ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2008, том 18, № 2, с. 18–32

ИССЛЕДОВАНИЯ, МОДЕЛИ, МЕТОДЫ И МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 535.5.511: 531.7

© А. И. Семененко, И. А. Семененко

О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ МЕТОДА ЭЛЛИПСОМЕТРИИ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ "НУЛЕВОЙ" ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМОЙ. ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР. 12. СПОСОБЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЙ ГАШЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работе проведен теоретический анализ, охватывающий общий случай произвольных измерительных конфигураций, причем при любых значениях поляризационных углов Ψ и Δ, характеризующих исследуемую поверхность. Этот анализ позволяет изучить особые ситуации в измерении положений гашения оптических элементов, имеющие большое практическое значение, и наметить пути к устранению возникающих здесь трудностей. Классифицированы возможные методы измерения положений гашения оптических элементов (анализатора и поляризатора) для произвольной измерительной конфигурации, определяемой положением "быстрой" оси фазового компенсатора относительно плоскости падения светового луча. Обоснована возможность разделения (по конфигурациям) процесса измерения поляризационных углов Ψ и Δ в ситуациях, связанных с малыми значениями угла Ψ. Рассмотрена задача о выборе единой оптимальной измерительной конфигурации, обеспечивающей достаточное разрешение по обоим поляризационным углам в случае малых углов Ψ.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Настоящая работа, как и предыдущая [1], посвящена изучению измерительных конфигураций прибора, определяемых положением $(\psi_k^{(j)})$ "быстрой" оси фазового компенсатора относительно плоскости падения. В работе [1] получены и исследованы для некоторых частных случаев выражения, определяющие в точке минимума $(\psi_a^{(j)}, \gamma_p^{(j)})$ вторые производные от интенсивности светового пучка на выходе прибора по угловым положениям анализатора (ψ_a) и поляризатора (γ_p):

$$I_{11}^{(j)} = \left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial \psi_a{}^2}\right)_0, \quad I_{22}^{(j)} = \left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial \gamma_p{}^2}\right)_0, \qquad (1)$$

где j — номер измерительной зоны $(j = 1, 2, 3, 4)$.

Анализ, проведенный для частных случаев $(\Delta = 0,\ \pi/2,\ \pi,\ 3\pi/2)$, позволил выявить измерительные конфигурации, которым отвечают максимальные значения производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$. Эти конфигурации обеспечивают достаточную выраженность минимума интенсивности относительно соответствующих оптических элементов, а значит, и необходимую точность в экспериментальном определении поляризационных углов Ψ и Δ. На основе частных результатов проанализирована измерительная ситуация в окрестности угла Брюстера, имеющая ряд особенностей, обусловленных малыми значениями угла Ψ. Однако сделанные при этом общие выводы никак не связаны с методами экспериментального определения положений гашения оптических элементов. Чтобы перейти к этим методам, необходимо исследовать также и смешанную производную от интенсивности светового пучка

$$I_{12}^{(j)} = \left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial \psi_a \partial \gamma_p}\right)_0. \qquad (2)$$

Сделанный в работе [1] вывод о возможности разделения процесса измерения углов Ψ и Δ в ситуациях, связанных с малыми значениями угла Ψ, нуждается в серьезном обосновании. В то же время необходимо подробно остановиться на выборе некоторой общей оптимальной измерительной конфигурации, обеспечивающей достаточное разрешение по обоим поляризационным углам.

Кроме того, выяснилось, что аналитическое рассмотрение вторых производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$ возможно не только для некоторых частных случаев, связанных со значениями поляризационного угла Δ, но и для общего случая произвольных значений Δ. Этот вопрос заслуживает большого внимания.

В соответствии с такой постановкой изложение в настоящей работе ведется по следующему плану:

1) исследование общих свойств смешанной производной $I_{12}^{(j)}$; обобщение анализа производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$ на случай произвольных значений угла Δ;

2) описание возможных методов экспериментального определения положений гашения оптических элементов;

3) о выборе оптимальной измерительной конфигурации, обеспечивающей достаточное разрешение по обоим поляризационным углам;

4) обоснование возможности разделения процесса измерения поляризационных углов Ψ и Δ в ситуациях, связанных с малыми значениями угла Ψ.

1. ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЩИХ СВОЙСТВ СМЕШАННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ $I_{12}^{(j)}$. ОБОБЩЕНИЕ АНАЛИЗА ПРОИЗВОДНЫХ $I_{11}^{(j)}$ И $I_{22}^{(j)}$

Настоящий раздел посвящен исследованию свойств смешанной производной $I_{12}^{(j)}$, причем не для некоторых частных значений поляризационного угла Δ, рассмотренных в работе [1], а для общего случая произвольного поляризационного угла Δ. На общий случай будет обобщен также и анализ производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$, исследованных в [1] для частных значений Δ.

1.1 Свойства смешанной производной $I_{12}^{(j)}$.

Используя выражение для интенсивности светового пучка $I_A^{(j)}$, приведенное в работе [1], легко находим смешанную производную в точке минимума $(\psi_a^{(j)}, \gamma_p^{(j)})$:

$$I_{12}^{(j)} \sim K_0 \frac{2}{1+\mathrm{tg}^2\psi_a^{(j)}} \times$$
$$\times\left[-\left(\frac{\partial F_j}{\partial \gamma_p}\right)_0 \mathrm{tg}\psi_a^{(j)}\,\mathrm{tg}^2\Psi + \left(\frac{\partial G_j}{\partial \gamma_p}\right)_0 \mathrm{tg}\psi_a^{(j)} + \right.$$
$$+\zeta_j(1-\mathrm{tg}^2\psi_a^{(j)})\,\mathrm{tg}\Psi \times$$
$$\left.\times\left(\left(\frac{\partial h_j}{\partial \gamma_p}\right)_0 \cos\Delta + \left(\frac{\partial q_j}{\partial \gamma_p}\right)_0 \sin\Delta\right)\right], \qquad (3)$$

где

$$K_0 = \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2. \qquad (4)$$

Отметим, что во всех формулах, получаемых из выражения для интенсивности $I_A^{(j)}$, всюду опускается несущественный постоянный общий множитель. Что касается величин h_j, q_j, F_j и G_j, то для них используем форму записи, принятую в работе [2]. В соответствии с этим первые производные для указанных величин запишутся:

$$\left(\frac{\partial h_j}{\partial \gamma_p}\right)_0 = 2(1+f^2)\cos 2\theta_j \cos 2\gamma_{pk}^{(j)} -$$
$$-4\eta_j f \cos\delta \sin 2\theta_j \sin 2\gamma_{pk}^{(j)}, \qquad (5)$$

$$\left(\frac{\partial q_j}{\partial \gamma_p}\right)_0 = -4\eta_j f \sin\delta \sin 2\gamma_{pk}^{(j)}, \qquad (6)$$

$$\left(\frac{\partial F_j}{\partial \gamma_p}\right)_0 = -2\eta_j(1+f^2)\sin 2\theta_j \cos 2\gamma_{pk}^{(j)} -$$
$$-4f\cos\delta\cos 2\theta_j \sin 2\gamma_{pk}^{(j)} +$$
$$+2\eta_j(1-f^2)\cos 2\gamma_{pk}^{(j)}, \qquad (7)$$

$$\left(\frac{\partial G_j}{\partial \gamma_p}\right)_0 = 2\eta_j(1+f^2)\sin 2\theta_j \cos 2\gamma_{pk}^{(j)} +$$
$$+4f\cos\delta\cos 2\theta_j \sin 2\gamma_{pk}^{(j)} +$$
$$+2\eta_j(1-f^2)\cos 2\gamma_{pk}^{(j)}, \qquad (8)$$

где δ и f — параметры компенсатора, $\gamma_{pk}^{(j)} = \gamma_p^{(j)} - \eta_j\theta_j$, а θ_j определяет отклонение "быстрой" оси от ее классического положения ($\psi_k^{(j)} = \pi/4$) — $\theta_j = \psi_k^{(j)} - \pi/4$.

