ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2008, том 18, № 3, с. 38–49

ОБЗОРЫ, СИСТЕМАТИЗАЦИИ, ОБОБЩЕНИЯ

УДК 535.5.511: 531.7

© А. И. Семененко, И. А. Семененко

О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ МЕТОДА ЭЛЛИПСОМЕТРИИ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ "НУЛЕВОЙ" ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМОЙ. ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР. 13. ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРИИ ИНВАРИАНТОВ. О ВЫБОРЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ В ЭЛЛИПСОМЕТРИИ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

В работе теория инвариантов эллипсометрии изотропных сред обобщена на случай произвольных измерительных конфигураций прибора. Исследованы основные свойства инвариантов, проявляющиеся при различных типах конфигураций. Разработан общий подход к выбору измерительных конфигураций прибора, обеспечивающих максимальный эффект в устранении особенностей в обобщенных зонных соотношениях эллипсометрии анизотропных сред. При этом (в принятом приближении) в полной мере использованы свойства инвариантов эллипсометрии изотропных сред. Проанализированы различные типы измерительных конфигураций. В то же время выявлен класс измерительных конфигураций, радикально отличающихся от классической конфигурации, но не устраняющих особенности.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Использование в эллипсометрии анизотропных сред классической измерительной конфигурации, когда "быстрая" ось идеального фазового компенсатора в каждой измерительной зоне образует с плоскостью падения угол

$$\psi_k^{(m)} = \pi/4, \quad \text{т. е.}$$
$$\theta_m = \psi_k^{(m)} - \pi/4 = 0, \quad (m = 1, 2, 3, 4), \tag{1}$$

приводит к существенным затруднениям в использовании обобщенных зонных соотношений, определяющих три пары поляризационных углов. В этом случае при значениях параметров идеального компенсатора

$$\delta = \pi/2, \quad f = 1$$

обобщенные зонные соотношения содержат особенности типа $0/0$ (см. [1]). При значениях же δ и f, близких, но не равных $\pi/2$ и 1, эти соотношения определяют поляризационные углы через отношения малых, не равных нулю, величин, что может явиться источником больших ошибок.

В работе [1] показано, что отказ от классической измерительной конфигурации (1) снимает проблему особенностей в обобщенных зонных соотношениях. Однако проведенное в данной работе исследование носит, скорее, качественный характер. Детальный анализ показывает, что рассмотренный в [1] тип измерительных конфигураций не всегда является достаточным. Это проявляется в том, что при некоторых свойствах образцов мы снова возвращаемся к особенностям в зонных соотношениях. И чтобы существенно ограничить область таких свойств, необходимо менять тип измерительных конфигураций. Иными словами, не существует одного типа измерительных конфигураций, пригодного для всех случаев. Ситуация здесь аналогична той, которая возникает при исследовании изотропных отражающих сред, хотя в "изотропном" случае это не связано с особенностями в простых зонных соотношениях. В "изотропном" случае речь идет о выборе измерительных конфигураций, обеспечивающих достаточную точность в определении положений гашения оптических элементов (см. [2]). Очевидно, такая же проблема существует и в эллипсометрии анизотропных сред. Кроме того, существует класс измерительных конфигураций, радикально отличающихся от классической конфигурации, но не устраняющих особенности. Таким образом, ситуация является достаточно сложной.

Большую роль при решении проблемы особенностей в методе обобщенных измерительных зон играют инварианты эллипсометрии изотропных сред, отвечающие случаю произвольных измерительных конфигураций. Нарушаясь при переходе к анизотропным средам, они тем не менее позволяют получить важные результаты, справедливые в основном и для анизотропных сред. В теории инвариантов произвольные измерительные конфигурации впервые рассмотрены в кратком сообщении [3], но в той работе, за исключением одного частного случая, роль измерительных конфигураций не исследована.

В соответствии с изложенным, в настоящей работе решаются две задачи. Одна из них связана с обобщением теории инвариантов эллипсометрии изотропных сред на случай произвольных измерительных конфигураций. При этом исследуются основные свойства инвариантов, проявляющиеся при различных типах конфигураций прибора. Вторая задача посвящена выбору измерительных конфигураций прибора, обеспечивающих максимальный эффект в устранении особенностей в обобщенных зонных соотношениях эллипсометрии анизотропных сред.

1. ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРИИ ИНВАРИАНТОВ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ ИЗОТРОПНЫХ СРЕД НА СЛУЧАЙ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

В эллипсометрии существуют формулы, связывающие параметры фазового компенсатора с положениями гашения оптических элементов. Они могут быть названы инвариантами эллипсометрии, поскольку параметры компенсатора не должны зависеть от свойств отражающей среды. В настоящей работе на основе параметрического представления измерительных зон прибора, не связанного с конкретным положением ни одного из оптических элементов, строится общая теория инвариантов эллипсометрии изотропных сред.

1.1. Общие выражения для инвариантов

Смысл инвариантов, как известно, сводится к следующему [3, 4]. Записав уравнение гашения для каждой измерительной зоны, получим однородную систему линейных относительно комплексных коэффициентов отражения R_p и R_s уравнений. Для определения R_p и R_s достаточны два уравнения. Из имеющихся четырех уравнений можно составить шесть подсистем по два линейных однородных уравнения в каждой. Любая из этих подсистем, очевидно, имеет нетривиальное решение, т. е. ее определитель, составленный из коэффициентов при R_p и R_s, равен нулю:

$$W_{mn} = \begin{vmatrix} \zeta_m b_{1m}, & b_{2m} \operatorname{tg}\psi_a^{(m)} \\ \zeta_n b_{1n}, & b_{2n} \operatorname{tg}\psi_a^{(n)} \end{vmatrix} = 0, \quad (m, n = 1, 2, 3, 4), \quad (2)$$

где индексы m и n нумеруют зоны.

Уравнения (2) — это и есть инварианты эллипсометрии изотропных сред, которые ниже будут рассмотрены для случая произвольных измерительных конфигураций. Для удобства, имея в виду очевидное равенство

$$W_{mn} = -W_{nm}, \quad (3)$$

будем исходить из условия $m < n$, которое устанавливает 6 независимых инвариантов

$$W_{mn} = \zeta_m b_{1m} b_{2n} \operatorname{tg}\psi_a^{(n)} - \zeta_n b_{1n} b_{2m} \operatorname{tg}\psi_a^{(m)} = 0, \quad (mn = 12, 13, 14, 23, 24, 34). \quad (4)$$

Величины b_{1m} и b_{2m} определим выражениями из работы [5], справедливыми для любой конфигурации (для любых значений параметра θ_m):

$$b_{1m} = \left[(1+\rho) - (1-\rho)\sin 2\theta_m\right]\cos\gamma_p^{(m)} + \eta_m (1-\rho)\cos 2\theta_m \sin\gamma_p^{(m)}, \quad (5)$$

$$b_{2m} = \left[(1+\rho) + (1-\rho)\sin 2\theta_m\right]\sin\gamma_p^{(m)} + \eta_m (1-\rho)\cos 2\theta_m \cos\gamma_p^{(m)}. \quad (6)$$

Напомним, что ζ_m и η_m — это единичные знакопеременные параметры, определяющие типы ориентации (положительную и отрицательную) анализатора и компенсатора, а в сочетании — измерительную зону с номером m (см., например, [6]):

$$\zeta_m = (-1)^{m+1}, \qquad \eta_m = \begin{cases} 1, & \text{если } m = 1, 2; \\ -1, & \text{если } m = 3, 4; \end{cases}$$

$\psi_a^{(m)}$ и $\gamma_p^{(m)}$ — угловые положения гашения анализатора и поляризатора; θ_m — углы, определяющие отклонение "быстрой" оси компенсатора от ее классического положения (см. (1)) и соответственно измерительные конфигурации прибора; ρ — комплексный параметр фазового компенсатора ($\rho = f\exp(-i\delta)$).

