

УДК 534

© В. Е. Курочкин, Е. Д. Макарова, Б. П. Шарфарец

РАСЧЕТ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ КАМЕРЫ С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ИЗЛУЧАТЕЛЕМ

В работе предложен подход, позволяющий рассчитывать характеристики ультразвуковых резонансных камер, состоящих из пьезоэлектрического излучателя и многослойной жидкой камеры, граничащей в общем случае с жидким полупространством. Предложенный подход позволяет получить исчерпывающую информацию о физических процессах в камере. В качестве примеров рассмотрены ненагруженный излучатель, а также излучатель, нагруженный на акустическое сопротивление с постоянным и с частотно зависимым импедансами.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассматривались различные аспекты звуковых полей в многослойных ультразвуковых жидких резонаторах. Большое внимание уделялось рассмотрению резонансных явлений в камере. Однако при этом остался в стороне вопрос влияния излучателя как системы с распределенными параметрами на частотный характер поля во всей системе, включая и излучатель. В настоящей работе в качестве такового рассматриваются пьезоэлектрические излучатели, нашедшие широкое применение в ультразвуковых технологиях. Ранее подобная проблема рассматривалась в целом ряде работ [2–5 и др.]. В настоящей работе метод, предложенный для систем с идеальными границами [2, 5], адаптируется к случаю произвольных граничных условий.

Как известно, колебания в пьезоэлектриках, являющихся существенно анизотропными как с точки зрения механических, так и с точки зрения пьезоэлектрических и диэлектрических свойств, описываются сложной системой электромеханических уравнений. Эти уравнения однако существенно упрощаются в некоторых случаях, когда система уравнений становится одномерной. В настоящей работе рассматривается пьезоэлектрический излучатель в виде тонкой пластинки, осуществляющей только продольные колебания по толщине пластины. Все функции, описывающие электромеханические процессы такой пластины, зависят только от одной переменной x , ориентированной по толщине пластины, а тензоры преобразуются в константы. В этом случае линейные уравнения пьезоэлектричества описываются следующими уравнениями [2, 6]:

$$\tilde{c} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + e \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$\varphi(x,t) = \frac{e}{\varepsilon} u(x,t) + \phi_1 x + \phi_0, \quad (2)$$

$$T(x,t) = \tilde{c} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + e \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x}, \quad (3)$$

$$D(x,t) = e \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \varepsilon \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x}. \quad (4)$$

Здесь u — смещение; φ — электрический потенциал; T — напряжение; D — диэлектрическое смещение; ρ , \tilde{c} , e , ε — плотность, упругая жесткость пластины и ее пьезоэлектрическая и диэлектрическая постоянные соответственно, остающиеся неизменными в пределах пластины (здесь под диэлектрической постоянной в системе СИ понимается произведение электрической постоянной $\varepsilon_0 = 8.85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м и безразмерной диэлектрической проницаемости материала); ϕ_0 , ϕ_1 — неопределенные константы.

Объединяя (1) и (2), имеем:

$$\left(\tilde{c} + \frac{e^2}{\varepsilon}\right) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Решение (5) при установившихся гармонических колебаниях $u(x,t) = u(x)e^{-i\omega t}$ имеет вид

$$u(x) = A \cos kx + B \sin kx. \quad (6)$$

Здесь A , B — неопределенные константы; $k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число; c — скорость продольной волны

$$c = \sqrt{\frac{\tilde{c} + e^2 / \varepsilon}{\rho}}. \tag{6a}$$

Из (2), (3) и (5) имеем:

$$T(x) = k(\tilde{c} + e^2 / \varepsilon)(-A \sin kx + B \cos kx) + e\phi_1. \tag{7}$$

Из (2) и (4) имеем:

$$D(x) = -\varepsilon\phi_1. \tag{8}$$

Пусть толщина пластинки — l , и величина x меняется в интервале $x \in [0, l]$. Для нахождения четырех неопределенных коэффициентов A , B , ϕ_0 и ϕ_1 необходимо удовлетворить краевым условиям, например на границе $x=0$ для всех иско- мых функций положить:

$$\begin{aligned} u(x)|_{x=0} &= u_0; & \varphi(x)|_{x=0} &= \varphi_0; \\ T(x)|_{x=0} &= T_0; & D(x)|_{x=0} &= D_0. \end{aligned} \tag{9}$$

В работе [2] приведены выражения, связываю- щие условия (9) с неопределенными коэффициен- тами. Применительно к рассматриваемому случаю они равны:

$$A = u_0, \tag{10}$$

$$B = \frac{1}{(\tilde{c} + e^2 / \varepsilon)k} \left(T_0 + \frac{e}{\varepsilon} D_0 \right), \tag{11}$$

$$\phi_0 = \varphi_0 - \frac{e}{\varepsilon} u_0, \tag{12}$$

$$\phi_1 = -\frac{1}{\varepsilon} D_0. \tag{13}$$

После определения констант(10)–(13) можно использовать метод переходных матриц для рас- чета значений $u(x)$, $T(x)$, $\varphi(x)$ и $D(x)$ в любой точке $x \in (0, l]$ [2]:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u(x) \\ T(x) \\ \varphi(x) \\ D(x) \end{pmatrix} &= \\ &= \begin{pmatrix} M^{uu} & M^{uT} & 0 & M^{uD} \\ M^{Tu} & M^{TT} & 0 & M^{TD} \\ M^{\varphi u} & M^{\varphi T} & 1 & M^{\varphi D} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(0) \\ T(0) \\ \varphi(0) \\ D(0) \end{pmatrix} = M_p \begin{pmatrix} u(0) \\ T(0) \\ \varphi(0) \\ D(0) \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{14}$$