Преобразуем выражение (3) для смешанной производной. Для этого, используя результаты работ [1, 2], выразим $\mathrm{tg}\psi_a^{(j)}$ через $\mathrm{tg}\Psi$ и $F_j^{(0)}$, $G_j^{(0)}$, а $\cos\Delta$ и $\sin\Delta$ — через $h_j^{(0)}$, $q_j^{(0)}$ и $F_j^{(0)}$, $G_j^{(0)}$:

$$\mathrm{tg}\psi_a^{(j)} = \frac{\sqrt{F_j^{(0)}}}{\sqrt{G_j^{(0)}}}\mathrm{tg}\Psi, \qquad (9)$$

$$\cos\Delta = \frac{-\zeta_j h_j^{(0)}}{\sqrt{(h_j^{(0)})^2 + (q_j^{(0)})^2}} = \frac{-\zeta_j h_j^{(0)}}{\sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}}},$$
$$\sin\Delta = \frac{-\zeta_j q_j^{(0)}}{\sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}}}, \qquad (10)$$

после чего числитель и знаменатель в (3) умножим на величину $G_j^{(0)}$. В результате придем к следующему выражению:

$$I_{12}^{(j)} \sim K_0 \frac{2\,\mathrm{tg}\,\Psi}{\sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}}\,(G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\,\mathrm{tg}^2\,\Psi)} \times$$
$$\times \left[G_j^{(0)} \left(F_j^{(0)} \left(\frac{\partial G_j}{\partial \gamma_p} \right)_0 - T_j^{(0)} \right) - \right.$$
$$\left. - F_j^{(0)}\,\mathrm{tg}^2\,\Psi \left(G_j^{(0)} \left(\frac{\partial F_j}{\partial \gamma_p} \right)_0 - T_j^{(0)} \right) \right], \qquad (11)$$

где

$$T_j^{(0)} = \left(\frac{\partial h_j}{\partial \gamma_p} \right)_0 h_j^{(0)} + \left(\frac{\partial q_j}{\partial \gamma_p} \right)_0 q_j^{(0)}. \qquad (12)$$

Напомним, что нижний нулевой индекс у производных и верхний у остальных величин означает принадлежность к точке минимума $(\psi_a^{(j)}, \gamma_p^{(j)})$.

Продифференцируем по γ_p очевидное соотношение (см. работу [1]) $h_j^2 + q_j^2 = F_j G_j$:

$$2\left(h_j \frac{\partial h_j}{\partial \gamma_p} + q_j \frac{\partial q_j}{\partial \gamma_p} \right) = F_j \frac{\partial G_j}{\partial \gamma_p} + G_j \frac{\partial F_j}{\partial \gamma_p}. \qquad (13)$$

Определив все величины в (13) в точке минимума и приняв во внимание (12), приходим к соотношению

$$U_j^{(0)} \equiv \left(F_j^{(0)} \left(\frac{\partial G_j}{\partial \gamma_p} \right)_0 - T_j^{(0)} \right) =$$
$$= -\left(G_j^{(0)} \left(\frac{\partial F_j}{\partial \gamma_p} \right)_0 - T_j^{(0)} \right). \qquad (14)$$

С учетом (14) выражение (11) запишется

$$I_{12}^{(j)} \sim K_0 \frac{2U_j^{(0)}}{\sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}}}\,\mathrm{tg}\,\Psi. \qquad (15)$$

Определим теперь величину $U_j^{(0)}$. Для этого используем формулы (5)–(8) для производных и выражения из работы [2] для величин $h_j^{(0)}$, $q_j^{(0)}$, $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$:

$$U_j^{(0)} = 8\eta_j f^2 \sin 2\theta_j \cos 2\gamma_{pk}^{(j)} +$$
$$+4f \cos\delta \cos 2\theta_j [(1+f^2)\sin 2\gamma_{pk}^{(j)} + \eta_j (1-f^2)]. \qquad (16)$$

Представим в явной форме также и величину $F_j^{(0)} G_j^{(0)}$:

$$F_j^{(0)} G_j^{(0)} = 4f^2 \sin^2\delta \cos^2 2\gamma_{pk}^{(j)} +$$
$$+\left\{ \cos 2\theta_j [(1+f^2)\sin 2\gamma_{pk}^{(j)} + \eta_j (1-f^2)] + \right.$$
$$\left. +2\eta_j f \cos\delta \sin 2\theta_j \cos 2\gamma_{pk}^{(j)} \right\}^2. \qquad (17)$$

Используя формулы (15)–(17), рассмотрим общие свойства смешанной производной $I_{12}^{(j)}$. Для классической измерительной конфигурации

$$\psi_k^{(j)} = \pi/4, \quad \theta_j = 0, \quad \gamma_{pk}^{(j)} = \gamma_p^{(j)}$$

выражения для величин $U_j^{(0)}$ и $F_j^{(0)} G_j^{(0)}$ упрощаются:

$$U_j^{(0)} = 4f \cos\delta\,[(1+f^2)\sin 2\gamma_p^{(j)} + \eta_j (1-f^2)], \qquad (18)$$

$$F_j^{(0)} G_j^{(0)} = 4f^2 \sin^2\delta \cos^2 2\gamma_p^{(j)} +$$
$$+[(1+f^2)\sin 2\gamma_p^{(j)} + \eta_j (1-f^2)]^2, \qquad (19)$$

причем выражение (19) может быть представлено в более удобной форме:

$$F_j^{(0)} G_j^{(0)} = 4f^2 + 2\eta_j (1-f^4)\sin 2\gamma_p^{(j)} +$$
$$+(1-f^2)^2 (1+\sin^2 2\gamma_p^{(j)}) - 4f^2 \cos^2\delta \cos^2 2\gamma_p^{(j)}. \qquad (20)$$

Параметры используемых в эллипсометрии компенсаторов, как правило, слабо отличаются от их идеальных значений ($\delta = \pi/2$, $f = 1$). Поэтому, используя (18) и (20), можно получить $I_{12}^{(j)}$ с помощью формулы (15), ограничившись членами первого порядка малости по $\cos\delta$ и $(f-1)$:

$$I_{12}^{(j)} \sim K_0 8\,\mathrm{tg}\,\Psi \cos\delta \sin 2\gamma_p^{(j)}. \qquad (21)$$

Таким образом, для классической измерительной конфигурации смешанная производная $I_{12}^{(j)}$ независимо от исследуемого образца является малой величиной, обращающейся в ноль при $\delta = \pi/2$.

Обратимся теперь к общему случаю $(\theta_j \neq 0)$. Прежде всего рассмотрим особую ситуацию, возникающую при предельном переходе

$$\theta_j \to \pm\pi/4 \;\; (\cos 2\theta_j \to 0), \qquad (22)$$

когда

$$\cos 2\gamma_{pk}^{(j)} = 0. \qquad (23)$$

При таком предельном переходе величины $U_j^{(0)}$ и $F_j^{(0)} G_j^{(0)}$ стремятся к нулю, и, следовательно, вы-

ражение (15) содержит особенность типа $0/0$. Как следует из предыдущей работы [1], такая ситуация возникает в случаях, когда $\Delta = 0$ или $\Delta = \pi$ и соответственно $\gamma_{pk}^{(j)} = -\zeta_j \dfrac{\pi}{4}$ или $\zeta_j \dfrac{\pi}{4}$ при любом θ_j. Эта особенность легко устраняется, если учесть, что при $\cos 2\gamma_{pk}^{(j)} = 0$

$$U_j^{(0)} = \\ = \mp 4\zeta_j f \cos\delta \cos 2\theta_j [(1+f^2) \mp \zeta_j \eta_j (1-f^2)], \quad (24)$$

$$\sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}} = \cos 2\theta_j [(1+f^2) \mp \zeta_j \eta_j (1-f^2)], \quad (25)$$

где двойной знак связан со значениями Δ (0 или π). При подстановке (24) и (25) в формулу (15) $\cos 2\theta_j$ сокращается и особенность устраняется. В итоге при $\cos 2\gamma_{pk}^{(j)} = 0$ величина $I_{12}^{(j)}$ определится формулой

$$I_{12}^{(j)} \sim \mp K_0 8\zeta_j f \operatorname{tg}\Psi \cos\delta. \quad (26)$$

Эта формула дает результат, отвечающий предельному переходу (22)–(23). В то же время она верна и при любых значениях θ_j, устанавливая (при условии (23)) независимость $I_{12}^{(j)}$ от θ_j. Формула (26) также дает малые значения для $I_{12}^{(j)}$. Как и следовало ожидать, при выполнении условия (23) формула (21), соответствующая классической измерительной конфигурации, и формула (26) совпадают.

Однако неопределенность типа $0/0$, связанная с предельным переходом (22), в формуле (15) возникает не только в случае, когда угол $\Delta = 0(\pi)$. Проведенное рассмотрение базируется на результатах работы [1], в которой изучены лишь некоторые частные случаи, связанные со значениями угла Δ. Здесь мы покажем, что в предельной ситуации ($\theta_j = \pm\pi/4$) равенство (23) выполняется при всех Δ, а не только при $\Delta = 0(\pi)$. Как увидим ниже, результат предельного перехода (22) в самом общем случае определяется не только малыми величинами $\cos\delta$ и $(f-1)$, но и величиной $\sin\Delta$.

