

УДК 535.5.511: 531.7

© А. И. Семенов, И. А. Семенов

О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ МЕТОДА ЭЛЛИПСОМЕТРИИ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ "НУЛЕВОЙ" ОПТИЧЕСКОЙ СХемой. ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР. 5. УГЛЫ ПОЛНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ЭЛЛИПСОМЕТРИИ ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕД

Разработан общий подход к исследованию всего комплекса углов полной поляризации для однослойных поглощающих систем. Этот подход нетрудно распространить на многослойные среды. Доказано также, что основные особенности в поведении поляризационных углов Ψ и Δ , проявляющиеся на углах полной поляризации и в процессе перехода от одного вида ступеньки для Δ к другому, сохраняются и для случая поглощающих сред.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе [1] рассмотрены особенности в поведении поляризационных углов Ψ и Δ для однослойной прозрачной отражающей системы, обусловленные наличием углов полной поляризации различных типов и проявляющиеся при изменении угла падения φ_0 светового пучка в полном интервале $(0, 90^\circ)$. Углы полной поляризации проявляются при различных толщинах прозрачной пленки, поэтому характер зависимостей $\Psi(\varphi_0)$ и $\Delta(\varphi_0)$ существенно меняется с изменением толщины пленки. Это очень важное обстоятельство, непосредственно связанное с решением обратной задачи эллипсометрии не только для однослойной, но также и для многослойных отражающих систем (см. [2]).

В данной работе решается та же проблема, что и в работах [1, 2], но только для поглощающих сред. Используемый в этих работах подход к изучению углов полной поляризации непосредственно связан с прозрачностью отражающей среды, имеет по этой причине частный характер и поэтому не может быть использован для общего случая поглощающих сред. Здесь мы развиваем общий подход, позволяющий провести исследование всего комплекса углов полной поляризации и обусловленных ими особенностей в зависимостях $\Psi(\varphi_0)$ и $\Delta(\varphi_0)$ для любых сред, прозрачных и поглощающих, однослойных и многослойных.

Особо отметим, что углы полной поляризации рассматриваются нами не в связи с возможностью реализации однослойных или многослойных поляризаторов или изменения отражательной и про-

пускной способностей различных структур. Этим вопросам посвящено достаточное число работ (см. [3]), в которых изучается поведение интенсивности отраженного или прошедшего светового пучка. Нас интересуют особенности в поведении поляризационных углов $\Psi(\varphi_0)$ и $\Delta(\varphi_0)$, непосредственно связанные с решением обратной задачи эллипсометрии как для сверхтонких, так и относительно толстых прозрачных и поглощающих пленок и нарушенных поверхностных слоев на различных материалах. Очевидно, для этого необходимо использовать основное уравнение эллипсометрии, которое определяет поляризационные углы Ψ и Δ через отношение комплексных амплитудных коэффициентов отражения Френеля. По этой причине и весь набор углов полной поляризации мы определяем, используя не выражения для интенсивностей светового пучка, а комплексные амплитудные коэффициенты отражения Френеля. Если иметь в виду только задачу выявления углов полной поляризации и определения значений толщин слоев, при которых углы полной поляризации проявляются в идеальной форме, то такой метод гораздо более прост, физически прозрачен и содержит максимальную информацию, что позволяет провести наиболее полное исследование рассматриваемой проблемы. По нашему мнению, данный подход предпочтительнее использовать также и для решения других (указанных выше) задач, особенно если речь идет об использовании многослойных структур. Большим преимуществом этого подхода при исследовании однослойной системы является и возможность разделения соответствующего комплексного уравнения на два, одно из которых действительно, не содержит тол-

щины слоя и позволяет определить полную совокупность углов полной поляризации. Второе же уравнение содержит фазу, непосредственно связанную с толщиной слоя, и позволяет очень просто определить те значения толщины слоя, при которых реализуются в идеальной форме соответствующие углы полной поляризации. Это преимущество сохраняется и для многослойных систем, если толщина одного выделенного слоя варьируется, а толщины остальных слоев фиксируются.

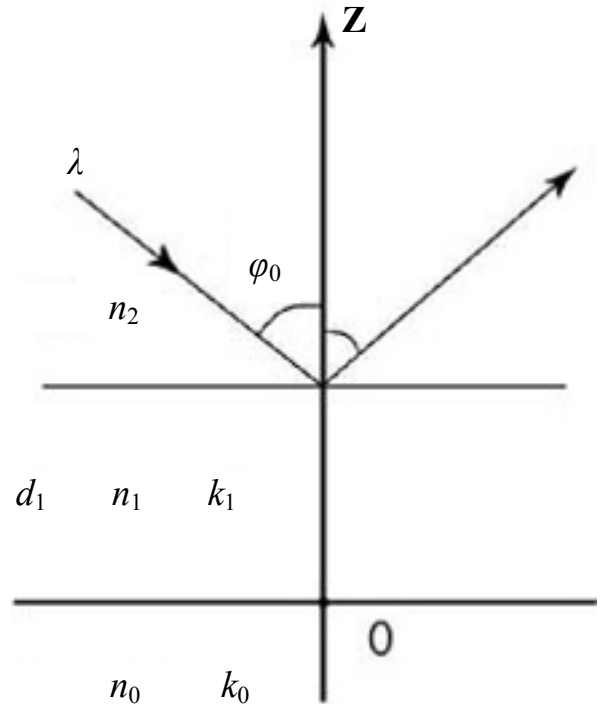
Основной целью данной работы является разработка общего подхода к исследованию всего комплекса углов полной поляризации для поглощающих сред. Кроме того доказывается, что основные особенности в поведении поляризационных углов Ψ и Δ , проявляющиеся на углах полной поляризации и в процессе перехода от одного вида ступеньки для Δ к другому, сохраняются и для случая поглощающих сред.

