

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

УДК 534.29; 534.138+534-29+ 532.5.032

© Р. Х. Дженлода, Н. Н. Князьков, Е. Д. Макарова, Б. П. Шарфарец, В. М. Шкинев

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ УДЕРЖИВАНИЯ ЧАСТИЦ
В УЛЬТРАЗВУКОВОЙ СУСПЕНЗИОННОЙ КОЛОНКЕ**

Проведен подробный анализ баланса сил при озвучивании наполненной жидкостью ультразвуковой суспензионной колонки с находящимися там микрочастицами сорбента. Анализ проведен с учетом наличия в камере проточных течений различной скорости. Проведенный анализ позволяет качественно планировать эксперименты по удерживанию и вымыванию микрочастиц различной природы.

Кл. сл.: удерживание частиц, радиационное давление, стоячая плоская волна, бегущая плоская волна, вязкая жидкость, течение жидкости

ВВЕДЕНИЕ

Сорбционные процессы являются одними из важнейших в науке и технологии. В аналитической химии, радиохимии, биохимии используются главным образом зернистые сорбенты в виде набивных слоев. Такие системы требуют или применения высоких давлений, или использования крупных частиц (> 50 мкм), которые недостаточно эффективны. Ультразвуковое поле может играть две роли в сорбционных процессах: удерживать мелкие (< 5 мкм) зерна сорбента в ячейке или колонке низкого давления и одновременно ускорять сорбционный процесс. Кроме того, проточные ультразвуковые системы дают возможность разделять не только растворенные вещества, но и сами частицы различного размера, что важно при решении многих научных и технических задач [1].

Одним из удобных инструментов изучения воздействия ультразвука на частицы в покоящейся или подвижной жидкости являются разного рода ультразвуковые (УЗ) суспензионные колонки (камеры с микрочастицами сорбента) [2].

В настоящей работе рассматриваются физические процессы, происходящие в УЗ-суспензионных колонках при совместном действии ультразвука и проточного течения. Это касается в первую очередь анализа действующих на частицы сил и их удерживания в суспензионной колонке.

**ОПИСАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ
СУСПЕНЗИОННОЙ КОЛОНКИ**

УЗ-суспензионная колонка представляет собой проточную цилиндрическую ячейку. Излучатель находится в металлическом основании. УЗ-суспензионная колонка помещена внутрь стеклянной колбы, наполненной жидкостью. Камера представляет собой стеклянную цилиндрическую трубку постоянного диаметра, сочлененную под прямыми углами с трубками меньшего диаметра для подвода и отвода жидкости. Ультразвуковое облучение основного цилиндра производится источником в виде сферической линзы в форме мениска. Поле облучения имеет вид пучка с круговым поперечным сечением. Частота облучения выбирается без привязки к какой-либо собственной частоте всей конструкции, а исходя из наличия УЗ-излучателя. Внешний вид УЗ суспензионной колонки представлен на рис. 1.



Рис. 1. Внешний вид ультразвуковой суспензионной колонки

ОПИСАНИЕ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В УЗ-СУСПЕНЗИОННОЙ КОЛОНКЕ: АКУСТИЧЕСКИЕ СИЛЫ, ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ

Силы, вызванные звуком

Основными силами, возникающими в камере вследствие наличия акустического поля являются:

– силы радиационного давления (РД), вызванные наличием стоячей акустической волны в объеме трубки и собирающие частицы в места с наименьшей для них потенциальной энергией; в этих местах РД от стоячей волны должно быть равно нулю, вне этих мест РД должно принимать свои промежуточные, либо максимальные по модулю значения;

– сила радиационного давления, вызванная наличием бегущей волны в сторону от излучателя; эта сила должна быть направлена вдоль оси трубки от излучателя; относительно соотношения влияния этой составляющей РД с составляющей, вызванной стоячей волной, известно, что с ростом волновых размеров включений эта составляющая начинает доминировать над составляющей от стоячей волны при гораздо меньших плотностях энергии в бегущей волне по сравнению со стоячей волной [3, 4]. И этот эффект должен усиливаться с ростом вязкости вследствие увеличения ширины пограничного слоя вокруг включения, что можно рассматривать, как увеличение его волновых размеров;

– сила воздействия, оказываемая на частицы и вызванная акустическими течениями (которые равны нулю в отсутствие акустического поля); эти течения являются стационарными, линии тока таких течений замкнуты; эта сила родственна силе Стокса, действующей на частицы, находящиеся в стационарном течении в вязкой жидкости [5].

Помимо дрейфа под действием радиационного давления и постоянных течений частицы могут совершать однонаправленные движения, вызванные иными силами. Например, дрейф, связанный с изменением вязкости в поле звуковой волны. Кроме того, возникает сила Бьеркнеса [6], обязанная своим появлением взаимодействию рассеянных на включениях волн и, как следствие, возникающей при этом потере импульса, ведущей к появлению средних сил взаимодействия между включениями. Возникают также силы взаимодействия между частицами вследствие их гидродинамического обтекания (сила Бернулли) и ряд других сил.

Гидродинамические и другие силы

Сила Стокса

Для тех случаев, когда прямолинейное равно-

мерное течение жидкости совершается при малых числах Рейнольдса $Re \ll 1$, Стокс нашел выражение для силы F , действующей на обтекаемый неподвижный шар [7]

$$F = 6\pi\eta ua. \quad (1)$$

Здесь η — коэффициент динамической (сдвиговой) вязкости; u — постоянная скорость движения жидкости; ρ — плотность жидкости; a — радиус шара; $Re = \frac{\rho ua}{\eta} = \frac{ua}{\nu}$ — число Рейнольдса для шара; $\nu = \eta / \rho$ — кинематическая вязкость.

Направление силы в случае тела произвольной формы не совпадает с направлением скорости; в общем виде зависимость силы F от скорости u записывается так:

$$F_i = \eta a_{ik} u_k, \quad (2)$$

где a_{ik} — не зависящий от скорости симметричный тензор второго ранга [7].

