

УДК 535.5.511: 531.7

© А. И. Семененко, И. А. Семененко

## О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ МЕТОДА ЭЛЛИПСОМЕТРИИ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ "НУЛЕВОЙ" ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМОЙ. ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР. 15. МЕТРОЛОГИЯ "НУЛЕВОЙ" ЭЛЛИПСОМЕТРИИ. ФАКТОР ОПТИЧЕСКОЙ ЮСТИРОВКИ ФАЗОВОГО КОМПЕНСАТОРА

Рассмотрены вопросы, относящиеся к процедуре оптической юстировки фазового компенсатора эллипсометра. Изучены особенности такой юстировки. Получены уравнения, позволяющие существенно упростить процесс определения всех трех комплексных параметров компенсатора. Предложена процедура оптической калибровки неоднородного компенсатора.

*Кл. сл.:* эллипсометрия, межзонный разброс, поляризационные углы, фазовый компенсатор, матрица Джонса, оптическая калибровка, оптическая юстировка

### ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предложенный в работе [1] новый подход к метрологии "нулевой" эллипсометрии основан на использовании межзонного разброса поляризационных углов  $\Delta$  и  $\Psi$  в качестве объективного метрологического критерия. Фактически это интегральный критерий, определяющий в совокупности как точность измерения поляризационных углов, так и качество отражающей поверхности. Величина полного межзонного разброса обусловлена влиянием различных факторов, которые можно разделить на две группы, одна из которых связана с погрешностями прибора, а другая — с качеством исследуемой поверхности. При разработке метрологической процедуры прежде всего должна проводиться (с использованием эталонных образцов) полная аттестация прибора. При этом особое внимание необходимо уделить точности описания свойств фазового компенсатора. Имеются в виду не только те ошибки в задании параметров компенсатора, которые обусловлены выбором способа их определения, но также и влияние на этот процесс погрешностей в оптической юстировке данного элемента. Параметры компенсатора, как правило, определяются после проведения оптической юстировки прибора с использованием инвариантов эллипсометрии [2]. Но при таком подходе заметное влияние на точность оказывает неоднородность отражающей поверхности используемых образцов, а также область значений, которую попадают измеренные на данных образцах положения гашения оптических элементов (углы  $\Delta$  и  $\Psi$ ). Кроме того, немалую роль играют и сбои в юстировке компенсатора. Это прежде всего возможное несовпадение светового луча с осью вра-

щения компенсатора. В этом случае световой луч пересекает пластину компенсатора в процессе ее вращения в различных точках, а поскольку данная пластина, вообще говоря, не является строго плоскопараллельной, то это приводит к зависимости (в соответствующей матрице) исходных параметров компенсатора  $\rho$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  от точки пересечения со световым лучом. Отмеченное несовпадение светового луча с осью вращения обусловлено сбоями в механической юстировке. Что же касается оптической юстировки компенсатора, то в общем случае она может быть проведена разными способами, которым отвечают различные значения юстировочного параметра  $K_0$  и соответственно различные значения параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ . Однако это уже не связано с ошибками.

Таким образом, юстировочный процесс и задача по определению параметров фазового компенсатора объединяются в одну общую проблему. Рассматривая процесс юстировки, надо одновременно решать и вопрос о методах определения параметров компенсатора. А это не только методы, основанные на использовании исключительно инвариантов эллипсометрии. В работе [3] предложен метод прецизионного определения трех комплексных параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  фазового компенсатора эллипсометра, основанный на совместном использовании юстировочной процедуры прибора и инвариантных соотношений эллипсометрии анизотропных сред. Юстировочная процедура позволяет выразить малые параметры  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  через основной фазовый параметр  $\rho$ . Подстановка найденных выражений для  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  в инварианты эллипсометрии позволяет свести соответствующую

оптимизационную задачу к определению всего лишь одного комплексного параметра  $\rho$  (двух вещественных) вместо трех комплексных (шести вещественных) в старой методике. Такой комбинированный подход к определению параметров компенсатора позволяет при условии использования качественных образцов заметно улучшить результаты. Однако возможности юстировочной процедуры в решении проблемы прецизионного определения параметров компенсатора в работе [3] раскрыты не полностью. В указанной работе отсутствует анализ возможного набора вариантов юстировочной процедуры, рассмотрен только один из них, причем далеко не самый лучший. Принята жесткая привязка к главной плоскости падения (плоскости падения светового луча на образец). В результате в стороне остался вопрос о возможности взаимного контроля процессов полной юстировки (механической и оптической) и процедуры по определению параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Кроме того, в работе [3] поставлена задача об использовании юстировочной процедуры для определения (без перехода к инвариантам эллипсометрии) всех трех комплексных параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  компенсатора. Однако вопрос о возможной реализации такого подхода не решен.

В связи с такими пояснениями основными задачами настоящей работы являются следующие:

- 1) рассмотрение особенностей оптической юстировки фазового компенсатора;
- 2) определение линейной зависимости между параметрами  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  компенсатора для различных вариантов юстировочной процедуры;
- 3) анализ возможности использования юстировочной процедуры для определения (без перехода к инвариантам эллипсометрии) всех трех комплексных параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  компенсатора;
- 4) постановка проблемы, связанной с оптической калибровкой неоднородного компенсатора.

### 1. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ОПТИЧЕСКОЙ ЮСТИРОВКИ ФАЗОВОГО КОМПЕНСАТОРА ЭЛЛИПСОМЕТРА

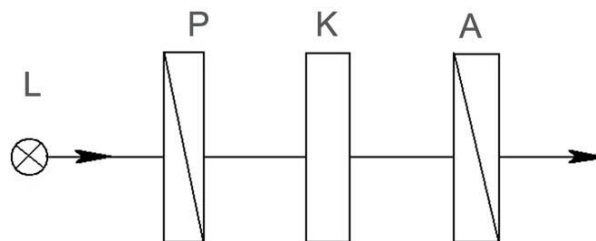
Оптическая юстировка поляризационных призм (поляризатора и анализатора) — это хорошо разработанный процесс [2], поэтому нет смысла останавливаться на этом вопросе. Просто отметим, что юстировочным параметрам  $P_0$  и  $A_0$  соответствует совпадение направлений пропускания поляризатора и анализатора с плоскостью падения светового луча на образец, которую мы будем называть главной плоскостью падения. Матрицы Джонса поляризационных призм определены относительно этой плоскости и имеют вид

$$M_{p(a)} \sim \begin{pmatrix} \cos^2 \gamma_{p(a)} & \sin \gamma_{p(a)} \cos \gamma_{p(a)} \\ \sin \gamma_{p(a)} \cos \gamma_{p(a)} & \sin^2 \gamma_{p(a)} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\gamma_p$  и  $\gamma_a$  — это углы, определяющие отклонение направлений пропускания поляризатора и анализатора (при их вращении) от главной плоскости падения. Напомним, что положительное направление отсчета этих и подобных им углов от плоскости падения выбирается произвольно, но оно должно быть одинаковым для всех оптических элементов.

Ситуация с оптической юстировкой компенсатора намного сложнее. Выбор юстировочного параметра  $K_0$  компенсатора в общем случае не является однозначным. Можно лишь отметить, что при любом выборе  $K_0$  "быстрая" ось компенсатора, не совпадая при выполнении условия  $K = K_0$  с главной плоскостью падения, всегда находится вблизи этой плоскости. Процедура идентификации "быстрой" оси, или, можно сказать, "эффективной быстрой" оси, которая по определению совпадает с плоскостью падения на образец, подробно описана в монографии [2]. В связи с некоторой неопределенностью в отношении  $K_0$  возникает вопрос, можно ли выбрать  $K_0$  таким образом, чтобы это обеспечило какие-то дополнительные преимущества, связанные с определением параметров компенсатора. Но прежде чем перейти к процессу оптической юстировки компенсатора, обратимся к некоторым общим свойствам компенсатора и его матрицы Джонса.