1. УРАВНЕНИЯ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УГЛЫ ПОЛНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ p- И s- ТИПА ДЛЯ ОДНОСЛОЙНОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ

Основное уравнение эллипсометрии в его самой общей форме имеет вид

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \frac{R_p}{R_s}, \quad (1)$$

где R_p и R_s — это комплексные амплитудные коэффициенты отражения Френеля для световой волны p- и s-типа, зависящие от угла падения φ_0 и длины λ световой волны, а также от оптических параметров отражающей системы и толщин слоев этой системы. Для конкретной отражающей системы существуют такие значения угла падения φ_0 и толщин слоев, при которых один из коэффициентов R_p и R_s обращается в ноль. В этом случае световая волна оказывается полностью поляризованной, причем линейно. При $R_p = 0$ волна поляризована вдоль s-направления (перпендикулярно плоскости падения), а при $R_s = 0$ — вдоль p-направления (в плоскости падения). Тем не менее



Схематическое изображение однослойной отражающей системы

удобно определять тип поляризации не по ее виду, а по типу обращаемого в ноль коэффициента отражения. Таким образом, углы полной поляризации p-типа определяются условием

$$R_p = 0, \text{ или } \Psi = 0, \quad (2)$$

а углы полной поляризации s-типа — условием

$$R_s = 0, \text{ или } \Psi = 90^\circ. \quad (3)$$

Детально исследуем углы полной поляризации для поглощающей однослойной системы (см. рисунок). В этом случае коэффициенты R_p и R_s после несложных преобразований (см. [1]) запишутся следующим образом:

$$R_p = \frac{(g_2 \varepsilon_1 - g_1 \varepsilon_2)(g_1 \varepsilon_0 + g_0 \varepsilon_1) + (g_2 \varepsilon_1 + g_1 \varepsilon_2)(g_1 \varepsilon_0 - g_0 \varepsilon_1) \exp(-2i\delta_1)}{(g_2 \varepsilon_1 + g_1 \varepsilon_2)(g_1 \varepsilon_0 + g_0 \varepsilon_1) + (g_2 \varepsilon_1 - g_1 \varepsilon_2)(g_1 \varepsilon_0 - g_0 \varepsilon_1) \exp(-2i\delta_1)}, \quad (4)$$

$$R_s = \frac{(g_2 - g_1)(g_1 + g_0) + (g_2 + g_1)(g_1 - g_0) \exp(-2i\delta_1)}{(g_2 + g_1)(g_1 + g_0) + (g_2 - g_1)(g_1 - g_0) \exp(-2i\delta_1)}, \quad (5)$$

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} d_1 g_1, \quad (6)$$

где d_1 — толщина слоя.

Входящие в формулы (4) и (5) диэлектрические постоянные подложки (ε_0), однородного слоя (ε_1) и внешней среды (ε_2) выразим через указанные на рисунке оптические постоянные:

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 &= (n_0 - ik_0)^2 = \varepsilon_{01} - i\varepsilon_{02}, \\ \varepsilon_1 &= (n_1 - ik_1)^2 = \varepsilon_{11} - i\varepsilon_{12}, \\ \varepsilon_2 &= n_2^2 = 1;\end{aligned}\quad (7)$$

$$\varepsilon_{j1} = n_j^2 - k_j^2, \quad \varepsilon_{j2} = 2n_j k_j, \quad (j = 0, 1), \quad (8)$$

а затем, используя формулы (7) и (8), преобразуем величины g_0 , g_1 и g_2 :

$$g_j = \sqrt{\varepsilon_j - \sin^2 \varphi_0} = g_{j1} - ig_{j2}, \quad (j = 0, 1), \quad (9)$$

$$g_2 = \sqrt{\varepsilon_2 - \sin^2 \varphi_0} = \cos \varphi_0;$$

$$g_{j1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(\varepsilon_{j1} - \sin^2 \varphi_0)^2 + \varepsilon_{j2}^2} + (\varepsilon_{j1} - \sin^2 \varphi_0)}, \quad (10)$$

$$g_{j2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(\varepsilon_{j1} - \sin^2 \varphi_0)^2 + \varepsilon_{j2}^2} - (\varepsilon_{j1} - \sin^2 \varphi_0)}, \quad (j = 0, 1).$$

Величины g_{02} и g_{12} легко связать с g_{01} и g_{11} :

$$g_{02} = \frac{\varepsilon_{02}}{2g_{01}}, \quad g_{12} = \frac{\varepsilon_{12}}{2g_{11}}. \quad (11)$$

Используя (6) и (9), преобразуем также показатель экспоненты из выражений (4) и (5) для коэффициентов R_p и R_s :

$$2\delta_1 = \xi - i\eta, \quad \xi = \frac{4\pi d_1}{\lambda} g_{11}, \quad \eta = \frac{4\pi d_1}{\lambda} g_{12}. \quad (12)$$

Формулы (12) для ξ и η представим в виде

$$\xi = \frac{2\pi d_1}{D_0}, \quad \eta = \frac{2\pi d_1}{D_0} \frac{g_{12}}{g_{11}}, \quad (13)$$

где

$$D_0 = \frac{\lambda}{2g_{11}}. \quad (14)$$

В случае прозрачных пленок величина D_0 играет роль периода по толщине для поляризационных углов Ψ и Δ . В случае же поглощающих пленок эта величина также играет роль периода,

но, строго говоря, уже не совсем для углов Ψ и Δ (см. ниже).

Теперь, используя формулы (7)–(10) и (12), представим коэффициенты R_p и R_s , определяемые выражениями (4) и (5), в более компактной форме:

$$R_p = \frac{(U_{p21} - iV_{p21}) + (U_{p12} - iV_{p12}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi)}{(U_{p11} - iV_{p11}) + (U_{p22} - iV_{p22}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi)}, \quad (15)$$

$$R_s = \frac{(U_{s21} - iV_{s21}) + (U_{s12} - iV_{s12}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi)}{(U_{s11} - iV_{s11}) + (U_{s22} - iV_{s22}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi)}. \quad (16)$$

Величины U_{pik} и V_{pik} ($ik = 11, 12, 21, 22$) из формулы (15) определяются соотношениями

$$\begin{aligned}U_{p11} &= q_p^{(+)} a_p^{(+)} - h_p^{(+)} b_p^{(+)}, \\ U_{p12} &= q_p^{(+)} a_p^{(-)} - h_p^{(+)} b_p^{(-)}, \\ U_{p21} &= q_p^{(-)} a_p^{(+)} - h_p^{(-)} b_p^{(+)}, \\ U_{p22} &= q_p^{(-)} a_p^{(-)} - h_p^{(-)} b_p^{(-)}, \\ V_{p11} &= q_p^{(+)} b_p^{(+)} + h_p^{(+)} a_p^{(+)}, \\ V_{p12} &= q_p^{(+)} b_p^{(-)} + h_p^{(+)} a_p^{(-)}, \\ V_{p21} &= q_p^{(-)} b_p^{(+)} + h_p^{(-)} a_p^{(+)}, \\ V_{p22} &= q_p^{(-)} b_p^{(-)} + h_p^{(-)} a_p^{(-)},\end{aligned}\quad (17)$$

