ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2008, том 18, № 1, с. 3–15

ИССЛЕДОВАНИЯ, ПРИБОРЫ, МОДЕЛИ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА

УДК 535.5.511: 531.7

ã А. И. Семененко, И. А. Семененко

О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ МЕТОДА ЭЛЛИПСОМЕТРИИ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ "НУЛЕВОЙ" ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМОЙ. ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР. 11. ПРОБЛЕМА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ В "НУЛЕВОЙ" ЭЛЛИПСОМЕТРИИ. ОПРЕДЕЛЯЮЩАЯ РОЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ПРИБОРА

Работа посвящена изучению измерительных конфигураций прибора, связанных с положением "быстрой" оси фазового компенсатора эллипсометра. Показано, что они играют огромную роль в повышении точности экспериментального определения поляризационных углов Δ и Ψ. Рассмотрены частные случаи ($\Delta = 0$, π, $\pi/2$, $3\pi/2$), допускающие полное аналитическое рассмотрение. Для этих случаев получены и исследованы выражения, определяющие вторые производные от интенсивности светового пучка на выходе прибора по угловым положениям поляризатора и анализатора. В результате выявлены измерительные конфигурации, которым отвечают максимальные значения указанных производных, обеспечивающие достаточную выраженность минимума интенсивности, а значит, и необходимую точность в экспериментальном определении углов Δ и Ψ. Сделан вывод, что процесс измерения углов Δ и Ψ в определенных ситуациях, связанных с малыми значениями угла Ψ, может быть разделен. В то же время отмечено, что во многих случаях необходимо стремиться к выбору некоторой общей оптимальной измерительной конфигурации, обеспечивающей достаточное разрешение по обоим поляризационным углам. На основе результатов, относящихся к частным случаям, проанализирована измерительная ситуация в окрестности угла Брюстера. Обсужден общий случай произвольных значений поляризационных углов Δ и Ψ. Кроме того, в работе обсуждены вопросы, требующие продолжения анализа измерительных конфигураций прибора. В частности, сделан вывод о необходимости детального изучения роли измерительных конфигураций в "нулевой" эллипсометрии анизотропных сред.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Настоящая работа является непосредственным продолжением работы [1], посвященной анализу зонных соотношений "нулевой" эллипсометрии для случая произвольной ориентации "быстрой" оси компенсатора относительно плоскости падения. Фиксируя в эллипсометрическом эксперименте то или иное положение "быстрой" оси, мы определяем тем самым конкретную измерительную конфигурацию прибора. Как известно, существуют такие области значений Ψ и Δ, которым соответствует слабая выраженность (по одному или двум параметрам гашения) минимума интенсивности светового пучка на выходе анализатора. В этом случае может существенно понизиться точность измерения положений гашения, а значит, и точность определения Ψ и Δ. Особенно сильно это проявляется в окрестности угла Брюстера, которой отвечают малые значения поляризационного угла Ψ. Есть все основания считать, что можно существенно усилить выраженность минимума интенсивности светового пучка на выходе анализатора, подбирая необходимую измерительную конфигурацию. Данной проблеме и посвящена настоящая работа. Для полного решения задачи надо исходить из выражения для интенсивности световой волны на выходе анализатора. В соответствии с этим изложение ведется по следующему плану:

- выражение для интенсивности светового пучка на выходе прибора и общая схема его исследования;
- определение положений гашения поляризатора и анализатора через поляризационные углы Ψ и Δ, возможности моделирования процесса прохождения светового пучка через оптический тракт прибора;
- выбор измерительных конфигураций прибора, обеспечивающих оптимальную точность в экспериментальном определении положений гашения оптических элементов; изучение частных случаев, допускающих полное аналитическое рассмотрение; общая схема исследования для произвольного случая;
- обсуждение вопросов, требующих продолжения анализа измерительных конфигураций прибора.

1. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТОВОГО ПУЧКА НА ВЫХОДЕ ПРИБОРА. ОБЩАЯ СХЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРА МИНИМУМА ИНТЕНСИВНОСТИ

Прежде чем переходить к выражению для интенсивности светового пучка на выходе анализатора, сделаем одно существенное уточнение. Оно касается переменных, определяющих положение оптических элементов в пределах *j*-й измерительной зоны. Для рассматриваемой здесь оптической системы PKSA (поляризатор—компенсатор—образец—анализатор) измерительная зона определяется (см. [2–4]) сочетанием типов ориентации анализатора (z_j) и компенсатора (h_j) относительно плоскости падения

$$(z_j, h_j), \tag{1}$$

где z_j и h_j — единичные знакопеременные параметры, связанные с номером зоны j следующими соотношениями:

$$z_j = (-1)^{j+1}, \quad h_j = \begin{cases} 1, & j = 1, 2; \\ -1, & j = 3, 4. \end{cases} \tag{2}$$

Знак каждого из этих параметров определяет положительный (+) или отрицательный (–) тип ориентации соответствующего оптического элемента. Положительно (отрицательно) ориентированный элемент (точнее, направление пропускания анализатора, или "быстрая" ось компенсатора) отклоняется от плоскости падения на угол, не превышающий 90° и принадлежащий независимо от типа ориентации интервалу $(0, 90°)$. Во всех предыдущих работах обозначение этого угла содержало верхний индекс (j), указывающий на принадлежность *j*-й измерительной зоне. Для анализатора — это угол $y_a^{(j)}$, а для компенсатора — $y_k^{(j)}$. Что касается поляризатора, то он не участвует в определении измерительных зон системы PKSA, и его положение относительно плоскости падения определяется углом, который не ограничен никаким интервалом и имеет знак, связанный с выбранным направлением отсчета положительных угловых значений, одинаковым для всех оптических элементов. Этот угол обозначался как $g_p^{(j)}$, т. е. опять-таки с верхним индексом. Но в этих работах речь шла в основном о положениях гашения оптических элементов в пределах *j*-й измерительной зоны, поэтому наличие соответствующего верхнего индекса было оправдано. В общем же случае, когда при выбранной измерительной зоне эти углы свободно варьируются (для анализатора и компенсатора в пределах интервала $(0, 90°)$), наличие верхнего индекса уже неоправданно и является переопределением. В такой ситуации их надо обозначать как y_a, y_k и g_p. В то же время положения гашения оптических элементов по-прежнему будем обозначать через $y_a^{(j)}$, $y_k^{(j)}$ и $g_p^{(j)}$. Поскольку "быстрая" ось компенсатора в пределах *j*-й зоны обычно фиксируется (в том числе и в настоящей работе), то ее положение, независимо от рассматриваемого случая, будем определять через $y_k^{(j)}$ или же через угол q_j (см. [1, 5])

$$q_j = y_k^{(j)} - \frac{p}{4}. \tag{3}$$

Это совершенно естественный подход, т. к. положения гашения анализатора и поляризатора, как и фиксированное положение "быстрой" оси, зависят от номера зоны.