Рассмотрим общий случай ($\theta_j \neq 0$), предполагая уже произвольные значения $\gamma_{pk}^{(j)}$, т. е. произвольные значения угла Δ. При этом надо учитывать, что величина $\gamma_{pk}^{(j)}$ зависит также и от угла θ_j. Чтобы хорошо понять поведение $I_{12}^{(j)}$, упростим задачу. Для этого рассмотрим нулевое приближение по малым величинам $\cos\delta$ и $(f-1)$, т. е. положим, $\delta = \pi/2$, $f = 1$. В нулевом приближении величины $U_j^{(0)}$ и $F_j^{(0)} G_j^{(0)}$, а также смешанная производная $I_{12}^{(j)}$ запишутся

$$U_j^{(0)} = 8\eta_j \sin 2\theta_j \cos 2\gamma_{pk}^{(j)}, \quad (27)$$

$$F_j^{(0)} G_j^{(0)} = 4(\cos^2 2\theta_j + \sin^2 2\theta_j \cos^2 2\gamma_{pk}^{(j)}) = \\ = 4(1 - \sin^2 2\theta_j \sin^2 2\gamma_{pk}^{(j)}), \quad (28)$$

$$I_{12}^{(j)} \sim K_0 8\eta_j \operatorname{tg}\Psi \frac{\sin 2\theta_j \cos 2\gamma_{pk}^{(j)}}{\sqrt{1 - \sin^2 2\theta_j \sin^2 2\gamma_{pk}^{(j)}}}. \quad (29)$$

Приближенные выражения (27)–(29) также позволяют рассмотреть предельный переход, определяемый условиями (22) и (23). Нулевой результат, к которому мы приходим, очевидно, согласуется с формулой (26). Однако наибольший интерес представляет поведение смешанной производной $I_{12}^{(j)}$ с изменением положения "быстрой" оси, т. е. как функции угла θ_j. Угол $\gamma_{pk}^{(j)}$ не зависит от θ_j, только когда

$$\Delta = 0,\ \pi/2,\ \pi,\ 3\pi/2,\ 2\pi; \quad (30)$$

во всех остальных случаях $\gamma_{pk}^{(j)}$ является функцией θ_j. При прохождении оси Δ в указанных точках (см. [1])

$$2\gamma_{pk}^{(j)} = -\zeta_j \frac{\pi}{2},\quad -(\zeta_j + \eta_j)\frac{\pi}{2},\quad \zeta_j \frac{\pi}{2}, \\ (\zeta_j - \eta_j)\frac{\pi}{2},\quad -\zeta_j \frac{\pi}{2} \quad (31)$$

и, следовательно,

$$\cos 2\gamma_{pk}^{(j)} = 0,\quad -\zeta_j \eta_j,\quad 0,\quad \zeta_j \eta_j. \quad (32)$$

Для определения зависимости угла $\gamma_{pk}^{(j)}$ от θ_j воспользуемся одним из выражений (10), в которых $F_j^{(0)} G_j^{(0)}$ и $h_j^{(0)}$, $q_j^{(0)}$ определяются (в нулевом приближении) формулой (28), и соответствующими выражениями из работы [2]:

$$h_j^{(0)} = 2\cos 2\theta_j \sin 2\gamma_{pk}^{(j)},\quad q_j^{(0)} = 2\eta_j \cos 2\gamma_{pk}^{(j)}. \quad (33)$$

Возведя выражение (10) (например, выражение для $\cos\Delta$) в квадрат, после несложных преобразований получим:

$$\sin 2\gamma_{pk}^{(j)} = \frac{\pm\cos\Delta}{\sqrt{1 - \sin^2\Delta \sin^2 2\theta_j}},\quad \cos 2\gamma_{pk}^{(j)} = \\ = \frac{\pm\sin\Delta \cos 2\theta_j}{\sqrt{1 - \sin^2\Delta \sin^2 2\theta_j}}. \quad (34)$$

Устраним в (34) неопределенность, связанную с двойным знаком ($\pm$). Из исходных выражений (10) при $\theta_j = 0$ имеем

$$\sin 2\gamma_{pk}^{(j)} = -\zeta_j \cos\Delta, \quad \cos 2\gamma_{pk}^{(j)} = -\zeta_j \eta_j \sin\Delta, \qquad (35)$$

следовательно, исходя из непрерывности, можем записать (34) в окончательном виде:

$$\sin 2\gamma_{pk}^{(j)} = \frac{-\zeta_j \cos\Delta}{\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_j}},$$
$$\cos 2\gamma_{pk}^{(j)} = \frac{-\zeta_j \eta_j \sin\Delta\cos 2\theta_j}{\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_j}}. \qquad (36)$$

Используя выражения (36), найдем смешанную производную для общего случая произвольных значений поляризационного угла Δ и любой измерительной конфигурации, определяемой углом θ_j:

$$I_{12}^{(j)} \sim -K_0 8\zeta_j \operatorname{tg}\Psi \sin\Delta \sin 2\theta_j. \qquad (37)$$

При выводе формулы (37) так же, как и при получении формулы (26), сокращается общий для числителя и знаменателя параметр

$$\cos 2\theta_j \Big/ \sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_j},$$

приводящий к неопределенности типа $0/0$ в исходном выражении (29) при $\theta_j \to \pm\pi/4$. В предельном случае (22) формула (37) запишется

$$I_{12}^{(j)} \sim -(\pm 1) K_0 8\zeta_j \operatorname{tg}\Psi \sin\Delta, \qquad (38)$$

где двойной знак связан с предельным значением θ_j. Если при выводе (37) учесть малые параметры $\cos\delta$ и $(f-1)$, то предельная формула (38) будет содержать поправки, связанные с этими параметрами. Это означает, что уточненная предельная формула (38) при $\Delta = 0$ или π, когда $\sin\Delta = 0$, перейдет в формулу (26).

Подчеркнем, что полученная здесь формула (37) позволяет легко проанализировать смешанную производную $I_{12}^{(j)}$ для любой измерительной конфигурации прибора и любого отражающего образца.

1.2. Обобщение анализа производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$

Обобщим анализ производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$, исследованных в работе [1] для некоторых частных значений угла Δ, на общий случай произвольного Δ. При этом, как и для производной $I_{12}^{(j)}$, будем использовать нулевое приближение по параметрам компенсатора.

Воспроизведем здесь общие выражения для $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$:

$$I_{11}^{(j)} \sim K_0 2(G_j^{(0)} + F_j^{(0)} \operatorname{tg}^2\Psi), \qquad (39)$$

$$I_{22}^{(j)} \sim K_0 \frac{\operatorname{tg}^2\Psi}{G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\operatorname{tg}^2\Psi} \times$$
$$\times \left[H_j^{(0)} + 2\zeta_j \sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}} Q_j^{(0)} \right], \qquad (40)$$

где

$$H_j^{(0)} = \left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial \gamma_p^{\,2}}\right)_0 G_j^{(0)} + \left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial \gamma_p^{\,2}}\right)_0 F_j^{(0)}, \qquad (41)$$

$$Q_j^{(0)} = \left(\left(\frac{\partial^2 h_j}{\partial \gamma_p^{\,2}}\right)_0 \cos\Delta + \left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial \gamma_p^{\,2}}\right)_0 \sin\Delta \right). \qquad (42)$$

Входящие в (39)–(42) величины определим в нулевом приближении через $\gamma_{pk}^{(j)}$, используя общие формулы из работы [2]:

$$\left(\frac{\partial^2 h_j}{\partial \gamma_p^{\,2}}\right)_0 = -8\cos 2\theta_j \sin 2\gamma_k^{(j)},$$
$$\left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial \gamma_p^{\,2}}\right)_0 = -8\eta_j \cos 2\gamma_k^{(j)}; \qquad (43)$$

$$\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial \gamma_p^{\,2}}\right)_0 = -\left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial \gamma_p^{\,2}}\right)_0 =$$
$$= 2(G_j^{(0)} - F_j^{(0)}) = 8\eta_j \sin 2\theta_j \sin 2\gamma_{pk}^{(j)}; \qquad (44)$$

$$F_j^{(0)} = 2[1 - \eta_j \sin 2\theta_j \sin 2\gamma_{pk}^{(j)}],$$
$$G_j^{(0)} = 2[1 + \eta_j \sin 2\theta_j \sin 2\gamma_{pk}^{(j)}]; \qquad (45)$$

$$\sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}} = 2\sqrt{1 - \sin^2 2\theta_j \sin^2 2\gamma_{pk}^{(j)}}. \qquad (46)$$

Преобразуем величины $H_j^{(0)}$ и $Q_j^{(0)}$, используя соотношения (43)–(45):

$$H_j^{(0)} = 2(G_j^{(0)} - F_j^{(0)})^2 = 32\sin^2 2\theta_j \sin^2 2\gamma_{pk}^{(j)}, \qquad (47)$$

$$Q_j^{(0)} =$$
$$= -8(\cos\Delta\cos 2\theta_j \sin 2\gamma_{pk}^{(j)} + \eta_j \sin\Delta\cos 2\gamma_{pk}^{(j)}). \qquad (48)$$

Затем в формулах (46)–(48) вместо величин $\sin 2\gamma_k^{(j)}$ и $\cos 2\gamma_k^{(j)}$ подставим их выражения, оп-

ределенные формулами (36). В результате получим:

$$\sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}} = \frac{2\cos 2\theta_j}{\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_j}}, \qquad (49)$$

$$H_j^{(0)} = \frac{32\sin^2 2\theta_j \cos^2\Delta}{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_j},$$
$$Q_j^{(0)} = \frac{8\zeta_j \cos 2\theta_j}{\sqrt{1-\sin^2\Delta\sin^2 2\theta_j}}. \qquad (50)$$

