\sqrt{2(w + \alpha x_0^n)}}. \end{aligned} \right. \quad (101)$$

Получаем интересную картину: при $n > 2$ с ростом x_0 обе величины и τ_I , и τ_{II} убывают и тем более убывает их разница, однако, увы, и здесь с ростом a и b на естественный разброс ионов в пучке накладывается растущая полевая надбавка

$$\Delta w_k = \delta + \alpha(b^n - a^n). \quad (102)$$

Конечно, здесь так же можно избавиться от крутизны α и найти связь $\Delta\tau_k$ и Δw_k , но ввиду того, что построение это приближенное, то и смысла выводить данное соотношение никакого нет.

"Радикальные" рельефы

До сих пор мы рассматривали рельефы выпуклые вниз. Однако при $n < 1$ степенные рельефы выгибаются дугой вверх, и интересно, как они работают.

Положим

$$\varphi = \alpha\sqrt{x}. \quad (103)$$

В нуле этому рельефу отвечает бесконечное поле, и в окрестности нуля ион летит малое время. Несмотря на физическую несуразность, в математическом отношении оценки получаются вполне конкретные, ибо область нуля всегда мешает. Снова вычисляем τ_I и τ_{II} :

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_I &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{g - \alpha\sqrt{x}}}, \quad g = w + \alpha\sqrt{x_0}, \\ \tau_{II} &= \tau_I + \sqrt{2} \int_{x_0}^{x_b} \frac{dx}{\sqrt{g - \alpha\sqrt{x}}}. \end{aligned} \right. \quad (104)$$

Интегралы эти легко берутся заменой $\alpha\sqrt{x} = u$, и получается

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_I &= \frac{2\sqrt{2}}{3\alpha^2} \left\{ 2g^{3/2} - \sqrt{g - \alpha\sqrt{x_0}} \cdot (2g + \alpha\sqrt{x_0}) \right\}, \\ \tau_{II} &= \tau_I + \frac{4\sqrt{2}}{3\alpha^2} \cdot \sqrt{g - \alpha\sqrt{x_0}} \cdot (2g + \alpha\sqrt{x_0}). \end{aligned} \right. \quad (105)$$

Окончательно мы получим следующие формулы, раскрывая еще $g = w + \alpha\sqrt{x_0}$, но сначала вставим τ_I в τ_{II} . Получаются весьма симметричные формулы

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_I &= \frac{2\sqrt{2}}{\alpha^2} \left\{ 2g^{3/2} - \sqrt{g - \alpha\sqrt{x_0}} \cdot (2g + \alpha\sqrt{x_0}) \right\}, \\ \tau_{II} &= \frac{2\sqrt{2}}{\alpha^2} \left\{ 2g^{3/2} + \sqrt{g - \alpha\sqrt{x_0}} \cdot (2g + \alpha\sqrt{x_0}) \right\}. \end{aligned} \right. \quad (106)$$

Подставим g и получим:

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_I &= \frac{2\sqrt{2}}{\alpha^2} \left\{ 2(w + \alpha\sqrt{x_0})^{3/2} - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{w} \cdot (2w + 3\alpha\sqrt{x_0}) \right\}, \\ \tau_{II} &= \frac{2\sqrt{2}}{\alpha^2} \left\{ 2(w + \alpha\sqrt{x_0})^{3/2} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{w} \cdot (2w + \alpha\sqrt{x_0}) \right\}. \end{aligned} \right. \quad (107)$$

Теперь ищем $\min \tau_I$, когда скорость направлена в сторону $x = 0$, $\dot{x} < 0$, энергия $w = \delta$, а координата старта минимальна, $x_0 = a$.

$$\min \tau_I = \frac{2\sqrt{2}}{\alpha^2} \left\{ 2(\delta + \alpha\sqrt{a})^{3/2} - \sqrt{\delta} \cdot (2\delta + 3\alpha\sqrt{a}) \right\}. \quad (108)$$

Соответственно

$$\max \tau_{II} = \frac{2\sqrt{2}}{\alpha^2} \left\{ 2(\delta + \alpha\sqrt{b})^{3/2} + \sqrt{\delta} \cdot (2\delta + \alpha\sqrt{b}) \right\}. \quad (109)$$

Отсюда

$$\Delta\tau_k = \frac{2\sqrt{2}}{\alpha^2} \left\{ 2 \left[(\delta + \alpha\sqrt{b})^{3/2} - (\delta + \alpha\sqrt{a})^{3/2} \right] + 4\delta^{3/2} + 3\alpha\sqrt{\delta}(\sqrt{b} - \sqrt{a}) \right\}. \quad (110)$$