Следующее приближение по числу Рейнольдса для силы Стокса получил Осеев [7]

$$F = 6\pi\eta ua \left(1 + \frac{3}{8} Re \right) \quad (3)$$

Приближение по степеням Re представлено в работе [5]

$$F = 6\pi\eta ua \left(1 + \frac{3}{8} Re - \frac{9}{40} Re^2 \ln \frac{1}{Re} \right), \quad (4)$$

причем логарифм предполагается большим. Наконец, в работе [6] представлено приближение силы Стокса с точностью до пятой степени числа Рейнольдса, что позволяет пользоваться этим приближением при $Re \leq 2$.

Результирующая сила тяжести представляет собой совокупную силу, действующую на сферическую частицу радиусом a и объемом V , и плотностью ρ_1 , погруженную в жидкость плотностью ρ , очевидно, равна

$$F_{Ag} = Vg(\rho_1 - \rho) = \frac{4}{3}\pi a^3 g(\rho_1 - \rho). \quad (5)$$

ОСНОВНЫЕ СИЛЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ДИНАМИКУ ПРОЦЕССА

Можно выделить следующие основные силы, влияющие на удерживание сорбента в УЗ-суспензионной колонке:

- сила радиационного давления стоячих волн (максимумы этой силы);
- результирующая сила тяжести;

– сила Стокса, образованная стационарными акустическими течениями, движущимися в противоположную сторону по отношению к основному течению.

Среди основных сил, влияющих на выталкивание сорбента, можно выделить следующие:

– сила Стокса, которая образуется путем суммирования двух стационарных потоков, текущих в одном направлении, — основного проточного течения и результирующего потока, образованного акустическими течениями, текущего в одном направлении с основным течением;

– сила радиационного давления, образованная бегущей волной, совпадающая по направлению с основным течением;

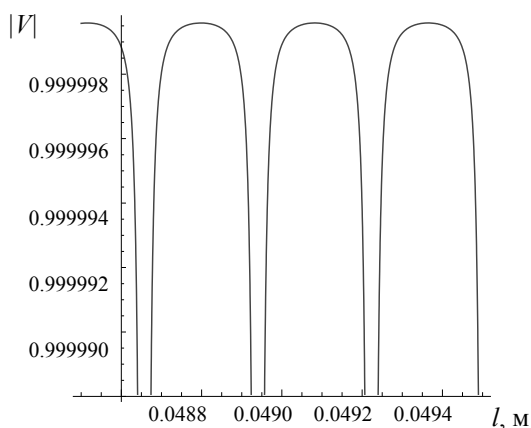
– сила, вызванная вихревым течением на сочленении основной камеры с выводящей трубкой, гораздо меньшей в диаметре. Это приводит к возникновению течения "вихрь на сливе ванны" [8].

Скорость этого течения возрастает по сравнению со скоростью проточного течения в основной камере в квадрат раз отношения диаметров основной камеры и выводящей трубки. А поскольку это течение параллельно силовым линиям сил радиационного давления стоячей волны, то оно обладает повышенной способностью к вымыванию частиц.

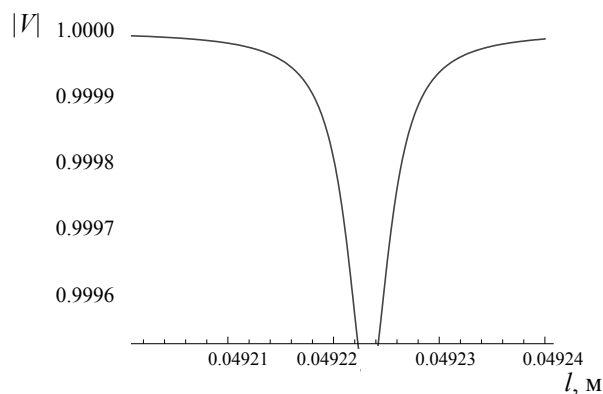
РАСЧЕТ СИЛ ВОЗНИКАЮЩИХ В УЗ-СУСПЕНЗИОННОЙ КОЛОНКЕ

Параметры физической модели

Рабочая камера — стеклянная трубка; длина — $5 \cdot 10^{-2}$ м; внутренний диаметр — $5 \cdot 10^{-3}$ м; внеш-



а



б

Рис. 2. Модуль коэффициента отражения $|I|$ плоской волны от верхней границы рабочей камеры в зависимости от толщины l слоя жидкости между верхними границами рабочей и общей камер. Без учета потерь. а — в мелком масштабе, б — в крупном масштабе

ний диаметр — $7 \cdot 10^{-3}$ м.

Жидкость: вода, плотность — 1000 кг/м^3 и скорость звука — 1500 м/с ; динамический коэффициент вязкости $\eta = 1.002 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ или $\eta = 1.002 \cdot 10^{-3} \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$.

Частицы — модифицированного силикагеля радиусом $\approx 6 \text{ мкм}$, или $6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, плотность — 2200 кг/м^3 с продольной скоростью — $c_l = 5968 \text{ м/с}$.

Частота — 2.65 МГц , интенсивность звука — 10 Вт/см^2 или 10^5 Вт/м^2 .

Расчет коэффициента отражения в камере

Смоделирована камера как система плоских слоев жидкости и стекла, граничащих с воздушным полупространством, на которую падает плоская волна единичной амплитуды (при этом пренебрегаем кривизной торцевых окончаний камеры). Стандартными методами [9] рассчитан коэффициент отражения от верхней границы рабочей камеры. Коэффициент отражения принимаем в функции толщины слоя жидкости между верхней границей рабочей камеры и верхней границей всей камеры. Толщину стекла принимаем $8 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, толщину основной камеры принимаем $5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Вначале пренебрегли потерями. Расчет представлен на рис. 2 и 3. Модуль коэффициента отражения от верхней границы рабочей камеры отсчитывался по оси ординат, по оси абсцисс представлена толщина слоя жидкости над верхней границей рабочей камеры. Как видно из рисунков, модуль коэффициента отражения с точностью до четвертого знака равен единице во всем диапазоне.

