ИССЛЕДОВАНИЯ, ПРИБОРЫ, МОДЕЛИ ————— И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 535.5.511:531.7

# © А. И. Семененко, И. А. Семененко

# О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ МЕТОДА ЭЛЛИПСОМЕТРИИ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ "НУЛЕВОЙ" ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМОЙ. ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР. 16. МЕТРОЛОГИЯ "НУЛЕВОЙ" ЭЛЛИПСОМЕТРИИ. О СПОСОБАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛНОГО НАБОРА КОМПЛЕКСНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФАЗОВОГО КОМПЕНСАТОРА

В работе рассмотрены способы определения трех комплексных параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  фазового компенсатора. Один из этих способов основан на использовании только лишь юстировочных процедур и предполагает достаточно выраженную неидеальность компенсатора, обусловленную заметным отличием малых параметров  $\rho_1$  и  $\rho_2$  от нуля. Другой же способ представляет собой комбинированный подход, когда используются и юстировочные процедуры, и инварианты эллипсометрии изотропных сред. Подробно рассмотрен процесс оптической калибровки неоднородного компенсатора с использованием обоих способов.

*Кл. сл.*: эллипсометрия, фазовый компенсатор, матрица Джонса, оптическая калибровка, оптическая юстировка, инварианты эллипсометрии

## ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В предыдущей работе [1] рассмотрены различные варианты юстировочной процедуры "нулевого" эллипсометра. Они разбиты на три группы, в каждой из которых один из трех оптических элементов фиксирован, а два других находятся в положениях гашения. Каждой группе отвечают две пары вариантов, которым, в свою очередь, соответствуют две системы линейных относительно комплексных параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  компенсатора уравнений. Эти системы, как показано в [1], эквивалентны. Используя соотношения, полученные в этой работе, можно показать, что и все три группы вариантов эквивалентны в том же смысле. Это означает, что фактически существует лишь одна независимая система линейных уравнений. Такую систему можно связать с любой из рассмотренных в [1] парой вариантов. Но это — для случая идеального прибора, в реальной же ситуации полной эквивалентности различных пар юстировочных вариантов не может быть. В значительной мере это обусловлено неоднородностью фазового компенсатора, проявляющейся при несовпадении светового луча с осью вращения компенсатора. По этой причине целесообразно использовать ту систему линейных уравнений, которая отвечает первой паре (по классификации работы [1]) юстировочных вариантов с фиксированным положением компенсатора. Именно такая система и была выбрана в предыдущей работе при рассмотрении вопроса об определении параметров компенсатора с использованием юстировочной процедуры. Из данной системы комплексных линейных уравнений были найдены (см. [1]) выражения для малых параметров  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , включающие в себя характерные юстировочные углы и основной фазовый параметр р. Затем были использованы действительные уравнения, определяющие (при скрещенных двумя способами поляризационных призмах) положения минимума компенсатора в зависимости от значений параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . После подстановки в них выражений для величин  $\rho_1$  и  $\rho_2$ они преобразуются в уравнения, позволяющие определить основной фазовый параметр  $\rho =$  $= f \exp(-i\delta)$ . Данные уравнения оказываются линейными относительно действительных величин  $f^2$  и  $f \cos \delta$ , одна из которых близка к единице, а вторая — к нулю:

$$f^2 \approx 1$$
,  $f \cos \delta \approx 0$ .

В работе [1] в этих уравнениях были выделены неизвестные

$$x_1 = f^2 - 1, \quad x_2 = 1 - f \cos \delta,$$
 (1)

относительно которых линейность данных уравнений, очевидно, сохраняется. Такой выбор неизвестных, имеющих различный порядок малости, а также определенная некорректность в использовании на первом же этапе первого приближения в уравнениях системы помешали построить простой алгоритм для определения параметра  $\rho$  (величин f и  $\delta$ ). В результате задача по полному определению параметров компенсатора с использованием юстировочной процедуры в работе [1] не доведена до конца.

В настоящей работе в качестве неизвестных выбираются величины одного порядка малости. Кроме того, задача на первом этапе решается точно. Это позволило полностью и наиболее простым способом определить все три комплексных параметра  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  на основе только лишь юстировочной процедуры.

В данной работе рассматривается также задача по определению параметров компенсатора на основе комбинированного подхода, когда используются и юстировочная процедура, и инварианты эллипсометрии. В этом случае в инвариантные соотношения подставляются выражения для малых величин  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , найденные с помощью юстировочной процедуры. В результате задача также сводится к определению основного комплексного параметра  $\rho$ . При этом коэффициенты преобразованных инвариантных соотношений зависят как от малых углов юстировочной процедуры, так и от положений гашения оптических элементов, измеренных на образцах с хорошо подготовленной поверхностью. Особый интерес представляют инварианты эллипсометрии изотропных сред. Вопервых, они позволяют провести полное аналитическое рассмотрение задачи, а во-вторых, на их основе можно дать точную оценку того, в какой степени в связи с неидеальностью компенсатора  $(\rho_1 \neq 0, \rho_2 \neq 0)$  нарушаются элементарные соотношения эллипсометрии изотропных сред. По этой причине в работе как раз и рассматриваются инварианты, относящиеся к случаю изотропных отражающих сред.

В предыдущей работе [1] поставлена проблема оптической калибровки неоднородного компенсатора и в общих чертах описана процедура такой калибровки, однако для практической реализации этого явно недостаточно. В связи с этим в настоящей работе проведено детальное рассмотрение проблемы.

#### 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОГО НАБОРА КОМПЛЕКСНЫХ ПАРАМЕТРОВ КОМПЕНСАТОРА С ПОМОЩЬЮ ПРОЦЕДУРЫ ОПТИЧЕСКОЙ ЮСТИРОВКИ

В данном разделе решается задача определения полного набора комплексных параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  компенсатора с помощью только лишь одной юстировочной процедуры. Приведенные в работе

[1] выражения, определяющие малые (по модулю) параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$  через основной фазовый параметр  $\rho$  и угловые параметры оптической юстировки, соответствуют первой паре юстировочных вариантов с фиксированным положением компенсатора. Воспользуемся этими выражениями, записав их в несколько другой форме

$$\rho_1 = g_{11}\rho + q_{11}, \quad \rho_2 = g_{22}\rho + q_{22}, \quad (2)$$

где величины  $g_{11}$ ,  $q_{11}$  и  $g_{22}$ ,  $q_{22}$  зависят от угловых параметров  $\chi_p^{(1)}$ ,  $\chi_a^{(1)}$  и  $\chi_p^{(2)}$ ,  $\chi_a^{(2)}$ , соответствующих первому и второму юстировочным вариантам (см. [1]):

$$g_{11} = \frac{-1}{D_0} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} \left[ 1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \right], \qquad (3)$$

$$q_{11} = \frac{1}{D_0} \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \Big[ 1 + \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} \Big], \tag{4}$$

$$g_{22} = g_{11} - \frac{1}{D_0} \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \Big[ 1 + \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} \Big], \tag{5}$$

$$q_{22} = q_{11} + \frac{1}{D_0} \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} \left[ 1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \right], \tag{6}$$

$$D_0 = 1 - \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)}.$$
 (7)

Затем обратимся к действительным уравнениям, которые определяют (при скрещенных двумя способами поляризационных призмах и известных параметрах  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ ) положения минимума  $K = K_1$  и  $K = K_2$  компенсатора [1]. Поскольку положения минимума определяются еще и экспериментально, то из этих уравнений, зависящих от параметра  $\rho$ , а также от величин  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , связанных с  $\rho$  соотношениями (2), можно найти основной фазовый параметр. В отличие от работы [1] исследуем эти уравнения, не конкретизируя начальное положение  $K_0$  компенсатора. Приведем их общий вид:

$$(a-b)\sin 4\gamma_{1k} + c_2 \cos 4\gamma_{1k} - (2c_1 - c_2)\cos 2\gamma_{1k} + 2(g-b)\sin 2\gamma_{1k} = 0,$$
(8)

$$(a-b)\sin 4\gamma_{2k} + c_2\cos 4\gamma_{2k} + (2c_1 - c_2)\cos 2\gamma_{2k} - 2(g-b)\sin 2\gamma_{2k} = 0,$$
(9)

где

$$a = (1 - \rho)(1 - \rho^*), \quad b = \rho_2 \rho_2^*,$$
  

$$c_1 = (1 - \rho)\rho_1^* + (1 - \rho^*)\rho_1,$$
  

$$c_2 = (1 - \rho)\rho_2^* + (1 - \rho^*)\rho_2,$$
  
(10)

$$g = \rho_1 \rho_2^* + \rho_1^* \rho_2 \,. \tag{11}$$

Величины  $\gamma_{1k}$  и  $\gamma_{2k}$  из уравнений (8) и (9) это малые углы, определяющие положения минимума  $K_1$  и  $K_2$  компенсатора относительно его начального положения  $K_0$ :

$$\gamma_{1k} = \pm (K_1 - K_0), \ \gamma_{2k} = \pm (K_2 - K_0).$$
 (12)

Выбор знака в формулах (12) зависит от выбора единого для всех оптических элементов положительного направления вращения. Для определенности будем считать, что вращение компенсатора в направлении от положения  $K_1$  к положению  $K_2$ соответствует выбранному положительному направлению. В этом случае, если начальное положение  $K_0$  выбрано между показаниями лимба  $K_1$ и  $K_2$ ,

$$\gamma_{1k} = -|K_1 - K_0|, \ \gamma_{2k} = |K_2 - K_0|.$$
 (13)

Если же оба показания  $K_1$  и  $K_2$  в силу выбора начального положения  $K_0$  располагаются в положительном или отрицательном направлении от  $K_0$ , то соответственно

$$\gamma_{1k} = |K_1 - K_0|, \ \gamma_{2k} = |K_2 - K_0|$$
 (14)

или

$$\gamma_{1k} = -|K_1 - K_0|, \quad \gamma_{2k} = -|K_2 - K_0|.$$
 (15)

Подставим выражения (2) в уравнения (8) и (9) и проведем элементарные преобразования. При этом в качестве действительных величин, определяющих основной комплексный фазовый параметр  $\rho$ , выберем переменные

$$x_1 = f^2 - 1, \ x_2 = f \cos \delta,$$
 (16)