Последняя строка матрицы следует из (8). Най- дем остальные элементы переходной матрицы, ис-

ходя из (2)–(4), (6) и (10)–(13). Окончательно имеем:

$$M^{uu} = M^{TT} = \cos kx, \tag{15}$$

$$M^{uT} = \frac{\sin kx}{\gamma k}, \tag{16}$$

$$M^{Tu} = -\gamma k \sin kx, \tag{17}$$

$$M^{\varphi u} = M^{TD} = \frac{e}{\varepsilon}(\cos kx - 1), \tag{18}$$

$$M^{\varphi T} = M^{uD} = \frac{e \sin kx}{\varepsilon \gamma k}, \tag{19}$$

$$M^{\varphi D} = \frac{e^2 \sin kx}{\varepsilon^2 \gamma k} - \frac{x}{\varepsilon}, \tag{20}$$

$$\gamma = \tilde{c} + e^2 / \varepsilon, \tag{21}$$

Пусть к обеим сторонам пластины приложены идеальные электроды, механические свойства ко- торых могут быть проигнорированы. В этом слу- чае искомые величины на разных сторонах левого электрода связаны соотношением [2]

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u \\ T \\ \varphi \\ D \end{pmatrix} \Big|_{x=x^+} &= \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i \frac{2Y}{\omega S} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ T \\ \varphi \\ D \end{pmatrix} \Big|_{x=x^-} = M_E \begin{pmatrix} u \\ T \\ \varphi \\ D \end{pmatrix} \Big|_{x=x^-}. \end{aligned} \tag{22}$$

Здесь x — координата электрода; верхний индекс + или – относится к правой или левой стороне тонкого электрода соответственно; S — площадь электрода; $Y = I/U$ — адмитанс (проводимость) цепи из двух электродов с находящейся между ними пьезоэлектрической пластиной; U и I — напряжение и ток в этой цепи. Как видно из (22), все величины, кроме электрического смещения D , в точке расположения электрода не меняют своих значений. Смещение D меняется скачком.

Если рассматривается система *электрод— пьезоэлектрическая пластина—электрод*, то со- вокупная переходная матрица M^* равна произве- дению [2]

$$M^* = M_E \cdot M_p \cdot M_E,$$

а (14) преобразуется к виду

$$\begin{pmatrix} u(x) \\ T(x) \\ j(x) \\ D(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M^{*uu} & M^{*uT} & M^{*uj} & M^{*uD} \\ M^{*Tu} & M^{*TT} & M^{*Tj} & M^{*TD} \\ M^{*ju} & M^{*jT} & M^{*jj} & M^{*jD} \\ M^{*Du} & M^{*DT} & M^{*Dj} & M^{*DD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(0) \\ 0 \\ j(0) \\ 0 \end{pmatrix} = M^* \begin{pmatrix} u(0) \\ T(0) \\ j(0) \\ D(0) \end{pmatrix} \quad (23)$$

Матрица M^* в отличие от матрицы M_p в (14) в общем случае не имеет специального вида с нулями и единицами в четвертой строке и третьем столбце.

В работах [2–4] функция $Y(w)$ определялась из характеристического уравнения, полученного из условия того, что левая и правая границы системы *излучатель—жидкий резонатор* являются свободными, т. е. значения упругого напряжения на этих границах равны нулю. В работе [1] рассматривался жидкий резонатор с потерями, когда правая граница не свободная, а на ней задано импедансное условие. В настоящей работе также предполагается наличие импедансного условия на правой границе резонансной системы, поэтому предлагается иной алгоритм расчета электрического адмитанса $Y(w)$.

Поставим краевые условия. На левой обкладке левого электрода и на правой обкладке правого электрода электрическое смещение равно нулю

$$D(0) = D(l) = 0.$$

Кроме того, примем, что левая граница свободная, т. е.

$$T(0) = 0.$$

Напряжение на правой границе должно удовлетворять краевому условию (см., например, [7, с. 155])

$$T(l, t) = -Z_a \frac{\partial u(l, t)}{\partial t},$$

или с учетом временного фактора $e^{-i\omega t}$

$$T(l) = i\omega Z_a u(l). \quad (24)$$

Здесь Z_a — волновое сопротивление акустической нагрузки на правом торце пластины.

Начальный потенциал электрического поля определим через подаваемое на электроды напряжение $Ue^{-i\omega t}$

$$j(0) = \frac{U}{2}.$$

Соответственно, исходя из условия $U = j(0) - j(l)$, имеем

$$j(l) = -\frac{U}{2}.$$

Очевидно, что последнее равенство при подстановке в (22) обеспечивает скачкообразное падение электрического смещения D до нуля на правой стороне правого электрода.

