ISSN 0868–5886 *НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2009, том 19, № 3, с. 28–34*

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

УДК 681.883; 681.513

© В. Н. Данилов, М. М. Нестеров, В. И. Тарханов, И. В. Кувалдин, Т. Атнагулов, А. Эбанга

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ СВЕРХПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО ПРИЕМА СИГНАЛОВ

Рассматриваются ограничения на фундаментальные решения задач теории оптимального приема сигналов, связанные с использованием исключительно метрики функционального гильбертова пространства. Для их преодоления предлагается диверсифицировать критерии оценки уклонения входного процесса от передаваемого сообщения за счет использования метрик, определенных в различных функциональных пространствах, отдавая предпочтение тем, в которых обеспечивается наибольшее приращение нормы, обусловленное наличием сигнала. Показано, что с точки зрения технической реализации выбор метрики и соответственно функционального пространства определяет способ детектирования, а структуру приемника, т. е. способ обработки сигналов определяет вид функционала в выбранном функциональном пространстве. Экстремальное значение функционала является критерием оптимальности приемника для данного функционального пространства. На основании повторяемости колебаний одного и того же вида или формы предлагается решать главную задачу формирования функционального пространства — выявление постоянного интервала, удовлетворяющего требованиям актуальной бесконечности и позволяющего осуществлять измерения любых статистических моментов, в том числе нечетных, среди которых наиболее информационными и экономичными, по Колмогорову, являются моменты первого порядка. Именно их предлагается использовать для сверхпомехоустойчивого приема сигналов.

Кл. сл.: оптимальный прием сигналов, диверсификация функциональных пространств, гильбертово пространство, метрика, различение сигналов, идеальный приемник, статистические моменты, приемник Котельникова, актуальная бесконечность

ВВЕДЕНИЕ

Современная теория оптимальной фильтрации, несмотря на свою непротиворечивость и внутреннюю завершенность, не может считаться *полной*, согласно теореме Гёделя [1, 2]. Она не может считаться полной хотя бы потому, что все ее основные положения получены для одной метрики, а именно — для метрики пространства Гильберта, что сразу накладывает ряд ограничений на фундаментальные решения задач теории оптимального приема сигналов, к которым следует отнести [2]:

- обнаружение сигналов;
- различение сигналов;
- измерение параметров сигнала;
- измерение координат источника сигнала.

Решение всех перечисленных задач в современной теории измерений основано на измерении квадратичного уклонения процесса на входе приемника $U(t)$ от помехи $n(t)$ на интервале времени T, равном длительности сигнала $s(t)$:

$$\varepsilon^2 = \int_{t-T}^{t} [U(t) - n(t)]^2 \mathrm{d}t , \qquad (1)$$

что соответствует норме пространства Гильберта [3]

$$\| f \| = \sqrt{\int_a^b f^2(t) \mathrm{d}t} . \qquad (2)$$

Очевидно, что при наличии множества критериев верности, на основе которых можно оценивать уклонение входного процесса $U(t)$ от передаваемого сообщения $s(t)$, этот критерий должен, вообще говоря, выводиться из требований, предъявляемых к передаче сообщения. С точки зрения геометрических представлений уклонение ε в этом случае есть не что иное, как расстояние $d(s,U)$, а выбор критерия соответствует выбору пространства сообщений. Нет решительно никаких общих оснований для предпочтения одного критерия другому. Критерий квадратичного уклонения (метрика гильбертова пространства) применяется особенно часто только потому, что при использовании этого критерия получаются, как правило, сравнительно простые выкладки [3].

КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТРАДИЦИОННОГО ПОДХОДА В ТЕОРИИ ПРИЕМА СИГНАЛОВ

Метрика Гильберта относится к группе радикально-интегральных метрик с нормой вида

$$\| f \| = \left(\int_a^b | x(t) |^p \, \mathrm{d}t\right)^{1/p}, \quad (3)$$

где $p = 1, 2, \ldots, N$. При этом метрика Гильберта вводится при нижеследующих допущениях или приближениях.

1) Считается, что сигнал $s(t)$ известен, т. е. детерминирован, что не соответствует реальному процессу генерации сигнала, который осуществляется при наличии теплового, дробового, фликкерного и других видов шумов.