Выражение для интенсивности светового пучка на выходе оптической системы PKSA определим, используя полную комплексную амплитуду волны $E_0^{(A)}$ на выходе анализатора в пределах *j*-й зоны. Эта амплитуда определяется с использованием аппарата матриц Джонса [2, 3] и должна содержать свободные углы для анализатора и поляризатора и фиксированный угол для компенсатора. В силу изложенных выше соображений это должны быть углы y_a и g_p (без верхнего индекса) и угол $y_k^{(j)}$ (q_j). Воспроизведем здесь приведенное в работе [1] выражение для полной комплексной амплитуды на выходе анализатора. При этом перейдем к новым обозначениям $E_0^{(1)} \to E_0^{(A)}$ и $E_0^{(0)} \to E_0^{(P)}$, используем общую (исходную относительно y_a) форму записи [2, 3], а также учтем переход к указанным свободным углам:

$$E_0^{(A)} \sim E_0^{(P)} (z_j b_{1j} R_p \cos y_a + b_{2j} R_s \sin y_a), \tag{4}$$

$$b_{1j} = [(1+r) - (1-r)\sin 2q_j]\cos g_p + \\ + h_j (1-r)\cos 2q_j \sin g_p, \tag{5}$$

$$b_{2j} = [(1+r) + (1-r)\sin 2q_j]\sin g_p + \\ + h_j (1-r)\cos 2q_j \cos g_p, \tag{6}$$

где $E_0^{(P)}$ — полная комплексная амплитуда волны на выходе поляризатора; R_p и R_s — комплексные амплитудные коэффициенты отражения Френеля для p- и s-волн. В формулы (4)–(6) входят параметры z_j и h_j, сочетание которых (см. (1)) определяет *j*-ю измерительную зону. Как и в работе [1], используется идеальный фазовый компенсатор с комплексным параметром $r = f\exp(-id)$. Для дальнейшего в выражении (4) целесообразно вы-

делить поляризационные углы Ψ и Δ:

$$E_0^{(A)} \sim E_0^{(P)} R_s (z_j b_{1j} \operatorname{tg}\Psi e^{i\Delta} \cos y_a + b_{2j} \sin y_a). \quad (7)$$

Используя (7), (5) и (6), найдем выражение для интенсивности светового пучка на выходе оптической системы PKSA:

$$I_A^{(j)} \sim \left|E_0^{(A)}\right|^2 \sim$$
$$\sim \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 [F_j \cos^2 y_a \operatorname{tg}^2\Psi + G_j \sin^2 y_a +$$
$$+2z_j \sin y_a \cos y_a \operatorname{tg}\Psi (h_j \cos\Delta + q_j \sin\Delta)], \quad (8)$$

или

$$I_A^{(j)} \sim \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 y_a} \times$$
$$\times [F_j \operatorname{tg}^2\Psi + G_j \operatorname{tg}^2 y_a +$$
$$+ 2z_j \operatorname{tg} y_a \operatorname{tg}\Psi (h_j \cos\Delta + q_j \sin\Delta)], \quad (9)$$

где

$$h_j = \operatorname{Re}(b_{1j}^* b_{2j}), \quad q_j = \operatorname{Im}(b_{1j}^* b_{2j}),$$
$$F_j = \left|b_{1j}\right|^2 = b_{1j} b_{1j}^*, \quad G_j = \left|b_{2j}\right|^2 = b_{2j} b_{2j}^*. \quad (10)$$

Величины (10) определены в работе [1], однако для рассматриваемой задачи имеет смысл использовать и другую форму записи этих величин:

$$h_j = h_j (a_{0j} + a_{2j}) \sin^2 g_p + 2a_{1j} \sin g_p \cos g_p +$$
$$+ h_j (-a_{0j} + a_{2j}) \cos^2 g_p, \quad (11)$$

$$q_j = -h_j d_{0j} \sin^2 g_p + 2d_{1j} \sin g_p \cos g_p +$$
$$+ h_j d_{0j} \cos^2 g_p, \quad (12)$$

$$F_j = c_{0j} \sin^2 g_p + 2h_j (-a_{0j} + a_{2j}) \sin g_p \cos g_p +$$
$$+ (c_{1j} - 2c_{2j}) \cos^2 g_p, \quad (13)$$

$$G_j = (c_{1j} + 2c_{2j}) \sin^2 g_p +$$
$$+ 2h_j (a_{0j} + a_{2j}) \sin g_p \cos g_p + c_{0j} \cos^2 g_p, \quad (14)$$

в которой

$$a_{0j} = (1 + f^2 - 2f \cos d) \sin 2q_j \cos 2q_j,$$
$$a_{1j} = (1 + f^2) \cos^2 2q_j + 2f \cos d \sin^2 2q_j, \quad (15)$$

$$a_{2j} = (1 - f^2) \cos 2q_j, \quad d_{0j} = 2f \sin d \cos 2q_j,$$
$$d_{1j} = 2f \sin d \sin 2q_j, \quad (16)$$

$$c_{0j} = (1 + f^2 - 2f \cos d) \cos^2 2q_j,$$
$$c_{1j} = (1 + f^2)(1 + \sin^2 2q_j) + 2f \cos d \cos^2 2q_j, \quad (17)$$

$$c_{2j} = (1 - f^2) \sin 2q_j. \quad (18)$$

Функция $I_A^{(j)}(g_p, y_a)$ достигает минимума (нулевого значения) в точке $(g_p^{(j)}, y_a^{(j)})$, образованной положениями гашения поляризатора и анализатора (при фиксированном положении q_j "быстрой" оси),

$$I_A^{(j)}(g_p^{(j)}, y_a^{(j)}) = 0. \quad (19)$$

В этой точке выполняются условия

$$\frac{\partial I_A^{(j)}}{\partial g_p} = 0, \qquad \frac{\partial I_A^{(j)}}{\partial y_a} = 0, \quad (20)$$

которые, в принципе, позволяют получить зонные соотношения, определяющие поляризационные углы Δ и Ψ через положения гашения. Однако это не является задачей настоящей работы, зонные соотношения получены в работе [1] из уравнений гашения. Целью данной работы является изучение характера минимума функции $I_A^{(j)}(g_p, y_a)$ и установление тех измерительных конфигураций, связанных с положением "быстрой" оси компенсатора, которым отвечает максимальная выраженность минимума этой функции и, следовательно, максимальная точность в измерении положений гашения оптических элементов.

Равенство нулю первых производных, всегда выполняющееся в точке экстремума, само по себе, еще не обеспечивает существования экстремума в соответствующей точке. Это необходимые условия существования экстремума. Достаточным же условием является выполнение неравенства, которое запишем применительно к нашему случаю:

$$\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^2} \frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2} - \left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p \partial y_a} \right)^2 > 0. \quad (21)$$

Из (21) следует, что вторые производные по каждой переменной в точке экстремума имеют одинаковый знак, плюс для точки минимума и минус для точки максимума. Это означает, что в нашем случае в точке $(g_p^{(j)}, y_a^{(j)})$ выполняются неравенства

$$\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^2} > 0, \qquad \frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2} > 0. \quad (22)$$

Чем сильнее неравенства (22), тем острее минимум, тем больше его выраженность. Поэтому выбор измерительных конфигураций прибора должен осуществляться путем исследования неравенств (22). Это исследование должно быть проведено для случая произвольного отражающего об-

разца (S), т. е. для случая произвольного набора поляризационных углов Ψ и Δ. Поэтому в следующем разделе будут получены выражения, определяющие положения гашения поляризатора ($g_p^{(j)}$) и анализатора ($y_a^{(j)}$) через углы Ψ и Δ.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ ГАШЕНИЯ ПОЛЯРИЗАТОРА И АНАЛИЗАТОРА ЧЕРЕЗ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ УГЛЫ Ψ И Δ