Преобразуем формулы (5) и (6) к более удобному для дальнейшего виду:

$$b_{1m} = \left[\cos\theta_m - \sin\theta_m\right]\left[\cos\gamma_{pc}^{(m)} + \eta_m \sin\gamma_{pc}^{(m)}\right] + \rho\left[\cos\theta_m + \sin\theta_m\right]\left[\cos\gamma_{pc}^{(m)} - \eta_m \sin\gamma_{pc}^{(m)}\right], \quad (7)$$

$$b_{2m} = \eta_m \left\{\left[\cos\theta_m + \sin\theta_m\right]\left[\cos\gamma_{pc}^{(m)} + \eta_m \sin\gamma_{pc}^{(m)}\right] - \rho\left[\cos\theta_m - \sin\theta_m\right]\left[\cos\gamma_{pc}^{(m)} - \eta_m \sin\gamma_{pc}^{(m)}\right]\right\}, \quad (8)$$

где величина $\gamma_{pc}^{(m)}$, совпадающая с величиной $\gamma_{pk}^{(m)}$ из предыдущих работ, имеет вид

$$\gamma_{pc}^{(m)} = \gamma_p^{(m)} - \eta_m \theta_m. \quad (9)$$

Преобразуем величину W_{mn}, представленную формулой (4). Для этого, используя выражения (5) и (6), преобразуем сначала величину $b_{1m}b_{2n}$:

$$b_{1m}b_{2n} = \eta_n \Big\{ \big[\cos(\theta_m + \theta_n) - \sin(\theta_m - \theta_n) \big] F_{mn}^{(+)} + \\ + 2\rho \Big(G_{mn}^{(1)} - \eta_m G_{mn}^{(2)} \Big) - \\ - \rho^2 \big[\cos(\theta_m + \theta_n) + \sin(\theta_m - \theta_n) \big] F_{mn}^{(-)} \Big\}. \qquad (10)$$

В выражении (10) приняты следующие обозначения:

$$F_{mn}^{(\pm)} = \\ = \cos(\gamma_{pc}^{(m)} - \eta_m\eta_n\gamma_{pc}^{(n)}) \pm \eta_m \sin(\gamma_{pc}^{(m)} + \eta_m\eta_n\gamma_{pc}^{(n)}), \qquad (11)$$

$$G_{mn}^{(1)} = \sin(\theta_m + \theta_n)\cos(\gamma_{pc}^{(m)} + \eta_m\eta_n\gamma_{pc}^{(n)}), \qquad (12)$$

$$G_{mn}^{(2)} = \cos(\theta_m - \theta_n)\sin(\gamma_{pc}^{(m)} - \eta_m\eta_n\gamma_{pc}^{(n)}). \qquad (13)$$

Выражение для $b_{1n}b_{2m}$, очевидно, можно получить из формулы (10) путем замены индексов $m \to n, \ n \to m$. После элементарных преобразований оно приведется к виду, который отличается от (10) только некоторыми знаками (перед $\sin(\theta_m - \theta_n)$ и $G_{mn}^{(2)}$) и переходом $\eta_n \to \eta_m$. Затем формулу (4) для W_{mn} запишем в виде

$$W_{mn} = \zeta_m \eta_n \Big[(\eta_n b_{1m} b_{2n}) \operatorname{tg}\psi_a^{(n)} - \\ - \xi_{mn} (\eta_m b_{1n} b_{2m}) \operatorname{tg}\psi_a^{(m)} \Big], \qquad (14)$$

где

$$\xi_{mn} = \zeta_m \zeta_n \eta_m \eta_n . \qquad (15)$$

Подставив в (14) величины $b_{1m}b_{2n}$ и $b_{1n}b_{2m}$, определенные выражением (10) и аналогичным ему, окончательно получим

$$W_{mn} = -\zeta_n \eta_m \times \\ \times \Big\{ \Big[c_{mn}^{(1)} \cos(\theta_m + \theta_n) + c_{mn}^{(2)} \sin(\theta_m - \theta_n) \Big] F_{mn}^{(+)} + \\ + 2\rho \Big[c_{mn}^{(1)} G_{mn}^{(1)} + \eta_m c_{mn}^{(2)} G_{mn}^{(2)} \Big] + \\ + \rho^2 \Big[-c_{mn}^{(1)} \cos(\theta_m + \theta_n) + c_{mn}^{(2)} \sin(\theta_m - \theta_n) \Big] F_{mn}^{(-)} \Big\}, \qquad (16)$$

где

$$c_{mn}^{(1)} = (\operatorname{tg}\psi_a^{(m)} - \xi_{mn} \operatorname{tg}\psi_a^{(n)}), \\ c_{mn}^{(2)} = (\operatorname{tg}\psi_a^{(m)} + \xi_{mn} \operatorname{tg}\psi_a^{(n)}). \qquad (17)$$

Целесообразно выделить три группы величин W_{mn}, а значит, и три группы инвариантов. Эти группы соответствуют условиям:

$$\xi_{mn} = -1, \ \ \eta_m\eta_n = 1, \ \ (mn = 12(21), 34(43)), \qquad (18)$$

$$\xi_{mn} = -1, \ \ \eta_m\eta_n = -1, \ \ (mn = 13(31), 24(42)), \qquad (19)$$

$$\xi_{mn} = 1, \ \ \eta_m\eta_n = -1, \ \ (mn = 14(41), 23(32)). \qquad (20)$$

Используя формулу (16), можно записать величины W_{mn} для каждой группы инвариантов. Но при этом, имея в виду интересы эллипсометрии анизотропных сред, будем учитывать одно важное обстоятельство. В символическом обозначении j-й обобщенной зоны эллипсометрии анизотропных сред $S_{kl}^{(j)}$ индексы j, k, l, нумерующие простые измерительные зоны, задаются по следующему правилу. Для каждого j $(j = 1, 2, 3, 4)$ сочетание (jk) отвечает первой (зоны 1 и 2) или второй (зоны 3 и 4) парам измерительных зон, сочетание (kl) определяет пару четных или нечетных зон, а сочетание (jl), следовательно, нумерует параметры α_{jl} и β_{jl}, являющиеся при определенных условиях на углы θ_j и θ_l носителями эффекта анизотропии [1, 4]. В соответствии с этим, указанные сочетания запишутся:

$$jk = 12, \ 21; \ \ 34, \ 43; \qquad (21)$$

$$kl = 24, \ 13; \ \ 42, \ 31; \qquad (22)$$

$$jl = 14, \ 23; \ \ 32, \ 41. \qquad (23)$$

Сравнивая (21)–(23) с сочетаниями (mn), указанными в (18)–(20), видим, что сочетаниям (jk), (kl) и (jl) отвечают первая, вторая и третья группы величин W_{mn}. Здесь и в дальнейшем, используя набор индексов (j, k, l), будем иметь в виду указанные в (21)–(23) значения сочетаний этих индексов. А это означает, что три группы величин W_{mn} могут быть обозначены, как

$$W_{jk}, \ \ W_{kl}, \ \ W_{jl}. \qquad (24)$$

Переписав для новых обозначений индексов соотношения (18)–(20)

$$\xi_{jk} = -1, \ \ \eta_j\eta_k = 1, \qquad (25)$$

$$\xi_{kl} = -1, \ \ \eta_k\eta_l = -1, \qquad (26)$$

$$\xi_{jl} = 1, \ \ \eta_j\eta_l = -1 \qquad (27)$$

и сделав соответствующий переход к новым индексам в выражении (16), после элементарных преобразований придем к следующим выражениям для W_{jk}, W_{kl} и W_{jl}:

$$W_{jk} = -\zeta_k \times \times\left\{a_{jk}^{(+)}q_{jk}^{(+)} + 2\rho\left[\eta_j c_{jk}^{(+)}g_{jk}^{(+)} + c_{jk}^{(-)}h_{jk}^{(-)}\right] + \rho^2 a_{jk}^{(-)}q_{jk}^{(-)}\right\}, \quad (28)$$

$$W_{kl} = -\eta_k\zeta_l \times \times\left\{p_{kl}^{(+)}q_{kl}^{(+)} + 2\rho\left[c_{kl}^{(+)}g_{kl}^{(-)} + \eta_k c_{kl}^{(-)}h_{kl}^{(+)}\right] - \rho^2 p_{kl}^{(-)}q_{kl}^{(-)}\right\}, \quad (29)$$

$$W_{jl} = -\eta_j\zeta_l \times \times\left\{p_{jl}^{(+)}r_{jl}^{(+)} + 2\rho\left[\eta_j c_{jl}^{(+)}h_{jl}^{(+)} + c_{jl}^{(-)}g_{jl}^{(-)}\right] + \rho^2 p_{jl}^{(-)}r_{jl}^{(-)}\right\}, \quad (30)$$