2) Предполагаются аддитивность помехи $n(t)$, ее эргодичность и стационарность, что также является весьма условным приближением в силу наличия нелинейностей инерционной и ступенчатой на стадии генерации сигнала и пространственно-объемной нелинейности среды [4]. При этом предполагается, что входной сигнал $U(t) = s(t) + n(t)$.

В связи с этим приближением рассмотрим сумму стационарного центрированного гауссовского процесса и гармонического сигнала [5]

$$U(t) = \overset{\circ}{N}(t) + U \cos \omega_0 t, \quad (4)$$

где $\overset{\circ}{N}(t)$ — центрированный гауссовский процесс; U и ω_0 — некоторые постоянные.

Этот случай нередко встречается на практике, когда $U \cos \omega_0 t$ представляет регулярный сигнал, а $\overset{\circ}{N}(t)$ — флуктуационный шум. Заметим, что $U(t)$ — нестационарный процесс, т. к. его математическое ожидание $U \cos \omega_0 t$ зависит от времени. Следует при этом отметить, что интеграл [1]

$$\int_0^\infty \cos x \, \mathrm{d}x \text{ — расходится,}$$

а предел

$$\lim_{N \to \infty} \int_0^N \cos x \, \mathrm{d}x \text{ — не существует,} \quad (5)$$

что ставит под сомнение возможность получения при интегральном приеме состоятельных оценок $U(t)$ даже в простейшем случае.

3) Накладывается фундаментальное ограничение на операцию обработки входного сигнала, которое состоит в том, что операция эта линейна, т. е. выражается линейным функционалом, общим видом которого является скалярное произведение [3]:

$$U(t)\Phi(t) = \mathbf{U}\boldsymbol{\varphi} = \int_{t-T}^{t} U(t)\varphi(t)\mathrm{d}t, \quad (6)$$

где $\Phi(t)$ — некоторая весовая функция. При этом декларируют аддитивность смеси "сигнал + помеха" в предположении, что $U(t) = s(t) + n(t)$.

В том случае, если указанная обработка может быть представлена линейной операцией, можно говорить об отношении сигнал/помеха. При этом канал с аддитивной помехой характеризуют отношением средних мощностей сигнала и помехи

$$q = P_s / P_n, \quad (7)$$

где P_s и P_n — средние мощности сигнала и помехи на входе приемной системы. В более общем случае под отношением сигнал/помеха на входе приемной системы следует понимать отношение нормы сигнала к норме помехи, т. е. [3]

$$q = \frac{\| s \|}{\| n \|}. \quad (8)$$

При этих условиях можно говорить об отношении сигнал/помеха после обработки сигнала на выходе приемного устройства или на входе решающего (порогового) устройства [3]. В этом случае под отношением сигнал/помеха на выходе приемного устройства следует понимать отношение приращения нормы входного процесса $U(t)$ к норме помехи на входе решающего устройства при заданном критерии правильного обнаружения сигнала, например критерии Неймана—Пирсона. Тогда

$$Q = \frac{\Delta\left(\| U(t) \|\right)}{\| n(t) \|}, \quad (9)$$

где $\Delta\left(\| U(t) \|\right) = \| U(t) \| - \| n(t) \|$.

В гильбертовом пространстве под отношением сигнал/помеха на выходе приемного устройства обычно понимают отношение приращения постоянной составляющей, обусловленной наличием сигнала, к среднему квадратичному отклонению флуктуационного шума на выходе приемника, т. е.

$$Q = \frac{\Delta U_{sn}}{\sigma_\Phi}, \quad (10)$$

где σ_Φ — среднее квадратичное отклонение флуктуаций при заданной вероятности ложной тревоги $P_{лт}$ и вероятности правильного обнаружения $P_{пр}$. При этих условиях задача оптимальной обработки сигнала сводится к отысканию того алгоритма обработки, который дает наибольшее отношение сигнал/помеха на входе решающего устройства.

Как показано А.А. Харкевичем [3], вероятность правильного обнаружения сигнала возрастает с увеличением отношения сигнал/помеха. Никаких ограничений на характер распределения помехи при выводе этого заключения не накладывается. Причем приемник, минимизирующий вероятность ошибки, называется, по В.А. Котельникову, *идеальным*. Однако при этом не учитывается влияние выбора вида сигнала и способа приема. Минимизация вероятности ошибки достигается за счет минимизации дисперсии флуктуаций на выходе приемника, т. е. на выходе порогового (решающего) устройства за счет суммирования только некоррелированных отсчетов.

