ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2005, том 15, № 1, с. 100–104

ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК 681.2.08

© М. Я. Марусина

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕТИКО-ГРУППОВОГО АНАЛИЗА ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СЕЙСМОПРИЕМНИКОВ УСКОРЕНИЙ

Рассмотрены вопросы метрологического обеспечения электродинамических сейсмоприемников ускорений на основе теории групп. Найдены группы симметрий уравнения движения чувствительного элемента сейсмоприемника: группа трансляций (переносов), группа неоднородных растяжений (изменение масштаба) и группа Галилея. Предложенный метод был разработан для определения параметров сейсмоприемников вертикальных ускорений СВУ-1 с помощью вибростенда, аттестованного в органах Госстандарта по государственным эталонам.

ВВЕДЕНИЕ

Датчики сейсмических колебаний — сейсмоприемники преобразуют механические смещения частиц грунта в точке наблюдения под действием сейсмической волны в электрический сигнал. Основными характеристиками электродинамических сейсмоприемников являются собственная частота, степень затухания, коэффициент преобразования и коэффициент нелинейных искажений [1, 2].

В настоящее время в России и за рубежом серийно выпускаются сейсмоприемники скорости, преобразующие перемещение грунта в электрический сигнал, пропорциональный скоростям этих перемещений (степень затухания меньше единицы). Для определения их параметров существуют методики и оборудование (например, SMT-100, SMT-150 фирмы SENSOR) [3]. Однако развитие вычислительной техники для регистрации и обработки сейсмической информации выявило некоторые недостатки этих сейсмоприемников, ограничивающие использование всех возможностей современного телеметрического канала [3].

Ряд недостатков электродинамических сейсмоприемников скорости устраняет электродинамический сейсмоприемник с выходным сигналом, пропорциональным ускорению перемещения его корпуса. В подобных электродинамических сейсмоприемниках ускорения пропорциональность выходного сигнала второй производной входного перемещения достигается за счет высокой степени затухания, превышающей критическое значение. В сейсмоприемнике со степенью затухания в несколько единиц выходной сигнал становится пропорциональным ускорению перемещения корпуса в частотном диапазоне тем более широком, чем больше степень затухания [3].

МЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СЕЙСМОПРИЕМНИКОВ

Требование повторяемости регистрации сигналов с необходимой точностью, а также единства получаемых результатов делает необходимым осуществление метрологического обеспечения сейсмического канала, без которого сегодня немыслимо дальнейшее развитие сейсморазведки [4]. Осуществление метрологического обеспечения сейсморазведочной аппаратуры до последнего времени в значительной степени сдерживалось тем, что сейсморазведочная аппаратура не относилась к средствам измерений, а считалась средством регистрации, не отмеченным государственным или отраслевым стандартом.

Концепция сейсмического канала как единой измерительной системы была изложена в работе [4]. Контроль качества получаемых результатов, обеспечивающий необходимую геологическую информативность сейсмических временных разрезов, достигается путем проведения периодических поверок и калибровок канала (или его звеньев) с помощью специального эталонного оборудования, в процессе которых подтверждаются значения основных технических параметров, определяющих погрешность проводимых измерений.

Поэтому в настоящее время для сейсморазведочной аппаратуры особенно актуальными стали вопросы создания поверочных схем и эталонов.

ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СЕЙСМОПРИЕМНИКОВ ВЕРТИКАЛЬНЫХ УСКОРЕНИЙ

Как было отмечено в [3], основная проблема разработки электродинамических сейсмоприемников ускорений состоит в том, чтобы создать наибольшую степень затухания в преобразованном блоке с приемлемыми габаритными размерами и массой. Однако при большой степени затухания выходные сигналы сейсмоприемника настолько изменяются (переходная характеристика СВУ-1 является апериодической), что использование существующих методов их измерения (по затуханию сигналов свободного движения, по наблюдениям максимумов выходных сигналов и т.п.) становится невозможным [5, 6]. Кроме того, аппаратура, применяемая при испытаниях, зачастую нетранспортабельна из-за больших размеров и массы.

Предлагаемый метод определения параметров сейсмоприемников базируется на использовании комплекса для определения параметров сейсмоприемников ускорений, который был аттестован в органах Госстандарта (ФГУП "ВНИИМ им. Д.И. Менделеева) по государственным эталонам. Основным элементом комплекса для испытаний сейсмоприемников является вибростенд, который представляет собой эталон первого разряда.