имеющие один и тот же (первый) порядок малости относительно отклонений величин f и  $\delta$  от их идеальных значений f = 1,  $\delta = \pi/2$ . В результате элементарных преобразований уравнения (8) и (9) сведутся к системе линейных относительно неизвестных величин  $x_1$  и  $x_2$  уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = a_{01}, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = a_{02}, \end{cases}$$
(17)

где

$$a_{11} = (1 - g_{22}^2) \sin 4\gamma_{1k} - 2g_{22} \cos 4\gamma_{1k} + + 2r_{12} \cos 2\gamma_{1k} + 2g_{22}r_{12} \sin 2\gamma_{1k}, \qquad (18)$$

$$a_{12} = -2(1 + g_{22}q_{22})\sin 4\gamma_{1k} + + 2(g_{22} - q_{22})\cos 4\gamma_{1k} -$$

$$-2(r_{12}-h_{12})\cos 2\gamma_{1k}+2(q_{22}r_{12}+g_{22}h_{12})\sin 2\gamma_{1k}, \quad (19)$$

$$a_{21} = (1 - g_{22}^2)\sin 4\gamma_{2k} - 2g_{22}\cos 4\gamma_{2k} - - 2r_{12}\cos 2\gamma_{2k} - 2g_{22}r_{12}\sin 2\gamma_{2k}, \qquad (20)$$

$$a_{22} = -2(1 + g_{22}q_{22})\sin 4\gamma_{2k} + +2(g_{22} - q_{22})\cos 4\gamma_{2k} + 2(r_{12} - h_{12})\cos 2\gamma_{2k} - -2(q_{22}r_{12} + g_{22}h_{12})\sin 2\gamma_{2k},$$
(21)

$$a_{01} = -(2 - g_{22}^2 - q_{22}^2)\sin 4\gamma_{1k} + +2(g_{22} - q_{22})\cos 4\gamma_{1k} - 2(r_{12} - h_{12})\cos 2\gamma_{1k} - -2(g_{22}r_{12}^2 + q_{22}h_{12})\sin 2\gamma_{1k},$$
(22)

$$a_{02} = -(2 - g_{22}^2 - q_{22}^2)\sin 4\gamma_{2k} + +2(g_{22} - q_{22})\cos 4\gamma_{2k} + 2(r_{12} - h_{12})\cos 2\gamma_{2k} + +2(g_{22}r_{12}^2 + q_{22}h_{12})\sin 2\gamma_{2k}.$$
(23)

Величины  $r_{12}$  и  $h_{12}$ , входящие в выражения (18)–(23), определяются соотношениями

$$r_{12} = 2g_{11} - g_{22} = g_{11} + \frac{1}{D_0} \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \left[ 1 + \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} \right], \quad (24)$$

$$h_{12} = 2q_{11} - q_{22} = q_{11} - \frac{1}{D_0} \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} \left[ 1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \right].$$
(25)

Из системы (17) следуют стандартные выражения для величин  $x_1$  и  $x_2$ :

$$x_1 = \frac{W_1}{W_0}, \quad x_2 = \frac{W_2}{W_0},$$
 (26)

где  $W_1$ ,  $W_2$  и  $W_0$  представляют собой определители второго порядка:

$$W_{1} = \begin{vmatrix} a_{01}, & a_{12} \\ a_{02}, & a_{22} \end{vmatrix}, \quad W_{2} = \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{01} \\ a_{21}, & a_{02} \end{vmatrix},$$

$$W_{0} = \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} \end{vmatrix}.$$
(27)

Исследуем решения (26). Прежде всего обращают на себя внимание элементы свободного столбца системы  $a_{01}$  и  $a_{02}$ . Как следует из системы уравнений (17), при стремлении параметров fи  $\delta$  к их идеальным значениям

$$f \to 1, \quad \delta \to \pi/2,$$
 (28)

когда, очевидно, величины  $x_1$  и  $x_2$  стремятся к нулю, элементы  $a_{01}$  и  $a_{02}$  также стремятся к нулю

$$a_{01} \to 0, \quad a_{02} \to 0.$$
 (29)

Это может означать, согласно с выражениями (26) и (27), что именно эти элементы определяют (при заданных параметрах  $\rho_1$  и  $\rho_2$ ) общий характер поведения правых частей в выражениях (26). Но для этого надо убедиться, что элементы  $a_{11}, \ldots, a_{22}$ матрицы системы, а вместе с ними и определитель  $W_0$  обладают некоторой устойчивостью относительно условий (28).

С помощью несложных преобразований выделим в элементах матрицы системы величины  $a_{01}$  и  $a_{02}$ :

$$\begin{cases} a_{11} = -\frac{1}{2}a_{01} - a_{11}^{(0)}, & a_{12} = a_{01} - a_{12}^{(0)}, \\ a_{21} = -\frac{1}{2}a_{02} - a_{21}^{(0)}, & a_{22} = a_{02} - a_{22}^{(0)}, \end{cases}$$
(30)

где

$$\begin{cases} a_{11}^{(0)} = \mu_1^{(-)} \cos 2\gamma_{1k} - (g_{22} + q_{22}) \sin^2 2\gamma_{1k} + \\ + \nu_1^{(-)} \sin 2\gamma_{1k}, \\ a_{21}^{(0)} = \mu_2^{(+)} \cos 2\gamma_{2k} - (g_{22} + q_{22}) \sin^2 2\gamma_{2k} + \\ + \nu_2^{(+)} \sin 2\gamma_{2k}, \end{cases}$$
(31)

$$\begin{cases} a_{12}^{(0)} = 2(g_{22} + q_{22})\mu_1^{(-)}\sin 2\gamma_{1k}, \\ a_{22}^{(0)} = 2(g_{22} + q_{22})\mu_2^{(+)}\sin 2\gamma_{2k}. \end{cases}$$
(32)

В формулах (31) и (32) коэффициенты  $\mu_1^{(-)}$ ,  $\mu_2^{(+)}$  и  $v_1^{(-)}$ ,  $v_2^{(+)}$  имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \mu_{1}^{(-)} = (g_{22} + q_{22})\cos 2\gamma_{1k} - (r_{12} + h_{12}), \\ \mu_{2}^{(+)} = (g_{22} + q_{22})\cos 2\gamma_{2k} + (r_{12} + h_{12}), \end{cases}$$
(33)

$$\begin{cases} v_1^{(-)} = (g_{22}^2 - q_{22}^2) \cos 2\gamma_{1k} - (g_{22}r_{12} - q_{22}h_{12}), \\ v_2^{(+)} = (g_{22}^2 - q_{22}^2) \cos 2\gamma_{2k} + (g_{22}r_{12} - q_{22}h_{12}). \end{cases}$$
(34)

Характер величин  $a_{01}$  и  $a_{02}$ , входящих в выражения (30) для элементов матрицы системы, понятен. Остается выяснить особенности в поведении величин  $a_{11}^{(0)}$ ,  $a_{12}^{(0)}$ ,  $a_{21}^{(0)}$  и  $a_{22}^{(0)}$ . Для этого можно воспользоваться соотношениями (2), из которых следуют выражения, определяющие величины  $g_{11}$ ,  $q_{11}$  и  $g_{22}$ ,  $q_{22}$  через параметры компенсатора:

$$g_{11} = \frac{f_1}{f} \frac{\sin \delta_1}{\sin \delta}, \quad q_{11} = f_1 \cos \delta_1 - f_1 \sin \delta_1 \operatorname{ctg} \delta \,, \quad (35)$$

$$g_{22} = \frac{f_2}{f} \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta}, \ q_{22} = f_2 \cos \delta_2 - f_2 \sin \delta_2 \operatorname{ctg} \delta.$$
 (36)

В формулах (35) и (36) основную роль играют малые параметры компенсатора  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , при обращении их в нуль величины  $g_{11}$ ,  $q_{11}$  и  $g_{22}$ ,  $q_{22}$ также обращаются в нуль. Роль же основного фазового параметра  $\rho$  в определении величин  $g_{11}$ ,  $q_{11}$  и  $g_{22}$ ,  $q_{22}$  незначительна, поэтому для них можно записать приближенные выражения

$$g_{11} \approx f_1 \sin \delta_1, \quad q_{11} \approx f_1 \cos \delta_1, \quad (37)$$

$$g_{22} \approx f_2 \sin \delta_2, \ q_{22} \approx f_2 \cos \delta_2,$$
 (38)

которые становятся точными в предельном случае идеальных значений параметра  $\rho$ . Используя выражения (35) и (36), можно показать, что величины  $a_{11}^{(0)}$ ,  $a_{12}^{(0)}$ ,  $a_{21}^{(0)}$  и  $a_{22}^{(0)}$ , определенные формулами (31)-(34), обладают относительной устойчивостью относительно параметра  $\rho$ . При выполнении условий (28) они не обращаются в ноль, а их значения в общем случае определяются в первую очередь малыми параметрами  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Описанная процедура носит чисто оценочный характер. На практике же величины  $g_{11}$ ,  $q_{11}$  и  $g_{22}$ ,  $q_{22}$  определяются (см. (3)-(7)) через экспериментально измеряемые угловые характеристики соответствующих юстировочных вариантов. Эти угловые характеристики зависят от параметров компенсатора  $\rho$ ,  $\rho_1$ и  $\rho_2$ , но в первую очередь от малых параметров  $ho_1$ и $ho_2$ .

Таким образом, величины  $a_{11}^{(0)}$ ,  $a_{12}^{(0)}$ ,  $a_{21}^{(0)}$  и  $a_{22}^{(0)}$  представляют собой главные значения элементов матрицы системы (17).