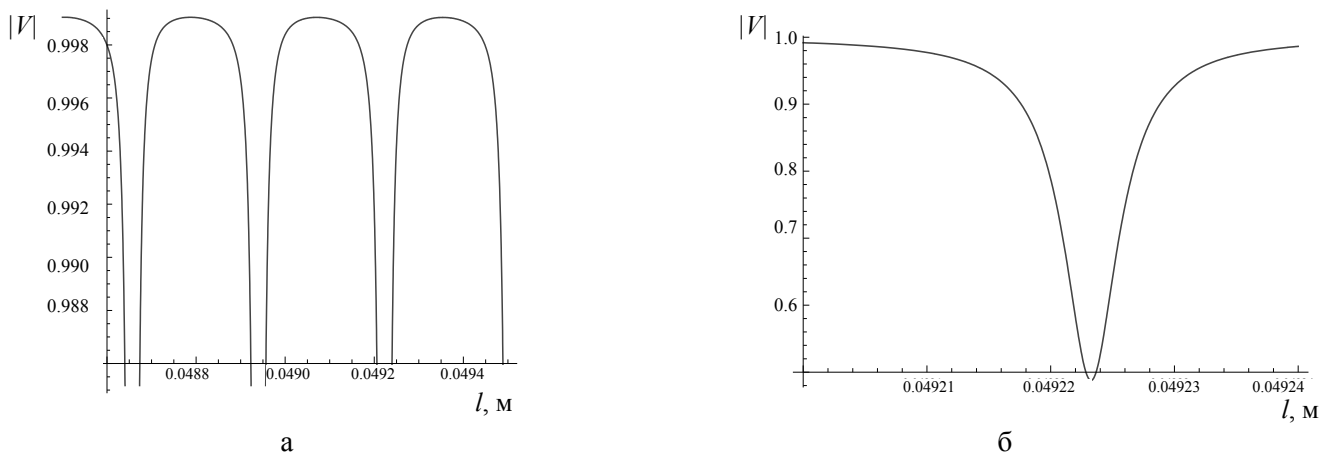


Рис. 3. Модуль коэффициента отражения $|V|$ плоской волны от верхней границы рабочей камеры в зависимости от толщины l слоя жидкости между верхними границами рабочей и общей камер. С учетом потерь. а — в мелком масштабе, б — в крупном масштабе

Рассматривая потери, провели это через учет мнимой составляющей волнового числа материала

$$k = \frac{\omega}{c} + i\alpha f^n, \quad (6)$$

где α — некоторая константа для данного материала в определенном диапазоне частот; f — частота; n — целое число. Для газов и жидкостей $n=2$, для твердых тел $n=1$. Далее принимаем [10]:

- для воздуха $\alpha = 1.85 \cdot 10^{-11} \text{ с}^2/\text{м}$;
- для стекла $\alpha = 4.9 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2/\text{м}$;
- для воды $\alpha = 25 \cdot 10^{-15} \text{ с}^2/\text{м}$.

Абсолютная величина коэффициента отражения в этом случае в области максимума равна единице с точностью до третьего знака, однако, как видно из рис. 3, б, минимум опускается до значения ниже 0.5.

Отметим также, что в случае неидеально плоских торцов камеры коэффициент отражения применительно к продольным плоским волнам должен быть реально еще меньше.

Поскольку коэффициент отражения в камере может быть (в том числе и существенно) меньше единицы, в камере должна образоваться т. н. квазистоячая волна, т. е. совокупность стоячей и бегущей волн. Кратко опишем идеализированный механизм их образования.

Квазистоячая плоская волна образуется следующим образом. Прямая волна пусть для простоты

имеет вид e^{ikx} , отраженная Ve^{-ikx} , где V — коэффициент отражения. Если просуммировать обе волны, получаем

$$V(e^{ikx} + e^{-ikx}) + (1-V)e^{ikx} = 2V \cos kx + (1-V)e^{ikx},$$

т. е. квазистоячую волну (сумму стоячей и бегущей волн). Если ввести обозначения $V = \gamma$, $1-V = \varepsilon$ с очевидным условием $\gamma + \varepsilon = 1$, то, согласно [13], получаем для коэффициентов при силах радиационного давления: $2(\gamma^2 + \gamma\varepsilon)$ — для стоячей составляющей и $(\varepsilon^2 + 2\gamma\varepsilon)$ — для бегущей составляющей.

Расчет радиационного давления (РД) в стоячей и бегущей волнах

В интересах упрощения дальнейших оценок полагаем, что фронты продольных стоячей и бегущей волн близки к плоскому. Для оценки радиационного давления в плоской стоячей и бегущей волнах использовался алгоритм и программа расчета радиационного давления в плоских волнах в идеальной жидкости, разработанная авторами. Математическая модель была представлена в работе [7]. Оценка РД в идеальной жидкости является заниженной по сравнению с реальной средой [10, 20 и др.]. Приведем общее выражение для расчета РД, действующего на шарик произвольных размеров [5] (обозначения см. там же):

$$\bar{F}_{z\text{ qs}} = -\bar{E}4\pi \left\{ 2(\gamma^2 + \gamma\varepsilon) \sin 2kh \left(\sum_{l=0}^{\infty} \frac{2(l+1)}{4l^2 + 8l + 3} (-1)^l \text{Im} \left(A_l^0 (A_{l+1}^0)^* \right) + \frac{a}{x} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \text{Re} \left(A_l^0 \right) \right) + \right.$$

$$+(\varepsilon^2 + 2\gamma\varepsilon) \left(\sum_{l=0}^{\infty} \frac{2(l+1)}{4l^2 + 8l + 3} \operatorname{Re} \left(A_l^0 (A_{l+1}^0)^* \right) - \frac{a}{x} \sum_{l=0}^{\infty} \operatorname{Im} (A_l^0) \right) \Bigg\}. \quad (7)$$

Далее необходимо перейти от интенсивности звука к средней плотности энергии в стоячей плоской волне, фигурирующей при расчете радиационного давления. Известно [5], что плотность энергии E в бегущей плоской волне связана с потоком энергии I соотношением

$$\mathbf{I} = p\mathbf{v} = c\rho v^2 \mathbf{n} = cE, \quad (8)$$

где $\mathbf{v} = v\mathbf{n}$ — вектор колебательной скорости, $v = |\mathbf{v}|$; \mathbf{n} — единичная нормаль к фронту волны. Это выражение справедливо и для средних по времени. Тогда средняя плотность энергии бегущей волны равна

$$\bar{E} = \frac{1}{c} |\bar{\mathbf{I}}|. \quad (9)$$

В плоской стоячей гармонической волне, образованной двумя движущимися навстречу друг другу бегущими плоскими волнами плотности энергии складываются. Таким образом, имеем для средней плотности энергии стоячей волны

$$\bar{E}_{st} = \frac{2}{c} |\bar{\mathbf{I}}|, \quad (10)$$

где $|\bar{\mathbf{I}}| = 10^5$ Вт/м².