которые непосредственно следуют из следующих представлений:

$$(g_2 \varepsilon_1 \pm g_1) = q_p^{(\pm)} - ih_p^{(\pm)}, \quad (18)$$

$$(g_1 \varepsilon_0 \pm g_0 \varepsilon_1) = a_p^{(\pm)} - ib_p^{(\pm)};$$

$$\begin{aligned}q_p^{(\pm)} &= g_2 \varepsilon_{11} \pm g_{11}, \\ h_p^{(\pm)} &= g_2 \varepsilon_{12} \pm g_{12};\end{aligned}\quad (19)$$

$$\begin{aligned}a_p^{(\pm)} &= (g_{11} \varepsilon_{01} - g_{12} \varepsilon_{02}) \pm (g_{01} \varepsilon_{11} - g_{02} \varepsilon_{12}), \\ b_p^{(\pm)} &= (g_{11} \varepsilon_{02} + g_{12} \varepsilon_{01}) \pm (g_{01} \varepsilon_{12} + g_{02} \varepsilon_{11}).\end{aligned}\quad (20)$$

Аналогичным образом определяются величины U_{sik} и V_{sik} ($ik = 11, 12, 21, 22$) из формулы (16). Их можно получить из формул (17)–(20) путем элементарного формального перехода

$$p \rightarrow s, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_1 = \varepsilon_{01} = \varepsilon_{11} = 1, \quad \varepsilon_{02} = \varepsilon_{12} = 0. \quad (21)$$

Углы полной поляризации p-типа

Они определяются условием (2) для коэффициента отражения R_p . Учитывая формулу (15), за-

пишем это условие в конкретном виде, приравняв нулю числитель дроби

$$(U_{p21} - iV_{p21}) + (U_{p12} - iV_{p12}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi) = 0. \quad (22)$$

Комплексное уравнение (22) определяет для однослойной системы углы полной поляризации р-типа и соответствующие им значения толщины пленки. Исследуем это уравнение. Найдем из него комплексную экспоненту:

$$\begin{aligned} \exp(-i\xi) &= -\frac{(U_{p21} - iV_{p21})}{(U_{p12} - iV_{p12})} \exp(\eta) = \\ &= \frac{1}{U_{p12}^2 + V_{p12}^2} \times \\ &\times \left[-(U_{p12}U_{p21} + V_{p12}V_{p21}) + i(U_{p12}V_{p21} - U_{p21}V_{p12}) \right] \times \\ &\times \exp(\eta). \end{aligned} \quad (23)$$

Преобразуем выражение (23), представив его комплексную правую часть в экспоненциальном виде:

$$\exp(-i\xi) = M_p \exp(-i\beta_p), \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} M_p &= M_{0p} \exp(\eta), \quad M_{0p} = \frac{W_{0p}}{U_{p12}^2 + V_{p12}^2}, \\ W_{0p} &= \\ &= \sqrt{(U_{p12}U_{p21} + V_{p12}V_{p21})^2 + (U_{p12}V_{p21} - U_{p21}V_{p12})^2}, \\ \sin \beta_p &= \frac{-(U_{p12}V_{p21} - U_{p21}V_{p12})}{W_{0p}}, \\ \cos \beta_p &= \frac{-(U_{p12}U_{p21} + V_{p12}V_{p21})}{W_{0p}}, \\ 0 \leq \beta_p &\leq 2\pi. \end{aligned} \quad (25)$$

Из комплексного уравнения (24) непосредственно следуют два действительных уравнения

$$M_p = 1, \quad (27)$$

$$\xi = \beta_p + 2\pi m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (28)$$

Запишем эти уравнения подробнее, используя (13) и (25):

$$M_{0p} \exp\left(\frac{2\pi d_1}{D_0} \frac{g_{12}}{g_{11}}\right) = 1, \quad (29)$$

$$\frac{2\pi d_1}{D_0} = \beta_p + 2\pi m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (30)$$

Подставив d_1 из формулы (30) в (29), получим уравнение, определяющее для поглощающей однослойной системы углы полной поляризации р-типа и уже не связанное с толщиной пленки:

$$M_{0p} \gamma_p = 1, \quad (31)$$

где

$$\gamma_p = \exp((\beta_p + 2\pi m)g_{12} / g_{11}). \quad (32)$$

Выражение (30) определяет толщину пленки, причем существенным моментом является то, что оно определяет те значения толщины d_1 , которые обеспечивают реализацию полной поляризации р-типа светового пучка на соответствующих углах падения, следующих из уравнения (31). Для угла полной поляризации р-типа введем обозначение φ_{0p} , а для соответствующей толщины — D_{1p} . Формула для величины D_{1p} , очевидно, запишется:

$$\begin{aligned} D_{1p} &= d_{1p} + D_0 m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \\ d_{1p} &= \left(\frac{\beta_p}{2\pi}\right) D_0, \quad 0 \leq d_{1p} \leq D_0, \end{aligned} \quad (33)$$

где d_{1p} — начальное значение толщины D_{1p} . В первом периоде ($m = 0$) $D_{1p} = d_{1p}$, причем величина d_{1p} определяется углом φ_{0p} , найденным из уравнения (31), в котором параметр γ_p также отвечает первому периоду ($m = 0$). Для следующих периодов ($m > 0$) толщина D_{1p} отличается от начальной толщины d_{1p} на величину $D_0 m$, но при этом надо иметь в виду, что и соответствующий угол φ_{0p} находится из уравнения (31), в котором γ_p отвечает тому же значению m . В общем случае поглощающих пленок угол полной поляризации φ_{0p} зависит также (через зависимость параметра γ_p) и от номера периода m .

Углы полной поляризации s-типа

Они находятся из условия (3) для коэффициента отражения R_s . Запишем данное условие в конкретном виде, приравняв нулю числитель дроби из формулы (16), определяющей величину R_s для поглощающей однослойной системы:

$$(U_{s21} - iV_{s21}) + (U_{s12} - iV_{s12}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi) = 0. \quad (34)$$

Комплексное уравнение (34) определяет для однослойной системы углы полной поляризации s-типа и соответствующие им значения толщины

пленки. Преобразуя уравнение (34) аналогично тому, как это было сделано для уравнения (22) предыдущего случая, приходим к уравнению, определяющему углы полной поляризации s-типа:

$$M_{0s}\gamma_s = 1, \quad (35)$$

где

$$\gamma_s = \exp((\beta_s + 2\pi m)g_{12}/g_{11}), \quad (36)$$

M_{0s} и β_s находятся из формул (25) и (26), в которых надо сделать переход $p \rightarrow s$. Толщина пленки D_{1s} , обеспечивающая полную поляризацию s-типа светового пучка на соответствующих углах падения φ_{0s} , следующих из уравнения (34), определяется формулой, аналогичной формуле (32):

$$D_{1s} = d_{1s} + D_0 m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \\ d_{1s} = \left(\frac{\beta_s}{2\pi}\right) D_0, \quad 0 \leq d_{1s} \leq D_0. \quad (37)$$

Все рассуждения предыдущего случая, касающиеся начальной толщины и влияния номера периода m , очевидно, сохраняют свою силу и здесь.