Используя выражения (30) для элементов матрицы системы, преобразуем определители  $W_1$ ,  $W_2$  и  $W_0$  (см. (27)):

$$W_{1} = - \begin{vmatrix} a_{01}, & a_{12}^{(0)} \\ a_{02}, & a_{22}^{(0)} \end{vmatrix}, \qquad W_{2} = - \begin{vmatrix} a_{11}^{(0)}, & a_{01} \\ a_{21}^{(0)}, & a_{02} \end{vmatrix},$$
(39)

$$W_{0} = -\frac{1}{2}W_{1} + W_{2} + W_{0}^{(0)}, \quad W_{0}^{(0)} = \begin{vmatrix} a_{11}^{(0)}, & a_{12}^{(0)} \\ a_{21}^{(0)}, & a_{22}^{(0)} \end{vmatrix}.$$
 (40)

В выражениях (39), описывающих определители  $W_1$  и  $W_2$ , вместо элементов матрицы системы фигурируют уже их главные значения. Что касается выражения (40) для определителя  $W_0$ , то оно носит более сложный характер, хотя и здесь проявляются главные значения элементов матрицы. Разделив выражение (40) на величину  $W_0$ , приходим к соотношению

$$\frac{W_0^{(0)}}{W_0} = 1 + x_1/2 - x_2.$$
(41)

Из этого соотношения в силу неравенств

$$|x_1| \ll 1, |x_2| \ll 1$$
 (42)

следует, что величина  $W_0^{(0)}$ , отличающаяся от основного определителя  $W_0$  заменой элементов матрицы на их главные значения (см. (40) и (27)), вносит основной вклад в величину  $W_0$ :

$$W_0 \approx W_0^{(0)}$$
. (43)

Учитывая (43), можно записать следующие приближенные выражения для величин  $x_1$  и  $x_2$ :

$$x_1 \approx \frac{W_1}{W_0^{(0)}}, \quad x_2 \approx \frac{W_2}{W_0^{(0)}}.$$
 (44)

В выражениях (44) величины  $W_1$ ,  $W_2$  и  $W_0^{(0)}$  это определители (39) и (40), в которых на соответствующих местах стоят уже не элементы матрицы системы, а их главные значения. Используя формулы (32), преобразуем данные определители к виду

$$W_{1} = 2(g_{22} + q_{22}) \times \\ \times \left[ a_{02} \mu_{1}^{(-)} \sin 2\gamma_{1k} - a_{01} \mu_{2}^{(+)} \sin 2\gamma_{2k} \right],$$
(45)

$$W_2 = a_{01}a_{21}^{(0)} - a_{02}a_{11}^{(0)}, (46)$$

$$W_0^{(0)} = 2(g_{22} + q_{22}) \begin{vmatrix} a_{11}^{(0)}, & \mu_1^{(-)} \sin 2\gamma_{1k} \\ a_{21}^{(0)}, & \mu_2^{(+)} \sin 2\gamma_{2k} \end{vmatrix}.$$
 (47)

Определение величин  $x_1$  и  $x_2$  с помощью точных формул (26) или же приближенных (44) означает в конечном итоге, как следует из соотношений (16) и (2), полное определение всех трех комплексных параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  компенсатора.

До сих пор в конкретном определении начального положения  $K_0$  компенсатора не было необходимости. Сейчас мы рассмотрим некоторые конкретные варианты выбора юстировочного параметра  $K_0$ . При этом надо помнить, что с изменением величины  $K_0$  изменяются параметры  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  компенсатора, а вместе с ними экспериментально измеряемые угловые характеристики юстировочных вариантов и связанные с ними величины  $g_{11}$ ,  $q_{11}$  и  $g_{22}$ ,  $q_{22}$ .

#### Выбор начального положения $K_0 = K_1$

В этом случае в соответствии с условно выбранным положительным направлением (от положения  $K_1$  к положению  $K_2$ ) и формулами (13) углы  $\gamma_{1k}$  и  $\gamma_{2k}$  приобретают следующие значения:

$$\gamma_{1k} = 0$$
,  $\gamma_{2k} = \gamma_{0k}$ ,  $\gamma_{0k} = |K_2 - K_1|$ . (48)

С учетом (48) величины  $a_{01}$ ,  $a_{11}^{(0)}$  и  $a_{12}^{(0)}$  значительно упрощаются:

$$a_{01} = -4(g_{12} - q_{12}), \quad g_{12} = g_{11} - g_{22},$$
  

$$q_{12} = q_{11} - q_{22};$$
(49)

$$a_{11}^{(0)} = \mu_1^{(-)} = -2(g_{12} + q_{12}), \quad a_{12}^{(0)} = 0.$$
 (50)

Что касается величин  $a_{02}$ ,  $a_{21}^{(0)}$ ,  $a_{22}^{(0)}$  и  $\mu_2^{(+)}$ , то они по-прежнему определяются общими формулами (23) и (31)–(33), в которых необходимо от угла  $\gamma_{2k}$  перейти к углу  $\gamma_{0k}$ . Используя (45)–(47), а также (48)–(50), найдем определители  $W_1$ ,  $W_2$  и  $W_0^{(0)}$ :

$$W_1 = 8(g_{12} - q_{12})(g_{22} + q_{22})\mu_2^{(+)}\sin 2\gamma_{0k}, \qquad (51)$$

$$W_2 = 2a_{02}(g_{12} + q_{12}) - 4a_{21}^{(0)}(g_{12} - q_{12}), \qquad (52)$$

$$W_0^{(0)} = -4(g_{12} + q_{12})(g_{22} + q_{22})\mu_2^{(+)}\sin 2\gamma_{0k} .$$
 (53)

Теперь можем найти величины  $x_1$  и  $x_2$ . Для этого воспользуемся приближенными формулами (44):

$$x_1 \approx -2\frac{g_{12} - q_{12}}{g_{12} + q_{12}},\tag{54}$$

$$x_{2} \approx \frac{1}{(g_{22} + q_{22})\mu_{2}^{(+)}\sin 2\gamma_{0k}} \times \left[ -\frac{1}{2}a_{02} + a_{21}^{(0)}\frac{g_{12} - q_{12}}{g_{12} + q_{12}} \right].$$
(55)

Величину  $\mu_2^{(+)}$  в формуле (55) представим в приближенном виде:

$$\mu_2^{(+)} \approx (g_{22} + q_{22}) + (r_{12} + h_{12}) = 2(g_{11} + q_{11}), \qquad (56)$$

после чего приближенное выражение для *x*<sub>2</sub> приобретет более конкретный вид:

$$x_{2} \approx \frac{1}{2(g_{11} + q_{11})(g_{22} + q_{22})\sin 2\gamma_{0k}} \times \left[ -\frac{1}{2}a_{02} + a_{21}^{(0)}\frac{g_{12} - q_{12}}{g_{12} + q_{12}} \right].$$
(57)

### Выбор начального положения $K_0 = K_2$

Для данного варианта углы  $\gamma_{1k}$  и  $\gamma_{2k}$  принимают значения (см. (13))

$$\gamma_{1k} = -\gamma_{0k} , \qquad \gamma_{2k} = 0 .$$
 (58)

Дальнейшие действия аналогичны предыдущим. Но для данного случая значительно упрощаются  $a_{02}$ ,  $a_{21}^{(0)}$  и  $a_{22}^{(0)}$ :

$$a_{02} = 4(g_{11} - q_{11}), \qquad (59)$$

$$a_{21}^{(0)} = \mu_2^{(+)} = 2(g_{11} + q_{11}), \qquad a_{22}^{(0)} = 0,$$
 (60)

а величины  $a_{01}$ ,  $a_{11}^{(0)}$ ,  $a_{12}^{(0)}$  и  $\mu_1^{(-)}$  определяются общими формулами (22) и (31)–(33), в которых необходимо от угла  $\gamma_{1k}$  перейти к углу  $(-\gamma_{0k})$ . Найдем теперь определители  $W_1$ ,  $W_2$  и  $W_0^{(0)}$ :

$$W_1 = -8(g_{11} - q_{11})(g_{22} + q_{22})\mu_1^{(-)}\sin 2\gamma_{0k}, \qquad (61)$$

$$W_2 = 2a_{01}(g_{11} + q_{11}) - 4a_{11}^{(0)}(g_{11} - q_{11}), \qquad (62)$$

$$W_0^{(0)} = 4(g_{11} + q_{11})(g_{22} + q_{22})\mu_1^{(-)}\sin 2\gamma_{0k} .$$
 (63)

Воспользовавшись приближенными формулами (44), найдем величины  $x_1$  и  $x_2$ :

$$x_1 \approx -2\frac{g_{11} - q_{11}}{g_{11} + q_{11}},\tag{64}$$

$$x_{2} \approx \frac{1}{(g_{22} + q_{22})\mu_{1}^{(-)}\sin 2\gamma_{0k}} \times \left[\frac{1}{2}a_{01} - a_{11}^{(0)}\frac{g_{11} - q_{11}}{g_{11} + q_{11}}\right].$$
(65)

Наконец представим величину  $\mu_1^{(-)}$  в формуле (65) в приближенном виде

$$\mu_1^{(-)} \approx (g_{22} + q_{22}) - (r_{12} + h_{12}) = -2(g_{12} + q_{12}) \tag{66}$$

и преобразуем выражение для x<sub>2</sub>:

$$x_{2} \approx \frac{1}{2(g_{12} + q_{12})(g_{22} + q_{22})\sin 2\gamma_{0k}} \times \left[ -\frac{1}{2}a_{01} + a_{11}^{(0)}\frac{g_{11} - q_{11}}{g_{11} + q_{11}} \right].$$
 (67)

В принципе, юстировочный параметр  $K_0$  компенсатора можно выбрать и другими способами. Однако рассмотренные здесь варианты относительно просты, физически понятны и могут быть успешно использованы на практике.

#### 2. КОМБИНИРОВАННЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ КОМПЕНСАТОРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНВАРИАНТОВ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ И ПРОЦЕДУРЫ ОПТИЧЕСКОЙ ЮСТИРОВКИ

Продолжим рассмотрение проблемы, связанной с определением полного набора параметров неидеального компенсатора, матрица Джонса которого имеет отличные от нуля недиагональные элементы, определяемые малыми параметрами  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Большой интерес представляет использование для этих целей инвариантов эллипсометрии изотропных сред. Задача значительно упрощается, а конечные результаты становятся гораздо более устойчивыми к экспериментальным ошибкам, обусловленным качеством поверхности отражающего образца, если в инвариантные соотношения вместо параметров  $\rho_1$  и  $\rho_2$  подставить выражения, связанные с оптической юстировкой и определяющие связь этих величин с основным фазовым параметром  $\rho$ .