Проточное течение

Исходные данные о течении представлены в табл. 1. По этим данным можно посчитать скорость жидкости в случае, если пренебречь вязкостью. В этом случае она (скорость) будет постоянной по сечению трубки (табл.1). Отталкиваясь от этих значений скорости, можно посчитать соответствующие числа Рейнольдса для трубки

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho u D}{\eta} = \frac{u D}{\nu}, \quad (11)$$

где D — внутренний диаметр трубки; u — скорость проточного течения; ν — кинематическая вязкость жидкости. Посчитанные значения Re представлены в табл. 1. Учитывая, что критическое число Рейнольдса для течения в трубе равно $\operatorname{Re}_{кр} \approx 2300$, все течения из таблицы являются ламинарными, и следовательно, течение можно рассматривать, как течение Пуазейля для вязкой жидкости [5].

В работе [5] дано выражение для распределения скорости течения Пуазейля в сечении трубки при его постоянной продольной скорости:

$$u(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2), \quad (12)$$

Табл. 1. Характеристики проточного режима в ультразвуковой камере

Характеристика	Объемная скорость прокачки воды V_i , мл/мин			
	V_1	V_2	V_3	V_4
	1	2	3	5
Скорость течения, м/с	$8.5 \cdot 10^{-4}$	$17 \cdot 10^{-4}$	$25.5 \cdot 10^{-4}$	$42.5 \cdot 10^{-4}$
Число Рейнольдса, Re	4.25	8.5	12.75	21.25
Средняя скорость течения жидкости в сечении трубки с учетом вязкости, u_m , м/с	$8.5 \cdot 10^{-4}$	$17 \cdot 10^{-4}$	$25.5 \cdot 10^{-4}$	$42.5 \cdot 10^{-4}$
Максимальная скорость течения жидкости с учетом вязкости, м/с	$1.7 \cdot 10^{-3}$	$3.4 \cdot 10^{-3}$	$5.1 \cdot 10^{-3}$	$8.5 \cdot 10^{-3}$

где Δp — перепад гидродинамического (т. е. стационарного) давления на торцах трубки; l — длина трубки; R — внутренний радиус трубки; r — текущий радиус трубки. Последнее выражение выведено в предположении, что скорость течения на внутренней границе трубки равна нулю. Пользуясь результатами работы [5], выражаем неизвестную величину Δp через объем Q жидкости, протекающей через поперечное сечение трубки в единицу времени:

$$\Delta p = 8 \frac{Q\eta l}{\pi R^4}. \quad (13)$$

Окончательно с учетом последнего выражения получаем

$$u(r) = \frac{2Q}{\pi R^4} (R^2 - r^2). \quad (14)$$

Распределения скоростей течений по сечению трубки представлены на рис. 4.

Для средней скорости имеем [11]

$$u_m = \frac{\Delta p}{8\eta l} R^2 = \frac{Q}{\pi} R^{-2}. \quad (15)$$

Числовые значения u_m представлены в табл. 1, и видно, что они совпадают со значениями скоро-

сти течения табл. 1; это определяется количеством протекающей через сечение жидкости, а оно постоянно в обоих случаях. В табл. 1 приведены также скорости на оси трубки. Видно, что они вдвое превышают скорости в трубке с идеальной жидкостью.

Распределение чисел Рейнольдса для шарообразных частиц также имеет параболический характер в поперечном сечении трубки, аналогичный распределению скоростей на рис. 4, и для всех скоростей течения числа Рейнольдса удовлетворяют неравенству $Re \ll 1$, что делает правомерным применение формулы для расчета силы Стокса для данных течений.

Распределение силы Стокса в ньютонах в зависимости от текущего радиуса трубки для исходных частиц и рассматриваемых течений представлено на рис. 5. Значения силы на оси для рассматриваемых течений составляют соответственно $9.6 \cdot 10^{-11}$, $1.92 \cdot 10^{-10}$, $2.88 \cdot 10^{-10}$, $4.8 \cdot 10^{-10}$ Н.

Отметим, что для камеры, рассматриваемой в настоящей работе, распределение скоростей течения будет тем больше стремиться к симметричному течению Пуазейля, рассмотренному выше, чем больше будет отношение длины трубки к ее диаметру вследствие отсутствия осевой симметрии у реальной камеры.

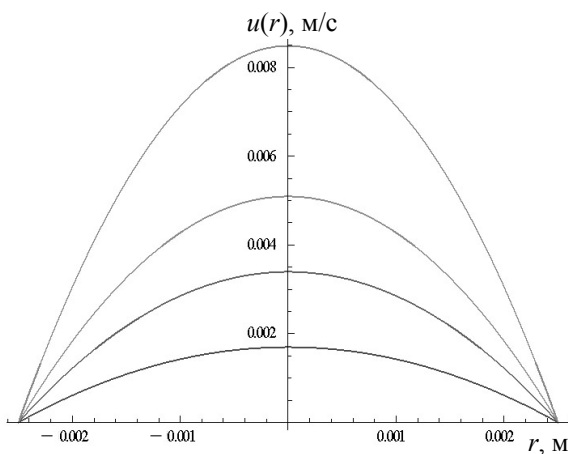


Рис. 4. Распределения скоростей течений по поперечному сечению трубки в зависимости от радиуса r , отчитываемого от оси трубки