где

$$a_{jk}^{(\pm)} = \sin(\gamma_{pc}^{(j)} + \gamma_{pc}^{(k)}) \pm \eta_j \cos(\gamma_{pc}^{(j)} - \gamma_{pc}^{(k)}); \quad (31)$$

$$p_{mn}^{(\pm)} = \cos(\gamma_{pc}^{(m)} + \gamma_{pc}^{(n)}) \pm \eta_m \sin(\gamma_{pc}^{(m)} - \gamma_{pc}^{(n)}), \quad (mn = kl,\, jl); \quad (32)$$

$$q_{mn}^{(\pm)} = c_{mn}^{(+)}\cos(\theta_m + \theta_n) \pm c_{mn}^{(-)}\sin(\theta_m - \theta_n), \quad (mn = jk,\, kl); \quad (33)$$

$$r_{jl}^{(\pm)} = c_{jl}^{(+)}\sin(\theta_j - \theta_l) \pm c_{jl}^{(-)}\cos(\theta_j + \theta_l); \quad (34)$$

$$\begin{gathered} g_{mn}^{(\pm)} = \sin(\theta_m + \theta_n)\cos(\gamma_{pc}^{(m)} \pm \gamma_{pc}^{(n)}), \\ h_{mn}^{(\pm)} = \cos(\theta_m - \theta_n)\sin(\gamma_{pc}^{(m)} \pm \gamma_{pc}^{(n)}), \\ c_{mn}^{(\pm)} = \operatorname{tg}\psi_a^{(m)} \pm \operatorname{tg}\psi_a^{(n)}, \\ (mn = jk,\, kl,\, jl). \end{gathered} \quad (35)$$

Полученные для W_{mn} выражения (28)–(30) позволяют рассмотреть весь комплекс инвариантных соотношений (см. (2), а также (4)) эллипсометрии изотропных сред. Разделим в этих уравнениях действительную и мнимую части. После элементарных преобразований они запишутся:

$$\begin{gathered} a_{jk}^{(+)}q_{jk}^{(+)} = f^2 a_{jk}^{(-)}q_{jk}^{(-)}, \\ f\cos\delta\; a_{jk}^{(-)}q_{jk}^{(-)} = -\left[\eta_j c_{jk}^{(+)}g_{jk}^{(+)} + c_{jk}^{(-)}h_{jk}^{(-)}\right]; \end{gathered} \quad (36)$$

$$\begin{gathered} p_{kl}^{(+)}q_{kl}^{(+)} = -f^2 p_{kl}^{(-)}q_{kl}^{(-)}, \\ f\cos\delta\; p_{kl}^{(-)}q_{kl}^{(-)} = \left[c_{kl}^{(+)}g_{kl}^{(-)} + \eta_k c_{kl}^{(-)}h_{kl}^{(+)}\right]; \end{gathered} \quad (37)$$

$$\begin{gathered} p_{jl}^{(+)}r_{jl}^{(+)} = f^2 p_{jl}^{(-)}r_{jl}^{(-)}, \\ f\cos\delta\; p_{jl}^{(-)}r_{jl}^{(-)} = -\left[\eta_j c_{jl}^{(+)}h_{jl}^{(+)} + c_{jl}^{(-)}g_{jl}^{(-)}\right]. \end{gathered} \quad (38)$$

В следующем подразделе будет проведено исследование уравнений (36)–(38) для некоторых типов измерительных конфигураций прибора.

1.2. Основные свойства инвариантов

Характер уравнений (36)–(38) в значительной степени определяется выбором измерительной конфигурации прибора. В частности, для определенных типов измерительных конфигураций из данных уравнений вытекают элементарные соотношения, которым удовлетворяют положения гашения оптических элементов. Эти элементарные соотношения играют большую роль в определении общих свойств исследуемой поверхности. Однако важны не только элементарные соотношения на положения гашения. В связи с некоторыми свойствами обобщенных зонных соотношений эллипсометрии анизотропных сред особый интерес представляет исследование характера зависимости величин $c_{mn}^{(-)}$ $(mn = jk, kl, jl)$ от углов θ_m и θ_n, определяющих тип измерительной конфигурации прибора. Для классической измерительной конфигурации $(\theta_m = 0)$ эти величины или равны нулю, или же малы, причем их малость определяется малостью параметров $(f-1)$ и $\cos\delta$. Переход к анизотропным средам в силу малости эффектов анизотропии также не выводит величины $c_{mn}^{(-)}$, отвечающие классической конфигурации, за пределы малых значений. Необходимо установить, при каких измерительных конфигурациях прибора хотя бы некоторые из величин $c_{mn}^{(-)}$ уже не являются малыми. Поскольку влияние малых параметров $(f-1)$ и $\cos\delta$, а также анизотропии при решении данной задачи не являются определяющими, достаточно провести соответствующий анализ, предполагая отсутствие анизотропии и идеальные значения параметров компенсатора:

$$f = 1, \quad \delta = \pi/2. \quad (39)$$

Рассмотрим прежде всего измерительные конфигурации, определяемые условием

$$\theta_j = \theta_l. \quad (40)$$

В этом случае результат, как увидим ниже, не зависит от значений f и δ, поэтому в привлечении ограничений (39) нет необходимости. При выполнении условия (40)

$$\gamma_{pc}^{(j)} + \gamma_{pc}^{(l)} = \gamma_p^{(j)} + \gamma_p^{(l)}, \quad (41)$$

$$r_{jl}^{(\pm)} = \pm c_{jl}^{(-)}\cos 2\theta_j, \quad h_{jl}^{(+)} = \sin(\gamma_p^{(j)} + \gamma_p^{(l)}), \quad (42)$$

и уравнения (38) запишутся

$$A_{jl}c_{jl}^{(-)} = 0, \quad \eta_j c_{jl}^{(+)}\sin(\gamma_p^{(j)} + \gamma_p^{(l)}) = c_{jl}^{(-)}B_{jl}, \quad (43)$$

где

$$A_{jl} = (1+f^2)\cos(\gamma_p^{(j)} + \gamma_p^{(l)}) + \\ + \eta_j (1-f^2)\sin(\gamma_{pc}^{(j)} - \gamma_{pc}^{(l)}); \quad (44)$$

$$B_{jl} = f\cos\delta\cos 2\theta_j \, p_{jl}^{(-)} - g_{jl}^{(-)}. \quad (45)$$

При выполнении $A_{jl} \neq 0$ первое из уравнений (43) дает решение

$$c_{jl}^{(-)} = 0, \quad (46)$$

а второе

$$\sin(\gamma_p^{(j)} + \gamma_p^{(l)}) = 0. \quad (47)$$

Запишем их в более удобной форме:

$$\psi_a^{(j)} = \psi_a^{(l)}, \ \ \gamma_p^{(j)} + \gamma_p^{(l)} = N\pi, \ \ (N = 0, \pm 1, ...). \quad (48)$$

Условие $A_{jl} \neq 0$ легко доказывается для начального значения $A_{jl}^{(0)}$, соответствующего классической конфигурации и идеальной для параметров компенсатора ситуации (39). В этом случае второе из соотношений (48) легко устанавливается с использованием зонных выражений для поляризационного угла Δ, отвечающих j-й и l-й простым зонам, и для начального значения функции A_{jl} имеем

$$A_{jl}^{(0)} = 2(-1)^N.$$

Условие $A_{jl} \neq 0$ сохраняется и для произвольного случая

$$\theta_j = \theta_l \neq 0, \ \ f \neq 1, \ \ \cos\delta \neq 0.$$

Это связано с непрерывностью положений гашения $\gamma_p^{(j)}$ и $\gamma_p^{(l)}$ как функций параметров

$$f, \ \delta, \ \theta_j, \quad (49)$$

а значит, и с непрерывностью величины A_{jl} как функции тех же параметров и отличным от нуля начальным значением $A_{jl}^{(0)}$. Любому сколь угодно малому сдвигу параметров (49) отвечает сколь угодно малый сдвиг функции A_{jl}. А поскольку этот процесс начинается от значения $A_{jl}^{(0)} \neq 0$, то при каждом таком сдвиге сохраняется условие $A_{jl} \neq 0$, а значит, сохраняются и решения (48). Сохранение решений (48) на каждом сдвиге возвращает функцию A_{jl} к одному и тому же виду

$$A_{jl} = \\ = (-1)^N (1+f^2) + \eta_j (1-f^2)\sin(\gamma_{pc}^{(j)} - \gamma_{pc}^{(l)}) \neq 0, \quad (50)$$

который и является истинным, отличным от нуля, выражением для величины A_{jl}.