Остается найти Δw_k :

$$\Delta w_k = \delta + \alpha(\sqrt{b} - \sqrt{a}). \quad (111)$$

Можно и здесь исключить α , чтобы получить связь $\Delta\tau_k$ и Δw_k , но она слишком сложная, и есть ли в этом необходимость? Положим $\alpha = 1$ и упростим эти формулы:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_k &= 2\sqrt{2} \left\{ 2 \left[(\delta + \sqrt{b})^{3/2} - (\delta + \sqrt{a})^{3/2} \right] + 4\delta^{3/2} + 3\sqrt{\delta}(\sqrt{b} - \sqrt{a}) \right\}, \\ \Delta w_k &= \delta + (\sqrt{b} - \sqrt{a}) = \delta + \frac{b-a}{\sqrt{b} + \sqrt{a}}. \end{aligned} \quad (112)$$

Если сильно отдалить a и b , так чтобы разность $(b - a)$, толщина пучка, сохранялась, то

$$\Delta w_k \rightarrow \delta, \quad \Delta\tau_k \rightarrow 8\sqrt{2}\delta^{3/2}; \quad (113)$$

из (87) для однородного поля при $\alpha = 1$ и при тех же условиях роста a и b

$$\Delta\tau_k \rightarrow 2\sqrt{2}\delta. \quad (114)$$

Как это ни удивительно, отношение величин (113) и (114) равно 4δ . Если $\delta = 0.01$, то в рассмотренном варианте $\Delta\tau_k$ в 25 раз меньше, чем в плоском конденсаторе, и при этом добавка энергетическому разбросу сильно уменьшена. Конечно, это только качественная оценка, но все же факт, не совсем понятный физически. Может быть, все дело в том, что мы считаем a и b слишком большими величинами и рассмотрение приобретает асимптотический характер. Некоторая странность во всем этом есть. Поля с потенциальным выгибанием вверх не должны уменьшать $\Delta\tau_k$, хотя Δw_k при

фиксированной величине $(b - a)$ для таких полей меньше, чем в плоском конденсаторе.

Электрическая стенка

Рассмотрим рельеф вида

$$\varphi = \frac{\alpha}{(\beta - x)^2}. \quad (115)$$

Потенциальный рельеф неограниченно растет при $x \rightarrow \beta$ (рис. 3), образуя гладкую стенку. Вычисления с таким рельефом отличаются тем, что $x_b < \beta$. В данной структуре, меняя α и β , мы можем построить множество профилей, отличающихся крутизной и кривизной. Вычисляем сначала τ_I , потом τ_{II} :

$$\tau_I = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{g - \frac{\alpha}{(\beta - x)^2}}} =$$

$$= \frac{-\sqrt{g(\beta-x_0)^2-\alpha} + \sqrt{g\beta^2-\alpha}}{\sqrt{2} \cdot g}, \quad (116)$$

или

$$\tau_1 = \frac{\sqrt{g\beta^2-\alpha} - \sqrt{g(\beta-x_0)^2-\alpha}}{\sqrt{2} \cdot g}; \quad (117)$$

$$\tau_{II} = \tau_1 + \sqrt{2} \int_{x_0}^{x_b} \frac{dx}{\sqrt{g - \frac{\alpha}{(\beta-x)^2}}}, \quad (118)$$

$$g = w + \frac{\alpha}{(\beta-x_0)^2}.$$

Вычисляя интеграл (118) и учитывая (117), получим

$$\tau_{II} = \frac{\sqrt{g\beta^2-\alpha} + \sqrt{g(\beta-x_0)^2-\alpha}}{\sqrt{2} \cdot g}. \quad (119)$$

Из выражений (117) и (119) можно сделать несколько парадоксальный вывод: при неограниченном росте энергии w величина g растет, а обе величины τ_1 и τ_{II} , а вместе с ними и их разница, падают к нулю. Иначе говоря, быстрая частица высоко взлетает на стенку и тотчас же с нее сваливается. Этот механизм приводит нас к следующей гипотезе.

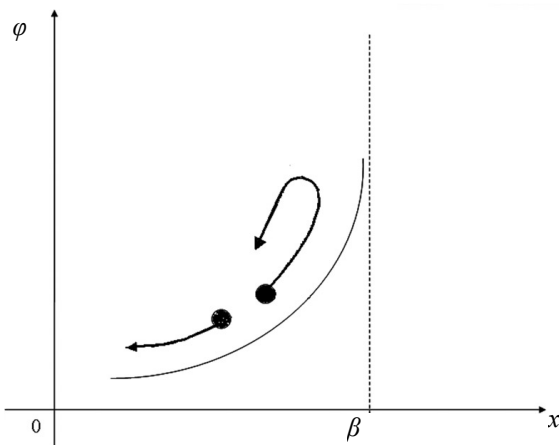


Рис. 3. Потенциальный рельеф и время разворота

Гипотеза

Может быть, имеет смысл сначала ускорить брусок до большой энергии w и отразить от электрической стенки?

Но, увы, само устройство ускорения обязано также бороться с обратным временем разворота ионов.