Если проблему обнаружения сигналов рассмотреть как частный случай общей проблемы высокоточных измерений или измерения бесконечно малых приращений, необходимо учитывать, что пространству Гильберта присущи следующие свойства.

- *Парадоксальность*. Известны парадоксы Робинсона и Флеминга [4]. Кроме того, введение дополнительной вероятностной координаты приводит к парадоксу Лебега—Римана, когда вполне детерминированный в координатах Римана процесс, например $\sin \omega t$, может рассматриваться как случайный процесс в координатах Лебега.
- *Сюръективность*, т. е. отсутствие взаимно однозначного (инъективного) отображения пространства прообразов в пространство образов [1]. Например, в пространстве Лебега один и тот же спектр Фурье может иметь совершенно различные функции.
- *Неполнота (декларативность) базиса*. Каким бы ни был декларируемый базис, он не может охватить все разнообразие реальных физических процессов. Так, например, всякому ортогональному базису можно поставить в соответствие функциональное множество решений некоторого дифференциального уравнения, описывающего колебательное движение физической системы определенного типа.

Следует отметить еще ряд характерных особенностей пространства Гильберта. К ним относятся:

- подавление слабых сигналов [7];
- нарушение размерности;
- ограничение множества измеряемых статистических моментов множеством только четных статистических моментов, в частности моментов второго порядка [7].

Все перечисленное выше не позволяет считать выбор пространства Гильберта для решения задач наилучшего приема оптимальным, и соответственно приемник Котельникова *не может считаться идеальным*.

ИНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ

В общем и целом теория потенциальной помехоустойчивости не может считаться завершенной, поскольку не учитывает результатов развития математической физики начиная с 30-х годов прошлого века, в частности работы Банаха по разработке теории линейных (банаховых) пространств; работы Колмогорова по исследованию стационарных случайных процессов в гильбертовом пространстве и возможности экстраполяции случайных процессов, а также работы Дж. Дуба по исследованию вероятностных процессов, в том числе возможности однозначного разделения регулярного стационарного процесса на сингулярную и регулярную составляющие. Современные достижения вычислительной техники и конструктивный подход позволяют искать решение задач помехоустойчивости на основании новых критериев и в новых функциональных пространствах. При этом среди множества функциональных пространств в соответствии с формулами (9) и (10) наибольшее внимание заслуживают те функциональные пространства, в которых обеспечивается наибольшее приращение нормы, обусловленное наличием сигнала.

Наряду с критерием квадратичного уклонения можно применять и критерий абсолютного уклонения

$$\varepsilon = \int_a^b | s(t) - n(t) | \, \mathrm{d}t, \qquad a < t < b, \tag{11}$$

а также критерий наибольшего уклонения

$$\varepsilon_{\max} = \max | s(t) - n(t) |, \qquad a < t < b. \tag{12}$$

Существенный интерес для решения задач наилучшего приема сигналов представляют:

1) пространство $\mathrm{C}[a,b]$ функций, заданных и непрерывных на конечном интервале $a \le t \le b$ с нормой

$$\| f \| = \max_{a<x<b} f(x); \tag{13}$$

2) пространство $\mathrm{C}_1[a,b]$ функций, заданных и непрерывных на конечном интервале $a \le t \le b$ вместе со своей производной, с нормой

$$\| f \| = \max | f(x) | + \max | f'(x) |; \tag{14}$$

в качестве нормы в C_1 можно взять не сумму, а наибольшее из слагаемых, стоящих в правой части, это различие оказывается несущественным;

3) пространство $\mathrm{C}_2[a,b]$ функций с нормой

$$\| f \| = \max | f(x) | + \max | f'(x) | + \max | f''(x) |; \tag{15}$$

аналогично вводится пространство $\mathrm{C}_n[a,b]$ при $n = 2,3,4,\ldots,n$ с нормой

$$\| f \| = \sum_{h=1}^{n} \max_{a<x<b} | f^h(x) |. \qquad (16)$$

Отметим, что пространство Гильберта $\mathrm{L}_2[a,b]$ есть пространство функций, заданных на отрезке $[a,b]$ и не обязательно непрерывных, при которых норма

$$\| f \| = \left(\int_a^b [f(x)]^2 \mathrm{d}x \right)^{1/2} \qquad (17)$$

принимает конечное значение. При конечных a и b это означает, что функция $f(x)$ должна быть либо конечной, либо по крайней мере квадратично суммируемой, что означает абсолютную интегрируемость при условии $\| f(x) \| < \infty$.

О ВЫБОРЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА

Отчетливое представление о функциональных пространствах необходимо при рассмотрении экстремумов функционалов. Задача поиска экстремального (оптимального) функционала в современной теории помехоустойчивости до сих пор не решена, т. к. декларировался функционал скалярного произведения, обусловленный нормой Гильберта.

В наших исследованиях мы руководствуемся известным положением Дж. Бернала: "Схемная радиотехника — это экспериментальная математика" и концепцией Пуанкаре, который в своих глубоких изысканиях в области философии науки подчеркивал то обстоятельство, что с точки зрения математики ошибки не имеют градаций и что любое неверное равенство надо рассматривать как тягчайшим образом неверное, сколь бы мала ни была ошибка, ибо из него можно вывести любое другое *неверное равенство* [10]. Очевидно, что в теоретических исследованиях наиболее тяжелые последствия имеют ошибки в выборе функционального пространства. На современном уровне развития вычислительной техники, по-видимому, ставить во главу угла тезис о простоте не совсем и не всегда корректно, особенно когда речь идет о точности измерений и создании некоторых базисов.

С точки зрения технической реализации выбор метрики и соответственно функционального пространства, по существу, определяет способ детектирования, а структуру приемника, т. е. способ обработки сигналов определяет вид функционала в выбранном функциональном пространстве, экстремальное значение которого, по существу, является оптимальным приемником для данного функционального пространства. При этом полезно уточнить *область определения функционала*, т. е. совокупность функций, для которых он рассматривается. Обычно эта совокупность представляет собой некоторое линейное пространство или его часть, состоящую из функций, над которыми линейные действия выполняются по простейшим правилам. Функциональные пространства обычно являются нормированными, т. е. в них имеется понятие нормы, характеризующей уклонение в числовой форме функции от нуля или любой другой функции. Чаще всего функциональные пространства бесконечномерны, однако в практической деятельности понятие *потенциальной бесконечности* рационально заменяется понятием *актуальной бесконечности*.

Очевидно, что понятие уклонения функции может быть введено по-разному. В соответствии с этим рассматривают различные функциональные пространства, состоящие из функций, заданных на каком-либо интервале $a \le x \le b$. Следует особо подчеркнуть, что все функции должны быть заданы на одном и том же интервале, т. к. в противном случае их нельзя было бы складывать друг с другом, т. е. определять их статистические характеристики.

Подчеркнем, что всякая функция из $\mathrm{C}_1[a,b]$ принадлежит $\mathrm{C}[a,b]$, а всякая функция из $\mathrm{C}[a,b]$ принадлежит $\mathrm{L}_2[a,b]$. Тем не менее $\mathrm{C}_1[a,b]$ нельзя считать подпространством $\mathrm{C}[a,b]$, т. к. эти пространства рассматриваются неразрывно от своих норм, а нормы C и C_1 различны. Более того, нормы пространств C_n с точки зрения решения задач обнаружения открывают новую область — обнаружение сигнала *в виртуальной области*, т. е. обнаружение сигнала по бесконечно малым приращениям. Это становится ясным, если обратить внимание на непосредственную связь математической огибающей как касательной к процессу в его экстремальных точках со значениями производной процесса [11].

В теории функционального анализа доказывается, что указанные здесь пространства обладают важным свойством *полноты*. Это значит, что любая последовательность $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$ элементов пространства, для которого $\| f_n - f_m \| \to 0$, имеет в этом пространстве предел. Проще говоря полнота пространства означает, что никакая последовательность его элементов не может в смысле выбранной нормы сходиться к элементу, не принадлежащему данному пространству. При этом сходимость $f_n \to f$ означает, естественно, что $\| f_n - f \| \to 0$ [9].

Например, если норму Гильберта ввести в совокупность всех непрерывных функций на интервале $a \le x \le b$, то, хоть все аксиомы линейного пространства будут выполнены, такое пространство *не будет полным*, т. к. предел в смысле среднеквадратичного отклонения последовательности непрерывных функций может быть *разрывной функцией*. Это означает, что в пространстве $L_2[a,b]$ без дополнительных операций получение эффективных статистических оценок *в принципе невозможно*.