Как хорошо известно, положение гашения поляризатора обеспечивает линейную поляризацию отраженной от образца световой волны (на входе анализатора). Из этого и будем исходить. Для этого воспользуемся процедурой, связанной с использованием матриц Джонса. Последовательно действуя матрицами Джонса поляризатора (M_P), компенсатора (M_K) и образца (M_S) на амплитудный вектор-столбец Q_0 с элементами, образованными p- и s-составляющими полной амплитуды $E_0^{(0)}$ на входе поляризатора, получим вектор-столбец Q_S после отражения от образца (на входе анализатора):

$$Q_0 = \begin{pmatrix} E_{0p}^{(0)} \\ E_{0s}^{(0)} \end{pmatrix}, \qquad Q_S = \begin{pmatrix} E_{0p}^{(S)} \\ E_{0s}^{(S)} \end{pmatrix} = M_S M_K M_P Q_0 = E_0^{(P)} \begin{pmatrix} \mathrm{tg}\,\Psi e^{\mathrm{i}\Delta} b_{1j} \\ b_{2j} \end{pmatrix}, \tag{23}$$

где b_{1j} и b_{2j} определяются формулами (5) и (6), а

$$E_0^{(P)} = E_{0p}^{(0)} \cos g_p + E_{0s}^{(0)} \sin g_p . \tag{24}$$

Линейную поляризацию световой волны после отражения от образца, очевидно, обеспечивает то значение угла g_p, при котором разность фаз элементов $E_{0p}^{(S)}$ и $E_{0s}^{(S)}$ вектора Q_S составляет 0 или $180°$. В этом случае отношение

$$\frac{E_{0s}^{(S)}}{E_{0p}^{(S)}} = \frac{b_{2j}}{\mathrm{tg}\,\Psi e^{\mathrm{i}\Delta} b_{1j}} \tag{25}$$

является действительной величиной и, следовательно, угол g_p, обеспечивающий линейную поляризацию, можно найти из условия равенства нулю мнимой части отношения (25). Учитывая (10), разделим в (25) действительную и мнимую части

$$\frac{E_{0s}^{(S)}}{E_{0p}^{(S)}} = \frac{b_{2j}}{tg\Psi e^{\mathrm{i}\Delta} b_{1j}} = \frac{e^{-\mathrm{i}\Delta} b_{1j}^* b_{2j}}{\mathrm{tg}\,\Psi b_{1j}^* b_{1j}} =$$

$$= \frac{h_j \cos\Delta + q_j \sin\Delta + \mathrm{i}(q_j \cos\Delta - h_j \sin\Delta)}{\mathrm{tg}\,\Psi \cdot F_j} \tag{26}$$

и запишем соответствующее уравнение:

$$(q_j \cos\Delta - h_j \sin\Delta) = 0 . \tag{27}$$

Преобразуем это уравнение, используя (11), (12) и (15)–(18):

$$L_{0j}\,\mathrm{tg}^2 g_p - 2h_j M_{0j}\,\mathrm{tg} g_p - N_{0j} = 0 , \tag{28}$$

где

$$\begin{aligned} L_{0j} &= d_{0j}\cos\Delta + (a_{0j} + a_{2j})\sin\Delta, \\ M_{0j} &= d_{1j}\cos\Delta - a_{1j}\sin\Delta, \\ N_{0j} &= d_{0j}\cos\Delta + (a_{0j} - a_{2j})\sin\Delta. \end{aligned} \tag{29}$$

Из (28) находим:

$$\mathrm{tg} g_p = \frac{h_j M_{0j} \pm 2f\sqrt{R_{0j}}}{L_{0j}} , \tag{30}$$

$$R_{0j} = (\sin d \cos\Delta - \cos d \sin 2q_j \sin\Delta)^2 + \\ + \cos^2 2q_j \sin^2\Delta. \tag{31}$$

Углы g_p, определяемые формулой (30), фиксируют те положения поляризатора (положения гашения), которые обеспечивают линейную поляризацию световой волны после отражения от образца и, следовательно, возможность гашения светового пучка на выходе анализатора. Как следует из формулы (30), угол g_p зависит от типа ориентации "быстрой" оси компенсатора, определяемого параметром h_j, и положения этой оси относительно плоскости падения (от угла q_j). Двойной знак в (30) означает, что для каждого типа ориентации "быстрой" оси существуют (при заданном q_j) два значения g_p, обеспечивающие указанную линейную поляризацию. Можно также сказать, что этим значениям g_p отвечают два вектора линейной поляризации, имеющие разный тип ориентации относительно плоскости падения. Это означает, что отношение (25), являющееся в рассматриваемом случае действительной величиной, меняет знак при переходе от одного значения g_p к другому. Этот вывод непосредственно вытекает из общих свойств измерительных зон прибора. Необходимо конкретизировать двойной знак в (30), связав его с типами ориентации вектора линейной поляризации, а значит, и с типами ориентации анализатора, находящегося в положениях гашения. Имеется

в виду, что вектор линейной поляризации и анализатор в соответствующем положении гашения имеют противоположные типы ориентации. В случае такой конкретизации формула (30) определит положения гашения $g_p^{(j)}$ для каждой из 4 измерительных зон. Покажем, что окончательное выражение для положений гашения $g_p^{(j)}$ имеет следующий вид:

$$\mathrm{tg}\, g_p^{(j)} = \frac{h_j M_{0j} - 2z_j f\sqrt{R_{0j}}}{L_{0j}}, \qquad (j = 1,2,3,4). \quad (32)$$

Знак отношения (25) определяется, как следует из (26), величиной

$$(h_j \cos\Delta + q_j \sin\Delta). \quad (33)$$

Поскольку модуль этой величины роли не играет, то ее можно умножить на любую положительную функцию, зависящую, в частности, и от номера зоны. В нашем случае наиболее удобной для использования является величина

$$Z_j = \frac{1}{\cos^2 g_p^{(j)}}(h_j \cos\Delta + q_j \sin\Delta). \quad (34)$$

Преобразуем Z_j, снабдив, в соответствии с (32), угол g_p в выражениях (11) и (12) для h_j и q_j индексом j:

$$Z_j = h_j L_{1j}\, \mathrm{tg}^2 g_p^{(j)} + 2M_{1j}\, \mathrm{tg}\, g_p^{(j)} + h_j N_{1j}, \quad (35)$$

где

$$\begin{aligned} L_{1j} &= -d_{0j}\sin\Delta + (a_{0j} + a_{2j})\cos\Delta, \\ M_{1j} &= d_{1j}\sin\Delta + a_{1j}\cos\Delta, \\ N_{1j} &= d_{0j}\sin\Delta + (-a_{0j} + a_{2j})\cos\Delta. \end{aligned} \quad (36)$$

Величина Z_j, очевидно, удовлетворяет неравенствам

$$Z_{1,3} < 0, \qquad Z_{2,4} > 0, \quad (37)$$

откуда, в частности, следует

$$Z_2 - Z_1 > 0, \qquad Z_4 - Z_3 > 0. \quad (38)$$

Неравенства (37) и вытекающие из них неравенства (38) имеют место при любых q_j ($j = 1,2,3,4$), в том числе и тех, которые в совокупности образуют набор независимых значений. Поэтому для проверки правильности формулы (32) необходимо показать, что она обеспечивает выполнение неравенств (38) при любых q_j. Этого достаточно, т. к. изменение знака перед корнем (перед множителем $2z_j f$) в (32) приводит к изменению символов неравенств (37), а значит, и неравенств (38) на противоположные. Из сказанного ясно также, что для доказательства можно ограничиться рассмотрением упрощенного варианта, когда во всех зонах

$$q_j = q, \qquad (j = 1,2,3,4). \quad (39)$$

В этом случае в формулах (15) и (16) надо сделать замену (39) и опустить индекс j в определяемых величинах, т. е. перейти к величинам

$$a_0, a_1, a_2 \text{ и } d_0, d_1. \quad (40)$$

Соответственно опускаем индекс j и переходим к величинам

$$L_0, M_0, N_0, R_0 \text{ и } L_1, M_1, N_1, \quad (41)$$

которые по-прежнему определяются выражениями (29), (31) и (36), но с учетом формулы (39) и перехода к величинам (40). Теперь для упрощенного варианта (39) можем записать:

$$\mathrm{tg}\, g_p^{(j)} = \frac{h_j M_0 - 2z_j f\sqrt{R_0}}{L_0}, \qquad (j = 1,2,3,4), \quad (42)$$

$$Z_j = h_j L_1\, \mathrm{tg}^2 g_p^{(j)} + 2M_1\, \mathrm{tg}\, g_p^{(j)} + h_j N_1. \quad (43)$$

