

УДК 681.519

© Е. Ю. Бутырский

## ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ МАРКОВСКОЙ РЕВЕРБЕРАЦИОННОЙ ПОМЕХИ

В статье рассматривается вопрос оптимального обнаружения сигнала на фоне реверберационной помехи, которая представляется в виде стохастического дифференциального уравнения. На основании полученного представления предложен эффективный алгоритм обнаружения детерминированного гидроакустического сигнала на фоне реверберации и приведены результаты математического моделирования.

*Кл. сл.:* реверберация, помеха, динамическая система, сигнал, процесс, алгоритм, фильтрация, модель

### ВВЕДЕНИЕ

В статье рассматривается вопрос оптимального обнаружения сигнала на фоне белого шума и помехи, имеющей спектральную плотность с точностью до формы, совпадающей со спектральной плотностью самого сигнала. Показано, что, исходя из динамического представления сигнала в пространстве состояний, можно построить математическую модель помехи в виде стохастического дифференциального уравнения, степень и коэффициенты которого, идентичны степени и коэффициентам уравнения моделирующего сигнал, а отличаются они только формирующим членом. На основании полученного представления предложен эффективный алгоритм обнаружения детерминированного сигнала на фоне реверберации.

При распространении излучаемых гидроакустических сигналов происходит их частичное рассеяние на различных неоднородностях водной среды и неровностях ее границ. Такое рассеяние могут вызывать воздушные пузырьки, различные биологические объекты, неоднородности физических характеристик воды, неровности и неоднородность границ канала распространения сигнала и т. д. Все эти причины приводят к такому характерному физическому эффекту, как реверберация.

Под реверберацией (послезвучанием) понимается случайный процесс, наблюдаемый в точке приема после излучения в водную среду гидроакустического сигнала и описывающий изменение во времени суммарного рассеянного сигнала.

В связи с наличием реверберации в практике обработки гидроакустических сигналов в различных помехо-сигнальных условиях важнейшее место отводится задаче обнаружения на фоне реверберационной помехи (РП). Влияние реверберационных помех на обнаружение эхо-сигналов

было рассмотрено в целом ряде работ [1–3]. Надо отметить, что данная задача не ограничивается только рамками гидроакустики. В частности, аналогичная задача имеет место в радиолокации при обнаружении целей на поверхности земли или на фоне морской поверхности.

Следует отметить, что проблема борьбы с РП при обнаружении целей с малыми радиальными скоростями, а также в условиях мелкого моря весьма актуальна и только оптимизацией параметров зондирующих сигналов, решена быть не может. Многое зависит от адекватного математического описания реверберационного процесса. Специфическим свойством реверберации является то, что она порождается излучаемым сигналом и имеет спектральную плотность (СП), которая в большинстве случаев может быть с точностью до формы представлена спектральной плотностью сигнала. Строго говоря, последнее справедливо, если иметь в виду излучение коротких или широкополосных сигналов, когда влияние движения рассеивателей и акустических антенн можно не учитывать. Другой особенностью РП является ее нестационарность по шкале дистанции.

При построении математической модели следует учитывать степень статистической взаимосвязи отсчетов. Для РП корреляцией отсчетов пренебрегать нельзя. Поэтому для ее описания естественно использовать случайные процессы с зависимыми значениями, например марковские [1, 4].

Одной из наиболее распространенных физических моделей реверберации является дискретная каноническая модель, которая записывается в виде [2, 3]

$$v(t) = \sum_i^{N(t)} \alpha_i \varphi(t_i) s(t - t_i),$$

где  $\alpha_i$  — случайная величина, характеризующая рассеивающие свойства  $i$ -го рассеивателя;  $\varphi(t_i)$  — некоторая функция, описывающая изменение сигналов при их распространении в водной среде;  $t_i$  — момент прихода в точку приема  $i$ -го элементарного рассеянного сигнала;  $N(t)$  — число рассеивателей.

Для получения различных вероятностных характеристик реверберации необходимо располагать сведениями о распределениях вероятностей случайных величин  $\alpha_i, t_i, N(t)$ . Если предполагать, что рассеиватели в водной среде расположены независимо и с точки зрения рассеивающих свойств не влияют друг на друга, то указанные случайные параметры следует считать статистически независимыми. Кроме того, есть достаточно оснований считать, что вероятностные законы распределения случайных параметров не зависят от номера  $i$ . Все это позволяет проводить статистическое усреднение по указанным параметрам отдельно. Представление в виде дискретной канонической модели основано на дискретной природе рассеивающих свойств морской среды. Кроме того, если даже свойства неоднородностей морской среды изменяются плавно в функции пространственных координат, то в этом случае суммарный рассеянный сигнал принципиально можно представить в виде суммы, точно так же как любой случайный процесс представляется в виде канонического разложения.