После этого совокупность известных краевых условий можно записать так

$$\left. \begin{aligned} D(0) = D(l) = 0, \quad T(0) = 0, \\ T(l) = i\omega Z_a u(l), \\ j(0) = \frac{U}{2}, \quad j(l) = -\frac{U}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

С учетом (25) выражение (23) на границе $x=l$ можно переписать в виде

$$\begin{pmatrix} u(l) \\ i\omega Z_a u(l) \\ -U/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M^{*uu} & M^{*uT} & M^{*uj} & M^{*uD} \\ M^{*Tu} & M^{*TT} & M^{*Tj} & M^{*TD} \\ M^{*ju} & M^{*jT} & M^{*jj} & M^{*jD} \\ M^{*Du} & M^{*DT} & M^{*Dj} & M^{*DD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(0) \\ 0 \\ j(0) \\ 0 \end{pmatrix} = M^* \begin{pmatrix} u(0) \\ 0 \\ U/2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

Для решения задачи (26) необходимо задание неизвестных пока значений начального смещения $u(0)$ и адмитанса $Y(w)$. Вытекающая из (26) система четырех уравнений для определения двух неизвестных $u(0)$ и $Y(w)$ переопределена. Анализ показывает, что для однозначного определения величин $u(0)$ и $Y(w)$ можно использовать любое из вытекающих из (26) линейно зависимых уравнений:

$$M^{*Du}u(0) + M^{*D\varphi} \frac{U}{2} = 0 \quad (27)$$

$$D_0 = i \frac{YU}{\omega S}, \quad (30)$$

или

$$M^{*\varphi u}u(0) + M^{*\varphi\varphi} \frac{U}{2} = -\frac{U}{2} \quad (28)$$

и уравнение

$$M^{*Tu}u(0) + M^{*T\varphi} \frac{U}{2} = i\omega Z_a u(l). \quad (29)$$

Будем использовать для определения искомым величин уравнение (29) и, например, (27). Для этого предварительно выразим коэффициенты (10)–(13) через искомые величины. Поскольку наличие электродов изменяет только электрическое смещение, а фигурирующая в (11) и (13) величина D_0 есть электрическое смещение на правой стороне левого электрода, которое равно [2]

то выражения (10)–(13) могут быть переписаны так:

$$A = u(0), \quad (10a)$$

$$B = \frac{1}{\gamma k} \left(T_0 + \frac{e}{\varepsilon} D_0 \right) = i \frac{1}{\gamma k} \frac{e}{\varepsilon} \frac{U}{\omega S} Y(\omega), \quad (11a)$$

$$\phi_0 = \varphi_0 - \frac{e}{\varepsilon} u_0 = \frac{U}{2} - \frac{e}{\varepsilon} u(0), \quad (12a)$$

$$\phi_1 = -\frac{1}{\varepsilon} D_0 = -i \frac{1}{\varepsilon} \frac{U}{\omega S} Y(\omega). \quad (13a)$$

Учитывая (6) и (10a)–(13a), решим систему (27), (29):

$$u(0) = \frac{eU\varepsilon(k\gamma(\cos kl - 1) - iZ_a\omega \sin kl)}{-2e^2k\gamma + k\gamma(2e^2 + ilZ_a\varepsilon\omega)\cos kl + (k^2l\gamma^2\varepsilon - ie^2Z_a\omega)\sin kl}, \quad (31)$$

$$Y(\omega) = \frac{kS\gamma\varepsilon^2\omega(Z_a\omega\cos kl - ik\gamma\sin kl)}{-2e^2k\gamma + k\gamma(2e^2 + ilZ_a\varepsilon\omega)\cos kl + (k^2l\gamma^2\varepsilon - ie^2Z_a\omega)\sin kl}. \quad (32)$$

Таким образом, матричное уравнение (26) с граничными условиями (25) позволяет найти недостающие значения начального смещения $u(0)$ и адмитанса пластины $Y(\omega)$ в виде (31), (32), а затем с помощью уравнений (2), (6)–(8) и коэффициентов (10a)–(13a) найти далее все искомые величины при произвольных значениях $x \in [0, l]$.

Отметим, что вычисление входного импеданса многослойной камеры, рассмотренной в [1], позволяет определять резонансные частоты системы *вibrator*–камера, если в (24) в качестве волнового сопротивления акустической нагрузки Z_a принять входной импеданс камеры Z_{ax} . Тогда очевидно, что выражение (32) для адмитанса может быть использовано для определения резонансных и антирезонансных частот согласно изложенной в [2, 8] методике. При $Z_a \equiv 0$ (32) описывает адмитанс пьезопластины со свободными границами

$$Y(\omega) = \frac{ikS\gamma\varepsilon^2\omega \sin kl}{-2e^2 + 2e^2 \cos kl + kl\gamma\varepsilon \sin kl} = \frac{ikS\gamma\varepsilon^2\omega}{-2e^2 \operatorname{tg} \frac{kl}{2} + kl\gamma\varepsilon}, \quad (32a)$$

что совпадает с обратной величиной выражения (3.105), приведенного в работе [9, с. 279] для им-

педанса плоской пластины со свободными границами, совершающей продольные колебания, где однако принята несколько иная скорость звука в пластине.

Отметим, что нерассмотренный здесь случай количества электродов больше двух также может быть принципиально учтен [5 и др.].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ

Выше отмечалось, что резонансные частоты могут быть получены из выражения (32), однако приведем более прозрачные, идеологически прилегающие к работе [1] методы.

Пусть правый электрод при $x=l$ граничит с жидким полупространством плотностью ρ_1 и скоростью звука c_1 (ρ_1, c_1 — характеристики слоя жидкости, примыкающего к пластине). Граничные условия при $x=l$ требуют непрерывности напряжения T и смещения u :

$$T|_{x=l-} = T|_{x=l+} = -P(l), \quad (33)$$

$$u|_{x=l-} = u|_{x=l+}. \quad (34)$$

В краевом условии (33) учтена противоположность знаков напряжения и давления в жидкости.