Инварианты эллипсометрии изотропных сред подробно рассмотрены в работе [2], но только для случая идеального компенсатора, для которого  $\rho_1 = \rho_2 = 0$ . Здесь мы в полной мере воспользуемся основными понятиями теории инвариантов, изложенными в работе [2] для случая произвольных измерительных конфигураций и согласованными с эллипсометрией анизотропных сред.

Инварианты эллипсометрии изотропных сред — это уравнения

$$W_{mn} = \begin{vmatrix} \zeta_m b_{1m}, \ b_{2m} \operatorname{tg} \psi_a^{(m)} \\ \zeta_n b_{1n}, \ b_{2n} \operatorname{tg} \psi_a^{(n)} \end{vmatrix} = 0, \quad (m, n = 1, 2, 3, 4), \quad (68)$$

в которых индексы *m* и *n* нумеруют измерительные зоны. Величины  $b_{1j}$  и  $b_{2j}$  (*j*=1, 2, 3, 4) определим выражениями из работы [3], справедливыми для любой измерительной конфигурации:

$$\begin{cases} b_{1j} = K_{11}^{(j)} \cos \gamma_p^{(j)} + K_{12}^{(j)} \sin \gamma_p^{(j)}, \\ b_{2j} = K_{22}^{(j)} \sin \gamma_p^{(j)} + K_{21}^{(j)} \cos \gamma_p^{(j)}; \end{cases}$$
(69)

$$\begin{cases} K_{11}^{(j)} = (1+\rho) - (1-\rho)\sin 2\theta_j - \eta_j \rho_2 \cos 2\theta_j, \\ K_{12}^{(j)} = \eta_j (1-\rho)\cos 2\theta_j - \rho_2 \sin 2\theta_j + (2\rho_1 - \rho_2), \\ K_{21}^{(j)} = \eta_j (1-\rho)\cos 2\theta_j - \rho_2 \sin 2\theta_j - (2\rho_1 - \rho_2), \\ K_{22}^{(j)} = (1+\rho) + (1-\rho)\sin 2\theta_j + \eta_j \rho_2 \cos 2\theta_j. \end{cases}$$
(70)

В формулах (68)–(70)  $\zeta_j$  и  $\eta_j$ — это единичные знакопеременные параметры, определяющие типы

ориентации (положительный и отрицательный) анализатора и компенсатора, а в сочетании — измерительную зону с номером j:

$$\zeta_{j} = (-1)^{j+1}, \qquad \eta_{j} = \begin{cases} 1, & j = 1, 2, \\ -1, & j = 3, 4; \end{cases}$$
(71)

 $\psi_{a}^{(j)}$  и  $\gamma_{p}^{(j)}$  — угловые положения гашения анализатора и поляризатора;  $\theta_{j}$  — углы, определяющие отклонение "быстрой" оси компенсатора от ее классического положения  $\psi_{k}^{(j)} = \frac{\pi}{4}$  и соответственно — измерительные конфигурации прибора

$$\theta_j = \psi_k^{(j)} - \frac{\pi}{4}. \tag{72}$$

Подставив выражения (70) для элементов матрицы Джонса компенсатора, отвечающих произвольной измерительной конфигурации, в формулы (69), преобразуем величины  $b_{1j}$  и  $b_{2j}$  к удобному виду:

$$\begin{cases} b_{1j} = z_{1j}^{(+)} + \rho \, z_{1j}^{(-)} + \rho_1 z_{2j}^{(-)} + (\rho_1 - \rho_2) z_{2j}^{(+)}, \\ b_{2j} = z_{2j}^{(+)} + \rho \, z_{2j}^{(-)} - \rho_1 z_{1j}^{(-)} - (\rho_1 - \rho_2) z_{1j}^{(+)}, \end{cases}$$
(73)

где

$$z_{1j}^{(\pm)} = \sigma_j^{(\mp)} \kappa_j^{(\pm)}, \qquad z_{2j}^{(\pm)} = \pm \eta_j \sigma_j^{(\pm)} \kappa_j^{(\pm)};$$
(74)

$$\sigma_{j}^{(\pm)} = \cos\theta_{j} \pm \sin\theta_{j},$$

$$\kappa_{j}^{(\pm)} = \cos\gamma_{pc}^{(j)} \pm\eta_{j} \sin\gamma_{pc}^{(j)};$$
(75)

$$\gamma_{pc}^{(j)} = \gamma_p^{(j)} - \eta_j \theta_j.$$
(76)

Затем используем соотношения (2), связывающие параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$  с основным параметром  $\rho$  и угловыми характеристиками оптической юстировки. В результате после подстановки этих соотношений в (73) для величин  $b_{1j}$  и  $b_{2j}$  получим следующие выражения:

$$\begin{cases} b_{1j} = \left[ z_{1j}^{(+)} + q_{11} z_{2j}^{(-)} + q_{12} z_{2j}^{(+)} \right] + \\ + \rho \left[ z_{1j}^{(-)} + g_{11} z_{2j}^{(-)} + g_{12} z_{2j}^{(+)} \right], \\ b_{2j} = \left[ z_{2j}^{(+)} - q_{11} z_{1j}^{(-)} - q_{12} z_{1j}^{(+)} \right] + \\ + \rho \left[ z_{2j}^{(-)} - g_{11} z_{1j}^{(-)} - g_{12} z_{1j}^{(+)} \right]. \end{cases}$$
(77)

Инвариантное соотношение (68) представим в виде

$$W_{mn} = \zeta_n \eta_m \times$$

$$\times \left\{ \left( \xi_{mn} \operatorname{tg} \psi_{a}^{(n)} \right) \left[ \eta_{n} b_{1m} b_{2n} \right] - \operatorname{tg} \psi_{a}^{(m)} \left[ \eta_{m} b_{1n} b_{2m} \right] \right\} = 0, \quad (78)$$
  
(mn = 12, 13, 14, 23, 24, 34),

где

$$\xi_{mn} = \zeta_m \zeta_n \eta_m \eta_n = \begin{cases} +1, & mn = 14, 23, \\ -1, & mn = 12, 13, 24, 34. \end{cases}$$
(79)

Исходя из формулы (78), определим величину  $W_{mn}$ . Для этого, используя выражения (77), преобразуем сначала произведение  $\eta_n b_{1m} b_{2n}$ :

$$\begin{aligned} \eta_{n}b_{1m}b_{2n} &= \left[\alpha_{mn}^{(1)} + q_{12}\tau_{mn}^{(1)} + q_{11}\tau_{mn}^{(3)} - q_{11}q_{12}\beta_{mn}^{(0)} - \right. \\ &- q_{12}^{2}\beta_{mn}^{(1)} - q_{11}^{2}\beta_{mn}^{(2)}\right] + \rho \left[\alpha_{mn}^{(0)} + g_{12}\tau_{mn}^{(1)} + q_{12}\tau_{mn}^{(2)} + \right. \\ &+ g_{11}\tau_{mn}^{(3)} + q_{11}\tau_{mn}^{(4)} - \left(g_{11}q_{12} + g_{12}q_{11}\right)\beta_{mn}^{(0)} - \right. \\ &- 2g_{12}q_{12}\beta_{mn}^{(1)} - 2g_{11}q_{11}\beta_{mn}^{(2)}\right] + \rho^{2} \left[\alpha_{mn}^{(2)} + g_{12}\tau_{mn}^{(2)} + \right. \\ &+ g_{11}\tau_{mn}^{(4)} - g_{11}g_{12}\beta_{mn}^{(0)} - g_{12}^{2}\beta_{mn}^{(1)} - g_{11}^{2}\beta_{mn}^{(2)}\right]. \end{aligned} \tag{80}$$

Коэффициенты

$$\begin{array}{l} \alpha_{mn}^{(0)}, \, \alpha_{mn}^{(1)}, \, \alpha_{mn}^{(2)}, \, \beta_{mn}^{(0)}, \, \beta_{mn}^{(1)}, \, \beta_{mn}^{(2)} \\ \mathbf{H} \, \tau_{mn}^{(1)}, \, \tau_{mn}^{(2)}, \, \tau_{mn}^{(3)}, \, \tau_{mn}^{(4)}, \end{array}$$

$$(81)$$

входящие в формулу (80), зависят, очевидно, от величин  $z_{1j}^{(\pm)}$  и  $z_{2j}^{(\pm)}$ :

$$\alpha_{mn}^{(0)} = \eta_n \left( z_{1m}^{(+)} z_{2n}^{(-)} + z_{1m}^{(-)} z_{2n}^{(+)} \right), 
\alpha_{mn}^{(1)} = \eta_n z_{1m}^{(+)} z_{2n}^{(+)}, 
\alpha_{mn}^{(2)} = \eta_n z_{1m}^{(-)} z_{2n}^{(-)}, 
\beta_{mn}^{(0)} = \eta_n \left( z_{2m}^{(+)} z_{1n}^{(-)} + z_{2m}^{(-)} z_{1n}^{(+)} \right), 
\beta_{mn}^{(1)} = \eta_n z_{2m}^{(+)} z_{1n}^{(+)}, 
\beta_{mn}^{(2)} = \eta_n z_{2m}^{(-)} z_{1n}^{(-)}, 
\tau_{mn}^{(1)} = \eta_n \left( z_{2m}^{(+)} z_{2n}^{(-)} - z_{1m}^{(+)} z_{1n}^{(+)} \right), 
\tau_{mn}^{(2)} = \eta_n \left( z_{2m}^{(+)} z_{2n}^{(-)} - z_{1m}^{(-)} z_{1n}^{(+)} \right), 
\tau_{mn}^{(3)} = \eta_n \left( z_{2m}^{(-)} z_{2n}^{(-)} - z_{1m}^{(-)} z_{1n}^{(-)} \right), 
\tau_{mn}^{(4)} = \eta_n \left( z_{2m}^{(-)} z_{2n}^{(-)} - z_{1m}^{(-)} z_{1n}^{(-)} \right).$$
(82)

Величины  $\left[\eta_n b_{1n} b_{2n}\right]$  и  $\left[\eta_m b_{1n} b_{2m}\right]$  имеют одинаковую структуру, причем вторая величина отличается от первой лишь индексами, которые взаимозаменяемы, т. е. она также определяется выражениями (80) и (82), в которых необходимо сделать переход

$$m \to n$$
,  $n \to m$ . (83)

НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2009, том 19, № 4

Используя соотношения (74), (75) и (82), запишем окончательные выражения для коэффициентов (81):

$$\alpha_{mn}^{(0)} = \begin{bmatrix} U_{mn}^{(+)} T_{mn}^{(-)} - U_{mn}^{(-)} T_{mn}^{(+)} \end{bmatrix}, \alpha_{mn}^{(1)} = V_{mn}^{(-)} F_{mn}^{(+)}, \quad \alpha_{mn}^{(2)} = -V_{mn}^{(+)} F_{mn}^{(-)}, \beta_{mn}^{(0)} = \eta_m \eta_n \alpha_{nm}^{(0)}, \quad \beta_{mn}^{(1)} = \eta_m \eta_n \alpha_{nm}^{(1)}, \beta_{mn}^{(2)} = \eta_m \eta_n \alpha_{nm}^{(2)}, \tau_{mn}^{(1)} = \eta_m U_{mn}^{(0)} F_{mn}^{(+)}, \quad \tau_{mn}^{(2)} = -\eta_m T_{mn}^{(0)} V_{mn}^{(+)}, \tau_{mn}^{(3)} = \eta_m \eta_n \tau_{nm}^{(2)}, \quad \tau_{mn}^{(4)} = -\eta_n U_{mn}^{(0)} F_{mn}^{(-)}, \end{cases}$$
(84)

где

$$U_{mn}^{(\pm)} = \cos(\theta_{m} - \theta_{n}) \pm \sin(\theta_{m} + \theta_{n}),$$

$$V_{mn}^{(\pm)} = \cos(\theta_{m} + \theta_{n}) \pm \sin(\theta_{m} - \theta_{n}),$$

$$F_{mn}^{(\pm)} = \cos(\gamma_{pc}^{(m)} - \eta_{m}\eta_{n}\gamma_{pc}^{(n)}) \pm$$

$$\pm \eta_{m} \sin(\gamma_{pc}^{(m)} + \eta_{m}\eta_{n}\gamma_{pc}^{(n)}),$$

$$T_{mn}^{(\pm)} = \cos(\gamma_{pc}^{(m)} + \eta_{m}\eta_{n}\gamma_{pc}^{(n)}) \pm$$

$$\pm \eta_{m} \sin(\gamma_{pc}^{(m)} - \eta_{m}\eta_{n}\gamma_{pc}^{(n)}),$$

$$U_{mn}^{(0)} = U_{mn}^{(+)} - \eta_{m}\eta_{n}U_{mn}^{(-)} =$$

$$= N_{mn}^{(-)}\cos(\theta_{m} - \theta_{n}) + N_{mn}^{(+)}\sin(\theta_{m} + \theta_{n}),$$

$$T_{mn}^{(0)} = T_{mn}^{(+)} + \eta_{m}\eta_{n}T_{mn}^{(-)} =$$

$$= N_{mn}^{(+)}\cos(\gamma_{pc}^{(m)} + \eta_{m}\eta_{n}\gamma_{pc}^{(n)}) +$$

$$+ N_{mn}^{(-)}\sin(\gamma_{pc}^{(m)} - \eta_{m}\eta_{n}\gamma_{pc}^{(n)}),$$

$$N_{mn}^{(\pm)} = (1 \pm \eta_{m}\eta_{n}).$$
(85)

Что касается коэффициентов

$$\begin{aligned} \alpha_{nm}^{(0)}, \ \alpha_{nm}^{(1)}, \ \alpha_{nm}^{(2)}, \ \beta_{nm}^{(0)}, \ \beta_{nm}^{(1)}, \ \beta_{nm}^{(2)} \\ \varkappa \ \tau_{nm}^{(1)}, \ \tau_{nm}^{(2)}, \ \tau_{nm}^{(3)}, \ \tau_{nm}^{(4)} \end{aligned}$$
(86)

из выражения для второй величины  $\left[\eta_m b_{1n} b_{2m}\right]$ , то в окончательном виде они определяются теми же соотношениями (84) и (85), в которых необходимо сделать замену индексов согласно (83). При этом необходимо учитывать следующие легко проверяемые условия:

$$U_{nm}^{(\pm)} = U_{mn}^{(\pm)}, \quad V_{nm}^{(\pm)} = V_{mn}^{(\mp)}, \quad F_{nm}^{(\pm)} = F_{mn}^{(\pm)},$$
  

$$T_{nm}^{(\pm)} = T_{mn}^{(\mp)}, \quad U_{nm}^{(0)} = U_{mn}^{(0)}, \quad T_{nm}^{(0)} = \eta_m \eta_n T_{mn}^{(0)}.$$
(87)

Теперь преобразуем формулу (78), определяющую величину  $W_{mn}$ . Для этого воспользуемся выражением (80) и аналогичным ему для величин

 $[\eta_n b_{1m} b_{2n}]$  и  $[\eta_m b_{1n} b_{2m}]$ . Кроме того, учтем соотношения (84), (85) и (87), определяющие коэффициенты (81) и (86). В результате придем к следующему выражению для инвариантной величины  $W_{mn}$ :

$$W_{mn} = \zeta_n \eta_m \left\{ J_{mn}^{(1)} + \rho J_{mn}^{(2)} + \rho^2 J_{mn}^{(3)} \right\},\tag{88}$$

$$J_{mn}^{(1)} = F_{mn}^{(+)} \left[ -L_{mn}^{(+)} + q_{12} \left( \eta_m c_{mn}^{(3)} U_{mn}^{(0)} - q_{12} \eta_m \eta_n L_{mn}^{(-)} \right) \right] + q_{11} \eta_m \eta_n L_{mn}^{(+)} \left[ \eta_m T_{mn}^{(0)} - q_{11} F_{mn}^{(-)} \right] - 2q_{11} q_{12} E_{mn}^{(-)}, \quad (89)$$

$$J_{mn}^{(2)} = -2 \Big[ E_{mn}^{(+)} + (g_{11}q_{12} + g_{12}q_{11})E_{mn}^{(-)} \Big] + + g_{12}F_{mn}^{(+)} \Big[ \eta_m c_{mn}^{(3)}U_{mn}^{(0)} - 2q_{12}\eta_m \eta_n L_{mn}^{(-)} \Big] - - q_{11}F_{mn}^{(-)} \Big[ \eta_n c_{mn}^{(3)}U_{mn}^{(0)} + 2g_{11}\eta_m \eta_n L_{mn}^{(+)} \Big] + + \eta_m T_{mn}^{(0)} \Big[ -q_{12}L_{mn}^{(-)} + g_{11}\eta_m \eta_n L_{mn}^{(+)} \Big],$$
(90)

$$J_{mn}^{(3)} = F_{mn}^{(-)} \Big[ -L_{mn}^{(-)} - g_{11} \Big( \eta_n c_{mn}^{(3)} U_{mn}^{(0)} + g_{11} \eta_m \eta_n L_{mn}^{(+)} \Big) \Big] - (91)$$
  
$$-g_{12} L_{mn}^{(-)} \Big[ \eta_m T_{mn}^{(0)} + g_{12} \eta_m \eta_n F_{mn}^{(+)} \Big] - 2g_{11} g_{12} E_{mn}^{(-)},$$

где

$$U_{mn}^{(\pm)} = c_{mn}^{(2)} \sin\left(\theta_m - \theta_n\right) \pm c_{mn}^{(1)} \cos\left(\theta_m + \theta_n\right), \qquad (92)$$

$$c_{mn}^{(1)} = tg\psi_{a}^{(m)} - \xi_{mn} tg\psi_{a}^{(n)}, c_{mn}^{(2)} = tg\psi_{a}^{(m)} + \xi_{mn} tg\psi_{a}^{(n)}, c_{mn}^{(3)} = \xi_{mn} tg\psi_{a}^{(n)} - \eta_{m}\eta_{n} tg\psi_{a}^{(m)},$$
(93)

$$E_{mn}^{(+)} = I_{mn}^{(+)}, \quad E_{mn}^{(-)} = \eta_m \eta_n I_{mn}^{(-)}, I_{mn}^{(\pm)} = \left[ \eta_m c_{mn}^{(2)} E_{mn}^{(2)} \pm c_{mn}^{(1)} E_{mn}^{(1)} \right], E_{mn}^{(1)} = \sin(\theta_m + \theta_n) \cos(\gamma_{pc}^{(m)} + \eta_m \eta_n \gamma_{pc}^{(n)}), E_{mn}^{(2)} = \cos(\theta_m - \theta_n) \sin(\gamma_{pc}^{(m)} - \eta_m \eta_n \gamma_{pc}^{(n)}).$$
(94)

Пары индексов *mn*, нумерующих измерительные зоны прибора, разбиваются на три группы, для которых величины  $\xi_{mn}$  и  $\eta_m \eta_n$  принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} \xi_{mn} &= -1, \quad \eta_m \eta_n = 1, \qquad mn = 12(21), 34(43), \\ \xi_{mn} &= -1, \quad \eta_m \eta_n = -1, \qquad mn = 13(31), 24(42), \qquad (95) \\ \xi_{mn} &= 1, \qquad \eta_m \eta_n = -1, \qquad mn = 14(41), 23(32). \end{aligned}$$

Соответственно, как и в работе [2], выделим три группы величин  $W_{mn}$ , а значит, и три группы инвариантов, отвечающих условиям (95). Чтобы

более четко различать эти три группы, обозначим величины  $W_{mn}$  для данных групп как

$$W_{jk}, W_{kl}, W_{jl},$$

где пары индексов jk, kl и jl принимают значения

$$jk = 12, 21; 34, 43,$$
  
 $kl = 24, 13; 42, 31,$   
 $jl = 14, 23; 32, 41.$ 
(96)

Для новых обозначений индексов соотношения (95) запишутся:

$$\xi_{jk} = -1, \quad \eta_{j}\eta_{k} = +1, \xi_{kl} = -1, \quad \eta_{k}\eta_{l} = -1, \xi_{jl} = +1, \quad \eta_{j}\eta_{l} = -1.$$
(97)

Необходимо отметить следующее обстоятельство. Любые две пары из набора jk, kl, jl имеют один общий индекс. Если речь идет об изотропных отражающих средах, то все пары указанного набора надо рассматривать как совершенно независимые. В эллипсометрии анизотропных сред ситуация уже другая. В этом случае обобщенные зонные соотношения, с помощью которых находятся экспериментальные значения трех пар поляризационных углов, включают в себя величины  $W_{ik}$ ,  $W_{kl}$ ,  $W_{jl}$ , в которых индексы j, k, l нумеруют простые зоны, определяющие в совокупности *j*-ю обобщенную измерительную зону  $S_{kl}^{(j)}$ . При этом способ задания индексов *j*, *k*, *l* таков (см. [3]), что пары *jk*, *kl* и *jl* зависимы и принимают для всех 4 обобщенных зон значения, определяемые столбцами из соотношений (96).