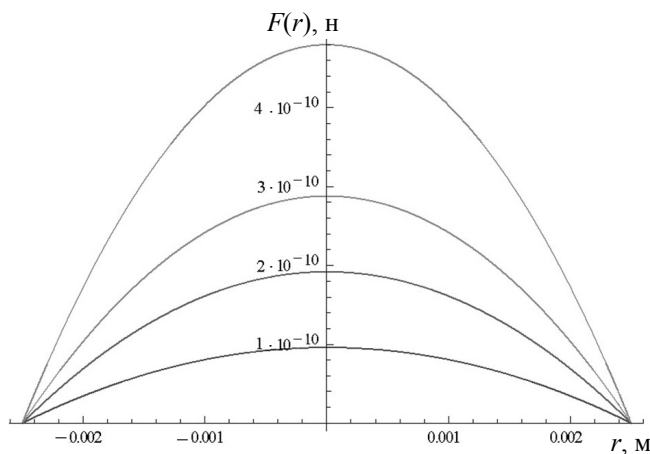


Рис. 5. Распределение силы Стокса в зависимости от текущего радиуса трубки для исходных частиц и течений из табл. 1

Акустические течения

Как уже отмечалось выше, озвучивание среды может приводить к возникновению акустических течений, которых имеется несколько видов, обусловленных их масштабом, видом возбуждающей их звуковой волны, характером границ и ограниченных включений.

В [5] приведены выражения для распределения скорости по сечению трубки, а также на ее оси для акустического течения Экарта. Течение является вихревым (замкнутым). В центральной части трубки поток движется вперед вдоль пучка и обратно во внешней части. При этом выполняются условия прилипания на стенке трубки. Приведем выражение для скорости течения на оси трубки в случае, когда плотность энергии в поперечном сечении пучка не зависит от текущего радиуса:

$$u(r=0) = \frac{1}{2} \frac{\bar{E} r_1^2}{\eta} \alpha (y^2 - 2 \ln y - 1). \quad (16)$$

Здесь $y = \frac{r_1}{r_0}$, r_0 — радиус всей трубки, r_1 — радиус пучка; $\bar{E} = \frac{1}{c} |\mathbf{I}|$ — средняя плотность энергии в бегущей волне пучка; α — коэффициент поглощения звука, $\alpha = \frac{k^2 \eta b}{2 \rho c}$; η — сдвиговая вязкость суспензии; $b = \frac{\zeta}{\eta} + 4/3$, ζ — объемная вязкость суспензии.

Поскольку скорость течения в трубке обратно пропорциональна сдвиговой вязкости (для течения Пуазейля см. [7, (17.9)], для течения Экарта см. [6, (5.107, а), (5.108)]), то уместно рассматривать выражения для вязкости суспензий. Приведем такое выражение для вязкости суспензии, когда включением являются шарики радиусом R [6, с. 111, выр. (22.7)]:

$$\eta = \eta_0 \left(1 + \frac{5}{2} \varphi\right), \quad \varphi = \frac{4\pi R^3}{3} n, \quad (17)$$

где η_0 — сдвиговая вязкость исходной жидкости; η — сдвиговая вязкость суспензии; n — число частиц в единице объема (концентрация).

Был проведен эксперимент по выявлению и определению скорости акустического течения в УЗ-камере. О наличии течения свидетельствует осевое вертикальное распределение красителя, первоначально введенного на дно ячейки и поднимающегося вверх в виде "струи", которое происходило в отсутствие потока после наложения ультразвукового поля. По результатам видеосъемки проведенного эксперимента были подсчитаны максимальные скорости по сечению (формально по оси трубки). В отсутствие частиц по результатам двух независимых опытов и пяти независимым измерениям времени были получены следующие величины V_{as0} : (3.4; 2.9; 3.2; 2.5; 2.4) $\times 10^{-4}$ м/с. Таким образом, в отсутствие частиц скорость акустического течения составляет примерно половину от средней скорости самого медленного проточного течения V_1 (1 мл/мин), как следует из таблицы.

Кроме того, скорость распространения красителя была оценена после расслаивания достаточно концентрированной суспензии: в этом случае максимальная, осевая, скорость V_{as} составила (5.8; 6.5) $\cdot 10^{-5}$ м/с, т. е. на порядок меньше средней скорости самого медленного проточного течения V_1 . Следует отметить, что по мере вымывания частиц скорости течений должны возрастать.

Проведенные эксперименты по удерживанию сорбента в суспензионной колонке показали, что количество сорбента, удерживаемого суспензионной колонкой, составляют около 10 мг. Основные результаты по удерживанию частиц в зависимости от различных скоростей прокачки воды и исходных масс сорбента представлены в табл. 2.

На графиках удерживания сорбента (рис. 6) показан процент удержанного сорбента в зависимости от массы, объемной скорости потока и объема пропущенной жидкости через колонку.

Табл. 2. Масса сорбента, удерживаемого в колонке, после отмывки 100 мл воды, мг

Исходная масса сорбента, мг	Объемная скорость прокачки воды, мл/мин			
	1	2	4	5
7	6.7	—	—	—
20	11.70	8.56	8.45	7.98
35	10.34	10.15	7.91	5.86
50	15.67	13.22	12.48	11.81