В установленном режиме амплитуда колебательной скорости с учетом временной зависимо-

сти $e^{-i\omega t}$ равна

$$V(x) = -i\omega u(x) \tag{35}$$

и связана с давлением в жидкости известным соотношением

$$V(x) = \frac{1}{i\omega r_1} \frac{\partial P(x)}{\partial x} \tag{36}$$

Объединяя (35) и (36), имеем окончательно для краевого условия (34):

$$u|_{x=l-} = \frac{1}{\omega^2 r_1} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{x=l+} \tag{37}$$

Давление в жидкости будем искать в виде

$$P(x) = A_1 \cos k_1 x + B_1 \sin k_1 x, \tag{38}$$

где $k_1 = \omega/c_1$ — волновое число жидкости. Неопределенные коэффициенты A_1 и B_1 находятся из условий (33), (37).

Таким образом, получены все выражения для расчета акустических волн в системе *пьезоизлучатель—жидкое полупространство*.

Перейдем теперь к определению резонансных частот реальной многослойной ультразвуковой камеры, разобранный в работе [1] и облучаемой рассмотренным пьезоэлектрическим излучателем. Напомним, что ультразвуковая камера состоит из N жидких слоев, сопряженных справа с однородным жидким полупространством. Для определения резонансных частот необходимо воспользоваться одним из предложенных в [1] методов.

Метод вронскиана

В этом случае строятся два решения $y_{1,2}(x)$, удовлетворяющие соответственно левому и правому краевым условиям. В качестве решения $y_1(x)$ берется решение (38) в любой точке x , расположенной в первом водном слое, примыкающем к излучателю и имеющем акустические параметры r_1, c_1 . В качестве решения $y_2(x)$ берется решение, удовлетворяющее правому граничному условию в резонансной камере (см. [1]). После этого рассчитываются резонансные частоты ω_l как суть решения задачи:

$$\begin{aligned} |w(\omega_l)| &= \min_w |w(\omega)| = \\ &= \min_w |y_1(x, \omega) y'_{x2}(x, \omega) - y'_{x1}(x, \omega) y_2(x, \omega)|. \end{aligned} \tag{39}$$

Метод дисперсионного соотношения

Согласно [1], резонансные частоты соответствуют решениям дисперсионного соотношения

$$\arg(V_-(x, f)V_+(x, f)) = 2m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots \tag{40}$$

где x — некоторая точка, в частности, в первом жидком слое. Примем $x=l$ (поверхность вибратора). Тогда $V_-(l, f)$ — коэффициент отражения плоской волны, падающей справа налево на вибратор из однородного полупространства $x \in [l, \infty)$ с акустическими характеристиками примыкающего к поршню слоя; $V_+(l, f)$ — коэффициент отражения плоской волны, падающей слева направо из однородного полупространства $a \in (-\infty, l]$ с акустическими характеристиками примыкающего к поршню слоя на систему *слои—примыкающее к ним однородное полупространство*.

Здесь, однако, оба этих метода использоваться не будут, а будет рассматриваться частотное поведение адмитанса, а также значений напряжения $T(l)$ и смещения $u(l)$ на границе с жидкостью.

Таким образом, получены все выражения для вычисления резонансных частот резонаторной ультразвуковой камеры, состоящей из пьезоэлектрического вибратора и системы слоев, сопряженных с однородным полупространством.

Табл. 1. Характеристики резонаторной камеры

№ слоя	Ск. звука, м/с	Плотность, кг/м ³	Толщина слоя, м
1	1500	1000	$5 \cdot 10^{-3}$
2	5570	2600	$1 \cdot 10^{-4}$
3	1500	1000	$3 \cdot 10^{-4}$
4	5570	2600	$1 \cdot 10^{-4}$
5	1500 (330)	1000 (1.3)	∞

Табл. 2. Характеристики пьезоэлектрического вибратора

Параметры	Данные
Материал	Sonox P4
Толщина, м	$1.01 \cdot 10^{-3}$
Плотность r , кг/м ³	7800
Скорость звука c , м/с	4460
Диэлектрическая постоянная ϵ , Ф/м	$6.02 \cdot 10^{-9}$
Упругая жесткость (модуль упругости) \mathcal{E} , н/м ²	$11.6 \cdot 10^{10}$
Пьезоэлектрическая постоянная e , к/м ²	15.3

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для иллюстрации полученных выражений был проведен численный эксперимент. Характеристики резонаторной камеры представлены в табл. 1. В качестве полупространства (слой № 5) принимался воздух либо вода. В табл. 2 приведены характеристики пьезоэлектрического вибратора. Данные заимствованы из работы [3].

Отметим, что скорость звука (продольная) в пьезопластинке в данном случае рассчитывается по формуле (6а). Вначале были рассчитаны точки резонанса некоторых характеристик пьезопластинок с параметрами, указанными в табл. 2. Результаты представлены в табл. 3. Для сравнения в первой строке таблицы приведены резонансные частоты

в пластине с параметрами из табл. 2, но при $\varepsilon \equiv 0$ (без пьезоэффекта). Во второй строке представлены резонансные частоты пластины без нагрузки, в последующих строках приведены резонансные частоты адмитанса, а также напряжения и смещения на границе $x=l$ с нагрузкой. Сравнение первых двух строк подтверждает известные факты о том, что, во-первых, пьезоэффект понижает частоту резонанса, а во-вторых, наличие пьезоэффекта устраняет четные гармоники. Анализ строк 2, 3 также подтверждает известный факт понижения частоты резонанса при наличии нагрузки, однако частоты резонанса напряжения $T(l)$ и смещения $u(l)$ при наличии нагрузки остаются практически неизменными и совпадают с частотами без нагрузки.