Запишем величины  $W_{mn}$  для каждой из трех групп. При этом сохраним обозначения (с переходом к большим буквам) для тех величин, которые полностью определяют выражения для  $W_{mn}$  (mn = jk, kl, jl) в случае идеального компенсатора ( $\rho_1 = \rho_2 = 0$ ). В соответствии с этим проведем следующие элементарные преобразования и переобозначения, связанные с величинами, определенными формулами (85) и (92)–(94):

$$\begin{cases} F_{jk}^{(\pm)} = \pm \eta_j A_{jk}^{(\pm)}, \\ A_{jk}^{(\pm)} = \sin\left(\gamma_{pc}^{(j)} + \gamma_{pc}^{(k)}\right) \pm \eta_j \cos\left(\gamma_{pc}^{(j)} - \gamma_{pc}^{(k)}\right), \\ U_{jk}^{(0)} = 2\sin\left(\theta_j + \theta_k\right), \quad T_{jk}^{(0)} = 2\cos\left(\gamma_{pc}^{(j)} + \gamma_{pc}^{(k)}\right); \end{cases}$$
(98)

$$\begin{cases} F_{mn}^{(\pm)} = P_{mn}^{(\pm)}, \\ P_{mn}^{(\pm)} = \cos(\gamma_{pc}^{(m)} + \gamma_{pc}^{(n)}) \pm \eta_m \sin(\gamma_{pc}^{(m)} - \gamma_{pc}^{(n)}), \\ U_{mn}^{(0)} = 2\cos(\theta_m - \theta_n), \\ T_{mn}^{(0)} = 2\eta_m \sin(\gamma_{pc}^{(m)} + \gamma_{pc}^{(n)}), \quad mn = k \, l, \, j \, l; \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{mn}^{(\pm)} = \pm Q_{mn}^{(\pm)}, \end{cases}$$
(99)

$$\begin{cases} Q_{mn}^{(\pm)} = c_{mn}^{(+)} \cos\left(\theta_m + \theta_n\right) \pm c_{mn}^{(-)} \sin\left(\theta_m - \theta_n\right), \quad (100)\\ mn = j \, k, \, k \, l; \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{jl}^{(\pm)} = R_{jl}^{(\pm)}, \\ R_{jl}^{(\pm)} = c_{jl}^{(+)} \sin\left(\theta_j - \theta_l\right) \pm c_{jl}^{(-)} \cos\left(\theta_j + \theta_l\right); \end{cases}$$
(101)

$$E_{mn}^{(1)} = \begin{cases} G_{mn}^{(+)} \\ G_{mn}^{(-)} \end{cases}, \quad E_{mn}^{(2)} = \begin{cases} H_{mn}^{(-)}, & \eta_m \eta_n = +1, \\ H_{mn}^{(+)}, & \eta_m \eta_n = -1; \end{cases}$$
(102)

$$\begin{cases}
G_{mn}^{(\pm)} = \sin\left(\theta_m + \theta_n\right)\cos\left(\gamma_{pc}^{(m)} \pm \gamma_{pc}^{(n)}\right), \\
H_{mn}^{(\pm)} = \cos\left(\theta_m - \theta_n\right)\sin\left(\gamma_{pc}^{(m)} \pm \gamma_{pc}^{(n)}\right), \\
c_{mn}^{(\pm)} = \operatorname{tg}\psi_a^{(m)} \pm \operatorname{tg}\psi_a^{(n)}, \quad mn = jk, kl, jl;
\end{cases}$$
(103)

$$\begin{cases} D_{jk}^{(\pm)} = \eta_{j} E_{jk}^{(\pm)} = c_{jk}^{(-)} H_{jk}^{(-)} \pm \eta_{j} c_{jk}^{(+)} G_{jk}^{(+)}, \\ E_{kl}^{(\pm)} = c_{kl}^{(+)} G_{kl}^{(-)} \pm \eta_{k} c_{kl}^{(-)} H_{kl}^{(+)}, \\ E_{jl}^{(\pm)} = c_{jl}^{(-)} G_{jl}^{(-)} \pm \eta_{j} c_{jl}^{(+)} H_{jl}^{(+)}. \end{cases}$$
(104)

Используя формулы (88)–(91), а также учитывая (98)–(104), приведем окончательные выражения для величин  $W_{jk}$ ,  $W_{kl}$  и  $W_{jl}$ , при этом сохраним их общую структуру, принятую в работе [2]. Имея в виду важность инвариантов первой группы для определения параметров неоднородного компенсатора, детально распишем величину  $W_{ik}$ :

$$W_{jk} = -\zeta_{k} \left[ X_{jk} + 2Y_{jk}\rho + Z_{jk}\rho^{2} \right], \qquad (105)$$

$$X_{jk} = -\eta_{j}J_{jk}^{(1)} = A_{jk}^{(+)} \times \left[ Q_{jk}^{(+)} + q_{12} \left( 2\eta_{j}c_{jk}^{(+)}\sin(\theta_{j} + \theta_{k}) - q_{12}Q_{jk}^{(-)} \right) \right] - q_{11}Q_{jk}^{(+)} \left[ 2\cos(\gamma_{pc}^{(j)} + \gamma_{pc}^{(k)}) + q_{11}A_{jk}^{(-)} \right] + 2q_{11}q_{12}D_{jk}^{(-)}, \qquad (106)$$

$$Y_{jk} = -\frac{1}{2}\eta_j J_{jk}^{(2)} = \left[D_{jk}^{(+)} + \left(g_{11}q_{12} + g_{12}q_{11}\right)D_{jk}^{(-)}\right] +$$

$$+g_{12}A_{jk}^{(+)} \Big[\eta_{j}c_{jk}^{(+)}\sin(\theta_{j}+\theta_{k})-q_{12}Q_{jk}^{(-)}\Big]+$$

$$+q_{11}A_{jk}^{(-)} \Big[\eta_{j}c_{jk}^{(+)}\sin(\theta_{j}+\theta_{k})-g_{11}Q_{jk}^{(+)}\Big]-$$

$$-\cos(\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(k)})\Big[q_{12}Q_{jk}^{(-)}+g_{11}Q_{jk}^{(+)}\Big], \qquad (107)$$

$$Z_{jk} = -\eta_{j}J_{jk}^{(3)} = A_{jk}^{(-)} \times$$

$$\times \Big[ Q_{jk}^{(-)} + g_{11} \Big( 2\eta_j c_{jk}^{(+)} \sin(\theta_j + \theta_k) - g_{11} Q_{jk}^{(+)} \Big) \Big] - g_{12} Q_{jk}^{(-)} \Big[ 2\cos(\gamma_{pc}^{(j)} + \gamma_{pc}^{(k)}) + g_{12} A_{jk}^{(+)} \Big] + 2g_{11} g_{12} D_{jk}^{(-)}.$$
(108)

Что касается величин  $W_{kl}$  и  $W_{jl}$ , запишем их одним выражением и в несколько более общей форме:

$$\begin{split} W_{mn} &= -\zeta_n \eta_m \Big[ X_{mn} + 2Y_{mn} \rho + Z_{mn} \rho^2 \Big], \quad (109) \\ (mn = kl, jl); \\ X_{mn} &= -J_{mn}^{(1)} = P_{mn}^{(+)} \times \\ \times \Big[ L_{mn}^{(+)} - q_{12} \Big( 2\eta_m c_{mn}^{(\mp)} \cos(\theta_m - \theta_n) + q_{12} L_{mn}^{(-)} \Big) \Big] + \\ + q_{11} L_{mn}^{(+)} \Big[ 2\sin(\gamma_{pc}^{(m)} + \gamma_{pc}^{(n)}) - q_{11} P_{mn}^{(-)} \Big] + \\ + 2q_{11} q_{12} E_{mn}^{(-)}, \quad (110) \end{split}$$

$$Y_{mn} = -\frac{1}{2} J_{mn}^{(2)} =$$

$$= \left[ E_{mn}^{(+)} + \left( g_{11}q_{12} + g_{12}q_{11} \right) E_{mn}^{(-)} \right] -$$

$$- g_{12} P_{mn}^{(+)} \left[ \eta_m c_{mn}^{(\mp)} \cos(\theta_m - \theta_n) + q_{12} L_{mn}^{(-)} \right] -$$

$$- q_{11} P_{mn}^{(-)} \left[ \eta_n c_{mn}^{(\mp)} \cos(\theta_m - \theta_n) + g_{11} L_{mn}^{(+)} \right] +$$

$$+ \sin \left( \gamma_{pc}^{(m)} + \gamma_{pc}^{(n)} \right) \left[ q_{12} L_{mn}^{(-)} + g_{11} L_{mn}^{(+)} \right], \qquad (111)$$

$$Z_{mn} = -J_{mn}^{(3)} = P_{mn}^{(-)} \times \\ \times \left[ L_{mn}^{(-)} - g_{11} \left( 2\eta_n c_{mn}^{(\mp)} \cos(\theta_m - \theta_n) + g_{11} L_{mn}^{(+)} \right) \right] + \\ + g_{12} L_{mn}^{(-)} \left[ 2\sin\left(\gamma_{pc}^{(m)} + \gamma_{pc}^{(n)}\right) - g_{12} P_{mn}^{(+)} \right] + \\ + 2g_{11} g_{12} E_{mn}^{(-)}.$$
(112)

В формулах (110)–(112) верхний и нижний знаки в величине  $c_{mn}^{(\mp)}$  отвечают соответственно второй (mn = kl) и третьей (mn = jl) группам инвариантов, а величины  $L_{mn}^{(\pm)}$  и  $E_{mn}^{(\pm)}$  для тех же групп определяются выражениями (100), (101) и (104).