Наконец, используя (42) и (43) и принимая во внимание характер параметров z_j и h_j, находим

$$Z_2 - Z_1 = Z_4 - Z_3 = 8f\frac{\sqrt{R_0}}{L_0^2}(L_1 M_0 + M_1 L_0). \quad (44)$$

Подставив в (44) выражения для L_0, M_0 и L_1, M_1, придем к конечному результату:

$$\begin{aligned} Z_2 - Z_1 &= Z_4 - Z_3 = \\ &= 16 f^2 \sin d \cos 2q \frac{\sqrt{R_0}}{L_0^2} \times \\ &\times [(1 + \sin 2q) + f^2(1 - \sin 2q)] > 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Правая часть равенства (45) положительна при любом значении угла q, что находится в соответствии с (37) и (38) и подтверждает справедливость формулы (32).

Проведенное доказательство позволяет легко увидеть, что изменение знака (с минуса на плюс) перед $2z_j f$ в (32) переводит, как уже указывалось, символы неравенств (38) в противоположные, т. е. не является разрешенным. Таким образом, формула (32) полностью определяет положения гашения поляризатора для каждой измерительной зоны. Появляющаяся здесь неопределен-

ность для $g_p^{(j)}$ типа $\pm p$ не играет принципиальной роли, она не проявляется ни в зонных соотношениях для Δ и Ψ, ни в выражении для интенсивности светового пучка на выходе анализатора. Что касается формулы для положений гашения $y_a^{(j)}$ анализатора, то она, очевидно, непосредственно связана с проведенным здесь рассмотрением и включает в себя положения гашения $g_p^{(j)}$. Она легко получается из зонного соотношения для угла Ψ [1], но так же легко ее получить из выражения (25). Учитывая характер относительного расположения вектора линейной поляризации и анализатора в положении гашения, находим

$$\mathrm{tg}\, y_a^{(j)} = \frac{\left|b_{1j}^{(0)}\right|}{\left|b_{2j}^{(0)}\right|}\mathrm{tg}\,\Psi = \frac{\sqrt{F_j^{(0)}}}{\sqrt{G_j^{(0)}}}\mathrm{tg}\,\Psi\,, \qquad (46)$$

где верхний индекс (0) указывает на то, что соответствующие величины определены для положений гашения $g_p^{(j)}$.

Формулы (32) и (46), определяющие положения гашения $g_p^{(j)}$ и $y_a^{(j)}$ также и в зависимости от поляризационных углов Δ и Ψ отражающего объекта, позволяют осуществить моделирование процесса прохождения светового пучка через оптическую систему PKSA. Такое моделирование должно включать в себя и исследование выраженности минимума интенсивности светового пучка на выходе системы PKSA, что непосредственно связано с точностью измерения положений гашения оптических элементов, а значит, и поляризационных углов Δ и Ψ.

3. ВЫБОР ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ПРИБОРА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ МАКСИМАЛЬНУЮ ТОЧНОСТЬ В ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛОЖЕНИЙ ГАШЕНИЯ

Для выбора оптимальных измерительных конфигураций прибора необходимо исследовать вторые производные от интенсивности $I_A^{(j)}(g_p, y_a)$ по каждому из углов g_p и y_a в точке минимума $(g_p^{(j)}, y_a^{(j)})$, удовлетворяющие неравенствам (22). Интенсивность светового пучка определяется формулами (8) и (9). Выражение (9) предпочтительнее, оно легко преобразуется к удобному виду в случае, когда поляризатор зафиксирован в положении гашения

$$g_p = g_p^{(j)}, \qquad (47)$$

а анализатор при заданном типе ориентации свободен. При выполнении условия (47) формула (9) для интенсивности, с учетом выражений (10), определяющих величины F_j и G_j, запишется:

$$I_A^{(j)}(g_p^{(j)}, y_a) : \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 \frac{1}{1+\mathrm{tg}^2 y_a} \times$$
$$\times\Big[\left|b_{1j}^{(0)}\right|^2 \mathrm{tg}^2\Psi + \left|b_{2j}^{(0)}\right|^2 \mathrm{tg}^2 y_a +$$
$$+2z_j\,\mathrm{tg}\,y_a\,\mathrm{tg}\,\Psi(h_j^{(0)}\cos\Delta + q_j^{(0)}\sin\Delta)\Big], \qquad (48)$$

где верхний индекс (0) указывает на соответствие условию (47). Затем используем соотношения, определяющие поляризационный угол Δ (см. [1]):

$$\cos\Delta = \frac{-z_j h_j^{(0)}}{\left|b_{1j}^{(0)}\right|\left|b_{2j}^{(0)}\right|}, \qquad \sin\Delta = \frac{-z_j q_j^{0}}{\left|b_{1j}^{(0)}\right|\left|b_{2j}^{(0)}\right|}. \qquad (49)$$

В результате получим следующее выражение для интенсивности в точке $(g_p^{(j)}, y_a)$:

$$I_A^{(j)}(g_p^{(j)}, y_a) :$$
$$: \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 \frac{1}{1+\mathrm{tg}^2 y_a}\left(\left|b_{2j}^{(0)}\right|\mathrm{tg}\,y_a - \left|b_{1j}^{(0)}\right|\mathrm{tg}\,\Psi\right)^2. \qquad (50)$$

Выражение (50) допускает дальнейшее преобразование, основанное на использовании формулы (46):

$$I_A^{(j)}(g_p^{(j)}, y_a) :$$
$$: \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 \frac{1}{1+\mathrm{tg}^2 y_a}\left|b_{2j}^{(0)}\right|^2 (\mathrm{tg}\,y_a - \mathrm{tg}\,y_a^{(j)})^2 =$$
$$= \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 \frac{(1+\mathrm{tg}\,y_a\,\mathrm{tg}\,y_a^{(j)})^2}{1+\mathrm{tg}^2 y_a}\left|b_{2j}^{(0)}\right|^2 \times$$
$$\times \mathrm{tg}^2(y_a - y_a^{(j)}) \approx$$
$$\approx \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 \frac{(1+\mathrm{tg}\,y_a\,\mathrm{tg}\,y_a^{(j)})^2}{1+\mathrm{tg}^2 y_a}\left|b_{2j}^{(0)}\right|^2 (y_a - y_a^{(j)})^2. \qquad (51)$$

Окончательная приближенная запись в формуле (51) подразумевает относительно слабые отклонения анализатора от положения гашения.

Используя (51), запишем вторую производную от интенсивности по y_a в точке минимума $(g_p^{(j)}, y_a^{(j)})$:

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^{\,2}}\right)_0 : \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 2\left|b_{2j}^{(0)}\right|^2 (1+\mathrm{tg}^2 y_a^{(j)}) =$$
$$= \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 2\left(\left|b_{2j}^{(0)}\right|^2 + \left|b_{1j}^{(0)}\right|^2 \mathrm{tg}^2\Psi\right) =$$
$$= \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 2(G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\,\mathrm{tg}^2\Psi), \qquad (52)$$

где нижний нулевой индекс в обозначении производной указывает на то, что производная определена в точке минимума.