В настоящее время для решения задачи обнаружения детерминированного эхо-сигнала на фоне РП используются различные методы, имеющие, как правило, структурную схему, определяемую интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода [2, 3, 5, 6]:

$$\int_0^T K_r(t, \tau) b(\tau) d\tau = S(t),$$

где  $K_r(t, \tau)$  — корреляционная функция реверберационной помехи;  $b(t)$  — опорный сигнал;  $S(t)$  — эхо-сигнал;  $T$  — время наблюдения.

В корреляционных обнаружителях в качестве опорного сигнала выступает  $b(t)$ , являющийся решением вышеуказанного уравнения Фредгольма 2-го рода. При отсутствии реверберации в качестве опорного выбирается копия излучаемого сигнала (при квадратурной обработке выступают квадратурные составляющие  $b(t)$ ). В фильтрационных обнаружителях передаточная функция  $H(\omega)$  оптимального приемника, на вход которого воздействует аддитивная смесь шума и РП, имеет следующий вид [2]:

$$H(\omega) = \frac{S^*(\omega)}{F_p(\omega) + 2 \langle n_1 \rangle \langle a^2 \rangle M(r) |S(\omega)|^2},$$

где  $S(\omega)$  — комплексный спектр эхо-сигнала;  $\langle n_1 \rangle$  — среднее число возмущений, возникающих в единицу времени;  $\langle a^2 \rangle$  — второй начальный момент распределения амплитуд возмущений;  $M(r)$  — функция расстояния;  $F_p(\omega)$  — спектр мощности шума.

Последнее выражение указывает на принципиальную возможность использования широкополосного сигнала для целей минимизации влияния РП. В качестве таких сигналов могут, например, использоваться частотно-модулированные сигналы. Объясняется это следующим образом. Спектр помехи ограничен по мощности и зависит от энергии зондирующего сигнала и свойств рассеивателей. С ростом ширины спектра сигнала при неизменной излучаемой мощности снижается эффективная плотность мощности помехи, обусловленная рассеивателями. Соответственно этому суммарная плотность помех, приходящихся на элемент разрешения по дальности, уменьшается, когда увеличивается разрешающая способность по дальности. Для реализации этого преимущества требуется, чтобы уровень полезного сигнала в элементе разрешения по дальности был выше среднего уровня помех [5, 6].

В силу особенностей РП оптимальный обнаружитель гидроакустического сигнала, должен содержать устройство формирования переменного порога, величина которого нелинейно меняется со временем пропорционально шкале дистанции. Технически это осуществляется с помощью устройств стационаризации, эффективность которых целиком зависит от уровня знания формы нестационарности, определяемой функцией  $M(r)$ . Поскольку на практике вид нестационарности неизвестен, то стационаризация проводится с помощью дополнительного приемного тракта для ее оценки, содержащего в простейшем варианте полосовой фильтр, линейный детектор и интегратор. Для компенсации инерционности интегратора дополнительного канала в основной канал вводится линия задержки [6].

Но построение добеливающих фильтров для низкочастотных сигналов с большой базой является, с одной стороны, сложной технической проблемой, а с другой — его структура тесно связана со структурой сигнала, что не позволяет при переходе к другому типу сигнала использовать имеющийся фильтр. Применение корреляционного подхода осложняется трудностями решения уравнения Фредгольма, в условиях нестационарности.

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕВЕРБЕРАЦИОННОЙ ПОМЕХИ В ВИДЕ МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА**

В статье рассматривается модель реверберационной помехи в виде многокомпонентного марковского процесса, спектральная плотность которого описывается дробно-рациональной функцией. Разработан алгоритм обнаружения гидроакустического сигнала, проведен синтез алгоритма обнаружения сигнала на фоне двухкомпонентной РП и белого гауссовского (БГШ) шума.

При изучении детерминированных сигналов и реакции на них линейных систем с постоянными параметрами широко используются спектральные представления, базирующиеся на возможности представления при определенных условиях сигналов рядом или интегралом Фурье. При этом математически сравнительно просто можно найти сигнал на выходе линейной системы путем простого пересчета отдельных спектральных составляющих входного сигнала через комплексную частотную характеристику системы с последующим применением принципа суперпозиции. Этот принцип естественно распространяется на стохастические сигналы и помехи.

Известно [4, 7], что спектральные плотности реальных сигналов, с любой степенью точности аппроксимируются дробно-рациональной функцией

$$G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{a_0 + a_1(i\omega) + \dots + a_n(i\omega)^n}{b_0 + b_1(i\omega) + \dots + b_m(i\omega)^m} \right|^2, \quad (1)$$

где  $a_j, b_k$  — постоянные коэффициенты;  $j = 1, \dots, n$ ;  $k = 1, \dots, m$ .

При динамическом представлении сигнала в пространстве состояний спектральной плотности сигнала (1) соответствует дифференциальное уравнение вида

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n s}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} s}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 s &= \\ = b_m \frac{d^m f_s}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} f_s}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 f_s, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $f_s$  — задающее воздействие.