Пусть, все три оптических элемента прибора в соответствии с обычной юстировочной процедурой находятся на одной оси (см. рис. 1). При этом направление пропускания поляризатора лежит в главной плоскости падения светового луча, а анализатора — перпендикулярно ей, т. е. их угловые положения относительно этой плоскости определяются простыми соотношениями



**Рис. 1.** Оптическая система РКА в процессе юстировки.  
L — источник света; P — поляризатор; K — компенсатор; A — анализатор

$$\gamma_p = 0, \quad \gamma_a = 90^\circ. \quad (2)$$

Рассмотрим сначала случай идеального компенсатора. Прежде всего он не обладает оптической активностью. Но тогда основную роль играет пространственная ориентация компенсатора. При нормальном падении светового луча всегда существует локальная плоскость падения на пластину компенсатора, включающая в себя оптическую ось, которая может и не лежать в плоскости пластины, образуя произвольный угол с нормалью к этой пластине. Данную локальную плоскость падения вращением компенсатора совмещаем с главной плоскостью падения, а в этом случае комплексные недиагональные коэффициенты пропускания, определенные относительно главной плоскости, равны нулю

$$T_{ps} = T_{sp} = 0, \quad (3)$$

а значит, при скрещенных поляризационных призмах (см. (2)) происходит полное гашение светового луча на выходе анализатора. Вот по этому полному гашению (по абсолютному минимуму интенсивности на выходе анализатора) и устанавливается на лимбе компенсатора юстировочный параметр  $K_0$ . При  $K = K_0$  матрица Джонса компенсатора диагональна и имеет вид

$$M_k \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix}, \quad \rho = f \exp(-i\delta). \quad (4)$$

Ситуация существенно усложняется, если угол падения на компенсатор отличен от нуля. В этом случае локальная плоскость падения, образованная световым лучом и нормалью к пластине, вообще говоря, не включает в себя оптическую ось. Если в приборе предусмотрен механизм контролируемого управления пространственной ориентацией компенсатора, то это позволяет ввести оптическую ось в локальную плоскость падения, обеспечив переход к диагональной матрице Джонса (4). Соответствующая процедура описана в работе [4]. При отсутствии указанного механизма даже небольшие отклонения угла падения от нуля приведут к появлению отличных от нуля недиагональных элементов матрицы Джонса

$$M_k \sim \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 \\ -\rho_1 + \rho_2 & \rho \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\rho_1 = f_1 \exp(-i\delta_1),$$

$$\rho_2 = f_2 \exp(-i\delta_2).$$

В этом случае параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$  никаким способом юстировки компенсатора не могут быть сведены к нулю. К такому же результату приводит

и оптическая активность пластины компенсатора. Характер влияния оптической активности таков, что параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$  не равны нулю и в том случае, когда локальная плоскость падения включает в себя "быструю" ось и совпадает с главной плоскостью падения. Вопрос о влиянии оптической активности детально рассмотрен в работе [5]. В дальнейшем будем исходить из того, что  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , отвечающие некоторому значению юстировочного параметра  $K_0$ , отличны от нуля.

Оставляя пока в стороне вопрос о выборе  $K_0$ , отметим следующее. При выбранном каком-то способом юстировочном параметре  $K_0$  положение компенсатора относительно главной плоскости падения определяется по показанию  $K$  лимба компенсатора. При  $K = K_0$  "быстрая" ось занимает какое-то положение вблизи плоскости падения, и матрица Джонса определяется формулой (5), в которой все три величины  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  соответствуют данному параметру  $K_0$ . При  $K \neq K_0$  вводится угол  $\gamma_k$ , который в зависимости от выбранного положительного направления отсчета углов (одинакового для всех элементов) определяется разностью  $(K - K_0)$ , взятой с тем или иным знаком. Этому произвольному положению компенсатора отвечает матрица Джонса, которая получается из формулы (5) с помощью матрицы вращения и имеет вид

$$M_k \sim \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где

$$k_{11} = \cos^2 \gamma_k + \rho \sin^2 \gamma_k - \rho_2 \sin \gamma_k \cos \gamma_k,$$

$$k_{12} = (1 - \rho) \sin \gamma_k \cos \gamma_k + \rho_1 - \rho_2 \sin^2 \gamma_k,$$

$$k_{21} = (1 - \rho) \sin \gamma_k \cos \gamma_k - \rho_1 + \rho_2 \cos^2 \gamma_k,$$

$$k_{22} = \sin^2 \gamma_k + \rho \cos^2 \gamma_k + \rho_2 \sin \gamma_k \cos \gamma_k. \quad (7)$$

Если юстировочный параметр  $K_0$  сместить на некоторый угол  $\gamma_{0k}$ , то новому параметру  $K'_0$  отвечает матрица, определяемая формулами (6) и (7), в которых надо положить  $\gamma_k = \gamma_{0k}$ . Эту матрицу необходимо привести к стандартной форме (5), в которой в качестве параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , очевидно, выступают уже несколько измененные величины.

Теперь непосредственно перейдем к юстировочной процедуре. Как и в случае идеального компенсатора, параметр  $K_0$  будем определять по минимуму интенсивности светового луча на выходе оптической системы РКА (см. рис. 1), причем

в ситуации, когда поляризатор и анализатор находятся в скрещенном положении, определяемом условиями (2). Есть два положения компенсатора, определяемые экспериментально, которым отвечает минимум интенсивности. В одном из них "быстрая" ось находится вблизи главной плоскости падения, а в другом — вблизи перпендикулярного к этой плоскости направления (*s*-направления). Интерес представляет первое положение, оно легко выделяется (с помощью процедуры идентификации [2]) из двух экспериментальных положений, и на лимбе компенсатора ему отвечает показание, для которого введем обозначение  $K_1$ . На этом можно было бы и закончить описание процесса юстировки, указав только, что параметр  $K_0$  устанавливается, исходя из условия  $K_0 = K_1$ .

Однако особый интерес в связи с процедурой юстировки компенсатора представляет получение уравнений, которым удовлетворяют величины  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , определяющие оптические свойства компенсатора. Для решения данной проблемы будем исходить из общего выражения для интенсивности на выходе анализатора

$$I_a \sim |A_3|^2. \quad (8)$$

Здесь  $A_3$  — полная комплексная амплитуда световой волны на выходе анализатора. В работе [3] эта амплитуда определена для произвольных положений оптических элементов:

$$A_3 \sim b_1 \cos \gamma_a + b_2 \sin \gamma_a, \quad (9)$$

$$b_1 = k_{11} \cos \gamma_p + k_{12} \sin \gamma_p, \quad (10)$$

$$b_2 = k_{22} \sin \gamma_p + k_{21} \cos \gamma_p.$$

Исходя из формул (8)–(10) запишем интенсивность для ситуации со скрещенными, согласно (2), поляризатором и анализатором:

$$\begin{aligned} I_a \sim |A_3|^2 \sim |k_{21}|^2 \sim \\ \sim a \sin^2 2\gamma_k + b \cos^2 2\gamma_k + \\ + c_2 \sin 2\gamma_k \cos 2\gamma_k - (2c_1 - c_2) \sin 2\gamma_k - \\ - 2(g - b) \cos 2\gamma_k + h, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} a &= (1 - \rho)(1 - \rho^*), \quad b = \rho_2 \rho_2^*, \\ c_1 &= (1 - \rho)\rho_1^* + (1 - \rho^*)\rho_1, \\ c_2 &= (1 - \rho)\rho_2^* + (1 - \rho^*)\rho_2, \\ g &= \rho_1 \rho_2^* + \rho_1^* \rho_2, \quad h = (2\rho_1 - \rho_2)(2\rho_1^* - \rho_2^*). \end{aligned} \quad (12)$$

Положения минимума компенсатора можно найти из условия равенства нулю производной от  $I_a$  по  $\gamma_k$ . Соответствующее уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} (a - b) \sin 4\gamma_k + c_2 \cos 4\gamma_k - \\ - (2c_1 - c_2) \cos 2\gamma_k + 2(g - b) \sin 2\gamma_k = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Угол  $\gamma_k$ , входящий в это уравнение, отсчитывается от какого-то конкретного значения юстировочного параметра  $K_0$ . Экспериментально измеренное положение минимума  $K_1$  определяется относительно  $K_0$  малым углом  $\gamma_{1k}$ , который, очевидно, имеет следующий вид:

$$\gamma_{1k} = \pm(K_1 - K_0), \quad (14)$$

где выбор знака соответствует принятому для всех углов положительному направлению. Угол  $\gamma_{1k}$ , естественно, удовлетворяет уравнению (13). При этом надо иметь в виду, что входящие в выражение (13) параметры  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  соответствуют выбранному значению  $K_0$ . Подставив угол  $\gamma_{1k}$  в (13), придем к уравнению, определяющему величины  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ :

$$\begin{aligned} (a - b) \sin 4\gamma_{1k} + c_2 \cos 4\gamma_{1k} - \\ - (2c_1 - c_2) \cos 2\gamma_{1k} + 2(g - b) \sin 2\gamma_{1k} = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнение (15) пока не связано с конкретным выбором юстировочного параметра  $K_0$ . Ниже мы получим еще одно уравнение такого же типа и лишь после этого перейдем к конкретному выбору параметра  $K_0$ .