2. ОБЩНОСТЬ ПОДХОДА: ПРИЛОЖЕНИЕ К ПРОЗРАЧНОЙ ОДНОСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ

Уравнения (31) и (35) должны обеспечивать строгий предельный переход к случаю прозрачной однослойной системы, допускающему полное аналитическое рассмотрение. Имеет смысл подробнее рассмотреть этот переход, т. к. излагаемый здесь общий подход позволяет получить основные уравнения, отвечающие прозрачной системе, более естественным путем.

Для прозрачной однослойной системы имеем:

$$\varepsilon_{02} = \varepsilon_{12} = g_{02} = g_{12} = 0, \quad \gamma_p = \gamma_s = 1, \\ \varepsilon_{11} = n_1^2, \quad \varepsilon_{01} = n_0^2, \\ g_{01} = \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \varphi_0}, \quad g_{11} = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \varphi_0}, \quad (38) \\ h_{p(s)}^{(\pm)} = b_{p(s)}^{(\pm)} = 0.$$

С учетом (38)

$$V_{p(s)ik} = 0, \quad (ik = 11, 12, 21, 22) \quad (39)$$

и, следовательно, под знаками корней, определяющих M_{0p} и M_{0s} (см. (25)), находятся полные квадраты соответствующих величин, которые могут менять знаки. Это означает, что, освобождаясь от корней, мы должны иметь дело с модулями этих величин. В результате процедура перехода

к предельному случаю прозрачной системы становится весьма неудобной и даже трудоемкой. От этого можно избавиться, если, учитывая положительность левой и правой частей уравнений (31) и (35), возвести их в квадрат. В итоге уравнения (31) и (35) приводятся к окончательному виду. Их целесообразно записать, введя функции F_p и F_s :

$$F_p = M_{0p}^2 \gamma_p^2 - 1 = 0, \quad (40)$$

$$F_s = M_{0s}^2 \gamma_s^2 - 1 = 0. \quad (41)$$

Что касается формул (33) и (37), определяющих толщины D_{1p} и D_{1s} , то они, очевидно, остаются без изменения.

Для прозрачной системы уравнения (40) и (41) после элементарных преобразований с учетом единичных значений параметров γ_p и γ_s (см. (38)) примут вид:

$$F_p = \frac{1}{U_{p12}^2} (U_{p21} + U_{p12})(U_{p21} - U_{p12}) = 0, \quad (42)$$

$$F_s = \frac{1}{U_{s12}^2} (U_{s21} + U_{s12})(U_{s21} - U_{s12}) = 0. \quad (43)$$

Уравнение (42) распадается на систему из двух более простых уравнений, которые с учетом (38) запишутся

$$(U_{p21} + U_{p12}) = 2g_{11}\varepsilon_{11}(g_2\varepsilon_{01} - g_{01}) = 0, \quad (44)$$

$$(U_{p21} - U_{p12}) = 2(g_2g_{01}\varepsilon_{11}^2 - g_{11}^2\varepsilon_{01}) = 0. \quad (45)$$

Уравнение (44), преобразующееся к более простой форме путем умножения на $(g_2\varepsilon_{01} + g_{01}) > 0$, определяет угол полной поляризации p-типа, совпадающий с углом Брюстера для прозрачной однородной подложки. Как и следовало ожидать, для этого случая формула (33) совместно с формулами (25) и (26) определяет в пределах первого периода ($m = 0$) нулевую толщину пленки (уравнение (44) дает $U_{p21} = -U_{p12}$ и, следовательно, $\cos \beta_p = 1$, т. е. $\beta_p = 0$ и $d_{1p} = 0$). Уравнение же (45) после умножения на $(g_2g_{01}\varepsilon_{11}^2 + g_{11}^2\varepsilon_{01}) > 0$ совпадает с уравнением, которое в работе [1] использовано для определения остальных углов полной поляризации p-типа для прозрачной системы. В рамках общего подхода легко и совершенно естественно определяется толщина слоя D_{1p} , отвечающая каждому углу φ_{0p} из этого комплекса. Из уравнения (45) следует

$$U_{p21} = U_{p12}, \quad (46)$$

а в этом случае (см. формулы (25), (26) и (33)) имеем:

$$\cos \beta_p = -1, \quad \beta_p = \pi, \\ D_{1p} = \frac{1}{2} D_0(\varphi_{0p}) + D_0(\varphi_{0p})m \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (47)$$

что согласуется с работой [1].

Обратимся теперь к уравнению (43), определяющему углы полной поляризации s -типа. Оно уже не распадается на два уравнения, т. к. первая скобка в нем отрицательна при любом угле падения, но вторая скобка дает простое уравнение

$$(U_{s21} - U_{s12}) = 2(g_2 g_{01} - g_{11}^2) = 0, \quad (48)$$

совпадающее после умножения на $(g_2 g_{01} + g_{11}^2)$ с соответствующим уравнением из работы [1]. Толщина слоя D_{1s} , отвечающая углу φ_{0s} , определится формулой, аналогичной формуле (47).

Вернемся к уравнениям (40) и (41). В общем случае поглощающих сред они уже не допускают чисто аналитического рассмотрения. Корни функций $F_p(\varphi_0)$ и $F_s(\varphi_0)$ находятся путем использования методов вычислительной математики, однако общие предварительные выводы можно сделать, изучая значения функций F_p и F_s на краях полного интервала для угла падения φ_0 , т. е. в точках $\varphi_0 = 0$ и $\varphi_0 = 90^\circ$. Если $F_p(0)$ и $F_p(90^\circ)$ имеют одинаковый знак, то функция $F_p(\varphi_0)$ имеет четное число корней или же вообще их не имеет. Если же $F_p(0)$ и $F_p(90^\circ)$ имеют разные знаки, то функция $F_p(\varphi_0)$ имеет нечетное число корней (по крайней мере один корень). То же самое можно сказать и о функции $F_s(\varphi_0)$. Очевидно, в число корней функции $F_p(\varphi_0)$ для прозрачной системы входит и угол Брюстера (см. (44)).

Для прозрачной системы, используя (38), (42)–(45) и (48), находим

$$F_p(0) \sim (n_1^2 - n_0), \quad F_p(90^\circ) > 0, \quad (49)$$

$$F_s(0) \sim (n_1^2 - n_0), \quad F_s(90^\circ) > 0. \quad (50)$$

Вид соотношений (49) и (50), если учесть роль величины $(n_1^2 - n_0)$ при рассмотрении различных частных случаев в работе [1], является вполне естественным.