Обозначив правую часть в последнем соотношении через  $n_s(t)$ , его можно представить системой дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{cases} \frac{ds_0}{dt} = s_1(t), \\ \frac{ds_1}{dt} = s_2(t), \\ \dots \\ \frac{ds_{n-1}}{dt} = -a_{n-1}s_{n-1}(t) - a_{n-2}s_{n-2}(t) - \dots - a_0s_0(t) + n_s(t). \end{cases} \quad (3)$$

Решение системы уравнений (3), при заданных условиях, определяет сигнал, который называется линейным. В матричном виде выражение (3) можно записать:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{n}_s, \quad (4)$$

где  $\mathbf{n}_s = [0 \ 0 \ 0 \ n_s]^T$ ,  $\mathbf{S} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n]^T$ ,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_0 & -a_1 & a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Если ввести матричную экспоненциальную функцию

$$\exp\{\mathbf{A}t\} = \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \dots + \frac{\mathbf{A}^n t^n}{n!} + \dots, \quad (5)$$

где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица размерности  $n \times n$ , то решение уравнения (3) запишется в виде, формально полностью совпадающем с решением одномерного ДУ 1-го порядка:

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{C} \exp\{\mathbf{A}t\} + \int_0^t \exp\{\mathbf{A}(t-\tau)\} \mathbf{n}_s(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{C}$  — произвольный  $n$ -мерный вектор начальных условий.

Так как реверберация порождается сигналом, то ее можно представить в виде случайного процесса со спектральной плотностью, с точностью до формы совпадающей со спектральной плотностью зондирующего сигнала. Формально реверберационная помеха  $\mathbf{v}(t)$ , описывается ДУ вида (2)

(или системой ДУ (3)), но со свободным стохастическим членом  $\mathbf{n}_n(t)$  [8, 9]:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{n}_n, \quad \mathbf{v} = [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_n]^T, \quad (7)$$

где  $\mathbf{v}(t)$  — вектор-столбец РП размерности  $n$ ;  $\mathbf{n}_n(t)$  — вектор-столбец формирующего белого шума с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей:

$$M\{\mathbf{n}_n(t_1)\mathbf{n}_n^T(t_2)\} = \mathbf{N}_n\delta(t_2 - t_1),$$

$$\mathbf{N}_n = \frac{N_n}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$N_n$  — квадратная неотрицательная определенная матрица двусторонних спектральных плотностей.

### СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ РЕВЕРБЕРАЦИОННОЙ ПОМЕХИ

Алгоритм обнаружения гидроакустического сигнала на фоне реверберационной помехи может быть представлен векторно-матричным уравнением вида [7]

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{v}_+^*}{dt} = -(\mathbf{A} + \mathbf{R}\mathbf{N}_0^{-1})\mathbf{v}_+^* + \mathbf{R}\mathbf{N}_0^{-1}(2\mathbf{u} - \mathbf{s}), \\ \frac{d\mathbf{v}_-^*}{dt} = -(\mathbf{A} + \mathbf{R}\mathbf{N}_0^{-1})\mathbf{v}_-^* - \mathbf{R}\mathbf{N}_0^{-1}\mathbf{s}, \\ \frac{dL}{dt} = \mathbf{N}_0^{-1}(\mathbf{s} + \mathbf{v}_-^*)(2\mathbf{u} - \mathbf{s} - \mathbf{v}_+^*) + \mathbf{s}\mathbf{N}_0^{-1}\mathbf{s}^T, \\ \mathbf{v}_-^* = \mathbf{v}_1^* - \mathbf{v}_0^*, \quad \mathbf{v}_+^* = \mathbf{v}_1^* + \mathbf{v}_0^*. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{v}_1^*$ ,  $\mathbf{v}_0^*$  — оценка помехи соответственно при наличии сигнала и его отсутствии;  $\mathbf{N}_0$  — симметричная  $(n \times n)$ -матрица двусторонних спектральных плотностей, действующих в канале аддитивных белых шумов  $\mathbf{n}(t)$ ,

$$\mathbf{N}_0 = \frac{N_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$\mathbf{R}(t)$  — корреляционная матрица ошибок фильтрации, удовлетворяющая ДУ:

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{N}_n + \mathbf{A}\mathbf{R} + \mathbf{R}\mathbf{A}^T - \mathbf{R}\mathbf{N}_0^{-1}\mathbf{R}^T. \quad (10)$$

Необходимо отметить, что в уравнениях (8) производится покомпонентная фильтрация помехи при гипотезах наличия или отсутствия соответствующих компонент сигнала. Отличительной особенностью уравнений фильтрации (8) по сравнению с известными [1, 2] является то, что для оценки РП требуется только один векторный калмановский фильтр, задаваемый первым уравнением системы (8), а не два. Остальные уравнения могут быть решены априори, т. к. не содержат текущих данных  $u(t)$ .

### ДВУХКОМПОНЕНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕВЕРБЕРАЦИОННОЙ ПОМЕХИ

При решении практических задач обнаружения гидроакустических сигналов целесообразно воспользоваться моделью сигнала  $s(t)$  в виде двухкомпонентного процесса, заданного линейным ДУ 2-го порядка и детерминированным свободным членом  $n_s(t)$ :

$$\frac{d^2s}{dt^2} + a_1 \frac{ds}{dt} + a_0s = n_s(t). \quad (11)$$

В зависимости от значения коэффициентов уравнений 2-компонентное представление реверберации, определяемое в свою очередь динамической моделью сигнала, может быть узкополосным и широкополосным.

#### Низкочастотный сигнал (широкополосное представление)

Низкочастотная модель имеет РП-спектральную плотность [1]

$$G(\omega) = \frac{N_1}{\pi[a_0^2 + (a_0 - 2a_1)\omega^2 + \omega^4]}, \quad a_0 - \frac{a_1^2}{4} \leq 0. \quad (12)$$

Этому спектру соответствует система уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt} = v_2, \\ \frac{dv_2}{dt} = -[a_1v_2 + a_0v_1] + \sqrt{0.5N_1}n_1. \end{cases} \quad (13)$$

Для того чтобы спектральная плотность РП  $v_1(t)$  в нуле совпадала со спектральной плотностью белого шума, необходимо второе слагаемое в правой части (13) дополнить множителем  $a_0$ .

#### Высокочастотный сигнал (узкополосное представление)

Высокочастотная модель РП определяется спектральной плотностью вида (12) с коэффици-

ентами, удовлетворяющими соотношению [1, 3]  $a_0 - 0.25a_1^2 > 0$ . Такой спектр имеет максимум спектральной плотности на частоте  $\omega_0 = \sqrt{a_0 - 0.5a_1^2}$ . Для того чтобы имело место равенство  $G(\omega) = 0.25N_1/\pi$ , необходимо, чтобы коэффициент перед  $dn_1(t)$  был равен:  $a_1\sqrt{0.5N_1(a_0 - 0.25a_1^2)}$ . Эффективное значение реверберации равно  $\sqrt{a_1N_1(a_0 - 0.25a_1^2)/2a_0}$ . Протяженность спектральной плотности на уровне 0.5 определяется разностью циклических частот  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ ,  $\omega_{1,2} = \left[ a_0 - 0.5a_1^2 \pm a_1\sqrt{(a_0 - 0.25a_1^2)} \right]^{1/2}$ .

Дифференциальное уравнение (11) можно представить в виде системы дифференциальных уравнений 1-го порядка, описывающих узкополосный сигнал в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = s_1, \\ \frac{ds_1}{dt} = [a_1s_1 + a_1s] + \sqrt{(a_0 - 0.25a_1^2)}N_1n_s(t), \end{cases} \quad (14)$$

где  $n_s(t)$  — реализация белого шума спектральной плотности  $N_1$ .

Сигнал (14) может быть сформирован путем пропускания белого шума  $n_1(t)$  через колебательный контур с параметрами  $a_0 = 1/(LC)$  и  $a_1 = R/L$ . Случайный процесс  $v_1(t)$  есть функция пропорциональная току  $v_1(t) = i(t)C$ . Параметрам  $a_0, a_1$  соответствуют резонансная частота  $\omega_0$  и полоса  $g$ . Дифференциальное уравнение, описывающее такой сигнал, имеет вид

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2g\frac{ds}{dt} + \omega_0^2s = \omega_0^2n_s(t), \quad (15)$$

где  $a_0 = \omega_0^2, a_1 = 2g$ .

Определяемая сигналом (15) реверберационная помеха может быть смоделирована уравнением (11). Отличием является то, что формирующий член является стохастическим (к множеству реализаций которого принадлежит и функция  $n_s(t)$ ). Дифференциальное уравнение 2-го порядка можно

представить в виде системы дифференциальных уравнений 1-й степени

$$\begin{cases} \frac{ds_1}{dt} = s_2, \\ \frac{ds_2}{dt} = -\omega_0^2s_1 - 2gs_2 + \omega_0^2n_s. \end{cases} \quad (16)$$

Систему (16) можно привести к матричному виду (4)

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{n}_s, \quad (17)$$

где  $\mathbf{S}$  — вектор переменных  $[s_1 \ s_2]^T$ ;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2g \end{bmatrix}; \quad \mathbf{n}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ n_s \end{bmatrix}; \quad \mathbf{N}_1 = \frac{\omega_0^4 N_1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