Линейное нормированное полное пространство коротко называется *банаховым пространством* по имени одного из крупнейших польских математиков С. Банаха (1892–1945 гг.), который впервые и притом глубоко исследовал свойства таких пространств.

Задача поиска структуры наилучшего приемника в функциональном пространстве по существу является задачей поиска *экстремумов* функционалов. Действительно, пусть функционал $J(y)$ имеет при $y = \overline{y}(x)$ *локальный* максимум. Это значит, что для всех $y(x)$, нетождественно равных $\overline{y}(x)$ и *достаточно близких* к $\overline{y}(x)$, будет $J(y) < J(\overline{y})$.

Так как существуют различные виды уклонений функций, то ответ на этот вопрос зависит от того, какой вид уклонения, т. е. какое функциональное пространство принять за основу. Так, например, функция $y(x)$ может быть близка к $\overline{y}(x)$, если их рассматривать в $C[a,b]$, но далека в $C_1[a,b]$. Существенно поэтому рассматривать различные типы экстремумов функционалов.

В дальнейшем мы будем рассматривать, как правило, функционалы, которые естественно рассматривать в $C_1[a,b]$ либо в $C_2[a,b]$. Тогда если $J(y) < J(\overline{y})$ для всех y, близких к $\overline{y}$ в смысле C, то говорят, что на функции $y(x)$ достигается *сильный максимум* функционала $J(y)$. Если же $J(y) < J(\overline{y})$ для почти всех y, близких к $\overline{y}$ в смысле C, говорят о *слабом максимуме*. При этом сильный максимум всегда будет и слабым максимумом, но обратное необязательно.

Если $\overline{y}(x)$ — периодическая функция, то к близким функциям $y(x)$ могут быть отнесены множество почти периодических функций, а если функция $\overline{y}(x)$ — гармоническая, то к близким функциям $y(x)$ могут быть отнесены суб- и супергармонические, а также квазигармонические функции и т. д.

В классе случайных процессов особый интерес представляет случай, когда $y(x)$ — детерминированная функция [12]. Тогда особым классом являются квазидетерминированные случайные процессы, реализации которых описываются функциями времени заданного вида S, содержащими один или несколько случайных параметров $a_1, a_2, \ldots$, не зависящих от времени. Таким образом, совокупность реализаций квазидетерминированного процесса может быть выражена следующим образом:

$$U(t) = S(t, a_1, a_2, \ldots)\,. \tag{18}$$

Так, например, в случае синусоидального случайного процесса можно записать

$$U(t) = U_m \sin(\omega_1 T_1, \omega_2 T_2, \ldots, \omega_n T_n)\,, \tag{19}$$

или

$$U(t) = \{U_{mi} \sin(\omega_i T_i)\}\,, \tag{20}$$

где $i = \overline{1,N}$, а $\omega_i T_i$ — фазовая протяженность интервала $[a,b]$, ограниченная точками устойчивого равновесия колебательной системы, т. е. точками минимума потенциальной энергии. U_m — измеряемый параметр, не обязательно энергетический (может быть и силовой). При этом может измеряться не только его эффективное значение, но и амплитудное, а также широта выборки как разность между верхней и нижней гранью изменения параметра [13].