Таким образом, элементарные соотношения (48) имеют место для произвольной измерительной конфигурации типа (40) и произвольных значений параметров f и δ компенсатора.

Рассмотрим теперь произвольные измерительные конфигурации, отвечающие j-й обобщенной зоне $S_{kl}^{(j)}$. Они определяются следующими сочетаниями углов θ_m:

$$(\theta_j, \theta_k), \ \ (\theta_k, \theta_l), \ \ (\theta_j, \theta_l). \quad (51)$$

Очевидно, из этих трех сочетаний независимым является только одно. Остальные два, включая (по одному) углы θ_m из выбранного в качестве независимого сочетания, и оставшийся свободным третий угол уже не являются полностью независимыми. Вопрос об учете зависимости сочетаний (51) естественным образом возникнет в разделе, посвященном общему подходу к устранению особенностей в методе обобщенных измерительных зон. Здесь же, исследуя общие свойства инвариантов эллипсометрии изотропных сред, мы не будем рассматривать в явной форме зависимость сочетаний (51).

Произвольные измерительные конфигурации интересуют нас в основном в связи с выбором тех из них, для которых величины $c_{mn}^{(-)}$ уже не являются малыми. Как уже отмечалось выше, этот вопрос можно решить, используя идеальные значения (39) параметров компенсатора. С учетом (39) уравнения (36)–(38) запишутся

$$\begin{cases} c_{jk}^{(-)}\sin(\theta_j - \theta_k)\sin(\gamma_{pc}^{(j)} + \gamma_{pc}^{(k)}) + \\ \quad + \eta_j c_{jk}^{(+)}\cos(\theta_j + \theta_k)\cos(\gamma_{pc}^{(j)} - \gamma_{pc}^{(k)}) = 0, \\ c_{jk}^{(-)}\cos(\theta_j - \theta_k)\sin(\gamma_{pc}^{(j)} - \gamma_{pc}^{(k)}) + \\ \quad + \eta_j c_{jk}^{(+)}\sin(\theta_j + \theta_k)\cos(\gamma_{pc}^{(j)} + \gamma_{pc}^{(k)}) = 0; \end{cases} \quad (52)$$

$$\begin{cases} c_{kl}^{(-)}\sin(\theta_k - \theta_l)\sin(\gamma_{pc}^{(k)} - \gamma_{pc}^{(l)}) + \\ \quad + \eta_k c_{kl}^{(+)}\cos(\theta_k + \theta_l)\cos(\gamma_{pc}^{(k)} + \gamma_{pc}^{(l)}) = 0, \\ c_{kl}^{(-)}\cos(\theta_k - \theta_l)\sin(\gamma_{pc}^{(k)} + \gamma_{pc}^{(l)}) + \\ \quad + \eta_k c_{kl}^{(+)}\sin(\theta_k + \theta_l)\cos(\gamma_{pc}^{(k)} - \gamma_{pc}^{(l)}) = 0; \end{cases} \quad (53)$$

$$\begin{cases} c_{jl}^{(-)}\cos(\theta_j+\theta_l)\cos(\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(l)})+ \\ \quad +\eta_j c_{jl}^{(+)}\sin(\theta_j-\theta_l)\sin(\gamma_{pc}^{(j)}-\gamma_{pc}^{(l)})=0, \\ c_{jl}^{(-)}\sin(\theta_j+\theta_l)\cos(\gamma_{pc}^{(j)}-\gamma_{pc}^{(l)})+ \\ \quad +\eta_j c_{jl}^{(+)}\cos(\theta_j-\theta_l)\sin(\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(l)})=0. \end{cases} \quad (54)$$

Используя системы уравнений (52)–(54), рассмотрим сначала в качестве опорных наиболее характерные типы конфигураций. Один из этих типов (см. (40)) уже рассмотрен, причем для произвольных значений параметров f и δ. Для других типов в связи с поставленной задачей и отсутствием независимости от параметров f и δ будем использовать условие (39).

Пусть первое из сочетаний (51) определяется условием

$$\theta_j=\theta_k. \quad (55)$$

В этом случае из системы (52) следует:

$$\gamma_{pc}^{(j)}-\gamma_{pc}^{(k)}=\gamma_{p}^{(j)}-\gamma_{p}^{(k)}=\pi/2+N\pi, \quad (56)$$

$$\begin{aligned} &c_{jk}^{(-)}=-(-1)^N\eta_j c_{jk}^{(+)}\sin 2\theta_j\cos(\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(k)}), \\ &(N=0,\pm1,...). \end{aligned} \quad (57)$$

Аналогичные результаты при условии

$$\theta_k=\theta_l \quad (58)$$

дает система (53):

$$\gamma_{pc}^{(k)}+\gamma_{pc}^{(l)}=\gamma_{p}^{(k)}+\gamma_{p}^{(l)}=\pi/2+N\pi, \quad (59)$$

$$\begin{aligned} &c_{kl}^{(-)}=-(-1)^N\eta_k c_{kl}^{(+)}\sin 2\theta_k\cos(\gamma_{pc}^{(k)}-\gamma_{pc}^{(l)}), \\ &(N=0,\pm1,...). \end{aligned} \quad (60)$$

Как показывают выражения (57) и (60), величины $c_{jk}^{(-)}$ и $c_{kl}^{(-)}$ могут достигать относительно больших значений благодаря увеличению углов $\theta_{j(k)}$. Однако для полной ясности необходимо исследовать еще и функции $\cos(\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(k)})$ и $\cos(\gamma_{pc}^{(k)}-\gamma_{pc}^{(l)})$ из указанных выражений. Такой анализ будет сделан при переходе к общему случаю произвольных конфигураций.

Совсем другая и однозначная ситуация в отношении величин $c_{mn}^{(-)}$ возникает для типов конфигураций, определяемых условиями

$$\theta_m+\theta_n=0, \quad (mn=jk,kl). \quad (61)$$

Для данного типа соотношения (56) и (59) сохраняются, а выражения для $c_{jk}^{(-)}$ и $c_{kl}^{(-)}$ приобретают тривиальный вид:

$$c_{jk}^{(-)}=0, \quad c_{kl}^{(-)}=0. \quad (62)$$

Перенесем условие вида (61) на третье из сочетаний (51):

$$\theta_j+\theta_l=0. \quad (63)$$

В этом случае из системы (54) следует:

$$\begin{aligned} &\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(l)}=N\pi, \quad \text{или} \\ &\gamma_{p}^{(j)}+\gamma_{p}^{(l)}=2\eta_j\theta_j+N\pi, \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} &c_{jl}^{(-)}=-(-1)^N\eta_j c_{jl}^{(+)}\sin 2\theta_j\sin(\gamma_{pc}^{(j)}-\gamma_{pc}^{(l)}), \\ &(N=0,\pm1,...). \end{aligned} \quad (65)$$

Таким образом, выражение (65) для $c_{jl}^{(-)}$, отвечающее условию (63), и выражения (57) и (60) для $c_{jk}^{(-)}$ и $c_{kl}^{(-)}$, отвечающие условиям (55) и (58), имеют одинаковую структуру. Отметим также, что при переходе к реальным значениям параметров f и δ в соотношениях (56) и (57), (59) и (60), а также (62), и (64), и (65) появляются добавки, определяемые малыми величинами $(f-1)$ и $\cos\delta$.