Запишем вторую производную в точке минимума и по параметру g_p, но при этом, очевидно, надо использовать выражение для интенсивности, в котором свободны оба угловых параметра (g_p и y_a). Выбрав выражение (9), найдем:

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 : \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 \times$$
$$\times\left[\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 \frac{\mathrm{tg}^2\Psi}{1+\mathrm{tg}^2 y_a^{(j)}} + \left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 \frac{\mathrm{tg}^2 y_a^{(j)}}{1+\mathrm{tg}^2 y_a^{(j)}} + \right.$$
$$+2z_j\,\mathrm{tg}\Psi \frac{\mathrm{tg} y_a^{(j)}}{1+\mathrm{tg}^2 y_a^{(j)}} \times$$
$$\left.\times\left(\left(\frac{\partial^2 h_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 \cos\Delta + \left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 \sin\Delta\right)\right]. \qquad (53)$$

Числитель и знаменатель каждой дроби этого выражения умножим на $G_j^{(0)}$ и перейдем от $\mathrm{tg} y_a^{(j)}$ к $\mathrm{tg}\Psi$, согласно формуле (46). В результате получим:

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 : \left|E_0^{(P)}\right|^2 \left|R_s\right|^2 \times$$
$$\times\frac{\mathrm{tg}^2\Psi}{G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\mathrm{tg}^2\Psi}\left[\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 G_j^{(0)} + \left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 F_j^{(0)} + \right.$$
$$\left.+2z_j\sqrt{F_j^{(0)}G_j^{(0)}}\left(\left(\frac{\partial^2 h_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 \cos\Delta + \left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 \sin\Delta\right)\right]. \qquad (54)$$

Производные, входящие в выражения (53) и (54), определим, используя формулы (11)–(14):

$$\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 = 4[-h_j(-a_{0j}+a_{2j})\sin 2g_p^{(j)} +$$
$$+(-c_{3j}+c_{2j})\cos 2g_p^{(j)}], \qquad (55)$$

$$\left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 = 4[-h_j(a_{0j}+a_{2j})\sin 2g_p^{(j)} +$$
$$+(c_{3j}+c_{2j})\cos 2g_p^{(j)}], \qquad (56)$$

$$c_{3j} = \frac{1}{2}(c_{1j}-c_{0j}) =$$
$$=(1+f^2)\sin^2 2q_j + 2f\cos d\cos^2 2q_j, \qquad (57)$$

$$\left(\frac{\partial^2 h_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 = 4[-a_{1j}\sin 2g_p^{(j)} + h_j a_{0j}\cos 2g_p^{(j)}], \qquad (58)$$

$$\left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 = 4[-d_{1j}\sin 2g_p^{(j)} - h_j d_{0j}\cos 2g_p^{(j)}]. \qquad (59)$$

Производные (55), (56) и (58), (59) можно легко выразить и через $\mathrm{tg} q_j$. Исследуем вторые производные для некоторых частных случаев, допускающих полное аналитическое рассмотрение.

3.1. Частный случай $\Delta = 0$

Для этого случая $\sin\Delta = 0$, $\cos\Delta = 1$ и формула (32), определяющая положения гашения поляризатора, существенно упрощается. С учетом выражений (16) для d_{0j} и d_{1j} она запишется

$$\mathrm{tg} g_p^{(j)} = \frac{h_j d_{1j} - 2z_j f\sin d}{d_{0j}} = \frac{h_j \sin 2q_j - z_j}{\cos 2q_j}. \qquad (60)$$

С помощью элементарных преобразований, связанных с переходом от $\sin 2q_j$ и $\cos 2q_j$ к $\mathrm{tg} q_j$, находим:

$$\mathrm{tg} g_p^{(j)} = \frac{-z_j + h_j\,\mathrm{tg} q_j}{1+z_j h_j\,\mathrm{tg} q_j} = \frac{\mathrm{tg}(-z_j\frac{p}{4}) + \mathrm{tg}(h_j q_j)}{1+\mathrm{tg}(z_j\frac{p}{4})\,\mathrm{tg}(h_j q_j)} =$$
$$= \mathrm{tg}(-z_j\frac{p}{4} + h_j q_j). \qquad (61)$$

Из формулы (61) легко определяется явная связь положений гашения $g_p^{(j)}$ с углами q_j:

$$g_p^{(j)} = -z_j\frac{p}{4} + h_j q_j \pm p\ , \qquad (62)$$

или

$$g_{pk}^{(j)} = g_p^{(j)} - h_j q_j = -z_j\frac{p}{4} \pm p\ . \qquad (63)$$

Для этого случая рассмотрим сначала вторую производную по y_a. Опустив в выражении (52) несущественный общий множитель, запишем эту производную в наиболее простой форме:

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^{\,2}}\right)_0 : (G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\mathrm{tg}^2\Psi). \qquad (64)$$

Подставив в (13) и (14) $g_p^{(j)}$ из (62), найдем выражения для $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$:

$$F_j^{(0)} = [(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)](1 + z_j h_j \sin 2q_j), \quad (65)$$

$$G_j^{(0)} = [(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)](1 - z_j h_j \sin 2q_j). \quad (66)$$

Эти выражения можно получить и более простым способом, используя соответствующие формулы для $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$ из работы [1], которые имеют другую структуру и включают в себя величину $g_{pk}^{(j)}$, определенную соотношением (63). Данные выражения отличаются только знаком перед величиной $z_j h_j \sin 2q_j$ в простых скобках. С учетом (65) и (66) вторая производная (64) запишется

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2}\right)_0 : [(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)] \times$$
$$\times [(1+\mathrm{tg}^2\Psi) - z_j h_j \sin 2q_j (1-\mathrm{tg}^2\Psi)]. \quad (67)$$

Исследуем выражение (67) для второй производной от интенсивности по y_a. Величина в первой квадратной скобке в (67) может принимать только два значения — 2 и $2f^2 \approx 2$, т. е. она не играет принципиальной роли. Основную роль играет вторая скобка. Для классического варианта, когда "быстрая" ось компенсатора располагается под углом $45°$ к плоскости падения, а в этом случае $q_j = 0$, данная производная обеспечивает достаточную выраженность минимума по y_a:

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2}\right)_0 : [(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)](1+\mathrm{tg}^2\Psi). \quad (68)$$

При произвольном же расположении "быстрой" оси ($q_j \neq 0$) надо различать два предельных случая. В одном из них:

$$q_j \to z_j h_j \frac{p}{4}, \text{ т.е. } z_j h_j \sin 2q_j \to 1, \quad (69)$$

$$F_j^{(0)} \to 2[(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)], \quad G_j^{(0)} \to 0, \quad (70)$$

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2}\right)_0 : 2[(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)]\,\mathrm{tg}^2\Psi. \quad (71)$$

В другом же:

$$q_j \to -z_j h_j \frac{p}{4}, \text{ т.е. } z_j h_j \sin 2q_j \to -1, \quad (72)$$

$$F_j^{(0)} \to 0, \quad G_j^{(0)} \to 2[(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)], \quad (73)$$

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2}\right)_0 : 2[(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)]. \quad (74)$$

Из приведенных формул ясно, что для каждой измерительной зоны в одном из этих предельных случаев "быстрая" ось перпендикулярна плоскости падения, а в другом — параллельна. При одном положении "быстрой" оси вторая производная имеет минимальное значение, а при другом — максимальное. При переходе от одного положения к другому производная меняется. Уменьшается она или увеличивается — это зависит от номера измерительной зоны, а также от знака величины

$$1 - \mathrm{tg}^2\Psi. \quad (75)$$

Если поляризационный угол Ψ мал ($\mathrm{tg}^2\Psi = 1$), то для одного из этих положений вторая производная близка к нулю, а для другого достигает значения, в два раза превышающего ее значение для классического варианта. Но надо иметь в виду, и это отмечено в работе [1], что для предельных положений "быстрой" оси измерительная процедура "нулевой" эллипсометрии теряет смысл. Поэтому можно говорить лишь о приближении к предельным положениям "быстрой" оси.