Рассмотрим еще одно скрещенное положение поляризатора и анализатора, отличающееся от (2) поворотом обеих призм на  $90^\circ$ . В этом случае для углов  $\gamma_p$  и  $\gamma_a$  выполняются условия

$$\gamma_p = 90^\circ, \quad \gamma_a = 0. \quad (16)$$

Для данной ситуации у компенсатора также есть два положения, определяемые экспериментально, которым отвечает минимум интенсивности светового пучка на выходе анализатора. По-прежнему интерес представляет то положение, в котором "быстрая" ось находится вблизи главной плоскости падения. На лимбе компенсатора ему отвечает показание, для которого введем обозначение  $K_2$ .

Аналогично предыдущему исходя из формул (8)–(10) запишем интенсивность для ситуации со скрещенными, согласно (16), поляризационными призмами:

$$\begin{aligned} I_a \sim |A_3|^2 \sim |k_{12}|^2 \sim a \sin^2 2\gamma_k + b \cos^2 2\gamma_k + \\ + c_2 \sin 2\gamma_k \cos 2\gamma_k + (2c_1 - c_2) \sin 2\gamma_k + \\ + 2(g - b) \cos 2\gamma_k + h, \end{aligned} \quad (17)$$

где коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $g$  и  $h$  определе-

ны формулами (12). Выражения (11) и (17) для интенсивности отличаются только знаками перед величинами  $\sin 2\gamma_k$  и  $\cos 2\gamma_k$ . Что касается уравнения, которому удовлетворяют положения минимума компенсатора, то оно находится из того же условия на соответствующую производную и имеет вид

$$(a-b)\sin 4\gamma_k + c_2 \cos 4\gamma_k + (2c_1 - c_2)\cos 2\gamma_k - 2(g-b)\sin 2\gamma_k = 0. \quad (18)$$

Углы  $\gamma_k$ , входящие в уравнения (13) и (18), отсчитываются от одного и того же конкретного значения юстировочного параметра  $K_0$ . В рассматриваемом случае экспериментально измеренное положение минимума  $K_2$  определяется относительно  $K_0$  малым углом  $\gamma_{2k}$ , причем

$$\gamma_{2k} = \pm(K_2 - K_0), \quad (19)$$

где двойной знак имеет тот же смысл, что и в формуле (14). Угол  $\gamma_{2k}$ , очевидно, удовлетворяет уравнению (18), которое после подстановки этого угла принимает вид

$$(a-b)\sin 4\gamma_{2k} + c_2 \cos 4\gamma_{2k} + (2c_1 - c_2)\cos 2\gamma_{2k} - 2(g-b)\sin 2\gamma_{2k} = 0. \quad (20)$$

Уравнения (15) и (20) включают в себя углы  $\gamma_{1k}$  и  $\gamma_{2k}$ , которые можно найти при заданном  $K_0$  экспериментальным путем (см. (14) и (19)). В то же время данные уравнения содержат зависящие от выбора  $K_0$  параметры компенсатора  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , которые необходимо определить. В следующем разделе мы пополним список подобных уравнений, а пока рассмотрим в качестве примера два способа задания юстировочного параметра  $K_0$ .

**1) Выберем параметр  $K_0$  исходя из условия**

$$K_0 = K_1. \quad (21)$$

В этом случае, как следует из (14) и (19),

$$\gamma_{1k} = 0, \quad \gamma_{2k} = \pm(K_2 - K_1), \quad (22)$$

и, следовательно, уравнение (15) сводится к очень простому виду

$$c_1 - c_2 = 0, \quad (23)$$

а уравнение (20), не изменяя своей формы, включает угол  $\gamma_{2k}$ , определенный соотношением (22). Учитывая, что коэффициент  $a$  не является малым, величина  $\gamma_{2k}$  и коэффициенты  $c_1$  и  $c_2$  имеют первый порядок малости, а коэффициенты  $b$  и  $g$  — второй порядок малости, запишем уравнение (20)

в первом приближении:

$$2a\gamma_{2k} + c_1 = 0. \quad (24)$$

**2) Аналогично рассматривается второй случай**, когда параметр  $K_0$  выбирается исходя из условия

$$K_0 = K_2. \quad (25)$$

Тогда

$$\gamma_{1k} = \pm(K_1 - K_2), \quad \gamma_{2k} = 0, \quad (26)$$

и уравнения (15) и (20) сведутся к виду

$$2a\gamma_{1k} - (c_1 - c_2) = 0, \quad (27)$$

$$c_1 = 0, \quad (28)$$

причем уравнение (15) записано в первом приближении.

Продолжим рассмотрение уравнений, связывающих параметры  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ .

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ КОМПЕНСАТОРА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТОВ ЮСТИРОВОЧНОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Нас будет интересовать ситуация, когда оптические элементы находятся в положениях гашения, т. е. обеспечивают гашение световой волны на выходе оптической системы РКА (рис. 1). В этом случае, очевидно, выполняется условие равенства нулю полной комплексной амплитуды  $A_3$  на выходе анализатора. Учитывая формулы (9) и (10), запишем соответствующее уравнение:

$$b_1 \cos \gamma_a + b_2 \sin \gamma_a = 0. \quad (29)$$

Уравнение (29) — это комплексное уравнение, позволяющее найти положения гашения двух оптических элементов при заданном положении третьего. Понятно, что при любом сочетании данного типа оптических элементов волна на выходе компенсатора в ситуации гашения будет иметь линейную поляризацию [3].

Умножив уравнение (29) на  $b_2^*$  и разделив в нем действительную и мнимую части, придем к двум действительным уравнениям:

$$\text{Im}(b_1 b_2^*) = 0, \quad (30)$$

$$\text{Re}(b_1 b_2^*) \cos \gamma_a + b_2 b_2^* \sin \gamma_a = 0. \quad (31)$$

Если заданным является положение компенсатора, то из уравнений (30) и (31) находятся соответственно положения поляризатора и анализатора. Если же задается положение поляризатора, то

из уравнения (30) находится положение компенсатора, а из (31) — анализатора. При фиксировании положения анализатора каждое из уравнений (30) и (31) включает в себя оба неизвестных параметра, определяющих положения гашения поляризатора и компенсатора. Необходимо отметить, что в данном разделе положения гашения всех оптических элементов определяются относительно главной плоскости падения, совпадающей с плоскостью падения волны (в системе PKSA) на образец.

Интерес представляют не только сами линейные зависимости между параметрами компенсатора. Эти зависимости включают в себя положения гашения оптических элементов. В случае идеального компенсатора данным положениям отвечает совпадение соответствующих осей оптических элементов с плоскостью падения или же с перпендикулярным к плоскости падения направлением. В общем же случае характерные оси оптических элементов, находящихся в положениях гашения, отклоняются от указанных направлений на некоторые углы, величина которых определяется параметрами  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Эти углы в первую очередь и исследуем. И лишь затем перейдем к комплексным линейным зависимостям между параметрами компенсатора  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ .

Рассмотрим различные варианты юстировочной процедуры.