Обратимся теперь к произвольным измерительным конфигурациям. Используя вторые уравнения систем (52) и (53) и первое уравнение системы (54), запишем исходные выражения, определяющие величины $c_{mn}^{(-)}$:

$$c_{jk}^{(-)}=-\eta_j c_{jk}^{(+)}\frac{\sin(\theta_j+\theta_k)}{\cos(\theta_j-\theta_k)}\frac{\cos(\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(k)})}{\sin(\gamma_{pc}^{(j)}-\gamma_{pc}^{(k)})}, \quad (66)$$

$$c_{kl}^{(-)}=-\eta_k c_{kl}^{(+)}\frac{\sin(\theta_k+\theta_l)}{\cos(\theta_k-\theta_l)}\frac{\cos(\gamma_{pc}^{(k)}-\gamma_{pc}^{(l)})}{\sin(\gamma_{pc}^{(k)}+\gamma_{pc}^{(l)})}, \quad (67)$$

$$c_{jl}^{(-)}=-\eta_j c_{jl}^{(+)}\frac{\sin(\theta_j-\theta_l)}{\cos(\theta_j+\theta_l)}\frac{\sin(\gamma_{pc}^{(j)}-\gamma_{pc}^{(l)})}{\cos(\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(l)})}. \quad (68)$$

Для анализа этих выражений воспользуемся следующими формулами, справедливыми при выполнении условия (39) (см. [2]):

$$\begin{aligned} &\sin 2\gamma_{pc}^{(m)}=\frac{-\zeta_m\cos\Delta}{\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_m}}, \\ &\cos 2\gamma_{pc}^{(m)}=\frac{-\zeta_m\eta_m\sin\Delta\cos 2\theta_m}{\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_m}}, \end{aligned} \quad (69)$$

где Δ — поляризационный угол исследуемого образца.

Используя формулы (69), найдем выражение для величины $\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(m)}$:

$$\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(m)}=\frac{\sin 2\gamma_{pc}^{(m)}}{1+\cos 2\gamma_{pc}^{(m)}}=$$
$$=\frac{-\zeta_m}{\cos\Delta}\left[\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_m}+\zeta_m\eta_m\sin\Delta\cos 2\theta_m\right]. \quad (70)$$

Поскольку неопределенность в положениях гашения $\gamma_{pc}^{(m)}$ типа $\pm\pi$ не сказывается на основных результатах, то эти положения можно отнести к интервалу

$$\gamma_{pc}^{(m)}\in(-\pi/2,\ \pi/2)$$

и, следовательно, использовать формулы, однозначно определяющие $\sin\gamma_{pc}^{(m)}$ и $\cos\gamma_{pc}^{(m)}$ через $\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(m)}$. Применив эти формулы, представим выражения (66)–(68) в виде

$$c_{jk}^{(-)}=-\eta_j c_{jk}^{(+)}\frac{\sin(\theta_j+\theta_k)}{\cos(\theta_j-\theta_k)}\cdot\frac{1-\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(j)}\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(k)}}{\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(j)}-\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(k)}}, \quad (71)$$

$$c_{kl}^{(-)}=-\eta_k c_{kl}^{(+)}\frac{\sin(\theta_k+\theta_l)}{\cos(\theta_k-\theta_l)}\cdot\frac{1+\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(k)}\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(l)}}{\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(k)}+\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(l)}}, \quad (72)$$

$$c_{jl}^{(-)}=-\eta_j c_{jl}^{(+)}\frac{\sin(\theta_j-\theta_l)}{\cos(\theta_j+\theta_l)}\cdot\frac{\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(j)}-\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(l)}}{1-\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(j)}\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(l)}}. \quad (73)$$

Величины $\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(m)}$, входящие в выражения (71)–(73), удобно представить в несколько другом виде. Это связано с тем, что в формуле (70) второе слагаемое в квадратных скобках может принимать любой знак, зависящий как от величин ζ_m и η_m, так и от величины $\sin\Delta$. В соответствии с этим:

$$\text{при } \zeta_m\eta_m\sin\Delta>0 \qquad \operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(m)}=\frac{-\zeta_m}{\cos\Delta}R_m^{(+)}, \quad (74)$$

$$\text{при } \zeta_m\eta_m\sin\Delta<0 \qquad \operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(m)}=\frac{-\zeta_m}{\cos\Delta}R_m^{(-)}, \quad (75)$$

где

$$R_m^{(\pm)}=\left[\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_m}\pm\left|\sin\Delta\right|\cos 2\theta_m\right]. \quad (76)$$

Величины $R_m^{(\pm)}$ удовлетворяют следующим простым соотношениям:

$$R_m^{(+)}R_m^{(-)}=\cos^2\Delta, \quad (77)$$

$$\left(R_m^{(\pm)}\right)^2+\cos^2\Delta=2\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_m}\ R_m^{(\pm)}. \quad (78)$$

Важно отметить, что результаты, вытекающие из формул (71)–(73), не зависят от того, какое из приведенных в соотношениях (74) и (75) условий на величину $\zeta_m\eta_m\sin\Delta$ выполняется.

Формулы (71)–(73) позволяют уточнить соотношения (57), (60) и (65), относящиеся к опорным типам конфигураций (55), (58) и (63). Подставляя в (71)–(73) величины $\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(m)}$, определенные для опорных конфигураций, и учитывая при этом, что

$$\begin{gathered}\zeta_k=-\zeta_j,\ \eta_k=\eta_j,\quad \zeta_l=\zeta_k,\\ \eta_l=-\eta_k,\quad \zeta_l=-\zeta_j,\ \eta_l=-\eta_j,\end{gathered} \quad (79)$$

можно найти для указанных конфигураций все величины $c_{mn}^{(-)}$ $(mn=jk,kl,jl)$. Проиллюстрируем это на примере величины $c_{jk}^{(-)}$. В этом случае с учетом условия (55), а также соотношений (74), (75) и (79) в зависимости от условия на $\zeta_m\eta_m\sin\Delta$ величины $\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(j)}$ и $\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(k)}$ запишутся:

$$\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(j)}=\frac{-\zeta_j}{\cos\Delta}R_j^{(+)},\qquad \operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(k)}=\frac{\zeta_j}{\cos\Delta}R_j^{(-)}, \quad (80)$$

или же

$$\operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(j)}=\frac{-\zeta_j}{\cos\Delta}R_j^{(-)},\qquad \operatorname{tg}\gamma_{pc}^{(k)}=\frac{\zeta_j}{\cos\Delta}R_j^{(+)}. \quad (81)$$

Затем, независимо от выбранного из (80) и (81) представления, из формулы (71) легко получаем

$$c_{jk}^{(-)}=\zeta_j\eta_j c_{jk}^{(+)}\sin 2\theta_j\frac{\cos\Delta}{\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_j}}. \quad (82)$$

Аналогично находятся величины $c_{kl}^{(-)}$ и $c_{jl}^{(-)}$, отвечающие условиям (58) и (63). Формулы для них получаются из выражения (82) путем следующего перехода индексов:

$$j\to k,\ \ k\to l\ \ \text{и}\ \ j\to j,\ \ k\to l. \quad (83)$$

Формула (82) и аналогичные ей описывают (для опорных конфигураций) зависимость величин $c_{jk}^{(-)}$, $c_{kl}^{(-)}$ и $c_{jl}^{(-)}$ от оптических свойств отражающей среды (от угла Δ) и углов θ_m, определяющих измерительные конфигурации. Чтобы яснее представить себе зависимость от углов Δ и θ_m, преобразуем подкоренное выражение и запишем формулу (82) в виде

$$c_{jk}^{(-)}=\zeta_j\eta_j c_{jk}^{(+)}\sin 2\theta_j\frac{\cos\Delta}{\sqrt{\cos^2\Delta+\sin^2\Delta\cos^2 2\theta_j}}. \quad (84)$$