Затем рассмотрим выражение (54) для второй производной от интенсивности по g_p. Как и в случае второй производной по y_a, опустим в нем несущественный общий множитель и учтем, что в рассматриваемом частном случае $\sin\Delta = 0$, $\cos\Delta = 1$. В результате, получим

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^2}\right)_0 : \frac{\mathrm{tg}^2\Psi}{G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\mathrm{tg}^2\Psi} \times$$
$$\times \left[\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^2}\right)_0 G_j^{(0)} + \left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^2}\right)_0 F_j^{(0)} + \right.$$
$$\left. + 2z_j \sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}} \left(\frac{\partial^2 h_j}{\partial g_p^2}\right)_0 \right]. \quad (76)$$

Здесь нам понадобятся вторые производные в точке минимума от функций F_j, G_j и h_j по g_p. Найдем их, используя (55), (56) и (58), а также соотношение (62) для $g_p^{(j)}$:

$$\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^2}\right)_0 = -4z_j h_j [(1+f^2)\sin 2q_j - (1-f^2)], \quad (77)$$

$$\left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^2}\right)_0 = 4z_j h_j [(1+f^2)\sin 2q_j + (1-f^2)], \quad (78)$$

$$\left(\frac{\partial^2 h_j}{\partial g_p^2}\right)_0 = 4z_j (1+f^2)\cos 2q_j. \quad (79)$$

Преобразуем (76), используя выражения (65), (66), определяющие $F_j^{(0)}$ и $G_j^{(0)}$, а также производные (77)–(79):

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 : \frac{8[(1+f^2)+z_j h_j(1-f^2)]\mathrm{tg}^2\Psi}{(1+tg^2\Psi)-z_j h_j \sin 2q_j(1-\mathrm{tg}^2\Psi)}. \quad (80)$$

Для классического варианта $(q_j = 0)$ производная (80) запишется

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 : 8[(1+f^2)+z_j h_j(1-f^2)]\frac{\mathrm{tg}^2\Psi}{(1+\mathrm{tg}^2\Psi)}, \quad (81)$$

где величина в квадратных скобках, как и соответствующая величина в выражениях для второй производной по y_a (см. (71) и (74)), отличающаяся знаком перед $z_j h_j$, принимает те же два близких значения — 2 и $2f^2 \approx 2$.

Теперь исследуем производную (80) для тех же предельных случаев. Для предельного случая (69):

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 : 4[(1+f^2)+z_j h_j(1-f^2)], \quad (82)$$

а для случая (72):

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 : 4[(1+f^2)+z_j h_j(1-f^2)]\mathrm{tg}^2\Psi. \quad (83)$$

Как видим, в первом предельном случае производная не зависит от угла Ψ. При движении в сторону классического варианта, а затем — второго предельного случая зависимость от угла Ψ возникает и усиливается.

Необходимо дать важное разъяснение, относящееся к рассмотренным предельным случаям (69) и (72). Частично оно уже дано и относится к положению "быстрой" оси. Здесь мы приведем более конкретное описание ситуации. Для первого предельного случая формула (62) определяет, если учесть (69), стремление $g_p^{(j)}$ к нулю

$$g_p^{(j)} \to 0. \quad (84)$$

Если $z_j h_j = +1$, а это имеет место для 1-й и 4-й измерительных зон, то

$$q_j \to \frac{p}{4}, \qquad y_k^{(j)} = \frac{p}{4} + q_j \to \frac{p}{2}. \quad (85)$$

Если же $z_j h_j = -1$, что имеет место для 2-й и 3-й зон, то

$$q_j \to -\frac{p}{4}, \qquad y_k^{(j)} = \frac{p}{4} + q_j \to 0. \quad (86)$$

Затем учтем, что направление пропускания поляризатора, находящегося в положении гашения, в рассматриваемом частном случае $(\Delta = 0)$ параллельно одной из главных осей идеального компенсатора. Это обеспечивает сохранение линейной поляризации светового пучка после прохождения компенсатора и, следовательно, сохранение ее после отражения от образца [3]. В результате на основе формул (84)–(86) можно сказать следующее. В 1-й и 4-й измерительных зонах "быстрая" ось стремится к s-направлению, перпендикулярному к плоскости падения, а направление пропускания поляризатора, находящегося в положении гашения, должно быть перпендикулярно "быстрой" оси, т. к. только в этом случае оно стремится, согласно формуле (84), к p-направлению, параллельному плоскости падения. Во 2-й и 3-й зонах "быстрая" ось стремится к p-направлению, и, следовательно, направление пропускания поляризатора должно совпадать с "быстрой" осью, стремясь вместе с ней к p-направлению, что опять-таки согласуется с (84). Из всего этого наиболее существенным является то, что в первом предельном случае вектор линейной поляризации после отражения от образца независимо от значения угла Ψ стремится к плоскости падения, а это означает, что

$$y_a^{(j)} \to \frac{p}{2}. \quad (87)$$

Во втором предельном случае формулы (62) и (72) дают следующие результаты для положений гашения поляризатора $(g_p^{(j)})$ и положений "быстрой" оси компенсатора (q_j):

$$g_p^{(j)} = -z_j \frac{p}{2}, \quad (88)$$

$$j = 1, 4, \quad z_j h_j = +1,$$
$$q_j \to -\frac{p}{4}, \quad y_k^{(j)} = \frac{p}{4} + q_j \to 0, \quad (89)$$

$$j = 2, 3, \quad z_j h_j = -1,$$
$$q_j \to \frac{p}{4}, \quad y_k^{(j)} = \frac{p}{4} + q_j \to \frac{p}{2}. \quad (90)$$

Не будем повторять рассуждения, аналогичные предыдущим. Отметим только следующее. Поскольку в формулу (88) входит параметр z_j, то при анализе соотношений (89)–(90) надо учитывать тип ориентации "быстрой" оси. Кроме того, надо иметь в виду, что тип ориентации вектора линейной поляризации световой волны в данном

частном случае $(\Delta = 0)$ не меняется при отражении от образца [3]. Вообще-то, все это надо было учитывать и в предыдущем случае, но там это не столь критично, т.к. формула (84) имеет очень простой вид. Основная особенность второго предельного случая состоит в том, что вектор линейной поляризации после отражения от образца независимо от значения угла Ψ стремится к s-направлению, а это означает, что

$$y_a^{(j)} \to 0. \qquad (91)$$

Рассмотренные предельные случаи не являются равноправными. Это особенно становится ясным, если рассмотреть малые значения угла Ψ (малые значения величины $\mathrm{tg}\,\Psi$). Похожая ситуация возникает при измерении поляризационных углов в окрестности угла Брюстера. Справа от угла Брюстера

$$\Delta \approx 0, \qquad \Psi = 1. \qquad (92)$$

Для классического варианта ($y_k^{(j)} = \frac{p}{4}$, $q_j = 0$) вторая производная (68) по y_a имеет значение, обеспечивающее достаточную выраженность минимума интенсивности по y_a. В то же время, вторая производная (81) по g_p в классическом варианте имеет второй порядок малости по Ψ, поэтому в традиционном эксперименте при определении поляризационного угла Δ возникают большие затруднения, связанные со слабой выраженностью минимума интенсивности по g_p. Если же обратиться к предельным случаям, то из формул (71), (74) и (82), (83) следует, что для точного определения поляризационных углов для угла Ψ надо использовать измерительную ситуацию, близкую ко второму, а для угла Δ - к первому предельному случаю. Это означает, что процесс измерения углов Δ и Ψ в рассматриваемом частном случае ($\Delta = 0$) и близком к нему случае (92) должен быть разделен. В принципе, при не слишком малых углах Ψ возможен выбор некоторой оптимальной измерительной конфигурации, обеспечивающей достаточное разрешение как по g_p, так и по y_a.