Табл. 3. Точки резонанса

№ п/п	Резонанс	Первая гармоника, МГц	Вторая гармоника, МГц	Третья гармоника, МГц
1	Пластина без пьезоэффекта, напряжение $T(l)$	2.208	4.416	6.624
2	Пьезопластина без нагрузки, $Z_a = 0$, адмитанс $Y(f)$	1.957	—	6.548
3	Пьезопластина с нагрузкой $Z_a = z_1$, адмитанс $Y(f)$	1.953	—	6.537
4	Упругое напряжение $T(l)$	1.957	—	6.548
5	Смещение $u(l)$	1.957	—	6.548

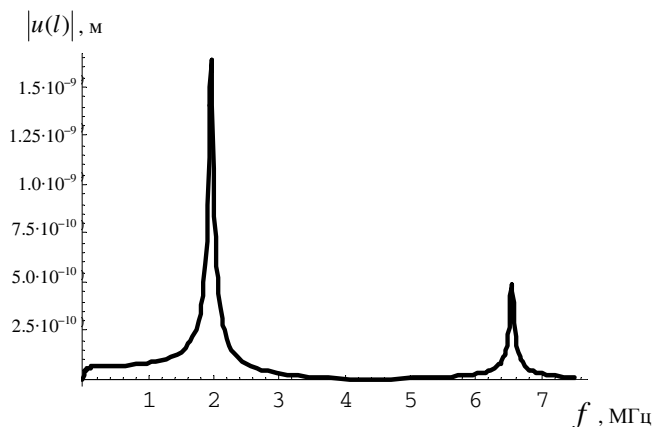


Рис. 1. Резонансная кривая модуля смещения нагруженной пластины, $Z_a = z_1$.

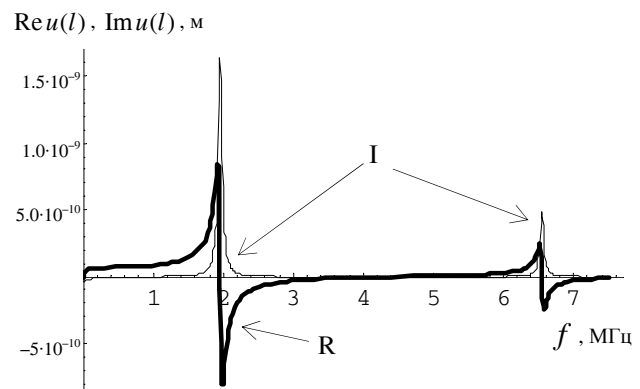


Рис. 2. Резонансная кривая действительной (R) и мнимой (I) составляющих смещения нагруженной пластины, $Z_a = z_1$.

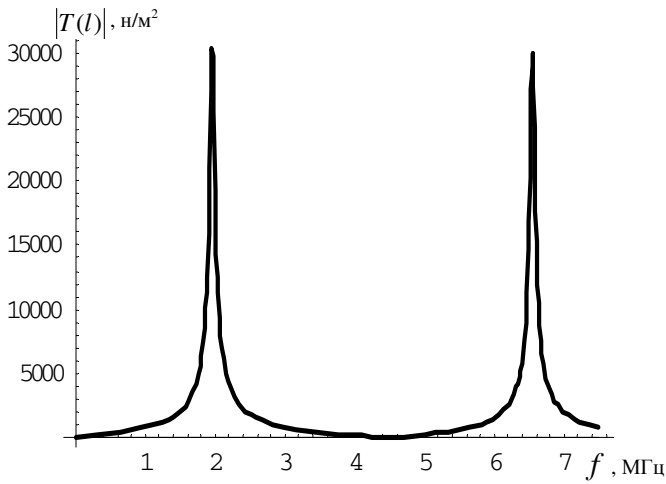


Рис. 3. Резонансная кривая модуля напряжения нагруженной пластины, $Z_a = z_1$

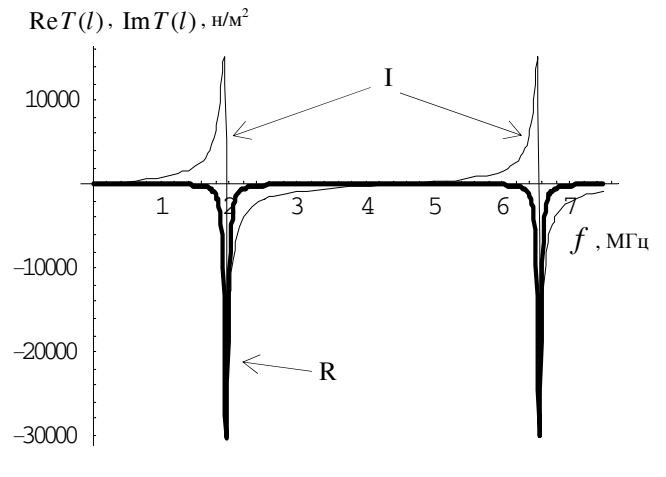


Рис. 4. Резонансная кривая действительной (R) и мнимой (I) составляющих напряжения нагруженной пластины, $Z_a = z_1$