Подобным же образом представим и другие величины $c_{mn}^{(-)}$. Очевидно,

$$\text{при} \quad \Delta \to \pm\pi/2 \qquad c_{jk}^{(-)} \to 0\,. \tag{85}$$

Однако достаточно малые (нулевые при $\Delta = \pm\pi/2$) значения всех величин $c_{mn}^{(-)}$ наблюдаются (при заданном θ_m) лишь в некотором ограниченном интервале для угла Δ с центром в точке $(\pm\pi/2)$. При

$$\cos^2\Delta \gg \sin^2\Delta\cos^2 2\theta_j \tag{86}$$

зависимость от Δ практически исчезает:

$$c_{jk}^{(-)} \approx \zeta_j\eta_j c_{jk}^{(+)} \sin 2\theta_j \frac{\cos\Delta}{|\cos\Delta|}, \tag{87}$$

а при

$$\cos^2\Delta \ll \sin^2\Delta\cos^2 2\theta_j \quad — \tag{88}$$

$$c_{jk}^{(-)} \approx \zeta_j\eta_j c_{jk}^{(+)} tg 2\theta_j \cos\Delta\,. \tag{89}$$

Из формул (86)–(89) видно, что указанный интервал для угла Δ уменьшается с увеличением угла θ_j (уменьшением $\cos 2\theta_j$). Это особенно ясно видно из формулы (89). Стремительное возрастание (при $\theta_j \to \pm\pi/4$) величины $\mathrm{tg}\, 2\theta_j$ из этой формулы подавляет эффект малых значений величины $\cos\Delta$, приводя к существенному сужению интервала для Δ, которому отвечают малые значения $c_{jk}^{(-)}$.

Наконец, обратимся к случаю произвольных конфигураций. В этом случае, используя соотношения (74)–(79), легко находим из формул (71)–(73) величины $c_{jk}^{(-)}$, $c_{kl}^{(-)}$ и $c_{jl}^{(-)}$. Выражения для $c_{jk}^{(-)}$ и $c_{jl}^{(-)}$ запишутся:

$$c_{jk}^{(-)} = \zeta_j\eta_j c_{jk}^{(+)} \frac{\sin(\theta_j+\theta_k)}{\cos(\theta_j-\theta_k)} \times \\ \times \frac{R_j^{(+)}+R_k^{(+)}}{R_j^{(+)}R_k^{(+)}+\cos^2\Delta}\cos\Delta, \tag{90}$$

$$c_{jl}^{(-)} = \zeta_j\eta_j c_{jl}^{(+)} \frac{\sin(\theta_j-\theta_l)}{\cos(\theta_j+\theta_l)} \times \\ \times \frac{R_j^{(+)}+R_l^{(+)}}{R_j^{(+)}R_l^{(+)}+\cos^2\Delta}\cos\Delta. \tag{91}$$

Что касается величины $c_{kl}^{(-)}$, то выражение для нее получится из (90) путем использования перехода индексов, указанного в (83).

При анализе величин $c_{jk}^{(-)}$, $c_{kl}^{(-)}$ и $c_{jl}^{(-)}$, отвечающих случаю произвольных измерительных конфигураций, необходимо помимо ситуации, связанной с углом Δ, учитывать еще и поведение выражений из соответствующих формул:

$$\frac{\sin(\theta_j+\theta_k)}{\cos(\theta_j-\theta_k)},\ \frac{\sin(\theta_k+\theta_l)}{\cos(\theta_k-\theta_l)}\ \text{и}\ \frac{\sin(\theta_j-\theta_l)}{\cos(\theta_j+\theta_l)}, \tag{92}$$

которые должны иметь достаточно большие значения. Соблюдая это условие, можно дать полный анализ зависимости от угла Δ. Вообще говоря, он будет носить такой же характер, как и в случае опорных конфигураций.

Мы не будем подробно останавливаться на нарушениях соотношений (56), (59) и (64). Отметим только, что этим соотношениям отвечают равенства

$$\mathrm{tg}\,\gamma_{pc}^{(j)}\,\mathrm{tg}\,\gamma_{pc}^{(k)} = -1, \quad \mathrm{tg}\,\gamma_{pc}^{(k)}\,\mathrm{tg}\,\gamma_{pc}^{(l)} = 1, \\ \mathrm{tg}(\gamma_{pc}^{(j)}+\gamma_{pc}^{(l)}) = 0, \tag{93}$$

которые нарушаются при переходе к произвольным конфигурациям. Характер этих нарушений нетрудно проследить, используя приведенные выше формулы.

Перейдем теперь к выбору измерительных конфигураций в эллипсометрии анизотропных сред.

2. ОБЩИЙ ПОДХОД К ВЫБОРУ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ В ЭЛЛИПСОМЕТРИИ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

В эллипсометрии анизотропных сред выбор измерительных конфигураций должен обусловливать максимальный эффект в устранении особенностей в зонных соотношениях, определяющих три пары поляризационных углов

$$(\Psi_{11},\ \Delta_{11}), \quad (\Psi_{12},\ \Delta_{12}), \quad (\Psi_{21},\ \Delta_{21}),$$

первая из которых аналогична углам Ψ и Δ для изотропной среды, а две другие связаны с анизотропией и исчезают при переходе к "изотропному" случаю или к особым ориентациям оптических осей [1]. В каждой из 4 обобщенных зон $S_{kl}^{(j)}$ определяются три комплексные величины

$$\rho_{11} = \mathrm{tg}\,\Psi_{11}\exp(i\Delta_{11}), \qquad \rho_{12} = \mathrm{tg}\,\Psi_{12}\exp(i\Delta_{12}), \\ \rho_{21} = \mathrm{tg}\,\Psi_{21}\exp(i\Delta_{21}).$$

Они находятся из системы линейных относительно ρ_{11}, ρ_{12} и ρ_{21} уравнений гашения, отвечающих простым зонам с номерами j, k, l, и определяются выражениями [1]

$$\rho_{11} = \frac{D_{jkl}^{(1)}}{D_{jkl}^{(0)}}, \qquad \rho_{12} = \frac{D_{jkl}^{(2)}}{D_{jkl}^{(0)}}, \qquad \rho_{21} = \frac{D_{jkl}^{(3)}}{D_{jkl}^{(0)}}, \tag{94}$$

где $D^{(0)}_{jkl}$ — определитель системы, имеющий вид

$$D^{(0)}_{jkl}=\begin{vmatrix}\zeta_j b_{1j}, & \zeta_j b_{2j}, & b_{1j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}\\ \zeta_k b_{1k}, & \zeta_k b_{2k}, & b_{1k}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(k)}\\ \zeta_l b_{1l}, & \zeta_l b_{2l}, & b_{1l}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(l)}\end{vmatrix}, \qquad (95)$$

а $D^{(1)}_{jkl}$, $D^{(2)}_{jkl}$ и $D^{(3)}_{jkl}$ — определители, получающиеся из (95) путем замены соответственно 1-, 2- и 3-го столбцов на свободный столбец системы с элементами

$$-b_{2j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)},\ -b_{2k}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(k)},\ -b_{2l}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(l)}.$$

В работе [1] приведены выражения для величин ρ_{11}, ρ_{12} и ρ_{21}, легко получающиеся разложением определителей $D^{(0)}_{jkl}$ и $D^{(1)}_{jkl}$ по элементам первого столбца, а определителей $D^{(2)}_{jkl}$ и $D^{(3)}_{jkl}$ — по элементам 3-го и 2-го столбцов соответственно. Эти выражения очень удобны для анализа измерительных конфигураций, кроме того, они предпочтительнее на конечном этапе, особенно в той их части, которая касается числителей, поэтому приведем их здесь:

$$\rho_{11}=-\zeta_j\frac{b_{2j}}{b_{1j}}\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}\left[1+\frac{\zeta_j(W_{jk}\tilde W_{jl}-W_{jl}\tilde W_{jk})}{D_{jkl}b_{2j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}}\right], \qquad (96)$$

$$\rho_{12}=\frac{\zeta_j}{D_{jkl}}\times$$
$$\times\left[b_{1j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}W_{kl}-b_{1k}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(k)}W_{jl}+b_{1l}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(l)}W_{jk}\right], \qquad (97)$$

$$\rho_{21}=\frac{-1}{D_{jkl}}\left[b_{2j}W_{kl}+b_{2k}W_{jl}-b_{2l}W_{jk}\right], \qquad (98)$$