Рассмотрим сейсмоприемник ускорений с пассивной коррекцией, установленный на вибрирующем с частотой f основании (без электрических обратных связей). Уравнение движения чувствительного элемента (ЧЭ) такого сейсмометра, имеет вид:

$$mx'' + hx' + cx = ma\omega^2 \sin\omega t, \qquad (1)$$

где m — масса ЧЭ; x — перемещение ЧЭ; $x' = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ и $x'' = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$ — скорость перемещения ЧЭ и его ускорение; h — коэффициент демпфирования ЧЭ, пропорциональный x'; c — коэффициент упругого сопротивления ЧЭ; a и ω — амплитуда перемещения и круговая частота гармонических колебаний корпуса прибора с частотой f.

Уравнение (1) при любых параметрах сейсмоприемника удобно рассматривать в виде:

$$x'' + 2\,\beta\, x' + \omega_0^2\, x = a\,\omega^2 \sin\omega\, t, \qquad (2)$$

где β — степень затухания сигнала, $2\beta = h/m$; ω_0 — круговая частота собственных колебаний прибора, $\omega_0 = \sqrt{c/m}$.

Решение (2) известно, в том числе и при значительном демпфировании. Выражение для вынужденной составляющей движения ЧЭ можно записать в виде

$$x = \frac{a\,\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\beta\,\omega^2}} \sin(\omega\, t + \varphi), \qquad (3)$$

где φ — фаза вынужденных колебаний:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\beta\,\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}. \qquad (4)$$

Свободная составляющая движения ЧЭ, зависящая от неопределенных начальных условий x_0 и x_0' затухает. Вынужденная составляющая стационарна, т. к. колебания с частотой $\omega = 2\pi f$ можно поддерживать постоянно, установив, например, прибор на вибростенд. Уравнение (3) представляет собой амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) сейсмоприемника, а уравнение (4) является его фазово-частотной характеристикой (ФЧХ).

ГРУППЫ СИММЕТРИЙ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА СЕЙСМОПРИЕМНИКА

Зависимость между сейсмоколебанием на входе сейсмоприемника, или вектором $\mathbf{X}$, и электрическим сигналом на выходе сейсмоприемника, или вектором $\mathbf{Y}$, обозначим через вектор $\boldsymbol{\varphi}$:

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau}), \qquad (5)$$

где $\boldsymbol{\tau}(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_m)$ — вектор-функция влияния, т.е. влияние систематических амплитудных, фазовых и частотных погрешностей измерений.

Оператор обращения приводит выходную величину $\mathbf{Y}$ к входной величине $\mathbf{X}$ путем воздействия на $\mathbf{Y}$ обратным (известным) отображением $\boldsymbol{\varphi}_0^{-1}(\mathbf{Y})$. Прямое $\boldsymbol{\varphi}_0$ и обратное $\boldsymbol{\varphi}_0^{-1}$ отображения производятся при заданных значениях $\boldsymbol{\tau}_0(\tau_{01}, \tau_{02}, \ldots, \tau_{0m})$, которые соответствуют нормируемым метрологическим характеристикам средств измерений. Например, на вход сейсмоприемника можно подать сигнал с вибростенда, который был аттестован в органах Госстандарта по государственным эталонам (ФГУП "ВНИИМ им. Д.И. Менделеева) и является эталоном первого разряда. Тогда можно записать

$$\widetilde{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\varphi}_0^{-1}\left[\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau})\right], \qquad (6)$$

где $\widetilde{\mathbf{X}}$ — результат приведения выходного сигнала $\mathbf{Y}$ к входному сигналу $\mathbf{X}$ с помощью обратного отображения $\boldsymbol{\varphi}_0^{-1}$ для номинального (известного) отображения $\boldsymbol{\varphi}_0$ ($\boldsymbol{\varphi}_0^{-1}$ — это функции, обратные $\boldsymbol{\varphi}$, взятые при условии, что вектор функций влияния равен нулю $\boldsymbol{\tau} = 0$).

Обозначим композицию векторов $\boldsymbol{\varphi}_0^{-1} \circ \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{g}$, тогда можно записать в векторной форме

$$\widetilde{\mathbf{X}} = \mathbf{g}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\tau}). \qquad (7)$$

Выражение (7) и есть измерительные преобразования, т. к. состоят в отображении $\mathbf{X}$ на себя, а устройство, реализующее эти преобразования, — измерительный преобразователь.

Рассмотренная модель взаимно-однозначных измерительных преобразований $\mathbf{g}$ удовлетворяет аксиомам теории групп (это легко проверить). И следовательно, измерительные преобразования (7) образуют многомерную многопараметрическую непрерывную группу G точечных преобразований. Согласно [7], если рассмотренная модель измерения (2) есть инвариант группы (7), то измерения на уровне модели осуществляются без погрешностей (в смысле $\boldsymbol{\tau} = 0$).