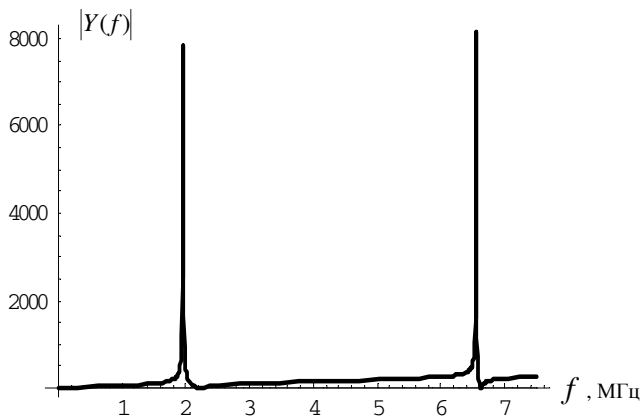


Рис. 5. Резонансная кривая модуля адмитанса ненагруженной пластины, $Z_a = 0$

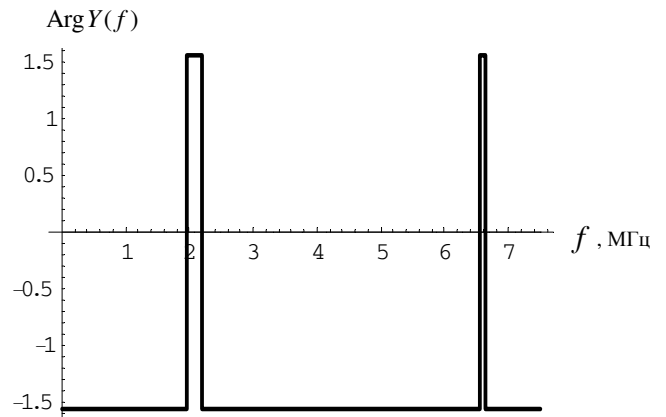


Рис. 6. Резонансная кривая аргумента адмитанса ненагруженной пластины, $Z_a = 0$

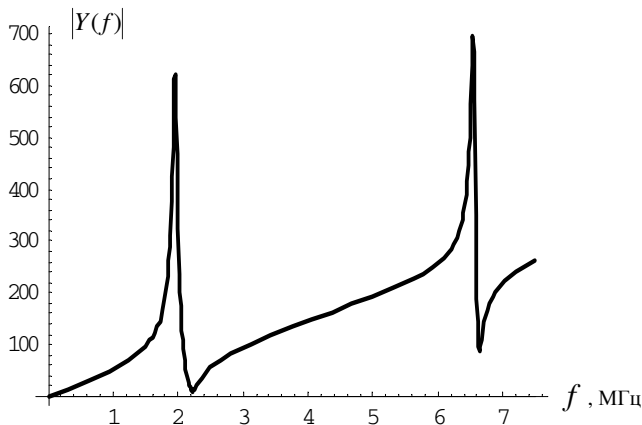


Рис. 7. Резонансная кривая модуля напряжения нагруженной пластины, $Z_a = z_1$

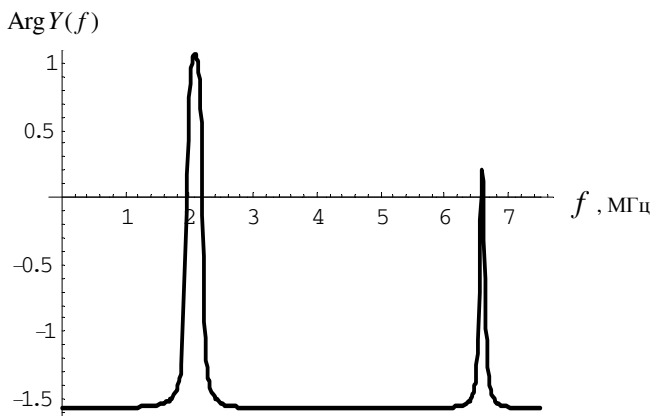


Рис. 8. Резонансная кривая аргумента адмитанса нагруженной пластины, $Z_a = z_1$

На рис. 1–4 приведены резонансные кривые модулей и реальных и мнимых составляющих смещения $u(l)$ и напряжения $T(l)$ пластины с нагрузкой. Видно, что на резонансе реальная составляющая смещения и мнимая составляющая напряжения равны нулю, в то время как другая составляющая принимает максимальное значение.

На рисунках 5–8 приведены резонансные кривые для модуля и фазы импеданса ненагруженной и нагруженной на $Z_a = z_1$ пластины. Видно, что нагрузка на порядок уменьшает модуль импеданса и размывает фазовую кривую.

Далее были произведены расчеты при $Z_a = Z_{ex}$ для резонатора с жидким полупространством (см. табл. 1). Результаты приведены на рис. 9–15. На рис. 10, 12 и 14 представлены соответственно те же зависимости и в том же диапазоне, что и на рис. 3, 7 и 1 для случая постоянного импеданса на-

грузки $Z_a = z_1$. Видно, что при частотно зависимом импедансе появляется целое множество резонансных максимумов, обусловленных этой зависимостью. Наиболее значимые из этих максимумов по-прежнему концентрируются в окрестностях собственных частот пластины. Более детально резонансные кривые представлены для реальных и мнимых составляющих напряжения и смещения на границе с жидкостью соответственно на рис. 9, 11 и 13, 14. По ним, а также по резонансной кривой для модуля адмитанса были просчитаны значения резонансных частот для двух наиболее значимых максимумов в окрестностях первого резонанса ненагруженной пластины $f_1 = 1.957$ МГц (см. табл. 3). Расчеты по всем трем кривым дали идентичный результат (округление с точностью до сотен Гц): $f = 1.927$ МГц и $f = 1.999$ МГц.