Наконец, на основе выражений (49) и (50) легко приходим к окончательному результату для $I_{22}^{(j)}$:

$$I_{22}^{(j)} \sim K_0 \frac{32\,\mathrm{tg}^2\Psi}{G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\,\mathrm{tg}^2\Psi}. \qquad (51)$$

Выражения (39) и (51) позволяют дать полный анализ производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$ для любой измерительной конфигурации (любого θ_j) и любого исследуемого объекта, оптические свойства которого описываются поляризационными углами Δ и Ψ. Для анализа этих производных необходимо исследовать следующую функцию угла θ_j (при заданных Δ и Ψ):

$$\Phi(\theta_j;\Delta,\Psi) = G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\,\mathrm{tg}^2\Psi. \qquad (52)$$

Величины $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$, входящие в эту функцию, определяются выражениями (45), в которых необходимо учесть представление величины $\sin 2\gamma_k^{(j)}$ формулой (36). С учетом этой формулы, в которой удобно использовать другие формы записи подкоренного выражения, $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$ запишутся:

$$F_j^{(0)} = 2+\varphi(\theta_j,\Delta), \quad G_j^{(0)} = 2-\varphi(\theta_j,\Delta), \qquad (53)$$

где

$$\varphi(\theta_j,\Delta) = 2\zeta_j\eta_j\cos\Delta\frac{\sin 2\theta_j}{\sqrt{\cos^2\Delta+\sin^2\Delta\cos^2 2\theta_j}}, \qquad (54)$$

или

$$\varphi(\theta_j,\Delta) = \\ = 2\zeta_j\eta_j\cos\Delta\frac{\sin 2\theta_j}{\sqrt{\cos^2 2\theta_j+\cos^2\Delta\sin^2 2\theta_j}}. \qquad (55)$$

Функциям $\varphi(\theta_j,\Delta)$ и $-\varphi(\theta_j,\Delta)$, очевидно, отвечают кривые, симметричные относительно оси θ_j. Это означает, что функциям $F_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ и $G_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$, согласно выражениям (53), соответствуют те же самые кривые в плоскости (θ_j, y), но сдвинутые вверх (вдоль оси y) на 2 единицы и, следовательно, симметричные относительно горизонтальной прямой $y=2$. Исследование по стандартной методике приводит к следующим результатам. В зависимости от знака параметра $\zeta_j\eta_j\cos\Delta$ функция $F_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ в интервале $(-\pi/4, \pi/4)$ монотонно возрастает (при $\zeta_j\eta_j\cos\Delta>0$) от 0 до 4 или монотонно убывает (при $\zeta_j\eta_j\cos\Delta<0$) от 4 до 0. Что касается функции $G_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$, то в силу вышесказанного она ведет себя обратным образом (см. рис. 1). Но это — свойства общего характера. Особый интерес представляет видоизменение соответствующих кривых в зависимости от угла Δ.

При $\Delta = 0(\pi)$ функции $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$ представляют собой обычную синусоидальную зависимость, определяемую функцией $\varphi(\theta_j,\Delta)$ (см. также [1]). С удалением Δ от этого значения кривые

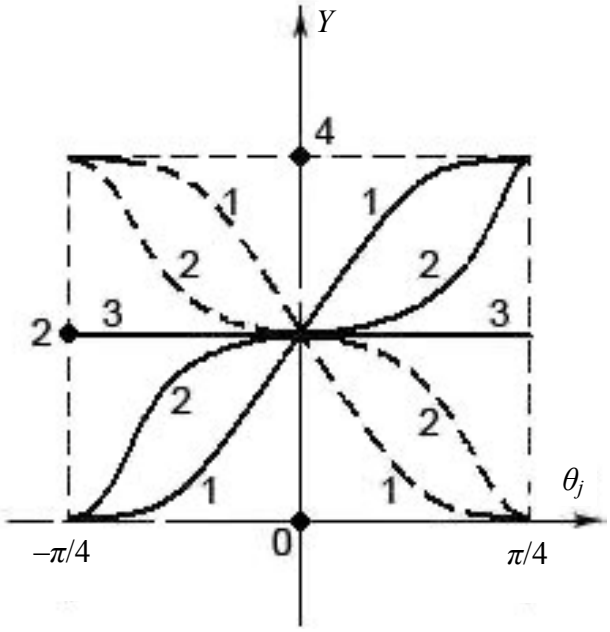

Рис. 1. Схематическое изображение функций $F_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ и $G_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ для разных значений Δ. Сплошные линии — $F_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$; штриховые — $G_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$; 1 — $\Delta=0$; 2 — $\Delta=\pi/3$; 3 — $\Delta=\pi/2$; $F_j^{(0)}=G_j^{(0)}$

$F_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ и $G_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ изменяются, причем характер этого изменения легче всего понять, рассмотрев $\Delta \approx \pi/2$. При $\Delta = \pi/2$ данные кривые вырождаются в прямую $y = 2$. Для значений Δ из небольшой окрестности этой точки функция $\varphi(\theta_j,\Delta)$, согласно (55), имеет следующий приближенный вид:

$$\varphi(\theta_j,\Delta) \approx 2\zeta_j\eta_j \cos\Delta \operatorname{tg} 2\theta_j . \qquad (56)$$

Выражение (56) достаточно правильно описывает характер этой функции в интервале

$$\theta_j \in (-\theta_j^{(0)}, \theta_j^{(0)}) . \qquad (57)$$

В этом интервале функция (56) — это известная функция $\operatorname{tg} 2\theta_j$, умноженная на малый параметр $\cos\Delta$, который как раз и приближает кривую $\varphi(\theta_j,\Delta)$ к оси θ_j. Это означает, что кривые $F_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ и $G_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ в данном интервале приближаются к прямой $y = 2$.

Вне интервала (57) с приближением к концам основного интервала θ_j, т. е. в интервалах

$$\theta_j \in (-\pi/4, -\theta_j^{(1)}) \text{ и } \theta_j \in (\theta_j^{(1)}, \pi/4), \quad \theta_j^{(1)} > \theta_j^{(0)} \qquad (58)$$

функция $\varphi(\theta_j,\Delta)$, согласно (54), приближенно запишется

$$\varphi(\theta_j,\Delta) \approx 2\zeta_j\eta_j\xi_\Delta \sin 2\theta_j , \quad \xi_\Delta = \frac{\cos\Delta}{|\cos\Delta|} , \qquad (59)$$

где ξ_Δ — единичный параметр, совпадающий по знаку с $\cos\Delta$.

Таким образом, основной интервал для угла θ_j включает в себя три характерных интервала: центральный (57) и два краевых (58). В центральном интервале, ширина которого качественно может быть оценена неравенством для параметра $\theta_j^{(0)}$

$$\operatorname{tg} 2\theta_j^{(0)} |\cos\Delta| \ll 1 , \qquad (60)$$

функции $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$ слабо зависят от θ_j и имеют приближенные значения

$$F_j^{(0)} \approx 2, \quad G_j^{(0)} \approx 2 .$$

В краевых интервалах, которые можно оценить неравенством, связывающим $\theta_j^{(1)}$ и Δ,

$$\cos^2\Delta \gg \sin^2\Delta \cos^2 2\theta_j^{(1)} , \qquad (61)$$

зависимость функций $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$ является практически синусоидальной. Как следует из неравенств (60) и (61), при движении Δ от значения 0 до значения $\pi/2$ параметры $\theta_j^{(0)}$ и $\theta_j^{(1)}$ увеличиваются (от 0) при сохранении между ними указанного в (58) соотношения. Это, очевидно, означает расширение и дальнейшее сближение с прямой $y = 2$ центральных участков кривых $F_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ и $G_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$. При этом крайние участки этих кривых с синусоидальной зависимостью от θ_j сокращаются. Важно отметить, что при достаточно малом отступлении угла Δ от 0, когда $\cos\Delta$ слабо отличается от 1 ($\sin\Delta \approx 0$), синусоидальная зависимость функций $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$ сохраняется практически на всем интервале изменения θ_j, т. е. параметры $\theta_j^{(0)}$ и $\theta_j^{(1)}$ очень медленно отступают от своих начальных значений. Это отчетливо следует из неравенства (61). Что касается переходных участков, отвечающих интервалам

$$(-\theta_j^{(1)}, -\theta_j^{(0)}) \text{ и } (\theta_j^{(0)}, \theta_j^{(1)}) , \qquad (62)$$

то крутизна перехода на этих участках увеличивается с приближением Δ к значению $\pi/2$. Такая картина изображена на рис. 1. Аналогичная ситуация возникает при движении Δ в следующих направлениях:

$$\pi \to \pi/2 , \quad \pi \to 3\pi/2 \text{ и } 2\pi \to 3\pi/2 . \qquad (63)$$