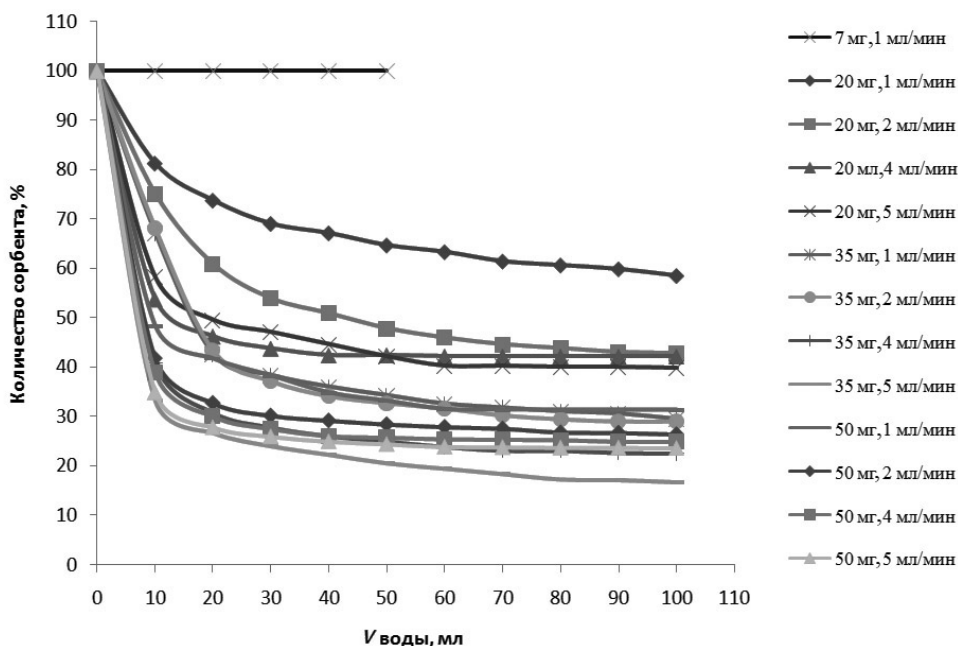


Рис. 6. Графики удерживания сорбента в суспензионной колонке

Можно предположить, что увеличение навески сорбента приводит к увеличению бегущей составляющей и соответственно к потере сорбента до величины оптимальной постоянного содержания частиц в камере. При этом бегущая составляющая уменьшается и удерживание автоматически увеличивается.

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЙ БАЛАНС СИЛ

Таким образом, для определения динамики движения частиц необходимо указать баланс основных сил, действующих на частицы и их агрегаты.

Основной удерживающей силой является сила РД-поля стоячей волны. Кроме того, к этой группе сил следует отнести силу тяжести частиц и силу Стокса, направленную вниз, вызванную обратным акустическим течением, сосредоточенным в пристеночной области трубки.

К выталкивающим силам следует отнести силу Стокса, вызванную проточным течением, а также акустическим течением Экарта, которое может развиваться в центре трубки, и силу РД, вызванную бегущей волной.

Кроме того, следует учесть силу, вызванную вихревым течением на выходной трубке.

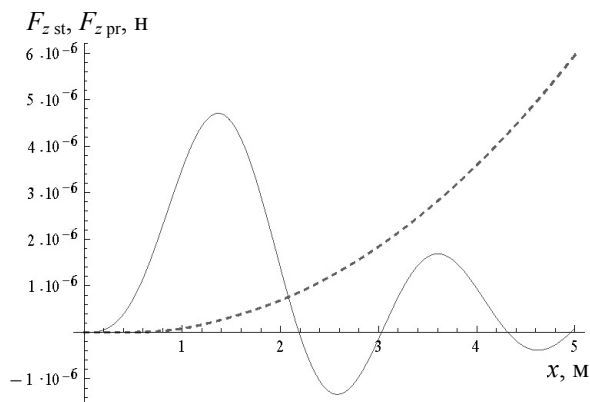


Рис. 7. Составляющие силы РД в квазистоячей волне, $\gamma : \varepsilon = 9 : 1$.

— стоячая составляющая; ---- бегущая составляющая

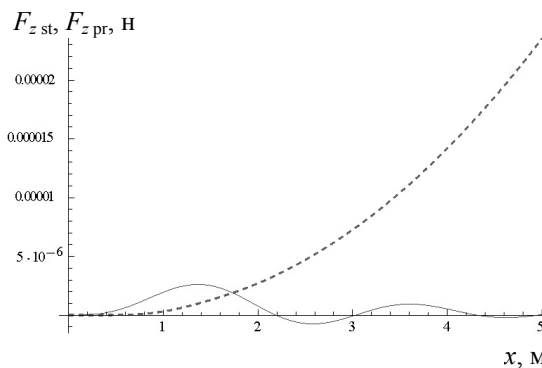


Рис. 8. Составляющие силы РД в квазистоячей волне, $\gamma : \varepsilon = 1 : 1$.

— стоячая составляющая; ---- бегущая составляющая

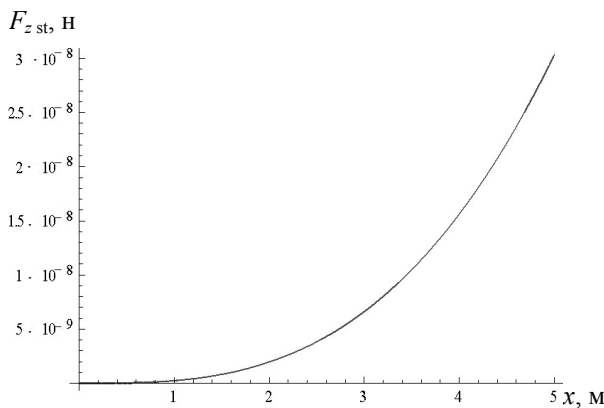


Рис. 9. Стоячая составляющая силы РД

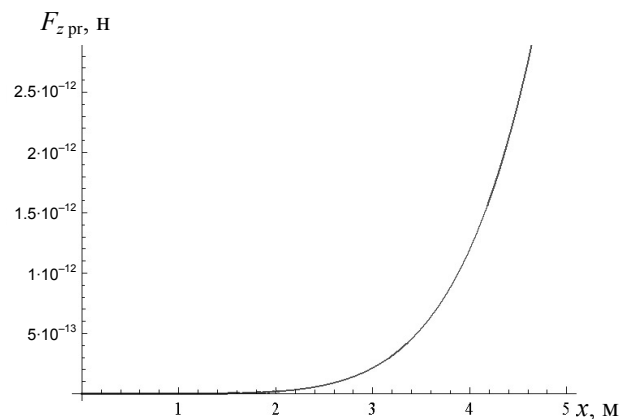


Рис. 10. Бегущая составляющая силы РД

СИЛА РД ПОЛЯ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ

Сила РД поля стоячей волны рассчитывается по разработанному алгоритму. Основные выражения для расчетов даны в работе [7]. Выражение (7), приведенное из этой работы определяет суммарное РД для плоской и бегущей составляющей. Первое слагаемое внутри фигурных скобок в (7) вместе с множителем $(-E4\pi)$ определяет силу РД в стоячей составляющей квазистоячей волны.