### 2.1. Варианты с фиксированным компенсатором

Зафиксируем компенсатор в положении

$$\gamma_k = 0, \quad (32)$$

причем пока не важно, каким способом определен юстировочный параметр  $K_0$ . В этом случае матрица компенсатора, как следует из (6) и (7), имеет вид

$$M_k \sim \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 \\ -\rho_1 + \rho_2 & \rho \end{pmatrix}, \quad (33)$$

т. е. ее элементы, определяющие уравнения (30) и (31), запишутся:

$$k_{11} = 1, \quad k_{12} = \rho_1, \quad (34)$$

$$k_{21} = -\rho_1 + \rho_2, \quad k_{22} = \rho.$$

Используя соотношения (10), а также (34), преобразуем уравнения (30) и (31):

$$\alpha \operatorname{tg}^2 \gamma_p + p \operatorname{tg} \gamma_p + \beta = 0, \quad (35)$$

$$[\alpha_1 \operatorname{tg}^2 \gamma_p + p_1 \operatorname{tg} \gamma_p + \beta_1] +$$

$$+ [\alpha_2 \operatorname{tg}^2 \gamma_p + p_2 \operatorname{tg} \gamma_p + \beta_2] \operatorname{tg} \gamma_a = 0, \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= ff_1 \sin(\delta - \delta_1), \quad \beta = -f_1 \sin \delta_1 + f_2 \sin \delta_2, \\ p &= f \sin \delta - f_1 f_2 \sin(\delta_1 - \delta_2), \\ \alpha_1 &= ff_1 \cos(\delta - \delta_1), \quad \beta_1 = -f_1 \cos \delta_1 + f_2 \cos \delta_2, \\ p_1 &= f \cos \delta - f_1^2 + f_1 f_2 \cos(\delta_1 - \delta_2), \\ \alpha_2 &= f^2, \quad \beta_2 = f_1^2 + f_2^2 - 2f_1 f_2 \cos(\delta_1 - \delta_2), \\ p_2 &= -ff_1 \cos(\delta - \delta_1) + ff_2 \cos(\delta - \delta_2). \end{aligned} \quad (37)$$

Заметим, что величины  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ , а также  $p_2$  имеют первый порядок по малым параметрам  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , а величина  $\beta_2$  — второй порядок малости по тем же параметрам, причем имеет место соотношение

$$\beta_2 = \beta^2 + \beta_1^2. \quad (38)$$

Уравнение (35) позволяет найти положения гашения поляризатора, обеспечивающие линейную поляризацию волны на выходе компенсатора. В одном из этих положений поляризатор (его направление пропускания) находится вблизи плоскости падения, и ему, следовательно, отвечает малое значение угла  $\gamma_p$ . В другом же положении он находится вблизи перпендикулярного к плоскости падения направления (вблизи  $s$ -направления), и ему отвечает значение угла  $\gamma_p$ , близкое к  $90^\circ$ .

*Рассмотрим сначала вариант (первый)*, когда поляризатор (в положении гашения) находится вблизи плоскости падения. Тогда, очевидно, направление пропускания анализатора (в положении гашения) располагается вблизи  $s$ -направления. Для данного варианта углы  $\gamma_p$  и  $\gamma_a$  удобно представить в виде

$$\gamma_p = \chi_p, \quad |\chi_p| \ll 1, \quad (39)$$

$$\gamma_a = \pi/2 + \chi_a, \quad |\chi_a| \ll 1. \quad (40)$$

Уравнение (35) для рассматриваемого случая дает решение

$$\gamma_p^{(1)} = \chi_p^{(1)}, \quad \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} = \frac{-p}{2\alpha} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha\beta}{p^2}} \right), \quad (41)$$

которое легко преобразуется путем умножения и деления на  $\left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4\alpha\beta}{p^2}} \right)$  к более удобному для дальнейшего виду:

$$\operatorname{tg} \chi_p^{(1)} = \frac{-\beta}{p} \frac{1}{1 - \kappa}, \quad \kappa = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha\beta}{p^2}} \right). \quad (42)$$

Величина  $\kappa$  из (42) имеет второй порядок малости и может быть представлена в виде

$$\kappa = \frac{\alpha\beta}{p^2} \kappa_0, \quad \kappa_0 \approx 1, \quad (43)$$

где коэффициент  $\kappa_0$  отличается от единицы на величину второго порядка малости.

Перейдем ко второму уравнению (36). Преобразуем его, используя выражение

$$\alpha \operatorname{tg}^2 \gamma_p = -(p \operatorname{tg} \gamma_p + \beta), \quad (44)$$

следующее из уравнения (35), а также переходя от углов  $\gamma_p$  и  $\gamma_a$  к углам  $\chi_p$  и  $\chi_a$ , согласно (39) и (40):

$$\begin{aligned} & [(-\alpha_1 p + \alpha p_1) \operatorname{tg} \chi_p + (-\alpha_1 \beta + \alpha \beta_1)] \operatorname{tg} \chi_a = \\ & = [(-\alpha_2 p + 2\alpha p_2) \operatorname{tg} \chi_p + (-\alpha_2 \beta + \alpha \beta_2)]. \end{aligned} \quad (45)$$

Угол  $\chi_p$  в уравнении (45) определяется выражением (41) или (42). Используя (42) и (43), а также (40), получим окончательное выражение для угла  $\gamma_a$ , определяющего в рассматриваемом варианте положение гашения анализатора:

$$\begin{aligned} \gamma_a^{(1)} &= \pi/2 + \chi_a^{(1)}, \\ \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} &= \frac{p(p\beta_2 - 2p_2\beta) + \kappa_0\beta(\alpha_2\beta - \alpha\beta_2)}{p(p\beta_1 - p_1\beta) + \kappa_0\beta(\alpha_1\beta - \alpha\beta_1)}. \end{aligned} \quad (46)$$

Найдем приближенные выражения для положений гашения поляризатора  $\gamma_p^{(1)}$  и анализатора  $\gamma_a^{(1)}$ . Для этого рассмотрим предельный случай, касающийся основного фазового параметра  $\rho$  и близкий к реальной ситуации:

$$f = 1, \quad \delta = 90^\circ. \quad (47)$$

Для него, как следует из (37),

$$\begin{aligned} p &= 1 - f_1 f_2 \sin(\delta_1 - \delta_2), \\ p_1 &= -f_1^2 + f_1 f_2 \cos(\delta_1 - \delta_2), \\ p_2 &= \beta, \quad \alpha_2 = 1. \end{aligned} \quad (48)$$

Используя (38) и (48) и ограничиваясь в выражениях (41) (см. также (42)) и (46) членами наименьшего порядка малости, приходим к следующим приближенным выражениям:

$$\gamma_p^{(1)} = \chi_p^{(1)}, \quad \chi_p^{(1)} \approx -\beta = f_1 \sin \delta_1 - f_2 \sin \delta_2, \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \gamma_a^{(1)} &= \pi/2 + \chi_a^{(1)}, \\ \chi_a^{(1)} &\approx \beta_1 = -f_1 \cos \delta_1 + f_2 \cos \delta_2. \end{aligned} \quad (50)$$

Таким образом, главные значения угловых положений гашения (углов  $\chi_p^{(1)}$  и  $\chi_a^{(1)}$ ) поляризатора и анализатора для первого варианта определяются

величинами первого порядка малости и пропорциональны параметрам  $\rho_1$  и  $\rho_2$ .

Обратимся теперь к уравнению (29), определяющему при заданных положениях гашения поляризатора и анализатора линейную зависимость между комплексными параметрами компенсатора  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Подставив в это уравнение выражения (10) и (34) для величин  $b_1$ ,  $b_2$  и элементов матрицы компенсатора, приведем его к виду

$$\rho_1 (\operatorname{tg} \gamma_p - \operatorname{tg} \gamma_a) + \rho_2 \operatorname{tg} \gamma_a + \rho \operatorname{tg} \gamma_p \operatorname{tg} \gamma_a + 1 = 0. \quad (51)$$

Затем подставим в уравнение (51) положения гашения поляризационных призм для первого варианта. В результате получим

$$\rho_1 (1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(1)}) - \rho_2 - \rho \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} + \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} = 0. \quad (52)$$

Это очень важное уравнение, оно устанавливает линейную зависимость между параметрами  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  для первого варианта, определяемого фиксированным положением компенсатора ( $\gamma_k = 0$ ) и соотношениями (39) и (40). При этом углы  $\chi_p^{(1)}$  и  $\chi_a^{(1)}$ , входящие в это уравнение, определяются экспериментально.