### ОБНАРУЖЕНИЕ ШУМОПОДОБНОГО СИГНАЛА

Рассмотрим алгоритм обнаружения детерминированного шумоподобного сигнала, задаваемого системой вида (16), на фоне РП  $\mathbf{v}(t)$ , порождаемой этим сигналом и с учетом (13) имеющей вид

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt} = v_2, \\ \frac{dv_2}{dt} = -(2gv_2 + \omega_0^2v_1) + 2g\sqrt{(\omega_0^2 - g)N_1/2n_1}, \end{cases} \quad (19)$$

$$\mathbf{N}_1 = 4g^2 \frac{(\omega_0^2 - n)N_1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Положим, что уравнение наблюдения дается соотношением

$$\mathbf{u}(t) = \theta\mathbf{S}(t) + \mathbf{v}(t) + \mathbf{n}_0(t), \quad \theta = 0,1. \quad (20)$$

БГШ  $\mathbf{n}_0(t)$  соответствует спектральная плотность

$$\mathbf{N}_0 = \frac{N_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Конкретизируя общие уравнения на двухкомпонентный случай, получаем систему уравнений фильтрации-обнаружения детерминированного гидроакустического сигнала на фоне двухкомпонентной реверберационной помехи (для упрощения записи уравнений аргумент не указывается):

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dv_{1+}^*}{dt} &= v_{2+}^* + \frac{2}{N_0} h_{11} (2u - v_{1+}^* - s_1), \\
 \frac{dv_{1-}^*}{dt} &= v_{2-}^* - \frac{2}{N_0} h_{11} (v_{1-}^* - s_1), \\
 \frac{dv_{2+}^*}{dt} &= (2gv_{2+}^* + \omega_0^2 v_{1+}^*) + \frac{2}{N_0} h_{12} (2u - v_{1+}^* - s_2), \\
 \frac{dv_{2-}^*}{dt} &= (2gv_{2-}^* + \omega_0^2 v_{1-}^*) + \frac{2}{N_0} h_{12} (v_{1-}^* - s_2), \\
 \frac{dh_{11}}{dt} &= 2h_{12} - \frac{2}{N_0} h_{11}^2, \\
 \frac{dh_{12}}{dt} &= -(\omega_0^2 h_{11} + 2gh_{12}) - h_{22} - \frac{2}{N_0} h_{11} h_{12}, \\
 \frac{dh_{22}}{dt} &= -2(\omega_0^2 h_{12} + 2gh_{22}) - h_{12}^2 - 4g^2 (\omega_0^2 - g^2) \frac{N_1}{2}, \\
 \frac{dL}{dt} &= \frac{1}{N_0} \left[ (2u - s_1 - v_{1+}^*) (s_1 + v_{1-}^*) + (2u - s_2 - v_{1+}^*) (s_2 + v_{1-}^*) \right] + \frac{s_1^2 + s_2^2}{N_0}, \\
 v_{1+}^* &= v_{11} + v_{10}^*, \quad v_{1-}^* = v_{11} - v_{10}^*, \quad v_{2+}^* = v_{21} + v_{20}^*, \quad v_{2-}^* = v_{21} - v_{20}^*,
 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

с начальными условиями следующего вида:

$$\begin{aligned}
 v_{1+}^*(0) &= v_{1-}^*(0) = v_{2+}^*(0) = v_{2-}^*(0) = 0; \\
 h_{11}(0) &= 0.5\omega_0^{-2} N_1 (\omega_0^2 - g^2); \quad h_{22}(0) = \omega_0^2 h_{11}(0); \\
 h_{12}(0) &= 0.
 \end{aligned}$$

Где  $h_{11}$ ,  $h_{22}$  — дисперсия ошибки оценивания реверберационной помехи и второй компоненты процесса  $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2]$ ;  $h_{12}$  — коэффициент корреляции между оценками компонент помехи  $v_1$  и  $v_2$ .

Из анализа системы уравнений (22) следует, что для реализации метода обнаружения требуется два скалярных калмановских фильтра для вычисления оценок компонент  $v_1$  и  $v_2$ , а также индикатор обнаружения для вычисления отношения правдоподобия  $L$ . Все остальные уравнения могут быть решены предварительно, т. к. не включают в себя текущие данные  $u(t)$ . Эта особенность отличает предложенный алгоритм от ранее известных [1, 4, 6], которые требуют для осуществления операции фильтрации двухкомпонентной помехи и решения задачи обнаружения четыре скалярных калмановских фильтра. Кроме того, уменьшены вычислительные затраты за счет исключения шести операций умножения.