Полагая $\omega_i T_i = 2\pi$ на основании главного свойства всех колебательных процессов, т. е. повторяемости колебаний одного и того же вида или формы, мы решаем главную задачу формирования функционального пространства, т. е. задаем постоянный интервал $[a,b]$, удовлетворяющий требованиям актуальной бесконечности и позволяющий осуществлять измерения любых статистических моментов, в том числе нечетных, среди которых наиболее информационными и экономичными, по Колмогорову, являются моменты первого порядка. Анализ приемников на основании конструктивного подхода при измерении моментов первого порядка, математической огибающей и огибающих более высокого уровня в многочисленных натурных, лабораторных и машинных экспериментах показал хорошее соответствие экспериментальных результатов и теоретических исследований [14–17]. В натурных и лабораторных условиях по критерию Неймана—Пирсона получено улучшение помехоустойчивости приемных систем на 6–12 дБ при вероятности правильного обнаружения $P_{пр} = 0.9$ и вероятности ложной тревоги $P_{лт} = 10^{-4} - 10^{-5}$. При этом нами в настоящее время не выявлено условий, ограничивающих точность измерений и повышение помехоустойчивости помимо естественных ограничений вычислительной техники.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математический энциклопедический словарь / Под ред. Прохорова. М.: Советская энциклопедия, 1988.
2. *Успенский В.А.* Теорема Гёделя о неполноте. М.: Наука, 1982. 110 с.
3. *Харкевич А.А.* Борьба с помехами. М.: Наука, 1965. 280 с. (С. 45–73).
4. *Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е.* Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 288 с. (С. 130–136).
5. *Мантуров О.В. и др.* Толковый словарь математических терминов. М.: Просвещение, 1965. 540 с. (С. 75).
6. *Зюко А.Г. и др.* Теория передачи сигналов. М.: Радио и связь, 1986. 304 с. (С. 55).
7. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. Ч. 1-2. М.: Советское радио, 1967. 768 с. (С. 225).
8. *Новиков А.К.* Корреляционные измерения в корабельной акустике. Л.: Судостроение, 1971. 158 с. (С. 6).
9. *Мышкис А.Д.* Математика для втузов: специальные курсы. М.: Наука, 1971. 632 с. (С. 261–263).
10. *Борель Э.* Вероятность и достоверность. М.: Наука, 1969. 112 с. (С. 54).
11. Математическая энциклопедия. Т. 3 / Под ред. И.М. Виноградова. М.: Советская энциклопедия, 1982. 592 с.
12. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 1. М.: Советское радио, 1969. 752 с. (С. 179).
13. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с. (С. 405).
14. *Данилов В.Н.* Аналитические представления сложных сигналов методом их разложения в ряды Фурье, Тейлора и Котельникова // Известия ВУЗов. Серия Радиоэлектроника. 1973. № 2. С. 3–6.
15. *Гершанский В.С., Данилов В.Н., Ланцев И.А., Нестеров М.М., Тарханов В.И.* О философии научных исследований в физике. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2005. 239 с. (С. 167–207).
16. *Нестеров М.М., Трифанов В.Н., Данилов В.Н.* Нестандартный анализ данных с использованием самоорганизующихся технологий // Научное приборостроение. 2000. Т. 10, № 1. С. 35–43.
17. *Данилов В.Н., Леонов И.Е., Нестеров М.М.* Выявление скрытых параметров в шумоподобных процессах // Международный конгресс "Слабые и сверхслабые поля и измерения в биологии и медицине". Тезисы. СПб., 2006 г.

Санкт-Петербургское отделение Института проблем химической физики им. Н.Н. Семенова РАН, Санкт-Петербург (*Данилов В.Н., Нестеров М.М., Атнагулов Т.*)

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (*Тарханов В.И., Эбанга А.*)

Санкт-Петербургский государственный университет сервиса и экономики, Санкт-Петербург (*Кувалдин И.В.*)

Материал поступил в редакцию 9.06.2009.

ONE APPROACH TO SOLVE PROBLEMS OF SUPER-NOISE-IMMUNE DETECTION OF SIGNALS

V. N. Danilov[1], M. M. Nesterov[1], V. I. Tarkhanov[2], I.V. Kuvaldin[3], T. Atnagulov[1], A. Ebanga[2]

[1]*St. Petersburg Branch of Institute for Problems of Chemical Physics RAS*
[2]*St. Petersburg State Polytechnic University*
[3]*St. Petersburg State University for Service and Economics*

Some restrictions for fundamental solutions of signal optimal detection problems are considered, which arise due to the exclusive usage of functional Hilbert space metrics. To diversify criteria for deviation of an input process from the transmitted signal estimation at the expense of a number of metrics, used in different functional spaces is suggested to overcome them. Preference is given to those, which provide the greatest increase of the norm due to the signal presence. It is shown that from the point of view of technical implementation a choice of metrics and of a corresponding functional space determines the way of detection, whereas the receiver structure, i.e. the way of signal processing, is determined by the kind of a functional used in the selected functional space. An extreme value of this functional is a criterion for optimal detection in a given functional space. Basing on periodicity of the same kind or form of oscillations it is suggested to solve the main problem in a functional space formation — determination of a fixed period, meeting the conditions for the actual infinity and permitting to measure any statistical moments, including the odd ones. The most informational and economical among them, according to A. Kolmogorov, are the moments of the 1-st order. It is suggested to use them for the super-noise-immune detection of signals.

Keywords: optimum signal detection, diversification of functional spaces, Hilbert space, metrics, signal recognition, ideal detector, statistical moments, Kotelnikov detector, actual infinity