Теперь можно, исходя из выражений (39) и (51), обратиться к анализу самих производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$. В этих выражениях основную роль играет функция $\Phi(\theta_j;\Delta,\Psi)$, определенная формулой (52). Учитывая результаты анализа функций $F_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$ и $G_j^{(0)}(\theta_j,\Delta)$, можно сделать следующие выводы. Прежде всего отметим, что для классической измерительной конфигурации $(\theta_j = 0)$ результат не зависит от величины поляризационного угла Δ и определяется формулами, полученными в работе [1] лишь для некоторых частных случаев. В нулевом приближении по параметрам компенсатора эти формулы запишутся:

$$I_{11}^{(j)} \sim K_0 4(1+\operatorname{tg}^2\Psi) , \quad I_{22}^{(j)} \sim K_0 16 \frac{\operatorname{tg}^2\Psi}{1+\operatorname{tg}^2\Psi} . \qquad (64)$$

В случае произвольных измерительных конфигураций $(\theta_j \neq 0)$ зависимость от угла Δ проявляется очень сильно. И только для предельных конфигураций, рассмотренных в работе [1], результат также не зависит от величины Δ, точнее, он зависит

лишь от знака функции $\cos\Delta$ (см. (59)). В работе [1] этот факт не был отмечен из-за ограниченного подхода к решению проблемы. Однако в этой работе рассмотрены значения $\Delta = 0$ и π, которым отвечают разные знаки функции $\cos\Delta$, поэтому полученные в [1] формулы полностью описывают весь набор предельных ситуаций для случая произвольных Δ. Особняком в этой общей ситуации стоит частный случай $\Delta = \pi/2\ (3\pi/2)$, подробно рассмотренный в работе [1]. Для него формулы (64) сохраняют свой вид при любых θ_j.

Используя результаты проведенного анализа, рассмотрим формулы (39) и (51) для произвольной измерительной конфигурации и любого набора поляризационных углов (Δ, Ψ). Сначала запишем эти формулы с учетом общих выражений (53):

$$I_{11}^{(j)} \sim K_0 2[2(1+\mathrm{tg}^2\Psi) - \varphi(\theta_j,\Delta)(1-\mathrm{tg}^2\Psi)], \quad (65)$$

$$I_{22}^{(j)} \sim K_0 \frac{32\,\mathrm{tg}^2\Psi}{[2(1+\mathrm{tg}^2\Psi) - \varphi(\theta_j,\Delta)(1-\mathrm{tg}^2\Psi)]}. \quad (66)$$

Затем отдельно рассмотрим центральный и краевые интервалы. Для значений θ_j из центрального интервала (57) функция $\varphi(\theta_j,\Delta)$, если учесть (56) и (60), удовлетворяет неравенству

$$\left|\varphi(\theta_j,\Delta)\right| \ll 1. \quad (67)$$

Учитывая неравенство (67), можно утверждать, что общие выражения (65) и (66) применительно к центральному интервалу с большой степенью точности совпадают с формулами (64), т. е. весь центральный интервал как бы эквивалентен центральной точке $\theta_j = 0$.

В пределах краевых интервалов (58) функция $\varphi(\theta_j,\Delta)$ определяется формулой (59), согласно которой данная функция на отдаленных от центральной точки концах указанных интервалов $(\theta_j = -\pi/4, \pi/4)$ принимает максимальные по модулю точные значения, равные ± 2, а во внутренних точках определяется синусоидой. На этих отдаленных концах, совпадающих с границами основного интервала θ_j, реализуются предельные ситуации, которые мы здесь обобщим с учетом знака $\cos\Delta$. В предельных ситуациях производные $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$ определяются следующими выражениями:

при $\theta_j \to -\pi/4,\ \zeta_j\eta_j\xi_\Delta = 1$

$$I_{11}^{(j)} \sim K_0 8, \quad I_{22}^{(j)} \sim K_0 8\,\mathrm{tg}^2\Psi, \quad (68)$$

при $\theta_j \to \pi/4,\ \zeta_j\eta_j\xi_\Delta = 1$

$$I_{11}^{(j)} \sim K_0 8\,\mathrm{tg}^2\Psi, \quad I_{22}^{(j)} \sim K_0 8, \quad (69)$$

при $\theta_j \to -\pi/4,\ \zeta_j\eta_j\xi_\Delta = -1$

$I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$ определяются формулами (69),

а при $\theta_j \to \pi/4,\ \zeta_j\eta_j\xi_\Delta = -1$ — формулами (68).

В общем случае производные $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$, отвечающие краевым интервалам, определяются общими формулами (65) и (66), в которых функция $\varphi(\theta_j,\Delta)$ проявляет себя согласно выражению (59). Что касается переходных участков, отвечающих интервалам (62), то производные на этих участках надо определять, используя точную формулу (см. (54) или (55)) для функции $\varphi(\theta_j,\Delta)$. Точную формулу для этой функции, конечно, можно использовать в любом случае. Однако надо помнить об особенностях, возникающих в точной формуле на концах основного интервала θ_j при значениях $\Delta \approx \pi/2$. В этой области углового параметра θ_j функцию $\varphi(\theta_j,\Delta)$ целесообразно аппроксимировать выражением (59).

2. О ВОЗМОЖНЫХ МЕТОДАХ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЙ ГАШЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Проблема измерения положений гашения оптических элементов тесно связана не только со вторыми производными $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$, но также и со смешанной производной $I_{12}^{(j)}$. Рассмотрим этот вопрос подробнее. Разложим интенсивность светового пучка $I_A^{(j)}$ на выходе анализатора в ряд по малым отклонениям угловых положений анализатора (ψ_a) и поляризатора (γ_p) от положений гашения этих элементов, определяющих точку минимума $M_0(\psi_a^{(j)}, \gamma_p^{(j)})$. При этом ограничимся членами второго порядка малости и учтем, что интенсивность в точке M_0 равна 0:

$$I_A^{(j)}(\psi_a,\gamma_p) = \\ = \frac{1}{2}\left[I_{11}^{(j)}(\delta\psi_a)^2 + 2I_{12}^{(j)}\delta\psi_a\delta\gamma_p + I_{22}^{(j)}(\delta\gamma_p)^2\right], \quad (70)$$

$$\delta\psi_a = \psi_a - \psi_a^{(j)}, \qquad \delta\gamma_p = \gamma_p - \gamma_p^{(j)}.$$

При поиске положений гашения оптических элементов к точке глобального минимума M_0 приближаются последовательно, проходя ряд то-

чек, каждая из которых определяет минимум по угловому положению одного из элементов при фиксированном положении другого. Эти промежуточные точки минимума располагаются на двух кривых, соответствующих анализатору и поляризатору. Используя разложение (70), определим данные кривые в небольшой окрестности точки минимума. Приравняв нулю первую производную по углу ψ_a от выражения (70), найдем кривую точек минимума, отвечающую анализатору:

$$\delta\gamma_p = k_1\delta\psi_a = \operatorname{tg}\alpha_1\delta\psi_a, \qquad k_1 = \operatorname{tg}\alpha_1 = -\frac{I_{11}^{(j)}}{I_{12}^{(j)}}. \quad (71)$$

Аналогично найдем кривую минимума, отвечающую поляризатору:

$$\delta\gamma_p = k_2\delta\psi_a = \operatorname{tg}\alpha_2\delta\psi_a, \qquad k_2 = \operatorname{tg}\alpha_2 = -\frac{I_{12}^{(j)}}{I_{22}^{(j)}}. \quad (72)$$

Кривые (71) и (72) изображены на рис. 2. В принятом приближении они являются прямыми. Докажем, что относительное расположение данных прямых, показанное на рисунке, является единственно верным для любой ситуации. Прежде всего условимся определять углы α_1 и α_2 в интервале $(-\pi/2, \pi/2)$. Поскольку всегда $I_{11}^{(j)} > 0$, $I_{22}^{(j)} > 0$, а $I_{12}^{(j)}$ может быть как положительной, так и отрицательной величиной, то α_1 и α_2 имеют знак, противоположный знаку смешанной производной $I_{12}^{(j)}$, причем

$$\operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{tg}\alpha_2 = I_{11}^{(j)} / I_{22}^{(j)} > 0. \quad (73)$$

Используя (71)–(73), найдем

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_2) = -\frac{I_{11}^{(j)} I_{22}^{(j)} - (I_{12}^{(j)})^2}{I_{12}^{(j)}(I_{11}^{(j)} + I_{22}^{(j)})}. \quad (74)$$

Из выражения (74) и замечаний относительно знака α_1 и α_2 следует:

$$(\alpha_1 - \alpha_2) > 0, \quad \alpha_1 > \alpha_2, \quad \alpha_1(\alpha_2) > 0, \quad \text{если } I_{12}^{(j)} < 0; \quad (75)$$

$$(\alpha_1 - \alpha_2) < 0, \quad \alpha_1 < \alpha_2, \quad \alpha_1(\alpha_2) < 0, \quad \text{если } I_{12}^{(j)} > 0. \quad (76)$$

Условия (75) и (76) определяют относительное расположение кривых (71) и (72), оно соответствует рис. 2.

Разложение (70) носит приближенный характер. Фиксируя в этом разложении малые отклонения интенсивности от нулевого значения в точке минимума, мы тем самым определяем эллипсы с центром в точке минимума и общими осями.