Полученные для величин *W*<sub>*mn*</sub> выражения позволяют рассмотреть все три группы инвариантов эллипсометрии изотропных сред

$$W_{mn} = 0$$
,  $(mn = jk, kl, jl)$ . (113)

Представим их в более конкретной форме:

$$X_{mn} + 2Y_{mn}\rho + Z_{mn}\rho^2 = 0$$
,  $(mn = jk, kl, jl)$ , (114)

где величины  $X_{mn}$ ,  $Y_{mn}$  и  $Z_{mn}$  определены формулами (106)–(108) и (110)–(112). Разделив в комплексных уравнениях (114) действительную и мнимую части, после несложных преобразований придем к двум вещественным уравнениям

$$\begin{cases} \left(X_{mn} + f^2 Z_{mn}\right) f \cos \delta + 2f^2 Y_{mn} = 0, \\ X_{mn} - f^2 Z_{mn} = 0. \end{cases}$$
(115)

Из этих уравнений легко находятся величины  $f^2$ и  $f \cos \delta$ , полностью определяющие основной фазовый параметр  $\rho$ . Однако надо иметь в виду, что для этих целей всегда можно использовать только первую и вторую группы инвариантов, ситуация с третьей группой (mn = j l) гораздо сложнее [2, 5]. Поэтому выражения для величин  $f^2$  и  $f \cos \delta$  запишем в следующей форме:

$$f^{2} = \frac{X_{mn}}{Z_{mn}}, \quad f\cos\delta = \frac{-Y_{mn}}{Z_{mn}}, \quad (mn = jk, kl).$$
 (116)

Определив с помощью выражений (116) основной фазовый параметр  $\rho$ , находим затем, используя соотношения (2), также и параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . В следующем разделе будет отмечена особая роль инвариантов первой группы (mn = jk) в проведении оптической калибровки неоднородного компенсатора с использованием комбинированного подхода к определению параметров неидеального ( $\rho_1 \neq 0$ ,  $\rho_2 \neq 0$ ) компенсатора.

#### 3. ОПТИЧЕСКАЯ КАЛИБРОВКА НЕОДНОРОДНОГО ФАЗОВОГО КОМПЕНСАТОРА

В предыдущей работе [1] поставлена проблема оптической калибровки неоднородного неидеального ( $\rho_1 \neq 0$ ,  $\rho_2 \neq 0$ ) компенсатора и в общих чертах описана процедура такой калибровки. Однако проведенный в этой работе анализ не является достаточным, необходимо более детальное рассмотрение проблемы.

Неоднородность компенсатора проявляется при несовпадении светового луча с осью вращения компенсатора. В этом случае световой луч пересекает пластину компенсатора в точке, которая при повороте компенсатора перемещается вдоль ок-

ружности с центром на оси вращения и радиусом, равным расстоянию между световым лучом и осью вращения. С помощью механической юстировки проявление неоднородности может быть в той или иной степени устранено, однако независимая проверка необходима в любом случае. Кроме того, отмеченное несовпадение и неоднородность компенсатора в какой-то мере всегда имеют место в реальном приборе, и вопрос лишь в том, обладает ли прибор достаточной точностью, чтобы заметить эту неоднородность, или точнее установить зависимость параметров компенсатора от угла его поворота.

В работе [1] и в первом разделе настоящей работы рассмотрен способ определения параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  с использованием только лишь юстировочных процедур. При этом весь этот процесс проводится относительно главной плоскости оптической системы РКА, совпадающей (в работающем приборе) с плоскостью падения светового луча на образец. В этом случае угловые положения поляризационных призм и компенсатора отсчитываются от их исходных положений, связанных с главной плоскостью и определяемых юстировочными параметрами P<sub>0</sub>, A<sub>0</sub> и K<sub>0</sub>. Необходимо отметить следующий важный момент, связанный с процессом юстировки. До сих пор, фиксируя находящиеся в скрещенном положении поляризационные призмы и вращая компенсатор, мы определяли положения  $K_1$  и  $K_2$  компенсатора, обеспечивающие минимум интенсивности светового луча на выходе системы РКА. Но при таком подходе положениям  $K_1$  и  $K_2$  в общем случае отвечают разные точки пересечения светового луча с пластиной компенсатора, а значит, и разные значения параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Это означает, что уравнения, соответствующие определенным юстировочным процедурам (см. первый раздел и работу [1]), включают в себя разные значения параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , поэтому они, строго говоря, не могут быть использованы для определения параметров неоднородного компенсатора. По этой причине необходимо использовать другой подход, при котором в определенном положении фиксируется компенсатор, а минимум интенсивности светового пучка находится относительно вращения как единого целого скрещенных поляризационных призм. Изложим суть этого подхода.

Рассмотрим два типа ориентации блока скрещенных поляризационных призм. Первый тип ориентации характеризуется тем, что поляризатор (его направление пропускания) как часть этого блока находится вблизи главной плоскости, а для другого типа — вблизи перпендикулярного к этой плоскости направления. Обратимся сначала к первому типу ориентации, имея в виду, что при любом типе ориентации блока поляризационных призм компенсатор зафиксирован в исходном положении  $K = K_0$ . В этом случае для оптических элементов выполняются условия

$$\gamma_p = \chi, \quad \gamma_a = \pi/2 + \chi, \quad \gamma_k = 0,$$
  
где  $\chi \neq 0, \quad |\chi| \ll 1.$  (117)

Используя выражение для полной амплитуды волны на выходе системы *РКА* (см. работу [4]) и подставляя в это выражение условия (117), находим интенсивность  $I_1(\chi)$  световой волны на выходе анализатора как функцию угла  $\chi$ . Отметим, что параметры зафиксированного в положении  $K = K_0$  компенсатора, очевидно, не могут зависеть от угла  $\chi$ . Затем записывается условие

$$\frac{\partial I_1}{\partial \chi} = 0, \qquad (118)$$

определяющее угол  $\chi = \chi_1$ , при котором наблюдается минимум интенсивности  $I_1$ . Уравнение (118), записанное для значения угла  $\chi = \chi_1$ , при замене

$$\chi_1 = -\gamma_{1k} \tag{119}$$

переходит в уравнение, аналогичное уравнению (8), полученному для случая однородного подвижного компенсатора и фиксированных поляризационных призм [1]:

$$\gamma_p = 0, \quad \gamma_a = \pi/2, \quad \gamma_k \neq 0, \quad |\gamma_k| \ll 1.$$
 (120)

Иначе говоря, в случае однородного компенсатора соответствующие разным подходам углы  $\chi_1$  и  $\gamma_{1k}$ , при которых наблюдается минимум интенсивности светового пучка, удовлетворяют условию (119).

Рассмотрим теперь второй тип ориентации блока поляризационных призм, при котором

$$\gamma_p = \pi/2 + \chi, \quad \gamma_a = \chi, \quad \gamma_k = 0, \quad (121)$$

где опять-таки  $\chi \neq 0$ ,  $|\chi| \ll 1$ .

Как и в предыдущем случае, находим интенсивность  $I_2(\chi)$  световой волны на выходе анализатора, а затем записываем условие

$$\frac{\partial I_2}{\partial \chi} = 0 , \qquad (122)$$

определяющее угол  $\chi = \chi_2$ , которому отвечает минимум интенсивности  $I_2$ . И в этом случае уравнение (122), записанное для угла  $\chi = \chi_2$ , путем замены

$$\chi_2 = -\gamma_{2k} \tag{123}$$

переходит в аналогичное уравнение (9), полученное для случая однородного подвижного компенсатора и фиксированных поляризационных призм [1]:

$$\gamma_p = \pi/2, \quad \gamma_a = 0, \quad \gamma_k \neq 0, \quad |\gamma_k| \ll 1.$$
 (124)

В уравнениях (118) и (122) неоднородность компенсатора в явной форме не прослеживается, что связано, очевидно, с фиксированным положением компенсатора  $K = K_0$ ,  $\gamma_k = 0$ . Следствием этого как раз и является тот уже отмеченный факт, что уравнения (118) и (122), справедливые для общего случая неоднородного компенсатора, совпадают с уравнениями (8) и (9), полученными в работе [1] для ситуации с однородным подвижным компенсатором, если в последних углы  $\gamma_{1k}$  и  $\gamma_{2k}$  определить соотношениями (см. (119) и (123))

$$\gamma_{1k} = -\chi_1, \quad \gamma_{2k} = -\chi_2.$$
 (125)

При этом имеется в виду, что в уравнениях (8) и (9) параметры  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  имеют те же значения, что и в уравнениях (118) и (122), причем эти значения определяют оптические свойства пластины фиксированного в положении  $K = K_0$  компенсатора в точке, через которую проходит световой луч.

Необходимо сделать замечание, касающееся юстировочного параметра  $K_0$  и условий (125). Параметр К<sub>0</sub> определяется по одному из положений минимума компенсатора ( $K_0 = K_1$  или  $K_0 = K_2$ ) или же вблизи этих положений [1]. Значения углов  $\gamma_{1k}$  и  $\gamma_{2k}$ , как и углов  $\chi_1$  и  $\chi_2$ , зависят от выбора этого параметра, но при любом выборе экспериментально измеряемые углы  $\gamma_{1k}$ ,  $\gamma_{2k}$ и  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  удовлетворяют условиям (125) только в случае однородного компенсатора. Неоднородность компенсатора нарушает эти условия. Это означает, что замена (125) в общем случае неоднородного компенсатора носит чисто формальный характер. Возможность такой замены указывает лишь на характер уравнений (118) и (122), на их математическую связь с уравнениями (8) и (9), относящимися к случаю однородного компенсатора.

Что касается первого и второго юстировочных вариантов, которым отвечают комплексные линейные относительно параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ уравнения, то они всегда реализуются при фиксированном ( $K = K_0$ ) положении компенсатора. В этих линейных уравнениях, как и в уравнениях (118) и (122), очевидно, фигурируют параметры  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , отвечающие данному положению компенсатора.