Обратимся ко второму частному случаю.

3.2. Частный случай $\Delta = p$

Для этого случая $\sin\Delta = 0$, $\cos\Delta = -1$ и формула (32) с помощью тех же преобразований легко определяет положения гашения поляризатора:

$$g_p^{(j)} = z_j \frac{p}{4} + h_j q_j \pm p. \qquad (93)$$

Для данного частного случая формулы, определяющие для произвольных значений q_j величины $F_j^{(0)}$, $G_j^{(0)}$, $\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2}\right)_0$, а также $\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^2}\right)_0$, $\left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^2}\right)_0$, $\left(\frac{\partial^2 h_j}{\partial g_p^2}\right)_0$ и $\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^2}\right)_0$, получаются из формул (65)–(67) и (77)–(80) путем перехода

$$z_j \to -z_j. \qquad (94)$$

Таким же способом, исходя из (68) и (81), определяются вторые производные по y_a и g_p для классического варианта $(q_j = 0)$. Характер этих производных не меняется. В предельных же случаях положение изменяется. Кроме перехода (94), здесь происходит еще обмен соответствующими выражениями между предельными случаями. Рассмотрим эту ситуацию подробнее.

В первом предельном случае ((69)):

$$g_p^{(j)} \to z_j \frac{p}{2}, \qquad (95)$$

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2}\right)_0 : 2\,[(1+f^2) + z_j h_j (1-f^2)], \qquad (96)$$

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^2}\right)_0 : 4[(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)]tg^2\Psi. \qquad (97)$$

Во втором же предельном случае ((72)):

$$g_p^{(j)} \to 0, \qquad (98)$$

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^2}\right)_0 : 2\,[(1+f^2) + z_j h_j (1-f^2)]\,\mathrm{tg}^2\,\Psi, \qquad (99)$$

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^2}\right)_0 : 4[(1+f^2) - z_j h_j (1-f^2)]. \qquad (100)$$

Чтобы проследить в предельных случаях за процессом прохождения светового луча через оптическую систему PKSA, необходимо учитывать соотношения (95) и (98), а также следить за типами ориентации "быстрой" оси компенсатора и вектора линейной поляризации светового луча перед образцом и после отражения от образца. При этом надо иметь в виду, что для данного частного случая $(\Delta = p)$ тип ориентации вектора линейной поляризации в результате отражения от образца меняется на противоположный [3].

Как и в предыдущем частном случае, большой интерес представляют малые значения угла Ψ, т. к. сходное положение возникает при измерении

поляризационных углов слева от угла Брюстера, где

$$\Delta \approx p, \qquad \Psi = 1. \tag{101}$$

Общий вывод здесь такой же. Процесс измерения углов Δ и Ψ в рассматриваемом частном случае и близком к нему случае (101) должен быть разделен. Как следует из формул (96), (97) и (99), (100), для точного определения поляризационных углов для угла Ψ надо использовать измерительную ситуацию, близкую к первому, а для угла Δ — ко второму предельному случаю. Для угла Ψ, как и в первом частном случае, можно использовать и классический вариант.

Перейдем к следующему частному случаю.

3.3. Частный случай $\Delta = \frac{p}{2}$

Для этого случая $\sin\Delta = 1$, $\cos\Delta = 0$, и формула (32), определяющая положения гашения поляризатора $g_p^{(j)}$, упрощается. Однако, чтобы довести аналитическое рассмотрение задачи до конца, воспользуемся идеальными значениями параметров компенсатора

$$d = 90°, \quad f = 1, \quad \text{т.е.} \quad \cos d = 0, \quad \sin d = 1. \tag{102}$$

Тогда формула (32) запишется:

$$\mathrm{tg}\, g_p^{(j)} = \frac{-h_j \cos 2q_j - z_j}{\sin 2q_j} = -\frac{h_j \sin[2(p/4 - q_j)] + z_j}{\cos[2(p/4 - q_j)]}. \tag{103}$$

А дальше выражение (103) преобразуется так же, как и формула (60). В результате, пренебрегая несущественной неопределенностью типа $\pm p$, находим:

$$g_p^{(j)} = -(z_j + h_j)\frac{p}{4} + h_j q_j, \qquad g_{pk}^{(j)} = g_p^{(j)} - h_j q_j = -(z_j + h_j)\frac{p}{4}. \tag{104}$$

Подставив в (13), (14) и (55), (56), (59) выражение (104) для угла $g_p^{(j)}$, найдем величины $F_j^{(0)}$, $G_j^{(0)}$ и $\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0$, $\left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0$, $\left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0$:

$$F_j^{(0)} = G_j^{(0)} = 2, \tag{105}$$

$$\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 = \left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 = 0, \qquad \left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 = 8z_j. \tag{106}$$

Вторые производные от интенсивности найдем на основе формул (105) и (106), используя выражения (52) и (54), в которых опущены те же самые несущественные общие множители, что и в предыдущих частных случаях. В этом случае вторая производная по y_a определится выражением (64), которое после подстановки (105) даст следующий результат:

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial y_a^{\,2}}\right)_0 : 2\,(1 + \mathrm{tg}^2\Psi). \tag{107}$$

Если учесть значение угла Δ $(\Delta = \frac{p}{2})$, то вторая производная от интенсивности по g_p запишется в виде

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 : \frac{\mathrm{tg}^2\Psi}{G_j^{(0)} + F_j^{(0)}\mathrm{tg}^2\Psi} \times \left[\left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 G_j^{(0)} + \left(\frac{\partial^2 G_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 F_j^{(0)} + 2z_j\sqrt{F_j^{(0)} G_j^{(0)}}\left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0\right], \tag{108}$$

откуда с учетом (105) и (106) найдем

$$\left(\frac{\partial^2 I_A^{(j)}}{\partial g_p^{\,2}}\right)_0 : 16\frac{\mathrm{tg}^2\Psi}{1 + \mathrm{tg}^2\Psi}. \tag{109}$$

Таким образом, вторые производные от интенсивности по y_a и g_p в данном частном случае не зависят от положения "быстрой" оси компенсатора (от угла q_j). Обращает на себя внимание, что выражения (107) и (109) для этих производных при выполнении условий (102) полностью совпадают с результатами, которые наблюдаются в предыдущих частных случаях для классического варианта $(q_j = 0)$. Этот факт можно объяснить следующим образом. После прохождения компенсатора (перед образцом) световая волна должна быть поляризована по кругу, ибо только в этом случае (при $\Delta = \frac{p}{2}$) после отражения от образца возникает линейная поляризация. Это, очевидно, наблюдается при любом положении "быстрой" оси (при любом q_j) Но при круговой поляризации p- и s- направ-

ления эквивалентны для световой волны. То же самое можно сказать и о линейно поляризованной волне на выходе компенсатора в предыдущих частных случаях, если рассматривать классический вариант. Но это означает, что в обоих случаях положение вектора линейной поляризации после отражения от образца будет одинаковым, что и объясняет отмеченное выше совпадение.