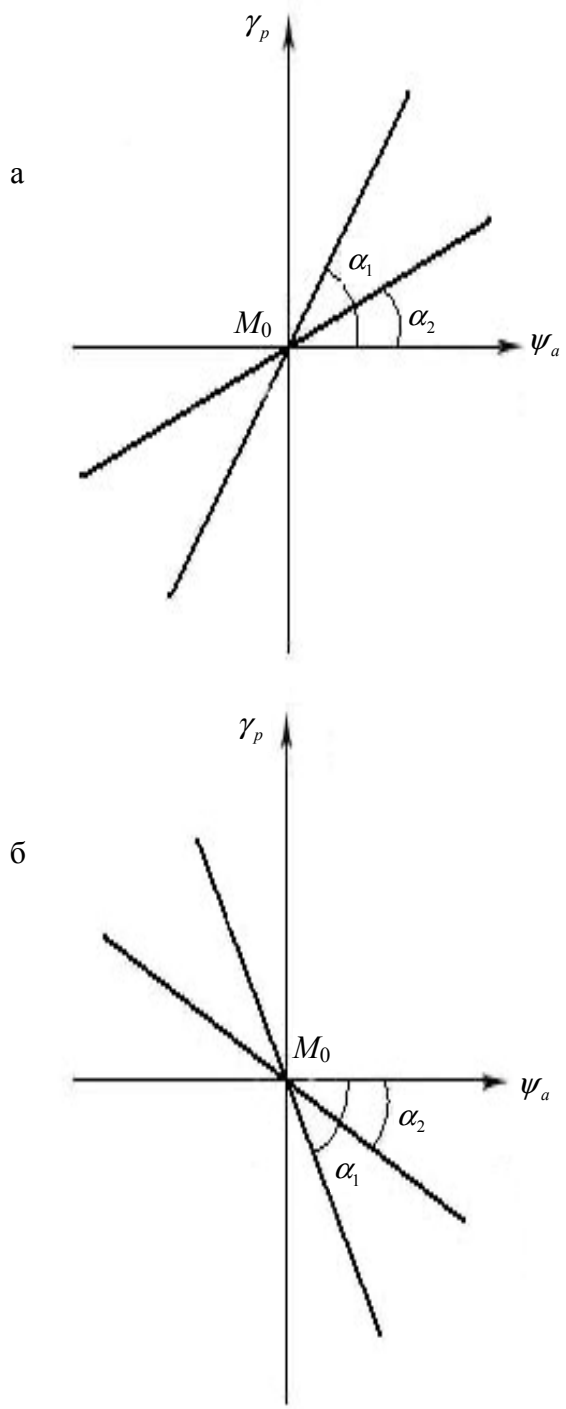

Рис. 2. Схематическое изображение кривых, образованных вспомогательными точками минимума, для $I_{12}^{(j)} < 0$ (а) и $I_{12}^{(j)} > 0$ (б)

Система таких эллипсов — это уровни интенсивности. Ориентация осей эллипса относительно системы координат (ψ_a, γ_p) с центром в точке

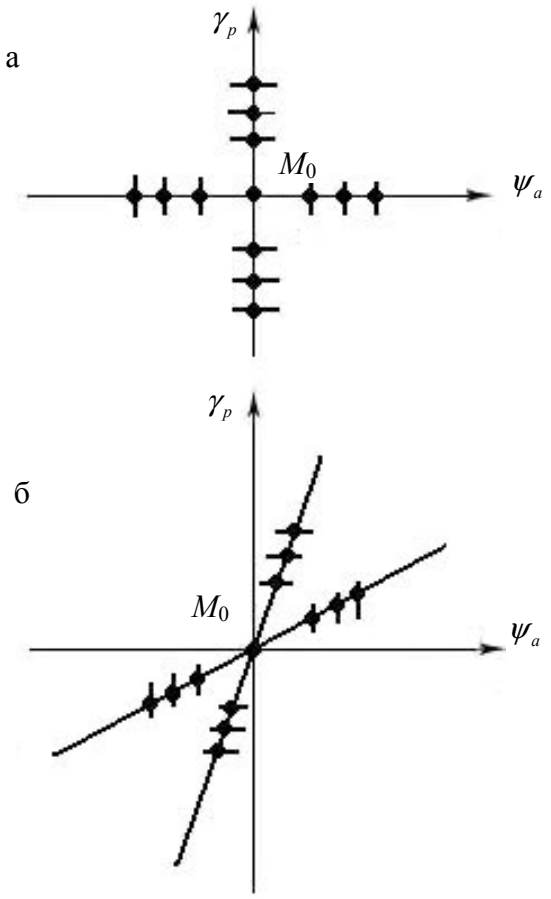

Рис. 3. Иллюстрация процессов экспериментального построения кривых минимума

минимума M_0 определяется смешанной производной $I_{12}^{(j)}$. Мы не будем останавливаться на этом хорошо известном вопросе. Заметим только, кривые точек минимума (71) и (72) в общем случае ($I_{12}^{(j)} \neq 0$) не совпадают с осями эллипсов. Но при $I_{12}^{(j)} \to 0$ они стремятся к этим осям; в пределе и те и другие совпадают с координатными осями ψ_a и γ_p, причем кривая (71) при таком предельном переходе совпадает с осью γ_p, а кривая (72) — с осью ψ_a.

Представляет интерес значение интенсивности в точках минимума, образующих кривые (71) и (72). Подставив $\delta\psi_a$ из (71) в выражение (70) для интенсивности и затем $\delta\gamma_p$ из (72) в то же самое выражение, определим тем самым интенсивность на кривых (71) и (72):

$$I_A^{(j)} = \frac{1}{2}\frac{I_{11}^{(j)} I_{22}^{(j)} - (I_{12}^{(j)})^2}{I_{11}^{(j)}}(\delta\gamma_p)^2, \tag{77}$$

$$I_A^{(j)} = \frac{1}{2}\frac{I_{11}^{(j)} I_{22}^{(j)} - (I_{12}^{(j)})^2}{I_{22}^{(j)}}(\delta\psi_a)^2. \tag{78}$$

Рассмотрим теперь основные способы экспериментального определения положений гашения оптических элементов в зависимости от типа измерительной конфигурации. В "нулевой" эллипсометрии, основанной на использовании классической измерительной конфигурации $(\theta_j = 0)$, используется стандартная процедура. Смысл ее состоит в том, что фиксируется один из оптических элементов, например поляризатор,

$$\gamma_p = \gamma_{p1} \tag{79}$$

и вращением анализатора находится его положение

$$\psi_a = \psi_{a1}, \tag{80}$$

обеспечивающее минимум интенсивности на выходе прибора. Найденная точка минимума (ψ_{a1}, γ_{p1}), очевидно, принадлежит кривой (71) и обеспечивает значение интенсивности

$$I_A^{(j)} = I_{A1}^{(j)}. \tag{81}$$

Нетрудно установить, в каком направлении надо изменять угол γ_p, чтобы, последовательно фиксируя его значения

$$\gamma_p = \gamma_{pn}, \quad (n = 2, 3, ...) \tag{82}$$

и находя соответствующие положения анализатора

$$\psi_a = \psi_{an}, \tag{83}$$

определить последовательность точек минимума (ψ_{an}, γ_{pn}), на которой интенсивность монотонно уменьшается

$$I_{An} < I_{A,n-1}, \ (n = 2, 3, ...). \tag{84}$$

На некотором шаге $n = N$ интенсивность достигает абсолютного минимума, для идеального прибора — нуля. Именно этот шаг и определяет положения гашения оптических элементов

$$\psi_a^{(j)} = \psi_{aN}, \quad \gamma_p^{(j)} = \gamma_{pN}. \tag{85}$$

Можно воспользоваться обратной процедурой, когда на каждом шаге фиксируется анализатор и вращением поляризатора находится соответствующая точка минимума, принадлежащая кривой (72). Выбор из этих двух процедур определяется

соотношением между вторыми производными $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$.

Для классической измерительной конфигурации $(\theta_j = 0)$ прямые (71) и (72) практически совпадают с осями γ_p и ψ_a. Это связано с поведением смешанной производной $I_{12}^{(j)}$. Данная производная для классической измерительной конфигурации определяется малыми параметрами $\cos\delta$ и $(f-1)$, т. е. равна нулю при $\delta = \pi/2$, $f = 1$. В последнем случае прямые (71) и (72) идеально совпадают с осями γ_p и ψ_a, что и показано на рис. 3, а. На этом рисунке продемонстрированы обе процедуры по определению положений гашения. Отмеченные на координатных осях вспомогательные точки минимума указывают на последовательное приближение, причем с обеих сторон, к точке глобального минимума.

Для произвольной измерительной конфигурации $(\theta_j \neq 0)$ смешанная производная $I_{12}^{(j)}$ может заметно отличаться от нуля. Процедуры по определению положений гашения для этого случая изображены на рис. 3, б.