После сделанных пояснений рассмотрим процесс оптической калибровки неоднородного компенсатора. С главной плоскостью  $\Pi_c$  свяжем систему координат (p,s). Для удобства введем вспомогательную плоскость  $\Pi_c^+$ , проходящую через ось вращения компенсатора и жестко связанную с ним и с системой (p',s') (см. рисунок). При  $K = K_0$  ( $\gamma_k = 0$ ) эта плоскость параллельна главной плоскости, а связанная с ней система (p',s') совпадает с системой (p,s). Можно сказать, что в этом случае юстировочные параметры  $P_0$ ,  $A_0$  и  $K_0$  определены также и относительно плоскости  $\Pi_c^+$ . В процессе калибровки плоскость  $\Pi_c^+$  поворачивается вместе с компенсатором.

Прежде всего рассмотрим ситуацию, когда компенсатор находится в положении  $K = K_0$ , а световой луч пересекает его поверхность в точке  $B_0$ , характеризующейся параметрами  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Используя первый и второй юстировочные варианты, находим экспериментальные значения угловых параметров, определяющих коэффициенты в соотношениях (2), связывающих величины  $\rho_1$  и  $\rho_2$  с параметром  $\rho$ . Дальнейшая процедура по



Схематическое изображение процесса оптической калибровки неоднородного компенсатора

определению параметра  $\rho$  описана в первом разделе настоящей работы, и связана она с преобразованием уравнений (8) и (9), полученных на основе первоначального подхода к определению минимума интенсивности светового пучка на выходе анализатора. Однако для неоднородного компенсатора необходимо использовать описанный в данном разделе другой подход. Согласно этому подходу, в уравнениях (8) и (9), а также в уравнениях системы (17), к которым сводятся (8) и (9), от углов  $\gamma_{1k}$  и  $\gamma_{2k}$  необходимо перейти, согласно (125), к экспериментально определяемым углам  $\chi_1$  и  $\chi_2$ . Очевидно, такой же переход надо сделать во всех, в том числе и конечных, формулах первого раздела, непосредственно определяющих (через величины  $x_1$  и  $x_2$ ) основной фазовый параметр  $\rho$ . Определив в конечном итоге параметр  $\rho$ , на основе соотношений (2) находим также и параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$ .

Обратимся теперь к другим положениям компенсатора. Повернем компенсатор на некоторый угол  $\gamma_k$ , при этом связанная с ним плоскость (вместе с системой координат (p',s')) повернется на тот же угол, заняв положение  $\Pi'_c$ , а световой луч пересечет компенсатор уже в точке  $B_1$ , характеризующейся параметрами  $\rho'$ ,  $\rho'_1$  и  $\rho'_2$ . С плоскостью  $\Pi'_c$  свяжем новые юстировочные параметры  $P'_0$ ,  $A'_0$  и  $K'_0$ , удаленные от основных параметров на тот же угол  $\gamma_k$  (см. рисунок):

$$P_0' = P_0 + \gamma_k, \quad A_0' = A_0 + \gamma_k, \quad K_0' = K_0 + \gamma_k.$$
(126)

Положения оптических элементов относительно плоскости  $\Pi'_c$  (относительно юстировочных параметров  $P'_0$ ,  $A'_0$  и  $K'_0$ ) будем определять углами  $\gamma'_p$ ,  $\gamma'_a$  и  $\gamma'_k$ . В результате возникает точно такая же ситуация, как и в предыдущем случае. Используя (относительно плоскости  $\Pi'_c$ ) аналогичные юстировочные процедуры и соответствующие им уравнения, находим параметры  $\rho'$ ,  $\rho'_1$  и  $\rho'_2$ , определяющие матрицу Джонса компенсатора в системе (p',s'):

$$M'_{k} \sim \begin{pmatrix} 1, & \rho'_{1} \\ -\rho'_{1} + \rho'_{2}, & \rho' \end{pmatrix}.$$
 (127)

Однако интерес представляет матрица Джонса в системе (p, s). Для этого применяется стандартная процедура [5], использующая матрицу вращения на угол  $\gamma_k$ . В итоге приходим к матрице известного вида (см., например, [1]), элементы которой содержат угол  $\gamma_k$  и зависящие от положения точки  $B_1$  параметры  $\rho'$ ,  $\rho'_1$  и  $\rho'_2$ . Символ "штрих" у этих параметров можно опустить, предполагая их зависимость от угла  $\gamma_k$ .

Описанным способом, задавая необходимый шаг для переменного угла  $\gamma_k$  и используя только лишь юстировочные процедуры, можно провести полную оптическую калибровку неоднородного неидеального ( $\rho_1 \neq 0$ ,  $\rho_2 \neq 0$ ) компенсатора. В то же время для решения этой задачи целесообразно использовать и комбинированный подход к определению параметров компенсатора. Суть этого подхода подробно изложена в предыдущем разделе. Кратко изложим его основные моменты применительно к процессу оптической калибровки.

Пусть компенсатор находится в положении, определяемом относительно главной плоскости углом  $\gamma_k$ . При этом световой луч пересекает его поверхность в точке  $B_1$ , параметры которой ( $\rho'$ ,  $\rho'_1$  и  $\rho'_2$ ) необходимо определить. Сначала рассмотрим оптическую систему *PKA*. Как и в предыдущем случае, реализуя первый и второй юстировочные варианты относительно плоскости  $\Pi'_c$ , т. е. относительно системы (p',s') и параметров юстировки  $P'_0$ ,  $A'_0$  и  $K'_0$  (см. рисунок и формулы (126)), определяем коэффициенты в соотношениях (см. (2))

$$\rho'_1 = g'_{11}\rho' + q'_{11}, \quad \rho'_2 = g'_{22}\rho' + q'_{22}.$$
 (128)

Затем переходим к оптической системе PKSA, используя измерительную конфигурацию прибора, отвечающую выбранному положению компенсатора. Этому положению соответствует или первая, или вторая (в зависимости от типа ориентации эффективной "быстрой" оси компенсатора) пара измерительных зон. Это означает, что для калибровки неоднородного компенсатора можно использовать только инварианты, относящиеся к первой группе mn = jk = 12, 34, причем для кажлого конкретного положения компенсатора инлексы *jk* принимают значения, определяющие тольодну соответствующую пару зон ко mn == jk = 12 или 34. В предыдущем разделе инварианты преобразованы с использованием соотношений (2), или, что то же самое, соотношений (128), т. е. в качестве неизвестного они содержат только параметр  $\rho(\rho')$ . Измеряя на эталонных образцах положения гашения поляризационных призм для соответствующей пары измерительных зон и используя формулы (116), вытекающие из инвариантных соотношений и записанные для случая

$$mn = jk = 12$$
 или 34, (129)

легко определяем параметр  $\rho'$ . После этого с помощью соотношений (128) находим и параметры  $\rho'_1$  и  $\rho'_2$ .

Применяя комбинированный подход к набору углов  $\gamma_k$ , можно провести оптическую калибровку неоднородного неидеального компенсатора для всех необходимых для проведения эксперимента измерительных конфигураций.

Особое внимание обратим на следующее обстоятельство. Угловые параметры, характеризующие используемые юстировочные процедуры, в силу малости величин  $\rho_1$  и  $\rho_2$  имеют малые значения, и эти значения должны заметно превосходить приборные ошибки измерения. В противном случае параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$  полагаются равными нулю, и тот подход к оптической калибровке неоднородного компенсатора, который основан на использовании только юстировочных процедур, уже не может быть применен. Что касается комбинированного подхода, то из него в этом случае  $(\rho_1 \approx 0, \rho_2 \approx 0)$  исключается первый этап, основанный на использовании первого и второго юстировочных вариантов, а оставшийся фазовый параметр  $\rho$  определяется с помощью инвариантов, упрощающихся для данного случая (  $\rho_{\rm l}=\rho_{\rm 2}=0$  ).

Первые экспериментальные результаты, полученные на кварцевом компенсаторе прибора ЛЭФ-3М-1, указывают на заметную неоднородность данного компенсатора. Анализ этих результатов будет дан в следующей работе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Семененко А.И., Семененко И.А. // Научное приборостроение. 2009. Т. 19, № 2. С. 34–46.
- 2. Семененко А.И., Семененко И.А. // Научное приборостроение. 2008. Т. 18, № 3. С. 38–49.
- 3. Семененко А.И., Семененко И.А. // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 2. С. 20–34.
- 4. Семененко А.И., Семененко И.А. // Научное приборостроение. 2005. Т. 15, № 4. С. 74–82.
- 5. Ржанов А.В., Свиташев К.К., Семененко А.И. и др. Основы эллипсометрии. Новосибирск: Наука, 1979. 422 с.

Институт прикладной физики НАН Украины, г. Сумы (Семененко А.И.)

Институт аналитического приборостроения РАН, Санкт-Петербург (Семененко И.А.)

Материал поступил в редакцию 16.09.2009.

# ON THE NEW POTENTIALS OF ELLIPSOMETRY ARISING FROM THE NULL OPTICAL CIRCUIT. ELLIPSOMETRY OF REAL SURFACE STRUCTURES. 16. METROLOGY OF THE NULL ELLIPSOMETRY. METHODS FOR DETERMINATION OF COMPLETE SET OF PHASE COMPENSATOR COMPLEX PARAMETERS

A. I. Semenenko<sup>1</sup>, I. A. Semenenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Applied Physics NAS, Ukraine, Sumy <sup>2</sup>Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg

The work describes methods for determination of the phase compensator three complex parameters  $\rho$ ,  $\rho_1$  and  $\rho_2$ . One of these is based only on positioning procedures and suggests rather expressed imperfection of the compensator, which is due to the appreciable difference of the small parameters  $\rho_1$  and  $\rho_2$  from null. Another method is a combined approach when both positioning procedures and invariants of ellipsometry of isotropic media are used. The process of optical calibration of the non-uniform compensator using both methods is described in details.

Keywords: ellipsometry, phase compensator, matrix Jones, optical calibration, optical alignment, ellipsometry invariants