**Рассмотрим теперь второй вариант**, когда компенсатор по-прежнему зафиксирован в положении (32), но поляризационные призмы меняют свою ориентацию относительно главной плоскости падения. Для этого варианта поляризатор находится вблизи  $s$ -направления, а анализатор — вблизи плоскости падения

$$\gamma_p = \pi/2 + \chi_p, \quad |\chi_p| \ll 1, \quad (53)$$

$$\gamma_a = \chi_a, \quad |\chi_a| \ll 1. \quad (54)$$

С учетом (53) из уравнения (35), которое приобретает вид

$$\beta \operatorname{tg}^2 \chi_p - p \operatorname{tg} \chi_p + \alpha = 0, \quad (55)$$

находим положение гашения поляризатора:

$$\begin{aligned} \gamma_p^{(2)} &= \pi/2 + \chi_p^{(2)}, \\ \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} &= \frac{p}{2\beta} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha\beta}{p^2}} \right]. \end{aligned} \quad (56)$$

Выражение (56), как и в предыдущем случае, преобразуем к более удобному виду

$$\operatorname{tg} \chi_p^{(2)} = \frac{\alpha}{p} \frac{1}{1 - \kappa}, \quad (57)$$

где величина  $\kappa$  определяется формулами (42) и (43).

Уравнение (36) с учетом (53) и (54) преобразуем так же, как и для первого варианта. В результате положение гашения анализатора запишется:

$$\gamma_a^{(2)} = \chi_a^{(2)},$$

$$\operatorname{tg} \chi_a^{(2)} = \frac{p(-p\alpha_1 + p_1\alpha) + \kappa_0\alpha(\alpha_1\beta - \alpha\beta_1)}{p(p\alpha_2 - 2p_2\alpha) + \kappa_0\alpha(-\alpha_2\beta + \alpha\beta_2)}. \quad (58)$$

Как и в предыдущем случае, используя (38) и (48), найдем приближенные выражения для положений гашения поляризационных призм:

$$\gamma_p^{(2)} = \pi/2 + \chi_p^{(2)}, \quad \chi_p^{(2)} \approx \alpha = f_1 \cos \delta_1, \quad (59)$$

$$\gamma_a^{(2)} = \chi_a^{(2)}, \quad \chi_a^{(2)} \approx -\alpha_1 = -f_1 \sin \delta_1. \quad (60)$$

Как и следовало ожидать, главные значения угловых положений гашения (углов  $\chi_p^{(2)}$  и  $\chi_a^{(2)}$ ) поляризатора и анализатора для второго варианта также определяются величинами первого порядка малости и пропорциональны параметрам  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Схематическое изображение положений гашения

поляризационных призм для первого и второго вариантов представлено на рис. 2.

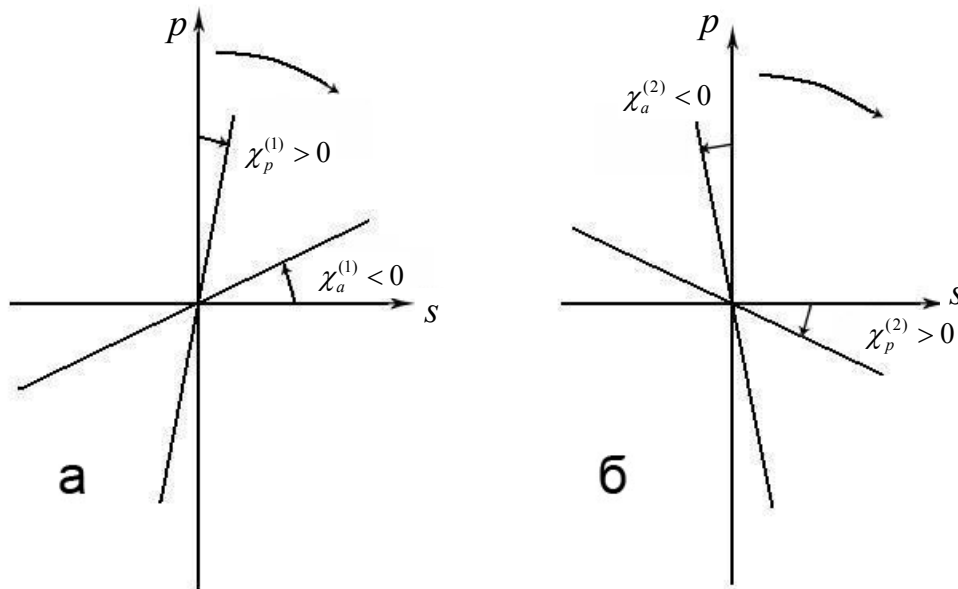
Что касается уравнения, определяющего линейную зависимость между комплексными параметрами компенсатора  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , то для второго варианта оно следует из уравнения (51) при подстановке в него положений гашения поляризационных призм в соответствии с соотношениями (53) и (54):

$$\rho_1(1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)}) - \rho_2 \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} + \rho \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} - \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} = 0. \quad (61)$$

**Рассмотрим третий и четвертый варианты**, отвечающие фиксированному положению компенсатора, отличающемуся от предыдущего положения (32) поворотом на угол  $90^\circ$

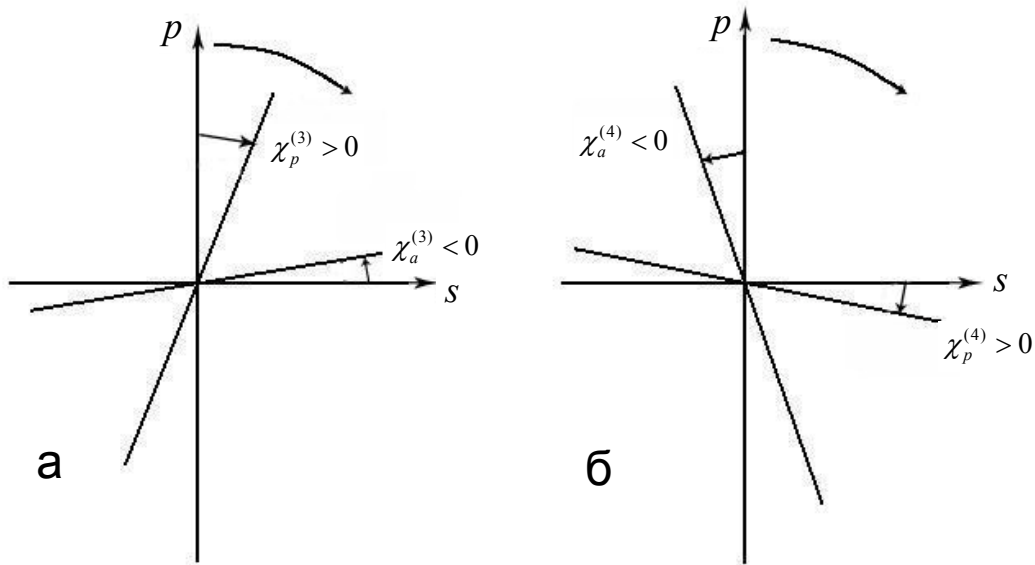
$$\gamma_k = 90^\circ. \quad (62)$$

Запишем положения поляризационных призм для этих вариантов по аналогии с (39), (40) и (53), (54), сразу имея в виду положения гашения.