При использовании каждой из процедур надежность определения глобальной точки минимума зависит от значения вторых производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$. Четкость фиксирования вспомогательных точек минимума для каждой процедуры зависит только от одной соответствующей производной. При использовании кривой (71) достаточно большой по величине должна быть производная $I_{11}^{(j)}$, а при использовании кривой (72) — $I_{22}^{(j)}$. В то же время для четкого фиксирования глобальной точки минимума требуется, чтобы достаточно большой для каждой процедуры была и вторая производная. Это означает, что если хорошо реализуется одна из процедур, то это относится и ко второй процедуре. Иными словами, обе процедуры по определению положений гашения реализуются одновременно или хорошо, или же плохо.

Если обе процедуры реализуются неплохо, то в целях надежности и дальнейшего повышения точности в определении положений гашения (глобальной точки минимума) можно применять две другие методики, связанные с одновременным использованием обеих процедур. Смысл первой методики состоит в том, что основное внимание уделяется построению кривых (71) и (72). При этом точка глобального минимума точно не фиксируется ни в одной из процедур. Здесь важно, что точность построения кривых (71) и (72) практически не связана с тем, насколько близко мы находимся от точки глобального минимума. Построив по вспомогательным точкам минимума обе кривые

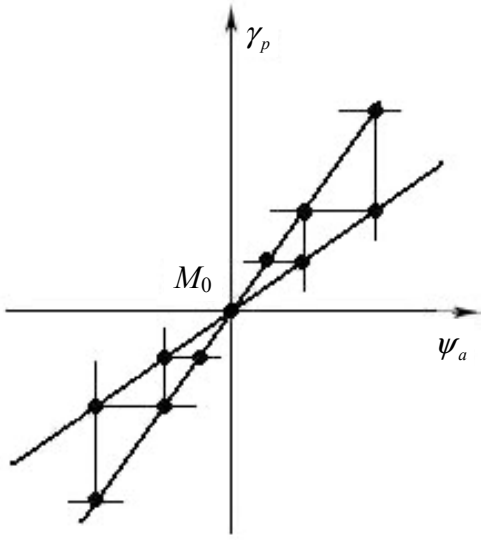

Рис. 4. Метод последовательных приближений к точке глобального минимума $M_0(\psi_a^{(j)}, \gamma_p^{(j)})$

и определив затем точку их пересечения (см. рис. 3), мы определяем тем самым точку глобального минимума. При таком подходе естественным образом учитывается реальная кривизна данных кривых, опущенная в линейных приближениях (71) и (72). Кроме того, в целях сглаживания ошибок измерения при определении вспомогательных точек минимума возможна (при автоматизации процесса измерений) статистическая обработка. Распространен прием, согласно которому при использовании одной процедуры экспериментатор останавливается по обе стороны от глобального минимума в точках с одинаковым значением интенсивности. И сама точка глобального минимума находится как среднее этих двух точек. Но в этом случае игнорируется реальная кривизна кривых.

Вторая методика, также основанная на использовании обеих процедур, сродни методу последовательных приближений. Смысл этой методики ясен из рис. 4. Отличительной особенностью данной методики является выраженная сходимость к точке глобального минимума $M_0(\psi_a^{(j)}, \gamma_p^{(j)})$, сопровождающаяся сгущением вспомогательных точек минимума при движении к точке M_0. По этой причине фиксация момента остановки процесса может быть связана с какими-то выбранными минимальными значениями шагов по углам ψ_a и γ_p. Главным преимуществом методики является ее простота, большая скорость приближения к точке глобального минимума, определяемая характером самого процесса, и высокая точность.

3. СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЙ ГАШЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В СИТУАЦИЯХ, СВЯЗАННЫХ С МАЛЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ УГЛА Ψ

Процесс измерения положений гашения оптических элементов в ситуациях, связанных с малыми значениями поляризационного угла Ψ, обладает рядом особенностей. Проявляются эти особенности прежде всего при использовании классической измерительной конфигурации $(\theta_j = 0)$. Возникает вопрос, можно ли избежать возникающих здесь трудностей, обращаясь к использованию произвольных измерительных конфигураций. Рассмотрим эту проблему подробнее.

3.1. Классическая измерительная конфигурация

Для классической измерительной конфигурации производные $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$ в нулевом приближении по параметрам компенсатора не зависят от поляризационного угла Δ и определяются формулами (64). Из этих формул видно, что производная $I_{11}^{(j)}$ даже при самых малых углах Ψ является достаточно большой величиной. Производная же $I_{22}^{(j)}$ при малых значениях Ψ является малой величиной, стремясь к нулю при $\Psi \to 0$. Что касается смешанной производной $I_{12}^{(j)}$, то, как следует из формулы (21), она мала при любых углах Ψ, обращаясь в ноль при $\delta = \pi/2$, т. е. в нулевом приближении она всегда равна нулю (см. также (37)). С учетом этих соображений, можно сказать, что кривые (71) и (72), практически, совпадают с осями γ_p и ψ_a. При этом важно отметить, что смешанная производная $I_{12}^{(j)}$ при точном подходе к ее описанию является величиной второго порядка малости (по малым параметрам $\cos\delta$ и $\mathrm{tg}\,\psi$). Это означает, что угловое отклонение прямой (71) от оси γ_p также имеет второй порядок малости.

Из результатов предыдущего раздела следует, что вспомогательные точки минимума, представляющие кривую (72), из-за малости $I_{22}^{(j)}$ находятся с недостаточной точностью, что не позволяет надежно определить точку минимума $M_0(\psi_a^{(j)}, \gamma_p^{(j)})$. В то же время кривая (71) находится легко, но опять-таки из-за малости $I_{22}^{(j)}$ определить точку M_0 с достаточной точностью невозможно. Однако в этом случае можно с большой точностью определить положение гашения $\psi_a^{(j)}$ анализатора. Это связано с тем, что участок кривой (71), который содержит точку глобального минимума M_0 и которому соответствует слабо различимая интенсивность, практически параллелен оси γ_p, т. е. ему отвечают постоянные значения ψ_a, определяющие положение гашения анализатора,

$$\psi_a \cong \mathrm{const}, \qquad \psi_a^{(j)} = \psi_a . \tag{86}$$

По точно определенному таким образом положению гашения $\psi_a^{(j)}$ с помощью зонного соотношения (9) с высокой точностью определяется поляризационный угол Ψ. И это — несмотря на то что положение гашения $\gamma_p^{(j)}$ поляризатора определяется с заметной погрешностью. Если $\delta = \pi/2$ и $f = 1$, то, как хорошо известно, величина $\gamma_p^{(j)}$ вообще никак не проявляется в формуле (9), которая в этом случае приобретает простейший вид

$$\Psi = \psi_a^{(j)} . \tag{87}$$

Если же $\cos\delta$ и $(f-1)$ не равны нулю, но являются малыми величинами, то $\gamma_p^{(j)}$ проявляется слабо и даже заметная ошибка в определении $\gamma_p^{(j)}$ не приводит к существенному искажению конечного результата. Однако в зонном соотношении для определения поляризационного угла Δ (см. [2]) величина $\gamma_p^{(j)}$ проявляется сильно, и ситуация с точностью определения угла Δ здесь совершенно другая. Ситуация может измениться, если процессы измерения положений гашения анализатора и поляризатора будут отнесены к разным измерительным конфигурациям. Из предыдущего ясно, что классическая конфигурация должна использоваться для определения величины $\psi_a^{(j)}$, т. е. для определения поляризационного угла Ψ. Рассмотрим возможность использования других измерительных конфигураций для определения положения гашения поляризатора $\gamma_p^{(j)}$ и соответственно поляризационного угла Δ.

3.2. О возможности разделения процесса измерения углов Ψ и Δ по разным измерительным конфигурациям

Как следует из формул (64) и (69) для производной $I_{22}^{(j)}$, при отходе от классической конфигурации с соблюдением условия

$$\zeta_j \eta_j \xi_\Delta \sin 2\theta_j > 0 \tag{88}$$

величина $I_{22}^{(j)}$ монотонно увеличивается, достигая (при $\theta_j = \pm\pi/4$) значения, не зависящего от величины угла Ψ. Причем, данное значение является максимальным для производных $I_{11}^{(j)}$ и $I_{22}^{(j)}$. Это

означает, что существует возможность подбора измерительной конфигурации, не совпадающей с предельной, которой соответствует достаточно большое значение производной $I_{22}^{(j)}$. При этом надо иметь в виду, что используемый ниже угол Ψ определен с использованием классической измерительной процедуры.

Подберем такое значение $\theta_j^{(0)}$ угла θ_j, которому соответствует следующее значение производной:

$$I_{22}^{(j)}(\theta_j^{(0)}) \sim K_0 C\,, \tag{89}$$

где C — некоторая константа, удовлетворяющая понятному условию

$$\frac{16\,\mathrm{tg}^2\Psi}{1+\mathrm{tg}^2\Psi} = I_{22}^{(j)}(0)\big/K_0 < C < 8\,. \tag{90}$$

В условии (90) $I_{22}^{(j)}(0)$ — производная, отвечающая классической конфигурации (см. (64)) и имеющая недостаточно большое значение. Условию $C=8$ отвечает предельное максимальное значение производной $I_{22}^{(j)}$ (см. (69)). На выборе значения константы C остановимся ниже.