В математической программе, созданной для расчета поляризационных углов Ψ и Δ , предусмотрены процедуры, предназначенные для определения корней функций $F_p(\varphi_0)$ и $F_s(\varphi_0)$ (углов полной поляризации φ_{0p} и φ_{0s}) и отвечающих им

толщин D_{1p} и D_{1s} , построения графиков этих функций, а также для расчета величин $F_{p(s)}(0)$ и $F_{p(s)}(90^\circ)$ с целью построения графиков их зависимости от коэффициентов поглощения и показателей преломления.

Ниже мы рассмотрим два частных случая, относящихся к поглощающей однослойной системе.

3. ОДНОСЛОЙНАЯ СИСТЕМА: ПОГЛОЩАЮЩАЯ ПОДЛОЖКА—ПРОЗРАЧНАЯ ПЛЕНКА

Для данной однослойной системы сохраняются следующие формулы из (38):

$$\varepsilon_{12} = g_{12} = 0, \quad \gamma_p = \gamma_s = 1, \\ \varepsilon_{11} = n_1^2, \quad g_{11} = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \varphi_0}, \quad h_{p(s)}^{(\pm)} = 0. \quad (51)$$

Остальные же величины или перестают быть нулевыми, или усложняются; в частности, отличаются от нуля и $V_{p(s)ik}$ ($ik = 11, 12, 21, 22$). В результате основные уравнения (40) и (41) запишутся:

$$F_p = \\ = \frac{1}{U_{p12}^2 + V_{p12}^2} [(U_{p21}^2 - U_{p12}^2) + (V_{p21}^2 - V_{p12}^2)] = 0, \quad (52)$$

$$F_s = \\ = \frac{1}{U_{s12}^2 + V_{s12}^2} [(U_{s21}^2 - U_{s12}^2) + (V_{s21}^2 - V_{s12}^2)] = 0. \quad (53)$$

Среди формул (51) наиболее важным является условие для параметров γ_p и γ_s . Равенство единице этих величин (при любом номере периода) означает, что в случае прозрачных пленок углы φ_{0p} и φ_{0s} , а также отвечающие им начальные толщины d_{1p} и d_{1s} не зависят от номера периода, что находит свое отражение и в уравнениях (52) и (53). Это означает периодичность эффекта полной поляризации по толщине с периодом D_0 .

Мы не будем определять оптические постоянные поглощающей подложки и прозрачной пленки конкретными значениями. Физические соображения, обусловленные результатами работы [1], и предварительные численные расчеты позволяют сформулировать некоторые общие закономерности. Для коэффициента поглощения подложки k_0 предусмотрено изменение в широких пределах, начиная от нуля. В работе [1] количество и тип углов полной поляризации определяются поведени-

ем величины $n_1^2 - n_0$, ее знаком или равенством нулю. В соответствии с этим для показателя преломления прозрачной пленки сначала будем иметь в виду значения

$$n_1 > \sqrt{n_0}, \quad (54)$$

которые вместе с n_0 удовлетворяют условию

$$n_1^2 - n_0 > 0, \quad (55)$$

определяющему количество углов полной поляризации при $k_0 = 0$.

Случай $n_1^2 - n_0 > 0$

Это условие является частью более общих условий для величин $F_{p(s)}(0)$ и $F_{p(s)}(90^\circ)$.

Полная поляризация s-типа при выполнении условия (55) и нулевом k_0 не проявляется, проявляется только поляризация p-типа. Ситуация изменяется с ростом k_0 . В этом случае общие выводы относительно числа углов полной поляризации или их отсутствия можно сделать, изучая соотношение знаков величин $F_p(0)$ и $F_p(90^\circ)$. Что касается величин $F_s(0)$ и $F_s(90^\circ)$, то их можно не рассматривать, т. к. они повторяют знаки $F_p(0)$ и $F_p(90^\circ)$ соответственно; более того, имеют место соотношения

$$F_p(0) = F_s(0), \quad F_{p(s)}(90^\circ) > 0. \quad (56)$$

Учитывая (56), будем изучать поведение величины $F_p(0)$ при изменении коэффициента поглощения подложки от значения $k_0 = 0$. При $k_0 = 0$, согласно (49) и (55), имеем

$$F_p(0) > 0. \quad (57)$$

Для каждого n_1 из (54) существует такое $k_0 = k_{00}$, при котором

$$F_p(0) = 0. \quad (58)$$

Параметр k_{00} с увеличением n_1 от значения $\sqrt{n_0}$ (см. (54)) увеличивается, начиная от нуля. Нулевое значение k_{00} обусловлено тем, что при $n_1 = \sqrt{n_0}$ и $k_0 = 0$ $F_p(0) = 0$ (см. (49)).

Для всех k_0 из интервала

$$0 < k_0 < k_{00} \quad (59)$$

(крайние точки интервала не включаются) выполняются условия

$$F_p(0) > 0, \quad F_p(90^\circ) > 0, \quad (60)$$

которые обеспечивают четное число корней для $F_p(\varphi_0)$ и $F_s(\varphi_0)$ или их отсутствие. Как и в случае прозрачной системы при выполнении условия (55), для $F_p(\varphi_0)$ имеем два угла φ_{0p} , а для $F_s(\varphi_0)$ отсутствие корней (углов φ_{0s}).

Если же

$$k_0 > k_{00}, \quad (61)$$

то

$$F_p(0) < 0, \quad F_p(90^\circ) > 0, \quad (62)$$

что обеспечивает нечетное число корней для $F_p(\varphi_0)$ и $F_s(\varphi_0)$. Конкретно для рассматриваемого случая при выполнении (61) и (62) имеем по одному углу полной поляризации φ_{0p} и φ_{0s} . Таким образом, просматривается полная аналогия со случаем прозрачной отражающей системы. Величина $F_p(0)$ в случае поглощающей подложки играет такую же роль, как и величина $(n_1^2 - n_0)$ для прозрачной системы, но в любом случае надо исходить из начального условия для $(n_1^2 - n_0)$ (см. (54) и (55)). Особо отметим, что для случая поглощающей подложки и прозрачной пленки с ростом k_0 величина $F_p(0)$ уменьшается, что и обеспечивает существование критического значения k_{00} .

В соответствии с условием (54) n_1 проходит через значение n_0 . В случае прозрачной среды это не сказывается принципиально на углах полной поляризации, но непосредственно связано с поведением ступеньки для поляризационного угла Δ при росте толщины пленки d_1 , зависящим от того, какое из неравенств $n_1 < n_0$ или $n_1 > n_0$ имеет место [1]. В случае поглощающей подложки прохождение через n_0 связано также и с поведением углов полной поляризации при изменении k_0 . По этой причине условие (54), определяющее область изменения n_1 , разобьем на два:

$$\sqrt{n_0} < n_1 < n_0, \quad (63)$$

$$n_1 > n_0. \quad (64)$$

Оба этих условия, очевидно, не противоречат условию (55). Относительно точки $n_1 = n_0$ мы сделаем отдельное замечание.