**Рис. 2.** Схематическое изображение положений гашения поляризационных призм для первого (а) и второго (б) вариантов ( $\gamma_k = 0$ )





**Рис. 3.** Схематическое изображение положений гашения поляризационных призм для третьего (а) и четвертого (б) вариантов ( $\gamma_k = 90^\circ$ )

Для третьего варианта:

$$\gamma_p^{(3)} = \chi_p^{(3)}, \quad (63)$$

$$\gamma_a^{(3)} = \pi/2 + \chi_a^{(3)}, \quad (64)$$

а для четвертого:

$$\gamma_p^{(4)} = \pi/2 + \chi_p^{(4)}, \quad (65)$$

$$\gamma_a^{(4)} = \chi_a^{(4)}. \quad (66)$$

При повороте всех трех оптических элементов, из которых один фиксирован, а два других находятся в положениях гашения, на один и тот же произвольный угол состояние гашения светового луча на выходе системы РКА сохраняется, но при условии полной однородности пластины компенсатора. Исходя из этого, отметим следующее. При повороте на угол  $90^\circ$  всей системы, находящейся в условиях первого или второго вариантов (см. рис. 2), реализуется соответственно четвертый или третий вариант (см. рис. 3). В соответствии с этим можем сразу определить углы  $\chi_{p(a)}^{(3)}$  и  $\chi_{p(a)}^{(4)}$ :

$$\chi_p^{(3)} = \chi_p^{(2)}, \quad \chi_a^{(3)} = \chi_a^{(2)}, \quad (67)$$

$$\chi_p^{(4)} = \chi_p^{(1)}, \quad \chi_a^{(4)} = \chi_a^{(1)}. \quad (68)$$

Схематическое изображение положений гашения поляризационных призм для третьего и четвертого вариантов представлено на рис. 3.

Запишем для третьего и четвертого вариантов уравнения, определяющие линейную зависимость между параметрами  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Исходя из (29) найдем сначала общий вид такого уравнения. Для фиксированного положения (62) компенсатора элементы матрицы Джонса (см. (6) и (7)) запишутся:

$$\begin{aligned} k_{11} &= \rho, & k_{12} &= \rho_1 - \rho_2, \\ k_{21} &= -\rho_1, & k_{22} &= 1. \end{aligned} \quad (69)$$

Используя выражения (10) для величин  $b_1$  и  $b_2$ , а также (69), из уравнения (29) получим

$$\rho_1(\operatorname{tg} \gamma_p - \operatorname{tg} \gamma_a) - \rho_2 \operatorname{tg} \gamma_p + \rho + \operatorname{tg} \gamma_p \operatorname{tg} \gamma_a = 0. \quad (70)$$

Подставив в (70) общие выражения (63), (64), а затем и (65), (66) для положений гашения поляризационных призм, отвечающих третьему и четвертому вариантам, придем к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \rho_1(1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(3)} \operatorname{tg} \chi_a^{(3)}) - \rho_2 \operatorname{tg} \chi_p^{(3)} \operatorname{tg} \chi_a^{(3)} + \\ + \rho \operatorname{tg} \chi_a^{(3)} - \operatorname{tg} \chi_p^{(3)} = 0, \end{aligned} \quad (71)$$

$$\rho_1(1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(4)} \operatorname{tg} \chi_a^{(4)}) - \rho_2 - \rho \operatorname{tg} \chi_p^{(4)} + \operatorname{tg} \chi_a^{(4)} = 0. \quad (72)$$

Принимая во внимание соотношения (67) и (68), можно сказать, что уравнения (71) и (72) для третьего и четвертого вариантов эквивалентны соответственно уравнениям (61) и (52) для второго и первого вариантов.

## 2.2. Варианты с фиксированным поляризатором

**Пятый и шестой варианты:** зафиксируем поляризатор в положении

$$\gamma_p = 0, \quad (73)$$

в котором направление пропускания совмещается с главной плоскостью падения. Данному положению отвечают ситуации, которые обозначим как пятый и шестой варианты. Запишем для них положения гашения компенсатора и анализатора

$$\begin{cases} \gamma_k^{(5)} = \chi_k^{(5)}, & \gamma_k^{(6)} = \pi/2 + \chi_k^{(6)}, \\ \gamma_a^{(5)} = \pi/2 + \chi_a^{(5)}, & \gamma_a^{(6)} = \pi/2 + \chi_a^{(6)}. \end{cases} \quad (74)$$

Пятый и шестой варианты реализуются в результате поворота всех трех оптических элементов, находящихся в условиях первого и третьего вариантов, на углы (см. рис. 2, 3)  $-\chi_p^{(1)}$  и  $-\chi_p^{(3)}$ . В этом случае, как следует из рисунков и соотношений (74), углы  $\chi_{k(a)}^{(5)}$  и  $\chi_{k(a)}^{(6)}$  определяются выражениями

$$\chi_k^{(5)} = -\chi_p^{(1)}, \quad \chi_a^{(5)} = \chi_a^{(1)} - \chi_p^{(1)}, \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \chi_k^{(6)} &= -\chi_p^{(3)} = -\chi_p^{(2)}, \\ \chi_a^{(6)} &= \chi_a^{(3)} - \chi_p^{(3)} = \chi_a^{(2)} - \chi_p^{(2)}. \end{aligned} \quad (76)$$

Используя выражения (10) и (7) для величин  $b_1$ ,  $b_2$  и матричных элементов, преобразуем уравнение (29) применительно к ситуации с фиксированным в положении (73) поляризатором:

$$\begin{aligned} -\rho_1 \operatorname{tg} \gamma_a + \rho_2 (\cos^2 \gamma_k \operatorname{tg} \gamma_a - \sin \gamma_k \cos \gamma_k) - \\ -(1 - \rho) (\sin^2 \gamma_k - \sin \gamma_k \cos \gamma_k \operatorname{tg} \gamma_a) + 1 = 0. \end{aligned} \quad (77)$$

Подставив в (77) углы  $\gamma_k$  и  $\gamma_a$ , определенные соотношениями (74), получим уравнения

$$\begin{aligned} \rho_1 - \rho_2 (\cos^2 \chi_k^{(5)} + \sin \chi_k^{(5)} \cos \chi_k^{(5)} \operatorname{tg} \chi_a^{(5)}) - \\ -(1 - \rho) (\sin^2 \chi_k^{(5)} \operatorname{tg} \chi_a^{(5)} + \\ + \sin \chi_k^{(5)} \cos \chi_k^{(5)} + \operatorname{tg} \chi_a^{(5)}) = 0, \end{aligned} \quad (78)$$

$$\begin{aligned} \rho_1 - \rho_2 (\sin^2 \chi_k^{(6)} - \sin \chi_k^{(6)} \cos \chi_k^{(6)} \operatorname{tg} \chi_a^{(6)}) - \\ -(1 - \rho) (\cos^2 \chi_k^{(6)} \operatorname{tg} \chi_a^{(6)} - \sin \chi_k^{(6)} \cos \chi_k^{(6)} + \\ + \operatorname{tg} \chi_a^{(6)}) = 0, \end{aligned} \quad (79)$$

определяющие линейную зависимость между параметрами  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  для пятого и шестого вариантов.

**Коротко остановимся на седьмом и восьмом вариантах**, связанных с фиксированным положением поляризатора

$$\gamma_p = 90^\circ. \quad (80)$$

Их можно получить поворотом оптических элементов, находящихся в условиях пятого и шестого вариантов, на угол  $90^\circ$ . Отсюда сразу следуют соотношения на положения гашения компенсатора и анализатора:

$$\begin{cases} \gamma_k^{(7)} = \chi_k^{(7)}, & \gamma_k^{(8)} = \pi/2 + \chi_k^{(8)}, \\ \gamma_a^{(7)} = \chi_a^{(7)}, & \gamma_a^{(8)} = \chi_a^{(8)}. \end{cases} \quad (81)$$

Здесь имеется в виду, что седьмой и восьмой варианты получаются соответственно из шестого и пятого вариантов поворотом оптических элементов на угол  $90^\circ$ . В этом случае имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \chi_k^{(7)} = \chi_k^{(6)}, \quad \chi_a^{(7)} = \chi_a^{(6)}, \\ \chi_k^{(8)} = \chi_k^{(5)}, \quad \chi_a^{(8)} = \chi_a^{(5)}. \end{aligned} \quad (82)$$

Уравнения, определяющие линейную зависимость параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  для седьмого и восьмого вариантов, можно найти аналогично тому, как это сделано для предыдущего фиксированного положения поляризатора. С учетом соотношений (82) они оказываются эквивалентными соответственно уравнениям (79) и (78) для шестого и пятого вариантов.

## 2.3. Варианты с фиксированным анализатором

Коротко рассмотрим варианты, отвечающие фиксированным положениям анализатора.