Преобразуем выражение

$$\begin{aligned} g(\beta-x_0)^2 - \alpha &= \\ &= \left[w + \frac{\alpha}{(\beta-x_0)^2} \right] (\beta-x_0)^2 - \alpha = \\ &= w(\beta-x_0)^2. \end{aligned} \quad (120)$$

Отсюда

$$\sqrt{g(\beta-x_0)^2-\alpha} = (\beta-x_0)\sqrt{w}, \quad (121)$$

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{g\beta^2-\alpha} - (\beta-x_0)\sqrt{w}}{g}, \\ \tau_{II} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{g\beta^2-\alpha} + (\beta-x_0)\sqrt{w}}{g}. \end{cases} \quad (122)$$

Опять надо искать $\min \tau_1$ и $\max \tau_{II}$. Преобразуем (117) к виду

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\beta^2 - (\beta-x_0)^2}{\sqrt{g\beta^2-\alpha} + \sqrt{g(\beta-x_0)^2-\alpha}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\beta^2 - (\beta-x_0)^2}{\sqrt{g\beta^2-\alpha} + \sqrt{w}(\beta-x_0)}. \end{aligned} \quad (123)$$

Величина g достигает \max при $w = \beta$ и $x_0 = b$; по крайней мере на первый взгляд из этого следует $\min \tau_1$ при данных значениях параметров.

Преобразуем и τ_{II} из (119), получим

$$\begin{aligned} \tau_{II} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\beta^2 - (\beta-x_0)^2}{\sqrt{g\beta^2-\alpha} - \sqrt{g(\beta-x_0)^2-\alpha}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\beta^2 - (\beta-x_0)^2}{\sqrt{g\beta^2-\alpha} - \sqrt{w}(\beta-x_0)}. \end{aligned} \quad (124)$$

Из вида τ_{II} можно утверждать, что $\max \tau_{II}$ достигается при $w = \beta$ и $x_0 = a$. Выражение $\Delta\tau_k = \max \tau_{II} - \min \tau_1$ достаточно громоздкое и не слишком прозрачное. Выбор параметров α и β ,

при которых $\Delta\tau_k$ минимизируется, представляет отдельную задачу, и ее удобнее решить на калькуляторе, задав приемлемые величины a, b, δ . Так или иначе в этом классе найдутся свои оптимумы, но величина Δw_k вряд ли снизится по сравнению с квадратичном полем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели ряд полевых структур, пригодных для устройства ортогональных ускорителей и нашли новые возможности управления структурой ионных пакетов в режиме статического электрического питания, но в условиях сильной неоднородности полей. Полностью победить время разворота ионов на этом пути не удастся, но существенно снизить его можно, пусть даже ценой некоторого уширения энергетического разброса, с которым можно справиться с помощью подходящего зеркала в схеме масс-рефлектрона. В то же время мы пришли к убеждению, что более успешную компенсацию дефектов ускорителя можно реализовать в пространственно неоднородных нестационарных полях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Додонов А.Ф., Чернушевич И.В., Додонова Т.Ф. и др. Метод времяпролетного масс-спектрометрического анализа из непрерывных ионных пучков. А.с. 1681340. 1991.
2. Chen Y.H., Gonin M., Fuhrer K. et al. Orthogonal elec-

tron impact source for a time-of-flight mass spectrometer with high mass resolving power // International Journal of Mass Spectrometry. 1999. V. 185. P. 221–226.

3. Помозов Т.В., Явор М.И. Бессеточный ортогональный ускоритель для многоотражательных времяпролетных масс-анализаторов // Научное приборостроение. 2012. Т. 22, № 1. С. 113–120.
4. Голиков Ю.К., Краснов Н.В., Бубляев Р.А. и др. Монополь как ортогональный ускоритель для времяпролетного анализатора // Научное приборостроение. 2008. Т. 18, № 4. С. 97–103.
5. Бубляев Р.А., Голиков Ю.К., Краснов Н.В. Времяпролетный масс-спектрометр. Патент РФ № 2381591 зарегистрирован 10.02.2010 г. Заявка на изобретение № 2008114680 с приоритетом от 03.04.2008 г.

Институт аналитического приборостроения РАН, г. Санкт-Петербург (Голиков Ю.К., Краснов Н.В., Бубляев Р.А.)

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (Голиков Ю.К.)

Контакты: Бубляев Ростислав Анатольевич, Bub-slava@yandex.ru

Материал поступил в редакцию 25.06.2013

TRANSIENT PROCESSES IN ORTHOGONAL ACCELERATORS

Yu. K. Golikov^{1,2}, N. V. Krasnov¹, R. A. Bublyayev¹

¹Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint-Petersburg

²Saint-Petersburg State Polytechnical University

The article deals with the issues related to compensation for the turn around time of ions in an orthogonal accelerator of the time-of-flight mass spectrometer. It shows limited opportunities for the reduction of the turn around time, achievable in stationary fields of different geometry with homogeneous and highly heterogeneous structures. A detailed analytical analysis was conducted along with the expert assessment of all dynamic phenomena accompanying formation of ion packages. The conclusion was made about limited opportunities of stationary fields in regulation of the turn around time and the preference of nonlinear in coordinates and changing in time electric fields.

Keywords: time-of-flight mass-spectrometer, orthogonal accelerator, turn around time, non-uniform fields, non-stationary fields