где

$$D_{jkl}=-\zeta_j D^{(0)}_{jkl}=b_{1j}\tilde W_{kl}-b_{1k}\tilde W_{jl}+b_{1l}\tilde W_{jk}, \qquad (99)$$

$$\tilde W_{mn}=\begin{vmatrix}\zeta_m b_{1m}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(m)}, & b_{2m}\\ \zeta_n b_{1n}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(n)}, & b_{2n}\end{vmatrix},\ (mn=jk,kl,jl). \qquad (100)$$

Величина $\tilde W_{mn}$ отличается от инвариантной величины W_{mn} "изотропного" случая, определенной формулами (2) и (4), перестановкой $\mathrm{tg}\psi_a^{(m)}$ и $\mathrm{tg}\psi_a^{(n)}$. Между ними легко устанавливается следующая связь:

$$\tilde W_{mn}=W_{mn}+c^{(-)}_{mn}U_{mn}, \qquad (101)$$

где

$$U_{mn}=\zeta_m b_{1m}b_{2n}+\zeta_n b_{1n}b_{2m}. \qquad (102)$$

Представим U_{mn} в виде

$$U_{mn}=\zeta_m b_{1m}b_{2n}t_n-\zeta_n b_{1n}b_{2m}t_m, \qquad (103)$$

где

$$t_n=1,\qquad t_m=-1. \qquad (104)$$

Формула (103) по своей структуре аналогична формуле (4) для W_{mn}. Это означает, что выражения для величин U_{mn} $(mn=jk,kl,jl)$ могут быть получены из формул (28)–(30) (с учетом (31)–(35)), если в них положить $c^{(-)}_{mn}=-2$, $c^{(+)}_{mn}=0$. Ниже мы воспользуемся этой возможностью.

Для упрощения анализа используем также выражения, основанные на разложении всех определителей по элементам строки с номером j. В этом случае определители запишутся:

$$D^{(0)}_{jkl}=-\zeta_j b_{1j}\tilde W_{kl}-b_{2j}b_{1k}b_{1l}c^{(-)}_{kl}-\zeta_j b_{1j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}V_{kl}, \qquad (105)$$

$$D^{(1)}_{jkl}=b_{2j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}\tilde W_{kl}+\zeta_j b_{1j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}b_{2k}b_{2l}c^{(-)}_{kl}-$$
$$-\zeta_j b_{2j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(k)}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(l)}V_{kl}, \qquad (106)$$

$$D^{(2)}_{jkl}=-b_{1j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}W_{kl}+\zeta_j b_{2j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}b_{1k}b_{1l}c^{(-)}_{kl}-$$
$$-b_{1j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(k)}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(l)}V_{kl}, \qquad (107)$$

$$D^{(3)}_{jkl}=\zeta_j b_{2j}W_{kl}-b_{1j}b_{2k}b_{2l}c^{(-)}_{kl}+\zeta_j b_{2j}\,\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}V_{kl}, \qquad (108)$$

где

$$V_{mn}=\zeta_m b_{1m}b_{2n}-\zeta_n b_{1n}b_{2m},\ (mn=jk,kl,jl). \qquad (109)$$

Величина $\tilde W_{kl}$ в формулах (105) и (106) дается выражением (101), в которое входит величина U_{kl}, определяемая указанным выше способом. Подобным же образом определяется и величина V_{kl}. Всюду ниже рассмотрение будет вестись для предельного случая (39), определяющего идеальные значения параметров компенсатора. Поэтому указанные величины запишем для условий (39) (для них $\rho=-i$, $\rho^2=-1$):

$$\begin{aligned}U_{kl}&=-4\zeta_j\left[Z^{(1)}_{kl}-i\,Z^{(2)}_{kl}\right],\\ V_{kl}&=4\zeta_j\eta_j\left[X^{(1)}_{kl}-i\,X^{(2)}_{kl}\right],\end{aligned} \qquad (110)$$

где

$$\begin{aligned}Z^{(1)}_{kl}&=\sin(\theta_k-\theta_l)\sin(\gamma^{(k)}_{pc}-\gamma^{(l)}_{pc}),\\ Z^{(2)}_{kl}&=\cos(\theta_k-\theta_l)\sin(\gamma^{(k)}_{pc}+\gamma^{(l)}_{pc});\end{aligned} \qquad (111)$$

$$X^{(1)}_{kl} = \cos(\theta_k + \theta_l)\cos(\gamma^{(k)}_{pc} + \gamma^{(l)}_{pc}),$$
$$X^{(2)}_{kl} = \sin(\theta_k + \theta_l)\cos(\gamma^{(k)}_{pc} - \gamma^{(l)}_{pc}). \qquad (112)$$

Прежде всего покажем, что при использовании классической измерительной конфигурации ($\theta_m = 0$) зонные соотношения (94), отвечающие условиям (39), содержат особенность типа $0/0$. Иначе говоря, в этом случае все определители обращаются в нуль. Это связано со следующим обстоятельством. При наличии анизотропии выполнение условий (39) обеспечивает (см. [4]) сохранение элементарных соотношений "изотропного" случая, но только для пары четных или нечетных зон

$$c^{(-)}_{kl} = 0, \qquad \gamma^{(k)}_{pc} + \gamma^{(l)}_{pc} = \gamma^{(k)}_{p} + \gamma^{(l)}_{p} = \pi/2 + N\pi\,. \qquad (113)$$

С учетом (113), используя выражения (105)–(108), (101) и (110)–(112), а также уравнения (53), левые части которых определяют (с точностью до коэффициента) действительную и мнимую части величины W_{kl}, находим

$$W_{kl} = \tilde{W}_{kl} = 0\,, \quad V_{kl} = 0$$

и, следовательно,

$$D^{(0)}_{jkl} = D^{(1)}_{jkl} = D^{(2)}_{jkl} = D^{(3)}_{jkl} = 0. \qquad (114)$$

Тем самым доказывается наличие особенностей в обобщенных зонных соотношениях для случая классической конфигурации. Учет реальных значений параметров компенсатора приведет лишь к отношению малых величин в зонных соотношениях, что также неприемлемо.

Перейдем теперь к произвольным измерительным конфигурациям, в первую очередь к рассмотренным выше опорным конфигурациям. Задача состоит в том, чтобы найти такую совокупность конфигураций для обобщенной зоны $S^{(j)}_{kl}$, которая обеспечивала бы достаточно большие значения знаменателя в зонных соотношениях, т. е. величины $D^{(0)}_{jkl}$. Как уже указывалось, эту задачу можно решить, перейдя к более простой ситуации, когда выполняются условия (39) и отсутствует анизотропия. Последнее обстоятельство означает, что $W_{mn} = 0$.