**Девятый и десятый варианты:** пусть

$$\gamma_a = 0. \quad (83)$$

В этом случае очередные девятый и десятый варианты могут быть реализованы при повороте оптических элементов, находящихся в условиях второго и четвертого вариантов, на углы  $-\chi_a^{(2)}$  и  $-\chi_a^{(4)}$  (см. рис. 2, 3):

$$\begin{cases} \gamma_k^{(9)} = \chi_k^{(9)}, & \gamma_k^{(10)} = \pi/2 + \chi_k^{(10)}, \\ \gamma_p^{(9)} = \pi/2 + \chi_p^{(9)}, & \gamma_p^{(10)} = \pi/2 + \chi_p^{(10)}, \end{cases} \quad (84)$$

где, как следует из рисунков,

$$\begin{aligned} \chi_k^{(9)} = -\chi_a^{(2)}, \quad \chi_p^{(9)} = \chi_p^{(2)} - \chi_a^{(2)}, \\ \chi_k^{(10)} = -\chi_a^{(4)} = -\chi_a^{(1)}, \\ \chi_p^{(10)} = \chi_p^{(4)} - \chi_a^{(4)} = \chi_p^{(1)} - \chi_a^{(1)}. \end{aligned} \quad (85)$$

Уравнение (29) для ситуации с фиксированным в положении (83) анализатором легко приводится к виду

$$\rho_1 \operatorname{tg} \gamma_p - \rho_2 (\sin^2 \gamma_k \operatorname{tg} \gamma_p + \sin \gamma_k \cos \gamma_k) - (1 - \rho) (\sin^2 \gamma_k - \sin \gamma_k \cos \gamma_k \operatorname{tg} \gamma_p) + 1 = 0. \quad (86)$$

Подставив в (86) положения гашения, определенные соотношениями (84), получим уравнения

$$\rho_1 - \rho_2 (\sin^2 \chi_k^{(9)} - \sin \chi_k^{(9)} \cos \chi_k^{(9)} \operatorname{tg} \chi_p^{(9)}) + (1 - \rho) (\sin^2 \chi_k^{(9)} \operatorname{tg} \chi_p^{(9)} + \sin \chi_k^{(9)} \cos \chi_k^{(9)}) - \operatorname{tg} \chi_p^{(9)} = 0, \quad (87)$$

$$\rho_1 - \rho_2 (\cos^2 \chi_k^{(10)} + \sin \chi_k^{(10)} \cos \chi_k^{(10)} \operatorname{tg} \chi_p^{(10)}) + (1 - \rho) (\cos^2 \chi_k^{(10)} \operatorname{tg} \chi_p^{(10)} - \sin \chi_k^{(10)} \cos \chi_k^{(10)}) - \operatorname{tg} \chi_p^{(10)} = 0, \quad (88)$$

устанавливающие линейную зависимость параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  для девятого и десятого вариантов.

**Одиннадцатый и двенадцатый варианты:** пусть теперь

$$\gamma_a = 90^\circ. \quad (89)$$

Отвечающие этому положению одиннадцатый и двенадцатый варианты можно получить из десятого и девятого вариантов соответственно поворотом системы оптических элементов на угол  $90^\circ$ :

$$\begin{cases} \gamma_k^{(11)} = \chi_k^{(11)}, & \gamma_k^{(12)} = \pi/2 + \chi_k^{(12)}, \\ \gamma_p^{(11)} = \chi_p^{(11)}, & \gamma_p^{(12)} = \chi_p^{(12)}, \end{cases} \quad (90)$$

где

$$\begin{aligned} \chi_k^{(11)} &= \chi_k^{(10)}, & \chi_p^{(11)} &= \chi_p^{(10)}, \\ \chi_k^{(12)} &= \chi_k^{(9)}, & \chi_p^{(12)} &= \chi_p^{(9)}. \end{aligned} \quad (91)$$

Отметим, что уравнения, определяющие линейную зависимость параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  для одиннадцатого и двенадцатого вариантов, эквивалентны

с учетом соотношений (91) соответственно уравнениям (88) и (87) для десятого и девятого вариантов.

### ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРОЦЕССА ОПТИЧЕСКОЙ ЮСТИРОВКИ ФАЗОВОГО КОМПЕНСАТОРА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЕГО КОМПЛЕКСНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Уравнения, полученные в предыдущих разделах на основе изучения процесса оптической юстировки фазового компенсатора, в принципе позволяют определить все три комплексных параметра  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  этого оптического элемента. Однако ответ на этот вопрос не столь однозначен и нуждается в уточнении. Прежде всего необходимо использовать линейные относительно  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  уравнения, относящиеся к какой-либо паре юстировочных вариантов. Можно привлечь любые варианты, связанные с фиксированным положением одного из оптических элементов. Однако лучше всего рассмотреть уравнения (52) и (61), полученные для первого и второго вариантов, отвечающих фиксированному положению компенсатора ( $\gamma_k = 0$ ). Это связано с возможной неоднородностью компенсатора.

Запишем систему из этих линейных уравнений, рассматривая в качестве неизвестных величин комплексные параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$ :

$$\begin{cases} \rho_1 (1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(1)}) - \rho_2 = \rho \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} - \operatorname{tg} \chi_a^{(1)}, \\ \rho_1 (1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)}) - \rho_2 \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} = \\ = -\rho \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} + \operatorname{tg} \chi_p^{(2)}, \end{cases} \quad (92)$$

где углы  $\chi_{p(a)}^{(1)}$  и  $\chi_{p(a)}^{(2)}$  определены экспериментально.

Исходя из этой системы выразим величины  $\rho_1$  и  $\rho_2$  через основной фазовый параметр  $\rho$ :

$$\rho_1 = (1 - \rho)g_1 + q_1, \quad \rho_2 = (1 - \rho)g_2 + q_2, \quad (93)$$

где

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{1}{D_0} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)} [1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_p^{(2)}], & q_1 &= \frac{1}{D_0} [(\operatorname{tg} \chi_p^{(2)} - \operatorname{tg} \chi_a^{(2)}) - (\operatorname{tg} \chi_p^{(1)} - \operatorname{tg} \chi_a^{(1)}) \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)}], \\ g_2 &= \frac{1}{D_0} [\operatorname{tg} \chi_a^{(2)} (1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(1)}) + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} (1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)})], & q_2 &= \frac{1}{D_0} [(\operatorname{tg} \chi_p^{(2)} - \operatorname{tg} \chi_a^{(2)}) (1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(1)}) - \\ & - (\operatorname{tg} \chi_p^{(1)} - \operatorname{tg} \chi_a^{(1)}) (1 + \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)})], & D_0 &= 1 - \operatorname{tg} \chi_p^{(1)} \operatorname{tg} \chi_a^{(1)} \operatorname{tg} \chi_p^{(2)} \operatorname{tg} \chi_a^{(2)}. \end{aligned} \quad (94)$$

В первом приближении величины  $g_1$ ,  $q_1$  и  $g_2$ ,  $q_2$  запишутся:

$$\begin{aligned} g_1 &\approx \chi_a^{(2)}, & q_1 &\approx (\chi_p^{(2)} - \chi_a^{(2)}), \\ g_2 &\approx (\chi_p^{(1)} + \chi_a^{(2)}), \\ q_2 &\approx (\chi_p^{(2)} - \chi_a^{(2)}) - (\chi_p^{(1)} - \chi_a^{(1)}). \end{aligned} \quad (95)$$

Если величины  $f$  и  $\delta$  близки к своим идеальным значениям ( $f = 1$ ,  $\delta = \pi/2$ ), то с учетом (93) и (95) параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$  полностью определяются в первом приближении.