Здесь следует сделать некоторые замечания. В случае возникновения в камере совокупности стоячей и бегущей волн (квазистоячей волны) эти волны взаимодействуют между собой, что приводит к нарушению аддитивности радиационных сил от каждой из волн. При малых коэффициентах $\varepsilon = 1 - V$ стоячая составляющая суммарной силы мало отличается от силы, рассчитанной только от присутствующей в камере стоячей волны, в то время как бегущая составляющая суммарной силы может значительно превосходить силу, создаваемую только исходной бегущей волной. Это было показано ранее в работах [3, 4].

Далее везде в стоячей составляющей опущен стандартный агрегат $\sin 2kh$, характеризующий гармонический характер распределения силы РД в стоячей волне [12], т. е. выводится только амплитуда силы (7). Знак амплитуды силы не влияет на удерживающий характер стоячей волны. Направление силы определяется совместно знаком агрегата $\sin 2kh$ и знаком амплитуды и изменяется на каждом полупериоде функции $\sin 2kh$.

Далее на рис. 7 дано совместное распределение стоячей и бегущей составляющих в квазиплоской волне при соотношении $\gamma : \varepsilon = 9 : 1$. Как видно из рис. 7, при некоторых x амплитуда бегущей составляющей РД превосходит амплитуду стоячей составляющей РД, что означает, что стоячая составляющая перестает удерживать частицы. На-

пример, для $x \approx 2.1$, когда бегущая составляющая начинает доминировать, это означает, что речь идет о частице с радиусом $a \approx 63a_0 \approx 1.9 \times 10^{-4}$ м. Отметим, что при учете вязкости жидкости бегущая составляющая должна при меньших x начинать доминировать, хотя бы потому, что возникающий при этом пограничный слой вокруг частиц увеличивает их эквивалентные размеры.

На рис. 8 представлена ситуация рис. 7, но при отношении коэффициентов $\gamma : \varepsilon = 1 : 1$. Однако здесь уже бегущая составляющая силы начинает доминировать приблизительно со значений $x \approx 1.75$, что соответствует частице с радиусом $a \approx 52.5a_0 \approx 1.5 \times 10^{-4}$ м.

На рис. 9 и 10 представлены соответственно силы РД в стоячей и бегущей волнах. По оси абсцисс отложено вещественное число $n = \frac{a}{a_0}$, что

соответствует аргументу $x = ka = ka_0 n$, где a — переменный радиус сферической частицы; a_0 — постоянный радиус исходной частицы, образующей суспензию. Видно, что при малых n стоячая составляющая на четыре порядка превосходит бегущую составляющую. Поэтому бегущая составляющая РД реально может влиять на процесс только при достаточно больших размерах частиц (см. рис. 9, 10).

На рисунках, относящихся к зависимостям РД от волновых размеров частиц, в качестве аргумента везде фигурировал волновой размер сферических частиц $x = ka$, где a некий текущий, переменный радиус частиц. Исключение составили рис. 9, 10,

где по оси абсцисс откладывалось число $n = \frac{a}{a_0}$,

умноженное на $ka_0 = \text{const}$. При этом аргумент зависимости откладывался во всех случаях в линейном масштабе.

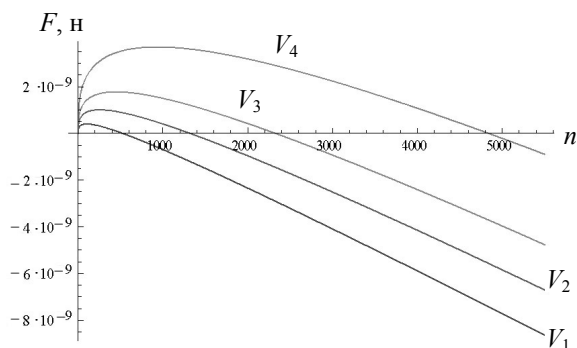


Рис. 11. Зависимости максимальных сил Стокса для всех выталкивающих течений (проточных из таблицы и максимального акустического течения) за вычетом силы тяжести с учетом силы Архимеда от числа частиц n в конгломерате

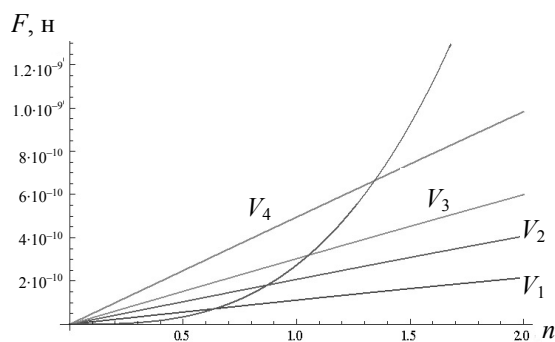


Рис. 12. Зависимости максимальных сил Стокса для всех выталкивающих течений (проточных из табл. 1 и максимального акустического течения) за вычетом силы тяжести с учетом силы Архимеда (пучок прямых) и удерживающая сила квазистоячей волны (коэффициент $\varepsilon = 0$) от числа частиц n в конгломерате

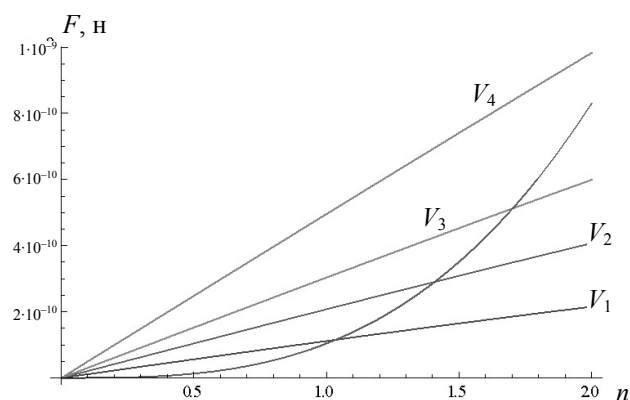


Рис. 13. Зависимости максимальных сил Стокса для всех выталкивающих течений (проточных из табл. 1 и максимального акустического течения) за вычетом силы тяжести с учетом силы Архимеда (пучок прямых) и удерживающая сила квазистоячей волны (коэффициент $\varepsilon = 0.62$) от числа частиц n в конгломерате

Далее представлены результаты численных экспериментов по сравнению сил удерживания и выталкивания. Относим к силам выталкивания силу Стокса, вызванную проточным течением и акустическим течением. Кроме того, вычитаем из этой силы силу тяжести с учетом силы Архимеда. При этом учитываем максимальные (осевые) скорости течений: $V_{as0} = 3 \cdot 10^{-4}$ м/с в случае акустического течения и осевые скорости из табл.1. На рис. 11 представлены зависимости максимальных сил Стокса за вычетом силы тяжести с учетом силы Архимеда для указанных скоростей. Чем выше скорость течения, тем выше на графике кривая.