Таким образом, нужно решить задачу синтеза, которая заключается в том, что для заданного класса объектов требуется найти множество преобразований $\mathbf{g}$, сохраняющих неизменными заданные функции. Т. е. задано свойство, уравнение (2), описывающее движение ЧЭ сейсмоприемника. Нужно построить группу симметрий уравнения (2), передающую это свойство без искажения, т.е. обеспечить равенство

$$I(\widetilde{x}_1, \widetilde{x}_2, \ldots, \widetilde{x}_n) = I(x_1, x_2, \ldots x_n) \qquad (8)$$

при влияющих неконтролируемых параметрах $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_m$, относительно которых известны лишь границы (интервалы) их возможных изменений. Искомая группа симметрий действует в пространстве переменных (t, x):

$$\begin{aligned} \widetilde{t} &= t + \xi(t,x)\tau, \\ \widetilde{x} &= x + \eta(t,x)\tau. \end{aligned} \qquad (9)$$

Уравнение (2) должно быть инвариантно относительно дважды продолженной группы с оператором

$$\begin{aligned} \underset{2}{U} &= \xi(t,x)\frac{\partial}{\partial t} + \eta(t,x)\frac{\partial}{\partial x} + \\ &+ \zeta_1(t,x,x')\frac{\partial}{\partial x'} + \zeta_2(t,x,x',x'')\frac{\partial}{\partial x''}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Уравнение (2) в пространстве переменных (t, x, x', x'') определяет гиперплоскость

$$w = x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x - a\omega^2 \sin\omega t = 0, \qquad (11)$$

условие инвариантности которой

$$\underset{2}{U} w = 0 \text{ при } w = 0. \qquad (12)$$

Применим, согласно [8], алгоритм поиска координат инфинитезимального оператора (алгоритм Ли), допускаемого уравнением (2), которое запишем в разрешимом виде $x'' = f(t, x, x')$. Тогда для

$$f = a\omega^2 \sin\omega t - 2\beta x' - \omega_0^2 x \qquad (13)$$

определяющее уравнение будет иметь вид:

$$\begin{aligned} &\eta_{tt} + (2\eta_{tx} - \xi_{tt})x' + (\eta_{xx} - 2\xi_{tx})x'^2 - \xi_{xx}x'^3 + \\ &+ (\eta_x - 2\xi_t - 3x'\xi_x)(a\omega^2 \sin\omega t - 2\beta x' - \omega_0^2 x) - \\ &- (\eta_t + (\eta_x - \xi_t)x' - \xi_x x'^2)(-2\beta) - \\ &- \xi(a\omega^2 \cos\omega t \cdot \omega) + \eta\omega_0^2 = 0. \end{aligned}$$

Левая часть этого уравнения является многочленом третьей степени относительно переменной x'. Поэтому определяющее уравнение "расщепляется" на следующие четыре уравнения, получаемые приравниванием нулю коэффициентов при различных степенях x':

$$\begin{aligned} (x')^3 :&\quad \xi_{xx} = 0, \\ (x')^2 :&\quad \eta_{xx} - 2\xi_{tx} + 4\beta\xi_x = 0, \\ (x') \;:&\quad 2\eta_{tx} - \xi_{tt} - \\ &\quad - 3\xi_x(a\omega^2 \sin\omega t - \omega_0^2 x) + \\ &\quad + (\eta_x - \xi_t)2\beta = 0, \\ (x')^0 :&\quad \eta_{tt} + (\eta_x - 2\xi_t)(a\omega^2 \sin\omega t - \omega_0^2 x) + \\ &\quad + \eta_t 2\beta - \xi a\omega^2 \cos\omega t + \eta\omega_0^2 = 0. \end{aligned} \qquad (14)$$

Из первого уравнения интегрированием по x получаем:

$$\xi = a(t)x + b(t) + c.$$

Предположим, что ξ линейная функция t и x, тогда

$$\xi = ax + bt + c$$

и $\xi_{tx} = 0$, и $\xi_x = a$. Третье и четвертое уравнения из (14), в соответствие с (11), можно записать:

$$\begin{aligned} (x') \;:&\quad 2\eta_{tx} - \xi_{tt} - 3\xi_x(x'' + 2\beta x') + \\ &\quad + (\eta_x - \xi_t)2\beta = 0, \\ (x')^0 :&\quad \eta_{tt} + (\eta_x - 2\xi_t)(x'' + 2\beta x') + \\ &\quad + \eta_t 2\beta - \xi a\omega^2 \cos\omega t + \eta\omega_0^2 = 0. \end{aligned}$$