Изучая условие (55), рассмотрим сначала интервал (63). При $k_0 = 0$ на нулевой толщине наблюдается угол Брюстера φ_{0b} . При очень малых

значениях k_0 положение угла Брюстера практически не меняется, но отвечающая ему толщина пленки (в пределах первого периода) скачкообразно увеличивается, приближаясь снизу при $k_0 \rightarrow 0$ к величине периода D_0 . Как указано выше, это связано с поведением ступеньки для Δ . В следующей работе, посвященной решению обратной задачи эллипсометрии для поглощающих отражающих сред, мы остановимся на этом подробнее. Положение второго угла φ_{0p} , которому при $k_0 = 0$ отвечает равная половине периода толщина (см. (47)), при малых k_0 также практически не меняется, как почти не меняется и отвечающая ему толщина.

Изменяющийся с ростом k_0 угол Брюстера (угол р-типа) будем называть эффективным углом Брюстера $\varphi_{0b\text{эф}}$. При прохождении k_0 интервала $(0, k_{00})$ (см. (59) и (60)) эффективный угол Брюстера увеличивается, а второй угол φ_{0p} , меньший при $k_0 = 0$ угла φ_{0b} , уменьшается, достигая при $k_0 = k_{00}$ значения $\varphi_{0p} = 0$. При дальнейшем увеличении k_0 возникает взамен второго угла φ_{0p} угол s-типа φ_{0s} (равный нулю при $k_0 = k_{00}$), который вместе с углом $\varphi_{0b\text{эф}}$ при выполнении условия $\varphi_{0s} < \varphi_{0b\text{эф}}$ стремится при $k_0 \rightarrow \infty$ к 90° . При этом толщина D_{1p} , отвечающая углу $\varphi_{0b\text{эф}}$, снова стремится (в пределах первого периода) к величине периода $D_0(\varphi_{0b\text{эф}})$, а толщина D_{1s} для угла φ_{0s} к величине $\frac{1}{2}D_0(\varphi_{0s})$.

Аналогичным образом рассматривается условие (64). Возникающая здесь ситуация несколько отличается от той, которая наблюдается для интервала (63). Толщина пленки D_{1p} , отвечающая углу $\varphi_{0b\text{эф}}$, с ростом k_0 увеличивается, начиная от нуля, а для второго угла φ_{0p} по-прежнему изменяется, начиная от середины периода на этом угле. Кроме того, угол $\varphi_{0b\text{эф}}$ при сохранении условия $\varphi_{0b\text{эф}} < \varphi_{0p}$ уменьшается, достигая нуля при $k_0 = k_{00}$ и переходя при этом в угол φ_{0s} , также равный нулю при данном значении k_0 . При этом угол φ_{0p} растет. При дальнейшем увеличении k_0 углы φ_{0p} и φ_{0s} при сохранении условия $\varphi_{0s} < \varphi_{0p}$ растут, стремясь при $k_0 \rightarrow \infty$ к 90° . Предельные толщины D_{1p} и D_{1s} для φ_{0p} и φ_{0s} такие же, как и для углов $\varphi_{0b\text{эф}}$ и φ_{0s} , отвечающих интервалу (63).

Остановимся на предельном значении показателя преломления пленки

$$n_1 = n_0. \quad (65)$$

При сколь угодно малом отклонении n_1 от n_0 и сколь угодно близком к нулю k_0 наблюдаются отмеченные выше закономерности в поведении углов полной поляризации р-типа. На первый взгляд предельный переход к случаю однородной прозрачной подложки, который и должен наблюдаться при отмеченных выше сколь угодно малых отклонениях, нельзя осуществить. Однако это не тот случай, когда предельное значение функции получается прямой подстановкой предельного значения аргумента. Да и в качестве самой функции в данном случае надо выбирать не соответствующее поведение углов φ_{0p} , а поведение поляризационных углов Ψ и Δ , прежде всего угла Δ . В процессе предельного перехода угловые интервалы для φ_0 , в пределах которых наблюдается для самых разных толщин пленки близкое к скачку поведение Δ , причем не только на углах φ_{0p} (см. [1]), стремятся к нулю. А вне этих интервалов Δ стремится к типичным для прозрачной однородной подложки значениям 180° , 0 и 360° . Учитывая эквивалентность значений 0 и 360° , нетрудно понять, что тем самым осуществляется предельный переход к случаю однородной прозрачной подложки. Просто надо иметь в виду очевидный факт: пленка с теми же оптическими постоянными, что и подложка, становится частью подложки.

Но в связи с таким предельным переходом возникает и еще один вопрос, как ведут себя углы полной поляризации при $n_1 = n_0$ и $k_0 \neq 0$. Анализ показывает, что поведение углов полной поляризации, наблюдающееся при росте k_0 , здесь точно такое же, как и в случае, когда n_1 удовлетворяет условию (64) и k_0 тоже растет.

Рассмотрим теперь пленку, показатель преломления которой удовлетворяет условию

$$n_1^2 - n_0 \leq 0. \quad (66)$$

Случай $n_1^2 - n_0 \leq 0$

Как было указано выше, с ростом k_0 величина $F_p(0)$ уменьшается, т. е. в случае (66) только при $n_1 = \sqrt{n_0}$ и $k_0 = 0$ $F_p(0) = 0$, а при $k_0 > 0$ для всех значений n_1 ($n_1 \leq \sqrt{n_0}$) $F_p(0) < 0$. Это означает, что при любом n_1 из (66) и любом k_0 существует один угол р-типа, совпадающий с углом Брюстера

φ_{0b} при $k_0 = 0$, и один угол s-типа φ_{0s} , равный нулю только при $n_1 = \sqrt{n_0}$ и $k_0 = 0$. При увеличении k_0 от нуля угол φ_{0b} , превратившийся в $\varphi_{0b\text{эф}}$, растет, достигая предела в 90° при $k_0 \rightarrow \infty$. То же самое происходит и с углом φ_{0s} , но здесь есть одна особенность. При изменении k_0 от 0 до некоторого критического значения $k_{0\text{кр}}$, зависящего от n_1 , выполняется неравенство

$$\varphi_{0s} < \varphi_{0b\text{эф}}. \quad (67)$$

При $k_0 = k_{0\text{кр}}$ оно переходит в равенство, а при $k_0 > k_{0\text{кр}}$ — в противоположное неравенство

$$\varphi_{0s} > \varphi_{0b\text{эф}}. \quad (68)$$

Если неравенство (66) усиливается, т. е. n_1 убывает (от значения $\sqrt{n_0}$), то $k_{0\text{кр}}$ также убывает, достигая 0 при каком-то значении $n_1 = n_{10} \neq 0$. При этом имеет место следующее соотношение:

$$\text{при } n_1 < n_{10} \text{ и } k_0 \geq 0: \quad \varphi_{0s} > \varphi_{0b\text{эф}}. \quad (69)$$

Сделанное выше замечание о поведении углов φ_{0s} и $\varphi_{0b\text{эф}}$ при $k_0 \rightarrow \infty$ имеет общий характер, различия проявляются лишь в относительном расположении этих углов. Что касается толщин D_{1p} и D_{1s} , то при $k_0 > 0$ они ведут себя согласно условию $n_1 < n_0$, а при $k_0 \rightarrow \infty$: $D_{1p} \rightarrow D_0(\varphi_{0b\text{эф}})$, $D_{1s} \rightarrow \frac{1}{2}D_0(\varphi_{0s})$.