Видно, что после некоторых значений n (n зависит от скорости течений) сила тяжести начинает превосходить силу Стокса, вызванную течениями.

ОСНОВНОЙ ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В численном эксперименте учтем следующие факторы.

- Влияние на процесс оказывают силы проточного и акустического течений, а также сила тяжести (с учетом силы Архимеда). Кроме того, сила стоячей и бегущей составляющей РД.

- Поскольку вымывание присутствует уже при самой малой скорости V_1 из табл. 1, то для эксперимента бралось максимальное (осевое) значение этой скорости $V_{1max} = 1.7 \cdot 10^{-3}$ м/с, максимальное значение скорости акустического течения $V_{as0} = 3 \cdot 10^{-4}$ м/с.

- Средняя плотность энергии стоячей волны оценивалась по выражению $\bar{E}_{st} = \frac{2}{c} |\bar{\mathbf{I}}|$. Здесь $|\bar{\mathbf{I}}|$ —

средняя плотность потока мощности в одной из бегущих волн, образующих данную стоячую волну; как известно, средняя плотность потока мощности в стоячей плоской волне равна нулю (в стоячей волне отсутствует поток мощности).

Далее остановимся на расчетах баланса действующих на одиночные частицы сил удержания и выталкивания. На рис. 12, 13 представлены результаты расчета сил выталкивания (максимальные скорости течений из таблицы и максимальные значения скоростей акустических течений) — пучок четырех прямых для каждой скорости проточных течений из таблицы, а также вогнутая кривая, соответствующая силе РД в квазистоячей волне. Коэффициент ε из (7) при этом последовательно принимает значения 0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.62 (соответственно отражено на рис. 12, 13 для 0 и 0.62). Влиянием бегущей составляющей РД в области малого волнового параметра (т. е. при малых $n \approx 1$) пренебрегаем. Как видно из рис. 12, 13, одиночные частицы при самом медленном течении способны преодолеть удерживающую силу РД квазистоячей волны только при коэффициенте ε , превышающем величину 0.68 (см. баланс сил при $n = 1$, что соответствует одиночным частицам).

Отсюда следует вывод: при рассмотренном наборе выталкивающих и удерживающих сил для течений V_1 и V_2 реально вымываются только одиночные частицы. Для течения V_3 — могут вымываться конгломераты до трех частиц. Для течения V_4 могут вымываться конгломераты до семи частиц.

Вымывание также возможно в окрестностях устья верхней трубки, где скорости резко возрастают, а удерживающая сила в стоячей волне приблизительно нормальна к силе вымывания в окрестностях устья верхней трубки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Spivakov B.Ya., Shkinev V.M., Danilova T.V. et al. Suspension column for recovery and separation of substances using ultrasound-assisted retention of bead sorbents // *Talanta*. 2012. V. 102. P. 88–92.
2. Князьков Н.Н., Макарова Е.Д., Морев С.А. и др. Методические основы применения ультразвукового поля стоячей волны для проточного фракционирования частиц различной природы // *Научное приборостроение*. 2006. Т. 16, № 1. С. 23–34.

3. Шарфарец Б.П., Князьков Н.Н., Курочкин В.Е. Радиационное давление на сферу с потерями в квазистоячей плоской волне // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58, № 2. С. 179–183.
4. Широкова Н.Л. Коагуляция аэрозолей // *Физика и техника мощного ультразвука. Физические основы ультразвуковой технологии* / Под ред. проф. Л.Д. Розенберга. М.: Наука, 1970. 686 с.
5. Князьков Н.Н., Курочкин В.Е., Шарфарец Б.П. Радиационное давление на сферу в смешанном поле бегущей и стоячей плоских волн // *ДАН*. 2009. Т. 424, № 6. С. 751–754.
6. *Физическая энциклопедия* / Гл. ред. А.М. Прохоров. М.: БРЭ. Т. 1–5. 1988–1998.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика*. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
8. Ниборг В. *Акустические течения* // *Физическая акустика* / Под ред. У. Мэзона. Т. II. Часть Б. Свойства полимеров и нелинейная акустика. М.: Мир, 1969. С. 266–377.
9. Шарфарец Б.П. К вопросу о вычислении радиационного давления на сферических включениях // *Научное приборостроение*. 2008. Т. 18, № 3. С. 80–85.
10. Ван-Дайк М. *Альбом течений жидкости и газа*. М.: Мир, 1986. 184 с.
11. *Физические величины. Справочник* / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
12. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. *Волны в слоистых средах*. М.: Наука, 1973. 343 с.

Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского, РАН, Москва (Дженлода Р.Х., Шкинев В.М.)

Институт аналитического приборостроения РАН, г. Санкт-Петербург (Князьков Н.Н., Макарова Е.Д., Шарфарец Б.П.)

Контакты: Шарфарец Борис Пинкусович, sharb@mail.ru

Материал поступил в редакцию 16.04.2013

SOME GROUNDING IN THEORY OF PARTICLE TRAPPING IN ULTRASONIC SUSPENSION COLUMN

**R. H. Dzhenloda¹, N. N. Knyazkov², E. D. Makarova²,
B. P. Sharfarets², V. M. Shkinev¹**

¹*V.I. Vernadsky Institute of Geochemistry and Analytical Chemistry RAS, Moscow*

²*Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint-Petersburg*

The detailed analysis of force balance when insonifying the ultrasonic suspension water-filled column with sorbent micro particles inside it is performed. The analysis is carried out taking into account the presence of different velocities flowing streams in a camera. The conducted analysis permits more effective qualitative planning of experiments on retention and washing out micro particles of different nature.

Keywords: particle trapping, particle retention, radiation pressure, standing plane wave, traveling plane wave, viscous liquid, liquid flow