Для дальнейшего кроме величины U_{kl}, определенной выше, нам понадобятся также и величины U_{jk} и U_{jl}. Ради общности определим еще и величины V_{jk} и V_{jl}. Все они имеют следующий вид (см. также (110)–(112)):

$$U_{jk} = -4\zeta_j\left[Z^{(1)}_{jk} - i\,Z^{(2)}_{jk}\right],$$
$$V_{jk} = 4\zeta_j\eta_j\left[X^{(1)}_{jk} - i\,X^{(2)}_{jk}\right]; \qquad (115)$$

$$U_{jl} = -4\zeta_j\eta_j\left[Z^{(1)}_{jl} - i\,Z^{(2)}_{jl}\right],$$
$$V_{jl} = 4\zeta_j\left[X^{(1)}_{jl} - i\,X^{(2)}_{jl}\right], \qquad (116)$$

где

$$Z^{(1)}_{jk} = \sin(\theta_j - \theta_k)\sin(\gamma^{(j)}_{pc} + \gamma^{(k)}_{pc}),$$
$$Z^{(2)}_{jk} = \cos(\theta_j - \theta_k)\sin(\gamma^{(j)}_{pc} - \gamma^{(k)}_{pc}); \qquad (117)$$

$$X^{(1)}_{jk} = \cos(\theta_j + \theta_k)\cos(\gamma^{(j)}_{pc} - \gamma^{(k)}_{pc}),$$
$$X^{(2)}_{jk} = \sin(\theta_j + \theta_k)\cos(\gamma^{(j)}_{pc} + \gamma^{(k)}_{pc}); \qquad (118)$$

$$Z^{(1)}_{jl} = \cos(\theta_j + \theta_l)\cos(\gamma^{(j)}_{pc} + \gamma^{(l)}_{pc}),$$
$$Z^{(2)}_{jl} = \sin(\theta_j + \theta_l)\cos(\gamma^{(j)}_{pc} - \gamma^{(l)}_{pc}); \qquad (119)$$

$$X^{(1)}_{jl} = \sin(\theta_j - \theta_l)\sin(\gamma^{(j)}_{pc} - \gamma^{(l)}_{pc}),$$
$$X^{(2)}_{jl} = \cos(\theta_j - \theta_l)\sin(\gamma^{(j)}_{pc} + \gamma^{(l)}_{pc}). \qquad (120)$$

Сравнение (110)–(112) и (115)–(120) с системами уравнений (52)–(54) показывает, что эти системы могут быть записаны в следующем комплексном виде:

$$-c^{(-)}_{mn}U_{mn} + c^{(+)}_{mn}V_{mn} = 0\,,\ (mn = jk, kl, jl)\,, \qquad (121)$$

откуда

$$V_{mn} = c_{mn}U_{mn}\,, \quad c_{mn} = c^{(-)}_{mn}\big/c^{(+)}_{mn}\,. \qquad (122)$$

Из общих выражений для величин U_{mn} и V_{mn} находим

$$b_{1m}b_{2n} = \frac{1}{2}\zeta_m(U_{mn} + V_{mn}) = \frac{1}{2}\zeta_m U_{mn}(1 + c_{mn})\,. \qquad (123)$$

Формула (123) может оказаться полезной при анализе произвольных конфигураций.

Рассмотрим опорную конфигурацию (θ_k, θ_l), определенную соотношением (61) $(\theta_k + \theta_l = 0)$. Учитывая имеющие место в этом случае соотношения (59) и (62) и используя форму записи (105) для знаменателя $D^{(0)}_{jkl}$, легко устанавливаем, что $D^{(0)}_{jkl} = 0$. Это означает, что данная опорная конфигурация независимо от значений угла θ_j также не может быть использована в эксперименте.

Что касается опорной конфигурации (θ_j, θ_k), также определенной условием (61) $(\theta_j + \theta_k = 0)$, то для нее имеют место аналогичные соотношения

(56) и (62), однако результат здесь не является столь однозначным. Мы не будем выходить за пределы изученного в первом разделе комплекса опорных конфигураций, поэтому для третьего угла θ_l рассмотрим два возможных варианта. При $\theta_l = \theta_j$ мы возвращаемся к предыдущей конфигурации $(\theta_k + \theta_l = 0)$, т. е. данный вариант ($\theta_j + \theta_k = 0$, $\theta_l = \theta_j$) не может быть использован. Остановимся подробно на втором варианте $\theta_j + \theta_k = 0$, $\theta_l = \theta_k$ или $\theta_j + \theta_l = 0$. Для знаменателя $D^{(0)}_{jkl}$ (для величины D_{jkl}) используем выражение (99), которое, учитывая формулу (101) и равенство $W_{mn} = 0$, справедливые в рассматриваемом приближении, запишем в виде

$$D_{jkl} = -\zeta_j D^{(0)}_{jkl} = \\ = b_{1j} c^{(-)}_{kl} U_{kl} - b_{1k} c^{(-)}_{jl} U_{jl} + b_{1l} c^{(-)}_{jk} U_{jk}. \quad (124)$$

Затем, привлекая соотношение (62), представим это выражение в виде

$$D_{jkl} = c^{(-)}_{jl} \left[b_{1j} U_{kl} - b_{1k} U_{jl} \right]. \quad (125)$$

Преобразуем выражение (125), используя соотношения (56) и (64), а также формулу (7) для b_{1k}, формулы (110) и (111) для U_{kl}, и (116), и (119) для U_{jl}. В результате получим следующее выражение для D_{jkl}:

$$D_{jkl} = i(-1)^N 8\zeta_j b_{1j} c^{(-)}_{jl}, \quad (126)$$

где $c^{(-)}_{jl}$ определяется формулой (84), в которой необходимо сделать указанную в (83) замену индексов. Формула (126), как ясно из проведенного в первом разделе анализа величины $c^{(-)}_{jl}$, определяет достаточно большие значения знаменателя D_{jkl}.

Рассмотрим опорную конфигурацию (θ_j, θ_l), определенную условием (63) ($\theta_j + \theta_l = 0$). Возникающие здесь два варианта, связанные с поведением третьего угла θ_k, сводятся к двум предыдущим, один из которых не может быть использован, а второй определяется формулой (126).

Наконец, рассмотрим опорную конфигурацию (θ_j, θ_l), определенную условием (40) $(\theta_j = \theta_l)$. Здесь новым является только вариант $\theta_j = \theta_k = \theta_l$. Рассматривается он точно так же, как и вариант $\theta_j + \theta_k = 0$, $\theta_l = \theta_k$. Окончательный результат следующий:

$$D_{jkl} = i(-1)^N 8\zeta_j b_{1j} c^{(-)}_{jk}, \quad (127)$$

где $c^{(-)}_{jk}$ определяется формулой (84). Таким образом, и этот очень важный вариант является допустимым.

Несложные математические приемы, использованные в данной работе, позволяют рассмотреть и произвольные конфигурации. Особый интерес представляют те из них, которые двумя параметрами θ_m образуют основу из опорных конфигураций, а их третий параметр является свободным, обеспечивая дополнительные возможности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 2. С. 20–34.
2. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2008. Т. 18, № 2. С. 18–32.
3. *Семененко А.И.* // Оптика и спектроскопия. 1978. Т. 45. С. 387–388.
4. *Ржанов А.В., Свиташев К.К., Семененко А.И. и др.* Основы эллипсометрии. Новосибирск: Наука, 1979. 422 с.
5. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 4. С. 42–54.
6. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2005. Т. 15, № 4. С. 74–82.

Институт прикладной физики НАН Украины, г. Сумы (*Семененко А.И.*)

Институт аналитического приборостроения РАН, Санкт-Петербург (*Семененко И.А.*)

Материал поступил в редакцию 15.07.2008.

ON THE NEW POTENTIALS OF ELLIPSOMETRY ARISING FROM THE NULL OPTICAL CIRCUIT. ELLIPSOMETRY OF REAL SURFACE STRUCTURES. 13. GENERALIZATION OF INVARIANT THEORY. SELECTION OF MEASURING CONFIGURATIONS IN THE ELLIPSOMETRY OF ANISOTROPIC MEDIA

A. I. Semenenko[1], **I. A. Semenenko**[2]

[1]*Institute of Applied Physics NAS, Ukraine, Sumy*
[2]*Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg*

The work generalizes isotrope media ellipsometry invariant theory in case of any measuring configurations of the device. The basic invariant properties appearing at various types of configurations are analyzed. General approach to selection of measuring configurations of the device providing peak effect in elimination of features in extended zone relations of ellipsometry of anisotropic media is developed. Thus (in the accepted approach) properties of invariant ellipsometry of isotropic media are used in full. Various types of measuring configurations are analyzed. At the same time the class of measuring configurations considerably differing from a classical configuration, but not eliminating features is found.