В случае прозрачной отражающей системы, когда выполняется условие (66), могут существовать не один, а три угла φ_{0p} , включая угол Брюстера (см. [1]). Для реализации этих двух дополнительных углов r-типа требуется особый подбор оптических постоянных пленки и подложки. Такая ситуация в принципе может встретиться и в случае поглощающей подложки, когда выполняется условие (62).

4. ОДНОСЛОЙНАЯ СИСТЕМА: ПОГЛОЩАЮЩАЯ ПОДЛОЖКА— ПОГЛОЩАЮЩАЯ ПЛЕНКА

В этом случае $g_{12} \neq 0$ и, следовательно, параметры γ_p и γ_s уже не равны единице (см. (32) и (36)), поэтому основные уравнения (40) и (41) запишутся:

$$F_p = \frac{1}{U_{p12}^2 + V_{p12}^2} [(\gamma_p^2 U_{p21}^2 - U_{p12}^2) + (\gamma_p^2 V_{p21}^2 - V_{p12}^2)] = 0, \quad (70)$$

$$F_s = \frac{1}{U_{s12}^2 + V_{s12}^2} [(\gamma_s^2 U_{s21}^2 - U_{s12}^2) + (\gamma_s^2 V_{s21}^2 - V_{s12}^2)] = 0, \quad (71)$$

где γ_p и γ_s зависят также и от номера периода. Такой характер γ_p и γ_s означает, что в случае поглощающих пленок углы φ_{0p} и φ_{0s} , а также отвечающие им начальные толщины d_{1p} и d_{1s} зависят и от номера периода, из чего следует отсутствие периодичности эффекта полной поляризации по толщине.

Схема анализа углов полной поляризации здесь точно такая же, как и в предыдущем случае. Однако надо иметь в виду, что в данном случае влияние коэффициента поглощения k_1 пленки на величину $F_p(0)$ носит противоположный характер. С ростом k_1 при заданных k_0 и номере периода величина $F_p(0)$ увеличивается. То же самое происходит и с ростом номера периода при заданных k_1 и k_0 . Исходя из этого, а также из общих результатов предыдущего случая, можно описать поведение углов полной поляризации и в этом случае. Остановимся на наиболее важных результатах.

При соблюдении (55) условие (60) на величины $F_p(0)$ и $F_p(90^\circ)$ за счет роста k_1 и номера периода может быть только усилено, т. е. оно не перейдет в условие (62). Если же соблюдается условие (62), то за счет роста k_1 или номера периода оно обязательно перейдет в условие (60). То же самое происходит и в случае, когда n_0 и n_1 удовлетворяют неравенству (66). Здесь существует огромное разнообразие вариантов, обусловленных влиянием друг на друга коэффициентов k_0 и k_1 . Проведенный выше анализ позволяет успешно разобраться во всех конкретных случаях. Мы остановимся только на самых общих результатах.

При росте k_1 , когда зафиксирован номер периода, например нулевой период, величина $F_p(0)$ увеличивается, увеличивается и положительная величина $F_p(90^\circ)$, а это означает, что кривая $F_p(\varphi_0)$ поднимается вверх и при некотором k_1 будет располагаться над осью φ_0 , не пересекая ее. В этом случае функция $F_p(\varphi_0)$ уже не имеет корней, т. е. отсутствуют углы полной поляризации.

При любом $k_1 \neq 0$ за счет перехода в более высокие периоды можно добиться того же самого. Можно сказать иначе: при увеличении толщины пленки до некоторого значения происходит исчезновение углов полной поляризации. При данном значении толщины пленки d_1 два угла φ_{0p} становятся равными по величине и исчезают. Если это происходит за счет роста k_1 , то надо отметить, что совпавшим углам φ_{0p} отвечают одинаковые толщины. При дальнейшем росте k_1 или увеличении толщины d_1 , очевидно, углы полной поляризации не отмечаются. С физической точки зрения это понятный процесс. С увеличением k_1 или d_1 пропускающая способность пленки уменьшается, и в конце концов пленка начинает играть роль поглощающей подложки, на которой углы полной поляризации не реализуются.

Остановимся на одном важном моменте. При любой подложке и прозрачной пленке уравнения (40) и (41) дают полный набор углов полной поляризации, включая угол Брюстера, истинный на прозрачной подложке и эффективный на поглощающей. То же самое наблюдается и в случае, когда поглощают и подложка, и пленка. Однако ситуация меняется для случая прозрачной подложки и поглощающей пленки. Происходит следующее. При $k_1 \geq +0$, т. е. начиная со сколь угодно малых k_1 , возникает угол φ_{0p} , играющий во всех остальных случаях, включающих в себя поглощающую подложку, роль эффективного угла Брюстера $\varphi_{0bэф}$. При $k_1 \rightarrow 0$: $\varphi_{0p} \rightarrow \varphi_{0b}$. Но угол Брюстера φ_{0b} для прозрачной подложки не может зависеть от параметров поглощающей пленки, т. е. он играет в этом случае самостоятельную роль и не входит в полный набор, определяемый основными уравнениями (40) и (41). Это вполне согласуется с отмеченными выше свойствами поглощающей пленки и предельным переходом к случаю прозрачной пленки.

5. ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ УГЛОВ Ψ И Δ НА УГЛАХ ПОЛНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Рассмотрим особенности в поведении Ψ и Δ , которые наблюдаются на углах полной поляризации φ_{0p} и φ_{0s} , а значит, и при тех толщинах пленки D_{1p} и D_{1s} , которые обеспечивают реализацию этих углов. Об особенностях Ψ можно не говорить, они носят тривиальный характер (см. (2) и (3)). Что касается Δ , то речь пойдет не только о ступеньках высотой в 180° на углах падения

$\varphi_0 = \varphi_{0p(s)}$, причем для общего случая поглощающих сред, но и о ступеньках высотой в 360° , которые передвигаются (с ростом толщины пленки d_1) в процессе перехода от одного вида ступеньки для Δ к другому [1].