Аналогично рассматривается частный случай $\Delta = \frac{3}{2}p$. Он ничем не отличается от только что рассмотренного. Результаты описываются теми же формулами (107) и (109). Используя полученные результаты, перейдем к оценке общего случая.

3.4. Переход к общему случаю произвольных значений углов Δ и Ψ

В многоугловой эллипсометрии особый интерес представляет рассмотрение углов падения, попадающих в окрестность угла Брюстера. В непосредственной окрестности угла Брюстера проявляются особенности поляризационных углов Δ и Ψ, использование которых имеет большое значение для успешного исследования поверхности. Но именно в этой окрестности значительно снижается точность измерения поляризационного угла Δ, что обусловлено малыми значениями угла Ψ. Поведение угла Δ здесь характеризуется размытой ступенькой. Если идти слева направо, переходя через угол Брюстера, то Δ изменяется от значения $\Delta \approx p$ до значения $\Delta \approx 0\,(2p)$, т. е. переходит через точку $\Delta = p/2\ (3p/2)$. Как уже отмечалось выше, слева и справа от угла Брюстера можно кардинально повысить точность измерения положений гашения поляризатора $g_p^{(j)}$, а значит, и угла Δ путем выбора соответствующих измерительных конфигураций прибора. С приближением (слева) к углу Брюстера, т. е. к значению $\Delta = p/2(3p/2)$, ситуация ухудшается и, наконец, при достижении этого значения проявляется, причем при любых значениях угла q_j, неблагоприятный результат, характерный для классического варианта. При последующем отходе (вправо) от угла Брюстера ситуация снова резко улучшается. Таким образом, значительные трудности возникают в сравнительно небольшой окрестности угла Брюстера. Вне этой окрестности характер ступеньки, определяемый верхним и нижним размытыми участками, проявляется полностью, и именно в этой области может быть обеспечена достаточная точность измерений. Но надо еще раз отметить, что процесс измерения углов Δ и Ψ в данной области ради достижения максимальной точности в измерении обоих углов может быть разделен. Понятно также, что небольшая окрестность угла Брюстера, в которой могут быть допущены большие ошибки в измерении угла Δ, должна быть исключена из процесса измерений. Это не приведет к упущению каких-то существенных дополнительных возможностей, связанных с описанием ступеньки.

В общем случае произвольных значений поляризационных углов Δ и Ψ используется расчетная процедура, основанная на применении соответствующей математической программы. С помощью формулы (32) для любой пары (Δ, Ψ) определяются для набора значений угла q_j положения гашения поляризатора $g_p^{(j)}$, по которым рассчитываются вторые производные от интенсивности световой волны по переменным y_a и g_p. Эта расчетная процедура позволяет выбрать те положения "быстрой" оси (те измерительные конфигурации), которым отвечают максимальные значения указанных производных. Если эти положения сильно различаются, то процесс измерения углов Δ и Ψ можно разделить. В определенных ситуациях можно выбрать некоторую общую оптимальную измерительную конфигурацию, обеспечивающую достаточное разрешение как по g_p, так и по y_a. Что касается привязки к конкретному эксперименту, то здесь есть различные возможности. Например, можно использовать предварительные приближенные экспериментальные данные о характере зависимостей углов Δ и Ψ от угла падения светового луча, которые могут быть получены на приборе с классической измерительной конфигурацией $(q_j = 0)$. Если же процесс измерений автоматизирован по "нулевой" схеме, то соответствующая расчетная процедура может быть включена в единый измерительный процесс.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в настоящей работе результаты указывают на огромную роль выбора измерительных конфигураций прибора для повышения точности экспериментального определения поляризационных углов. Анализ измерительных конфигураций прибора будет продолжен. Во-первых, необходимо конкретизировать результаты численного моделирования, проиллюстрировав их соответствующими графиками. Во-вторых, не исчерпаны полностью возможности аналитического рассмотрения. В-третьих, необходимо подключить к проблеме повышения точности "нулевую" эллипсометрию анизотропных сред. В методе обобщенных измерительных зон отступление от классической измерительной конфигурации является обязательным [5]. Кроме того, этот метод очень чувствителен к точности определения положений гашения.

При этом в каждой простой измерительной зоне процесс определения положений гашения нельзя разделять, относя его к разным измерительным конфигурациям. А это означает, что необходимо искать единые для каждой зоны оптимальные конфигурации. Наконец, проблема повышения точности в "нулевой" эллипсометрии тесно связана с усовершенствованием методов прецизионного определения параметров компенсатора. Все эти вопросы будут рассмотрены в следующей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 4. С. 42–54.
2. *Семененко А.И.* // Оптика и спектроскопия. 1978. Т. 45. С. 199–201.
3. *Ржанов А.В., Свиташев К.К., Семененко А.И. и др.* Основы эллипсометрии. Новосибирск: Наука, 1979. 422 с.
4. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2005. Т. 15, № 4. С. 74–82.
5. *Семененко А.И., Семененко И.А.* // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 2. С. 20–34.

Институт прикладной физики НАН Украины, г. Сумы (*Семененко А.И.*)

Институт аналитического приборостроения РАН, Санкт-Петербург (*Семененко И.А.*)

Материал поступил в редакцию 15.01.2008.

ON THE NEW POTENTIALS OF ELLIPSOMETRY ARISING FROM THE NULL OPTICAL CIRCUIT. ELLIPSOMETRY OF REAL SURFACE STRUCTURES. 11. PROBLEM OF IMPROVING ACCURACY IN THE NULL ELLIPSOMETRY MEASUREMENTS. DEFINITION OF THE ROLE OF THE INSTRUMENT METERING CONFIGURATION

A. I. Semenenko[1], I. A. Semenenko[2]

[1]*Institute of Applied Physics NAS, Ukraine, Sumy*
[2]*Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg*

The paper considers the instrument metering configurations dependent on the position of the ellipsometer phase compensator fast axis. We have shown that they play a very important role in increasing the accuracy of experimental estimation of polarization angles Δ and Ψ. Particular cases ($\Delta = 0, p, p/2, 3p/2$) permitting complete analytical consideration have been studied. For those cases, relations for second derivatives of the light beam intensity at the instrument output by the polarizer and analyzer angular positions have been constructed. As a result, metering configurations providing maximum derivatives of the mentioned type, which ensure sufficient pronouncement of the intensity minimum and, therefore, the necessary accuracy of experimental estimation of the Δ and Ψ angles, have been revealed. A conclusion was made that, in certain situations when angle Ψ is small, the process of measuring angles Δ and Ψ can be subdivided. At the same time, we have noticed that in many cases it is necessary to make efforts to select some general optimal metering configuration ensuring sufficient resolution by both polarization angles. Based on the results obtained in particular cases, the metering situation in the vicinity of the Brewster angle has been analyzed. The paper considers a general case of arbitrary polarization angles Δ and Ψ. In addition, the paper discusses questions that need further analysis of the instrument metering configurations. Particularly, a conclusion has been made that it is necessary to thoroughly study the role of metering configurations in null ellipsometry of anisotropic media.