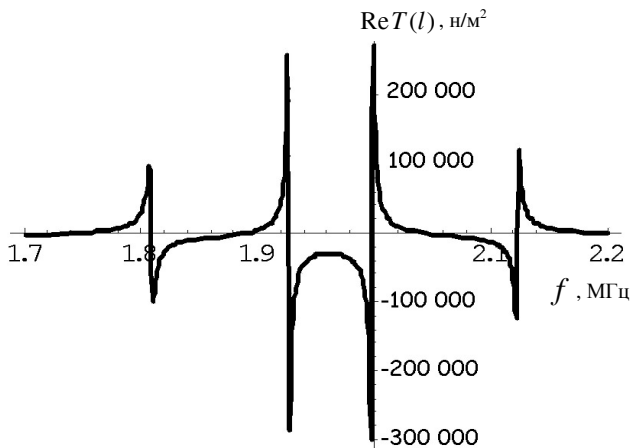


Рис. 9. Резонансная кривая действительной составляющей напряжения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{ex}$

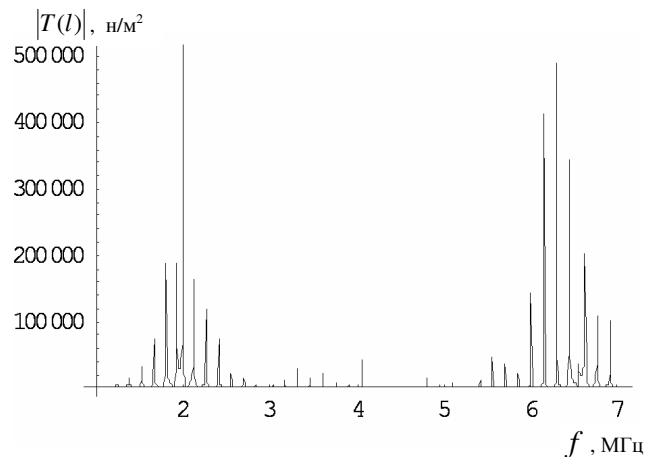


Рис. 10. Резонансная кривая модуля напряжения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{ex}$

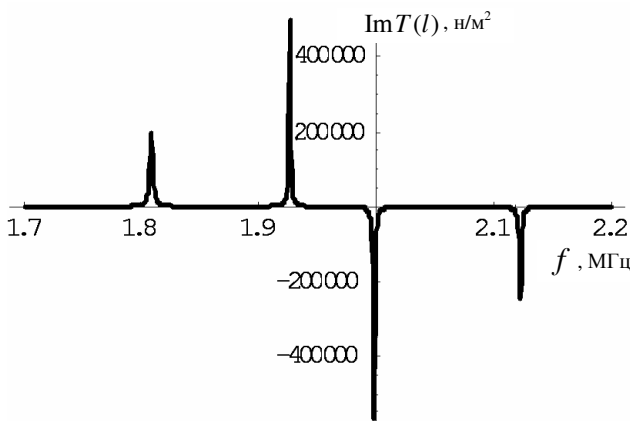


Рис. 11. Резонансная кривая мнимой составляющей напряжения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{ex}$

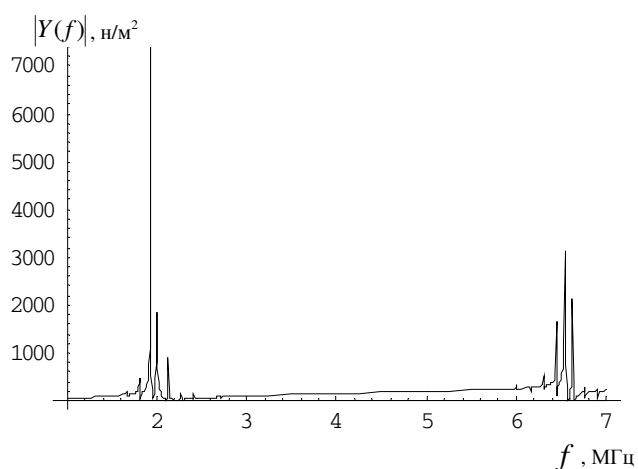


Рис. 12. Резонансная кривая модуля адмитанса нагруженной пластины, $Z_a = Z_{ex}$

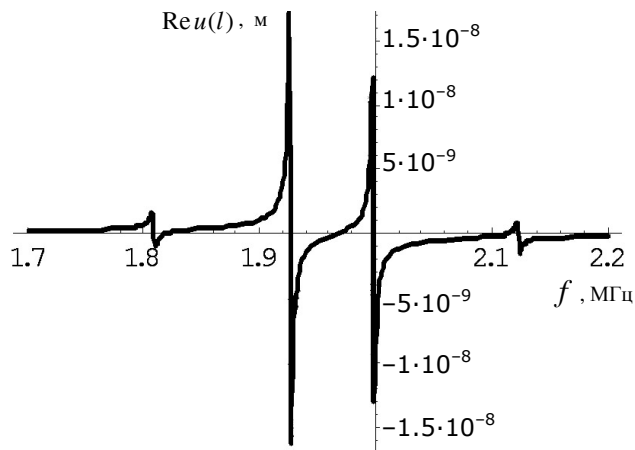


Рис. 13. Резонансная кривая действительной составляющей смещения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{ex}$