Вышеизложенная модель РП (и соответствующий ей алгоритм обнаружения сигнала) применима в области определения, заданной длительно-

стью, и на которой она может рассматриваться как стационарный процесс с мощностью, не меняющейся на интервале наблюдения. Последнее позволяет не менять порог и поддерживать величины вероятностей ложной тревоги и правильного обнаружения на должном уровне. Но, как было отмечено выше, на интервале времени, соответствующем шкале дальности, гипотеза стационарности РП не имеет места. В этом случае используют различные методы стационаризации: схемы ВАРУ (временная автоматическая регулировка усиления), гомоморфная фильтрация, следящий калмановский фильтр среднего уровня реверберации. Моделирование РП с помощью стохастического ДУ (СДУ) позволяет учесть нестационарность введением медленно меняющегося амплитудного множителя  $\mathbf{M}(t)$  для формирующего шума  $\mathbf{n}_n(t)$ :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{M}\mathbf{n}_n. \quad (23)$$

Умножим обе части уравнения на  $\mathbf{M}^{-1}$ . В результате получим

$$\mathbf{M}^{-1} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{n}_n. \quad (24)$$

Добавим к обеим частям уравнения функцию  $\mathbf{v}d(\mathbf{M}^{-1})/dt$ . Учитывая что в правой части полу-

чаем производную произведения  $\mathbf{v}_d = \mathbf{v}\mathbf{M}^{-1}$  и группируя члены, получим следующее выражение:

$$\frac{d\mathbf{v}_d}{dt} = (\mathbf{A} + \mathbf{M} \frac{d\mathbf{M}^{-1}}{dt})\mathbf{v}_d + \mathbf{n}_n. \quad (25)$$

Обозначим  $\mathbf{A}_t = \mathbf{A} + \mathbf{M} \frac{d\mathbf{M}^{-1}}{dt}$ . С учетом последнего выражения можно записать СДУ, моделирующее реверберационную помеху на интервале  $[0, T]$ ,

$$\frac{d\mathbf{v}_d}{dt} = \mathbf{A}_t \mathbf{v}_d + \mathbf{n}_n. \quad (26)$$

Система уравнений фильтрации, соответствующая последней модели реверберационной помехи, имеет вид, аналогичный (23), где вместо матрицы  $\mathbf{A}$  находится времязависимая матрица  $\mathbf{A}_t$ .

Нестационарный средний уровень реверберации может также фильтроваться с помощью методов линейной фильтрации. Динамическое уравнение среднего уровня РП и уравнение наблюдения, к примеру, можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dv_s}{dt} = \mathbf{b}(t) - \mathbf{C}\mathbf{v}(t), \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{v}(t) + \mathbf{w}(t), \end{cases} \quad (27)$$

где  $\mathbf{w}(t)$  — шум со спектральной плотностью  $\mathbf{N}_w$ , сопровождающий измерение среднего уровня РП;  $\mathbf{b}(t)$ ,  $\mathbf{C}$  — детерминированная функция и константа.

В непрерывном случае уравнение фильтрации среднего уровня представляется системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{v}_s^*}{dt} = \mathbf{b}(t) - \mathbf{C}\mathbf{v}_s^* + \mathbf{R}\mathbf{N}_w^{-1}[\mathbf{z}(t) - \mathbf{v}_s^*], \\ \frac{d\mathbf{R}}{dt} = -2\mathbf{C}\mathbf{R} - 2\mathbf{R}\mathbf{N}_w^{-1}\mathbf{R}^T. \end{cases} \quad (28)$$

Устройство, соответствующее системе уравнений (28), содержит канал для вычисления апостериорной оценки  $\mathbf{v}_s^*$ , канал априорной оценки  $\mathbf{v}_*$ , канал оценки среднего значения  $\mathbf{v}_s^*$ , а также индикатор обнаружения, реализующий процедуру вычисления отношения правдоподобия. Временное окно  $T$ , равное длительности сигнала, последовательно скользит по шкале в процессе изменения задержки. Порог обнаружения меняется в соответствии с принятой моделью изменения среднего уровня. Известными методами алгоритм оценки среднего уровня может быть реализован и для более общего случая параметрической неопределенности в модели.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА

На основании (18) было проведено имитационное моделирование с целью определения эффективности предлагаемого метода обработки и адекватности математической модели РП. Условия моделирования: относительная ширина спектра сигнала и реверберационной помехи равна 0.3; отношение сигнал/помеха на входе равно 1; отношение помеха/шум  $\approx 8$ . Из них следует, что блок оценки РП производит фильтрацию помехи на фоне шума. На рис. 1 представлены входная реализация  $u(t)$ , а также результаты фильтрации РП.