Затем уточним способ определения юстировочного параметра  $K_0$ . Будем считать, что этот параметр выбран согласно условию (21), т. е.  $K_0 = K_1$ . Используем отвечающие этому выбору уравнение (23) и записанное в первом приближении уравнение (24). С учетом соотношений (12), определяющих коэффициенты  $a$ ,  $c_1$  и  $c_2$ , эти уравнения приводятся к виду

$$\begin{cases} (1 - \rho)(\rho_1^* - \rho_2^*) + (1 - \rho^*)(\rho_1 - \rho_2) = 0, \\ 2(1 - \rho)(1 - \rho^*)\gamma_{2k} + (1 - \rho)\rho_1^* + (1 - \rho^*)\rho_1 = 0, \end{cases} \quad (96)$$

где  $\gamma_{2k}$  определяется соотношением (22), в которое входят экспериментально определяемые положения минимума  $K_1$  и  $K_2$  компенсатора. Подставив в уравнения (96) вместо  $\rho_1$  и  $\rho_2$  их выражения (93), получим

$$\begin{cases} 2(1 - \rho)(1 - \rho^*)g_{12} + (2 - \rho - \rho^*)q_{12} = 0, \\ 2(1 - \rho)(1 - \rho^*)(g_1 + \gamma_{2k}) + (2 - \rho - \rho^*)q_1 = 0, \end{cases} \quad (97)$$

где

$$g_{12} = g_1 - g_2 \approx -\chi_p^{(1)}, \quad q_{12} = q_1 - q_2 \approx \chi_p^{(1)} - \chi_a^{(1)}. \quad (98)$$

Отметим, что второе уравнение из (97) записано в первом приближении, поэтому все величины  $g_1$ ,  $q_1$ ,  $g_2$ ,  $q_2$ , в том числе и  $g_{12}$ ,  $q_{12}$  в первом уравнении, должны быть определены в первом приближении

В принципе система уравнений (97) предназначена для определения комплексного параметра  $\rho$ , точнее, действительных величин  $f^2$  и  $f \cos \delta$ . Однако нам неизвестна функциональная связь между углами  $\chi_{p(a)}^{(1)}$ ,  $\chi_{p(a)}^{(2)}$  и  $\gamma_{2k}$ , а от этого зависит ответ на вопрос, являются ли уравнения, образующие систему (97), независимыми. В то же время неизвестные величины, связанные с параметром  $\rho$ , можно выбрать так, чтобы система (97) превратилась в однородную систему линейных

(относительно выбранных неизвестных) уравнений. Выбрав способ определения неизвестных

$$x_1 = f^2 - 1, \quad x_2 = 1 - f \cos \delta, \quad (99)$$

приходим к следующей однородной системе:

$$\begin{cases} g_{12}x_1 + (2g_{12} + q_{12})x_2 = 0, \\ (g_1 + \gamma_{2k})x_1 + [2(g_1 + \gamma_{2k}) + q_1]x_2 = 0. \end{cases} \quad (100)$$

Она имеет нетривиальное решение при условии равенства нулю ее определителя

$$D_1 = \begin{vmatrix} g_{12} & 2g_{12} + q_{12} \\ g_1 + \gamma_{2k} & 2(g_1 + \gamma_{2k}) + q_1 \end{vmatrix} = 0. \quad (101)$$

Из (101) находим интересующую нас связь:

$$\gamma_{2k} = (g_{12}q_1 - q_{12}g_1)/q_{12}. \quad (102)$$

Таким образом, уравнения системы (97) в первом приближении зависимы. Используя первое из них, можно найти взаимосвязь между величинами  $(f - 1)$  и  $f \cos \delta$ , но полностью найти параметр  $\rho$  в первом приближении невозможно.

#### ПРОБЛЕМА КАЛИБРОВКИ НЕОДНОРОДНОГО КОМПЕНСАТОРА. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для полного определения основного фазового параметра  $\rho$  можно применить инварианты эллипсометрии анизотропных сред, используя эталонные образцы с достаточно однородной поверхностью. Однако есть проблема неоднородности самого компенсатора. Эта неоднородность проявляется при несовпадении светового луча с осью вращения компенсатора. С помощью механической юстировки ее проявление может быть в той или иной степени устранено, однако независимая проверка необходима в любом случае. В связи с этим предлагается следующая процедура калибровки неоднородного компенсатора.

Пусть поляризационные призмы в системе РКА (рис. 1) находятся в скрещенном положении и непосредственно связаны с главной плоскостью падения. При этом компенсатор находится в положении минимума  $K_0$ , а световой луч пересекает его поверхность в точке  $A_0$ . При повороте всех оптических элементов на некоторый угол  $\xi_0$  световой луч пересекает компенсатор уже в точке  $A_1$ , причем минимум интенсивности светового луча на выходе анализатора сохраняется только в случае однородного компенсатора. В общем же случае минимум не сохраняется. Оставляя компенсатор неподвижным, т. е. сохраняя точку  $A_1$ , и немного

сдвигая вращением как целое поляризационные призмы, мы снова добиваемся минимума интенсивности. Затем реализуем первый и второй юстировочные варианты, что позволяет найти линейную зависимость параметров  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , отвечающих исключительно точке  $A_1$ . После этого обратным вращением на один и тот же угол всех элементов возвращаем поляризационные призмы в их исходное положение. Компенсатор в этом случае возвращается в положение  $K_0'$ , которое, вообще говоря, не совпадает с исходным положением  $K_0$ . Это будет новый юстировочный параметр для компенсатора, который будем считать однородным, причем со свойствами, соответствующими точке  $A_1$ . Затем переходим к оптической системе PKSA, используя измерительную конфигурацию прибора, при которой световой луч проходит через компенсатор в точке  $A_1$ . При этом ограничиваемся соответствующей парой измерительных зон и используем эталонные образцы, практически не обладающие поверхностной анизотропией. Это позволяет использовать для определения параметра  $\rho$  с учетом соотношений (93), отвечающих точке  $A_1$ , инварианты эллипсометрии изотропных сред для выбранной (применительно к точке  $A_1$ ) пары измерительных зон. Все параметры  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , определенные таким путем, очевидно, отвечают точке  $A_1$  на поверхности компенсатора. Используя набор углов  $\xi_0$ , можно провести полную калибровку компенсатора.

Необходимо особо отметить, что все полученные в этой работе результаты основаны на исполь-

зовании углов  $\chi_{p(a)}^{(1)}$ ,  $\chi_{p(a)}^{(2)}$  и  $\gamma_{2k}$  с малыми значениями. И эти значения должны заметно превосходить приборные ошибки измерения. В противном случае параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$  полагаются равными нулю. Однако это не освобождает от проведения процедуры калибровки, т. к. неоднородность компенсатора может проявиться по отношению к параметру  $\rho$ .

В одной из следующих работ, посвященной аттестации прибора, все полученные здесь результаты будут тщательно проанализированы на основе экспериментальных измерений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семененко А.И. // Научное приборостроение. 2005. Т. 15, № 2. С. 88–94.
2. Ржанов А.В., Свиташиев К.К., Семененко А.И. и др. Основы эллипсометрии. Новосибирск: Наука, 1979. 422 с.
3. Семененко А.И., Семененко И.А. // Научное приборостроение. 2005. Т. 15, № 4. С. 74–82.
4. Семененко А.И., Семененко И.А. // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 3. С. 54–64.
5. Миронов Ф.С., Семененко А.И. // Укр. физ. журн. 1981. Т. 26, № 6. С. 938–944.

*Институт прикладной физики НАН Украины,  
г. Сумы (Семененко А.И.)*

*Институт аналитического приборостроения РАН,  
Санкт-Петербург (Семененко И.А.)*

Материал поступил в редакцию 20.04.2009.

## ON THE NEW POTENTIALS OF ELLIPSOMETRY ARISING FROM THE NULL OPTICAL CIRCUIT. ELLIPSOMETRY OF REAL SURFACE STRUCTURES. 15. METROLOGY OF THE NULL ELLIPSOMETRY. FACTOR OF THE OPTICAL ALIGNMENT OF THE PHASE COMPENSATOR

A. I. Semenenko<sup>1</sup>, I. A. Semenenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Applied Physics NAS, Ukraine, Sumy*

<sup>2</sup>*Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg*

The questions concerning procedure of an optical alignment of a phase compensator of an ellipsometer are discussed. Features of such alignment are studied. The equations allowing essentially to simplify process of definition of all three complex parameters of the compensator are obtained. Procedure for optical calibration of the nonuniform compensator is suggested.

*Keywords:* ellipsometry, interzone disorder, polarization angles, phase compensator, matrix Jones, optical calibration, optical alignment