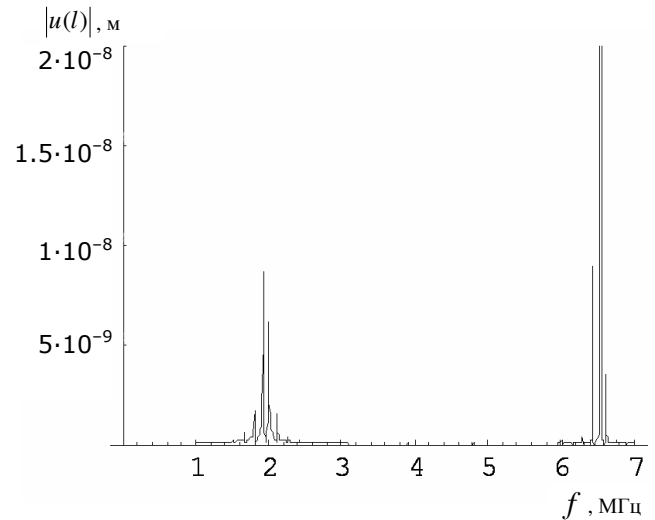


Рис. 14. Резонансная кривая модуля смещения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{ex}$

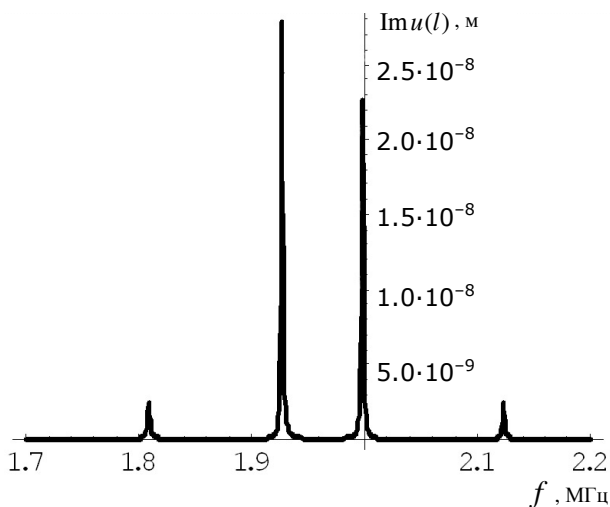


Рис. 15. Резонансная кривая мнимой составляющей смещения нагруженной пластины, $Z_a = Z_{ex}$.

При этом очевидно, что экстремумы на кривых соответствуют именно резонансным, а не антирезонансным частотам, т. к. в этом случае максимальны значения амплитуд смещения и напряжения на границе с жидкостью, что максимизирует проходящую в резонатор энергию. Отметим также, что на резонансах реальные и мнимые составляющие напряжения и смещения на границе с жидкостью ведут себя "резонансным" образом. А именно, если одна составляющая равна нулю, то вторая принимает экстремальное значение.

Аналогичные расчеты были произведены для случая, когда полупространством является воздух (см. табл. 1, слой № 5). Качественно характер зависимостей остается тем же, что и для водного полупространства. Однако значения рассмотренных функций растут на 4–5 порядков в окрестностях резонансов, что является следствием более высокой добротности в этом случае. Кроме того, значения резонансных частот для воздушного полупространства увеличиваются на величину порядка 300 Гц, что также является естественным (см. [1]).

ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе предложен подход, позволяющий рассчитывать характеристики ультразвуковых резонансных камер, состоящих из пьезоэлектрического излучателя и многослойной жидкой камеры, граничащей в общем случае с жидким полупространством. Предложенный подход позволяет получить исчерпывающую информацию о физических процессах в камере.

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ, грант № 05-03-33108.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курочкин В.Е., Макарова Е.Д., Шарфарец Б.П. О подборе параметров многослойной резонансной ультразвуковой камеры // Научное приборостроение. 2007. Т. 17, № 1. С. 15–26.

2. Nowotny H., Benes E. General One-Dimensional Treatment of the Layered Piezoelectric Resonator with Two Electrodes // J. Acoust. Soc. Am. 1987. V. 82, N 2. P. 513–521.
3. Gröschl M. Ultrasonic Separation of Suspended Particles. Part I. Fundamentals // Acta acustica (Acustica). 1998. V. 84. P. 432–447.
4. Gröschl M. Ultrasonic Separation of Suspended Particles. Part II. Design and Operation of Separation Devices // Acta acustica (Acustica). 1998. V. 84, N 4. P. 632–642.
5. Nowotny H., Benes E. Layered Piezoelectric Resonators with an Arbitrary Number of Electrodes (General One-Dimensional Treatment) // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 90. N 3. P. 1238–1245.
6. IEEE Standard on Piezoelectricity. 1978. N 176.
7. Пьезоэлектрические преобразователи. Справочник. Л.: Судостроение, 1984. 256 с.
8. IEEE Standard Definitions and Methods of Measurement for Piezoelectric Vibrators. 1966. N 177.
9. Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. 1, ч. А. "Методы и приборы ультразвуковых исследований". М.: Мир. 592 с.

*Институт аналитического приборостроения РАН,
Санкт-Петербург*

Материал поступил в редакцию 16.04.2007.

CALCULATION OF RESONANCE FREQUENCIES OF AN ULTRASONIC MULTI-LAYER CHAMBER WITH A PIEZOELECTRIC RADIATOR

V. E. Kurochkin, E. D. Makarova, B. P. Sharfarets

Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg

The paper suggests an approach to calculation of characteristics of an ultrasonic resonance chamber consisting of a piezoelectric radiator and multi-layer liquid chamber adjacent, generally, to the liquid half-space. The method suggested allows one to get exhaustive information on intra-chamber physical processes. For instance, a non-loaded radiator and a radiator loaded with acoustic resistances with both constant and frequency-dependent impedances have been considered.