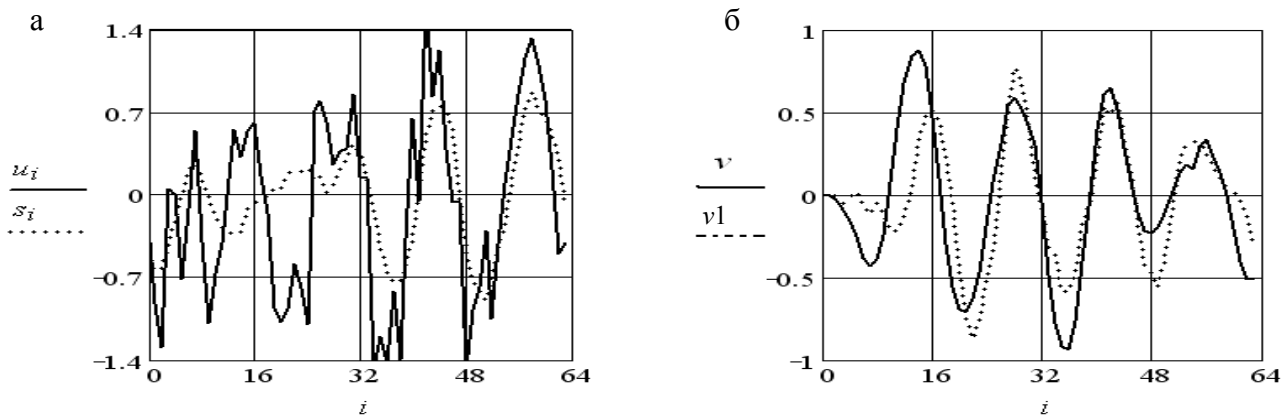


Рис. 1. Входная реализация  $u$  и сигнал  $s$  (а); РП  $v$  и ее оценка  $v1$  (б) при гипотезе наличия сигнала в реализации в функции от отсчета  $i$

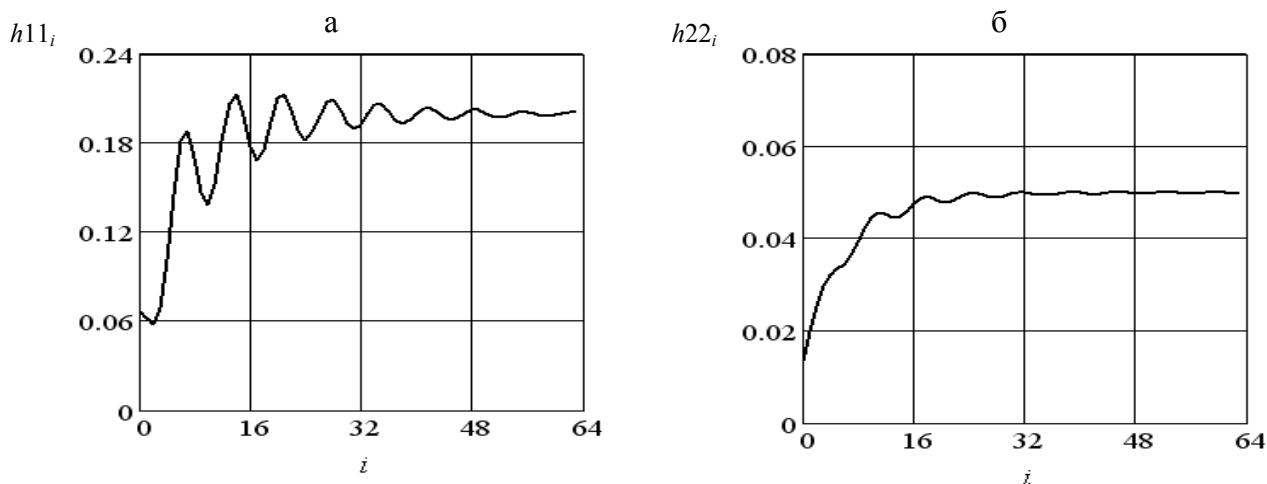


Рис. 2. Эволюция дисперсии ошибок оценки первой  $h11$  (а) и второй  $h22$  компонент РП (б) в функции от отсчета  $i$