Используя формулы (1), (15) и (16), запишем основное уравнение эллипсометрии в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) &= \frac{R_p}{R_s} = \\ &= Z_0 \frac{(U_{p21} - iV_{p21}) + (U_{p12} - iV_{p12}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi)}{(U_{s21} - iV_{s21}) + (U_{s12} - iV_{s12}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi)}, \end{aligned} \quad (72)$$

где

$$\begin{aligned} Z_0 &= \\ &= \frac{(U_{s11} - iV_{s11}) + (U_{s22} - iV_{s22}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi)}{(U_{p11} - iV_{p11}) + (U_{p22} - iV_{p22}) \exp(-\eta) \exp(-i\xi)}. \end{aligned} \quad (73)$$

Затем умножим числитель и знаменатель в (72) на $(U_{p12} + iV_{p12})$ и $(U_{s12} + iV_{s12})$ соответственно, а коэффициент Z_0 разделим и умножим на эти же величины. После этого проведем преобразования, аналогичные тем, которые были использованы для уравнений (22) и (34). В результате получим следующие уравнения:

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = Z \frac{F_p + 1 - \exp(-2i(\xi - \beta_p))}{F_s + 1 - \exp(-2i(\xi - \beta_s))}, \quad (74)$$

$$\begin{aligned} Z &= \\ &= Z_0 \frac{(U_{p12} - iV_{p12}) \cdot \exp(-i\beta_p)}{(U_{s12} - iV_{s12}) \cdot \exp(-i\beta_s)} \times \\ &\times \frac{M_s + \exp(-i(\xi - \beta_s))}{M_p + \exp(-i(\xi - \beta_p))}. \end{aligned} \quad (75)$$

Входящие в формулы (74) и (75) величины определены выше.

Рассмотрим один из углов полной поляризации r -типа φ_{0p} , имея в виду, что толщина пленки определяется (в первом периоде) формулой (33), вытекающей из формул (28) и (30). С учетом этих формул на угле φ_{0p} имеем:

$$F_p(\varphi_{0p}) = 0, \quad \xi(\varphi_{0p}) - \beta_p(\varphi_{0p}) = 0. \quad (76)$$

Коэффициент Z и знаменатель из уравнения (74) особенностей на угле φ_{0p} не имеют; изучать будем только числитель, для которого введем обозначение

$$\rho_p = F_p + 1 - \exp(-2i(\xi - \beta_p)). \quad (77)$$

Введем бесконечно малые отклонения от φ_{0p} , т. е. рассмотрим углы $\varphi_{0p} \pm 0$. Для этих углов величина ρ_p запишется

$$\rho_p(\varphi_{0p} \pm 0) = F_p(\varphi_{0p} \pm 0) + 1 - \exp(-2i(\xi(\varphi_{0p} \pm 0) - \beta_p(\varphi_{0p} \pm 0))). \quad (78)$$

Принимая во внимание (76), преобразуем (78):

$$\rho_p(\varphi_{0p} \pm 0) = \pm \delta F_p + 1 - \exp(\pm 2i(\delta \xi - \delta \beta_p)) = \pm \delta F_p + 1 - \cos(2(\delta \xi - \delta \beta_p)) \mp i \sin(2(\delta \xi - \delta \beta_p)), \quad (79)$$

где δF_p , $\delta \xi$ и $\delta \beta_p$ — бесконечно малые величины. В формуле (79) учтено, что функции $F_p(\varphi_0)$, $\xi(\varphi_0)$ и $\beta_p(\varphi_0)$ в точке $\varphi_0 = \varphi_{0p}$ имеют монотонный характер. Отбрасывая в (79) величины второго порядка малости, найдем

$$\rho_p(\varphi_{0p} \pm 0) = \pm \delta F_p \mp i \sin(2(\delta \xi - \delta \beta_p)). \quad (80)$$

Как видно из (80), действительная и мнимая части комплексной величины $\rho_p(\varphi_{0p} \pm 0)$, имеющей нулевой модуль в точке $\varphi_0 = \varphi_{0p}$, при переходе через эту точку меняют знак, а это означает, что меняют знак действительная и мнимая части правой стороны уравнения (74). На основании этого можно сделать вывод, что при переходе через точку $\varphi_0 = \varphi_{0p}$ угол Δ испытывает скачок величиной 180° .

Аналогичным образом, с тем же результатом рассматриваются и углы полной поляризации s-типа φ_{0s} , но надо иметь в виду, что в данном случае при $\varphi_0 \rightarrow \varphi_{0s}$ модуль правой части уравнения

(74) стремится к бесконечности, т. е. $\operatorname{tg} \Psi \rightarrow \infty$ и, следовательно, $\Psi \rightarrow 90^\circ$.

Точно так же можно рассмотреть и процесс перехода от одного вида ступеньки для Δ к другому. При этом надо учитывать особенности общего подхода к этому вопросу, описанного в работе [1], но сама математическая процедура, в принципе, остается такой же, как и приведенная выше. Важно, что в этом случае рассматриваются углы падения $\varphi_0 > \varphi_{0p(s)}$, т. е. величина $F_{p(s)}(\varphi_0) \neq 0$. Результатом такого рассмотрения является также установление значений Δ слева и справа от угла $\varphi_{0p(s)}$.

В следующей работе, посвященной обратной задаче эллипсомерии для поглощающих отражающих систем, мы подробно рассмотрим связанные с углами полной поляризации дополнительные особенности в поведении поляризационных углов Ψ и Δ , обусловленные наличием поглощения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семененко А.И., Семененко И.А. // Научное приборостроение. 2005. Т. 15, № 3. С. 63–76.
2. Семененко А.И., Семененко И.А. // Научное приборостроение. 2006. Т. 16, № 1. С. 35–46.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.

*Институт прикладной физики НАН Украины,
г. Сумы (Семененко А.И.)*

*Институт аналитического приборостроения РАН,
Санкт-Петербург (Семененко И.А.)*

Материал поступил в редакцию 28.03.2006.

**ON THE NEW POTENTIALS OF ELLIPSOMETRY ARISING
FROM THE NULL OPTICAL CIRCUIT.
ELLIPSOMETRY OF REAL SURFACE STRUCTURES.
5. POLARIZATION ANGLES IN ELLIPSOMETRY
OF ABSORBING MEDIA**

A. I. Semenenko, I. A. Semenenko*

Institute of Applied Physics NAS, Ukraine, Sumy

**Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg*

A general approach to study the totality of polarization angles for single-layer absorbing systems is developed. This approach is easily extendable to multilayer media. It is demonstrated that the main features in the behavior of Ψ and Δ polarization angles which show up in the angles of polarization and during transition from one Δ step type to another remain also in the case of absorbing media.