Подставив в (89) общее выражение (66) для величины $I_{22}^{(j)}$, получим формулу для угла $\theta_j^{(0)}$:

$$\sin 2\theta_j^{(0)} = \frac{\zeta_j \eta_j \xi_\Delta (1-\alpha_0)}{\sqrt{1-(2\alpha_0-\alpha_0^2)\sin^2\Delta}}\,, \tag{91}$$

$$\alpha_0 = 2\frac{(8-C)\,\mathrm{tg}^2\Psi}{C(1-\mathrm{tg}^2\Psi)}\,. \tag{92}$$

Формула (91) определяет измерительную конфигурацию, которой отвечает значение производной (89). Коэффициент α_0, как следует из формулы (92) с учетом условия (90), изменяется от 1 до 0. Соответственно угол $\theta_j^{(0)}$ изменяется от 0 до предельного значения $\zeta_j \eta_j \xi_\Delta \dfrac{\pi}{4}$. Константу C целесообразно определить дополнительным условием

$$C \geq 1\,. \tag{93}$$

Чем ближе C к значению $C=8$ и чем меньше угол Ψ (при заданном C), тем ближе $\theta_j^{(0)}$ к указанному предельному значению. Такая же картина наблюдается, если угол Δ (при заданных величинах C и Ψ) приближается к значению $\Delta = \pi/2$ $(3\pi/2)$. Слишком выраженное приближение $\theta_j^{(0)}$ к предельному значению нежелательно, поэтому для константы C оптимальным является значение $C=1$. По этой же причине должны быть исключены из рассмотрения слишком малые Ψ и какая-то окрестность точки $\Delta = \pi/2$ $(3\pi/2)$. Мы не будем останавливаться на дальнейшем анализе формулы (91), отметим только, что с учетом малости α_0 ее можно значительно упростить. Однако стоит подробнее остановиться на изучении кривой (72).

Процедура по определению вспомогательных точек минимума на кривой (72) при правильном выборе значения константы C реализуется четко. Однако в данном случае по сравнению с предыдущим рассчитывать на практическое совпадение кривой с осью ψ_a, вообще говоря, не приходится. Это связано с тем, что смешанная производная $I_{12}^{(j)}(\theta_j^{(0)})$ уже не является слишком малой величиной (см. формулу (37)). Поэтому рассчитывать только на выделение участка кривой (72), который содержит точку глобального минимума M_0 и которому соответствует слабо различимая интенсивность, нельзя. Необходимо еще обратить внимание на кривизну кривой. На выделенном (по интенсивности) участке надо остановиться на той его части, которой соответствует практически нулевая кривизна. Чтобы контролировать кривизну, устанавливается шаг по ψ_a и экспериментально определяется соответствующий сдвиг по γ_p. В пределах окончательно выделяемого участка все сдвиги по γ_p, практически, не должны различаться. В то же время на концах этого участка соответствующие сдвиги по γ_p первый раз должны подняться над общим почти ровным фоном. Окончательно, устанавливая центр данного участка, мы определяем положение гашения поляризатора $\gamma_p^{(j)}$.

Таким образом, главным достоинством рассмотренной методики является возможность четкого построения в случае малых значений угла ψ кривой (72). Это позволяет с достаточной точностью установить путем анализа данной кривой положение гашения $\gamma_p^{(j)}$, отвечающее значению $\theta_j^{(0)}$. По найденному значению $\gamma_p^{(j)}$ находится угол Δ. В принципе, используя определенный таким образом угол Δ, можно легко рассчитать, причем для точных значений параметров компенсатора δ и f (см. работу [2]), положение гашения поляризатора для классической конфигурации. Это будет существенно более точное значение, с помощью которого можно несколько уточнить угол Ψ, найденный на первом этапе с использованием классической конфигурации.

Рассмотрим еще одну возможность уточнения результатов при малых углах Ψ, связанную с выбором единой оптимальной измерительной конфигурации.

3.3. О выборе общей оптимальной измерительной конфигурации для случая малых углов Ψ

Как отмечено выше, при отходе от классической конфигурации с соблюдением условия (88) величина $I_{22}^{(j)}$ монотонно увеличивается, достигая своего предельного значения (69). В то же время, как следует из формул (64) и (69), производная $I_{11}^{(j)}$ при малых углах Ψ (не превышающих значения $\Psi = \pi/4$) монотонно уменьшается. При этом существует угол $\theta_j = \theta_j^{(1)}$, при котором эти производные сравниваются:

$$I_{11}^{(j)}(\theta_j^{(1)}) = I_{22}^{(j)}(\theta_j^{(1)}) . \qquad (94)$$

Ниже мы определим этот угол, а пока отметим следующее. Используя (39) и (51), легко находим соотношение

$$I_{11}^{(j)} I_{22}^{(j)} \sim K_0^2 64 \operatorname{tg}^2 \Psi , \qquad (95)$$

имеющее место для любой измерительной конфигурации (любого угла θ_j). Из (95) следует, что при $\theta_j = \theta_j^{(1)}$

$$I_{11}^{(j)}(\theta_j^{(1)}) = I_{22}^{(j)}(\theta_j^{(1)}) \sim K_0 8 \operatorname{tg} \Psi . \qquad (96)$$

Таким образом, при условии $\theta_j = \theta_j^{(1)}$ производные не только сравниваются. Величина $I_{22}^{(j)}$, являющаяся в классической ситуации ($\theta_j = 0$) величиной второго порядка малости по углу Ψ (см. (64)), становится величиной первого порядка. Это означает существенное увеличение производной $I_{22}^{(j)}$. Правда, производная $I_{11}^{(j)}$ при этом уменьшается, но выигрыш в конечном итоге заключается в том, что существенно упрощается процедура по измерению положений гашения и соответственно углов Ψ и Δ.

Определим теперь угол $\theta_j^{(1)}$. Подставив в (94) общие выражения (65) и (66) для производных, находим:

$$\sin 2\theta_j^{(1)} = \frac{\zeta_j \eta_j \xi_\Delta (1-\alpha_1)}{\sqrt{1-(2\alpha_1 - \alpha_1^2)\sin^2 \Delta}} , \qquad (97)$$

$$\alpha_1 = \frac{2 \operatorname{tg} \Psi}{1 + \operatorname{tg} \Psi} . \qquad (98)$$

Анализ формулы (97) аналогичен анализу формулы (91), и общие выводы, связанные со значениями углов Ψ и Δ, совпадают.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретический анализ, проведенный в настоящей работе, охватывает общий случай произвольных измерительных конфигураций, причем при любых значениях поляризационных углов Ψ и Δ, характеризующих исследуемую поверхность. Этот анализ позволяет изучить особые ситуации в измерении положений гашения оптических элементов, имеющие большое практическое значение, и наметить пути к устранению возникающих здесь трудностей. Предложенные в работе методики по измерению положений гашения могут показаться громоздкими и даже затруднительными. Однако если иметь в виду автоматизацию процесса измерений по "нулевой" схеме с выводом результатов на компьютер с целью их обработки, то трудности исчезают.

Из полученных результатов ясно, что особую роль теперь играет практическая реализация намеченных в работе путей. Особенно это относится к проведению многоугловых (по углу падения) измерений в целях изучения структуры отражающей поверхности. Такие измерения обязательно охватывают окрестность угла Брюстера, в которой наблюдаются особенности в поведении углов Ψ и Δ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2008. Т. 18, № 1. С. 3–15.
2. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 4. С. 42–54.

Институт прикладной физики НАН Украины, г. Сумы (*Семененко А.И.*)

Институт аналитического приборостроения РАН, Санкт-Петербург (*Семененко И.А.*)

Материал поступил в редакцию 14.04.2008.

ON THE NEW POTENTIALS OF ELLIPSOMETRY ARISING FROM THE NULL OPTICAL CIRCUIT. ELLIPSOMETRY OF REAL SURFACE STRUCTURES. 12. EXPERIMENTAL DEFINITION MEANS OF STANDINGS OF OPTICAL ELEMENTS CLEARING

A. I. Semenenko[1], I. A. Semenenko[2]

[1]*Institute of Applied Physics NAS, Ukraine, Sumy*
[2]*Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg*

The work presents theoretical analysis including a general case of arbitrary measuring configurations at any values of polarization angles Ψ and Δ, characterizing the examined surface. This analysis allows to study special situations in measuring of standings of clearing of the optical elements, having great practical value, and to develop means for the elimination of the arising difficulties. Possible methods of measuring of standings of clearing of optical devices (the evaluator and a polarizer) for arbitrary configuration determined by a standing of a "prompt" axis of a phase balance concerning a plane of incidence of a light ray are categorized. Partitioning possibility (on configurations) process of measuring of polarization angles Ψ and Δ in the situations bound to small values of angle Ψ is proved. The problem of choice of a single optimum measuring configuration providing the sufficient resolution on both polarization angles in case of small angles Ψ is discussed.