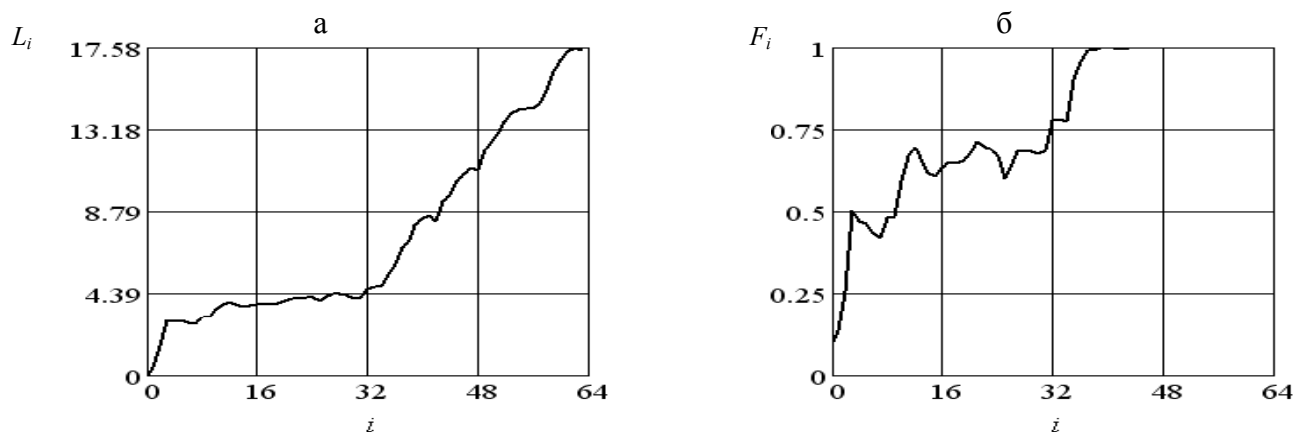


Рис. 3. Эволюция отношения правдоподобия  $L$  и индикатора обнаружения  $F$  в функции от отсчета  $i$

Качество фильтрации последней улучшается по мере поступления отсчетов реализации. Начиная с некоторого отсчета, дисперсии оценок компонент РП приобретают стационарный характер и коэффициент усиления фильтра далее не меняется (рис. 2). Поэтому в принципе возможно упрощение алгоритма обработки за счет замены  $h_{11}(t)$ ,  $h_{12}(t)$ ,  $h_{22}(t)$  их стационарными значениями. Такая замена приводит лишь к некоторому увеличению длительности переходного процесса. Анализ помехоустойчивости показывает, что отношение сигнал/помеха (ОСП) на выходе системы обработки (ОСП<sub>вых</sub>  $\approx 6$ ) соответствует расчетным и близко к потенциальному. На рис. 3 представлена эволюция отношения правдоподобия  $L$  и индикатора обнаружения  $F$  [7, 10]. Из рисунка следует, что, начиная с 36-го отсчета, задача обнаружения прак-

тически решена, т. к. индикатор обнаружения при  $i \geq 36$  равен 1.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показана принципиальная возможность, исходя из физических соображений, построения динамической модели реверберационной помехи в виде марковского процесса, и на основе этого предложен алгоритм обнаружения сигнала на ее фоне. Особенностью предлагаемого подхода является то, что дифференциальная модель сигнала и стохастическое уравнение, моделирующее РП, связаны между собой и определяют алгоритм обработки входной реализации для решения задачи обнаружения. Структурной особенностью предложенного алгоритма является значи-



тельное упрощение алгоритма обработки, вследствие того что оценивается не РП при соответствующих гипотезах наличия или отсутствия сигнала, а композиция этих оценок  $v_+^*$ ,  $v_-^*$ . Но для вычисления  $v_-^*$  не используются текущие данные  $u(t)$  и поэтому ее можно определить так же, как и коэффициент усиления, априори.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Розов А.К.* Нелинейная фильтрация сигналов. СПб.: Политехника, 1994. 381 с.
2. *Зарайский В.А., Тюрин А.М.* Теория гидролокации. Л.: ВМА, 1973. 604 с.
3. *Ольшевский В.В.* Статистические методы в гидролокации. Л.: Судостроение, 1983. 280 с.
4. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических систем и устройств. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
5. *Сапрыкин В.А., Рокотов С.П.* Теория обработки гидроакустической информации. Петродворец: ВВМУРЭ им. А.С. Попова, 1986. 308 с.
6. *Каблов Г.П., Яковлев А.Н.* Гидролокаторы ближнего действия. Л.: Судостроение, 1983. 200 с.
7. *Сосулин Ю.Г.* Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978. 320 с.
8. *Бутырский Е.Ю., Якунин К.В.* Оптимальное обнаружение детерминированного сигнала на фоне помехи // Материалы 4-й НТК "Военная радиоэлектроника". Петродворец: ВМИРЭ им. А.С. Попова, 1993.
9. *Butirski E.Y.* Detecting of the wideranged hydroacoustic signal on the background of reverberation noise // Fourth International congress on sound and vibration. Russia, St. Peterburg, 1996, June 24–27, III. P. 1667–1670.
10. *Ильичев В.И., Калюжный А.Я., Красный Л.Г., Ланной В.Ю.* Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов. М.: Наука, 1992. 413 с.

**Военно-морской институт радиоэлектроники им. А.С. Попова, г. Петродворец**

Контакты: *Бутырский Евгений Юрьевич*,  
evgenira88@mail.ru

Материал поступил в редакцию 29.03.2012.

## FINDING SIGNAL ON BACKGROUND OF THE MARKOV REVERBERATION HINDRANCE

**E. Yu. Butyrsky**

*Popov Higher Naval Academy of Radio Electronics, Petrodvorets*

The article considers the problem of signal optimum finding on background of reverberation hindrance, which is presented in the form of stochastic differential equation. On the basis of the obtained presentation the efficient algorithm for deterministic signal finding on the background of reverberation and the results of mathematical modeling are presented.

*Keywords:* reverberation, hindrance, dynamic system, signal, process, algorithm, filtering, model