Из третьего уравнения получаем, что $\xi_x = 0$, следовательно, $\xi_x = a = 0$. Поэтому из второго уравнения получим $\eta_{xx} = 0$, и, проинтегрировав это уравнение по x, можно записать:

$$\eta = k(t)\,x + m(t) + l\,;$$

но η — линейная функция t и x, тогда

$$\eta = kx + mt + l\,.$$

Из четвертого уравнения следует, что $\eta_x - 2\xi_t = 0$; из этого условия находим $k = 2b$. Следовательно, общее выражение для инфинитезимального оператора U для пространства переменных (t, x) будет таким:

$$U = (bt + c)\frac{\partial}{\partial t} + (2bx + mt + l)\frac{\partial}{\partial x} =$$
$$= cU_1 + lU_2 + mU_3 + bU_4,$$

где

$$U_1 = \frac{\partial}{\partial t},\quad U_2 = \frac{\partial}{\partial x},\quad U_3 = t\frac{\partial}{\partial x},$$
$$U_4 = t\frac{\partial}{\partial t} + 2x\frac{\partial}{\partial x}, \tag{15}$$

c, l, m, b — постоянные.

Первые два оператора определяют группу трансляций (переносов), третий — группу Галилея и четвертый — группу неоднородных растяжений (изменение масштабов).

Инфинитезимальные операторы (15) являются базисом операторов уравнения (2) для пространства переменных (t, x). Следовательно, уравнение движения ЧЭ сейсмоприемника (2) будет инвариантно по отношению к преобразованиям групп трансляций, растяжений и группы Галилея.

Запишем найденные группы и инварианты для рассмотренного уравнения движения ЧЭ сейсмоприемника (2) для пространства переменных (t, x).

Для группы трансляций измерительное преобразование имеет вид: трансляция по времени — $\tilde{t} = t + \tau_1$, $\tilde{x} = x$; трансляция по перемещению — $\tilde{t} = t$, $\tilde{x} = x + \tau_2$. Инварианты для этого измерительного преобразования: $I_1 = x$, $I_2 = t$.

Для группы Галилея измерительное преобразование для пространства переменных (t, x) имеет вид: $\tilde{t} = t$, $\tilde{x} = x + \tau_2 t$; инвариант для этого измерительного преобразования — $I_3 = t$.

Для группы неоднородных растяжений $\tilde{t} = te^{\tau_1}$, $\tilde{x} = xe^{2\tau_2}$: инвариант для этого измерительного преобразования — $I_4 = \dfrac{t^2}{x}$.

Таким образом, мы получили три возможных инварианта

$$I_1 = x,\quad I_2 = t,\quad I_3 = \frac{t^2}{x},$$

два из которых образуют функционально независимый базис. Из этих инвариантов можно построить три инвариантные функции $\Phi_1(I_1, I_2)$, $\Phi_2(I_1, I_3)$, $\Phi_3(I_2, I_3)$. Следовательно, можно построить общий вид функций, инвариантных относительно групп измерительных преобразований для уравнения (2), т. е. можно построить функции с априорной симметрией.

Запишем базис операторов уравнения (2) для пространства переменных (t, x, x', x''):

$$U_1 = \frac{\partial}{\partial t},\quad U_2 = \frac{\partial}{\partial x},\quad U_3 = \frac{\partial}{\partial x'},\quad U_4 = \frac{\partial}{\partial x''},$$
$$U_5 = t\frac{\partial}{\partial x},\quad U_6 = t\frac{\partial}{\partial x'},\quad U_7 = t\frac{\partial}{\partial x''},$$
$$U_8 = t\frac{\partial}{\partial t} + 2x\frac{\partial}{\partial x} + 2x'\frac{\partial}{\partial x'} + 2x''\frac{\partial}{\partial x''}.$$

Первые четыре оператора — операторы группы трансляций, пятый, шестой и седьмой — операторы группы Галилея, восьмой — оператор группы неоднородных растяжений.

В силу линейности уравнения (2) движения ЧЭ сейсмоприемника алгебра симметрий уравнения второго порядка будет иметь максимальную размерность $r = 8$ [9]. Отметим, что операторы группы вращений не входят в эту алгебру. Т. е. уравнение (2) не будет инвариантно по отношению к поворотам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, с помощью аттестованного вибростенда (эталона первого разряда) можно провести аттестацию сейсмоприемника вертикальных ускорений (эталона второго разряда), используя который можно проводить аттестацию сейсмоприемников в полевых условиях. Причем уравнение движения ЧЭ сейсмоприемника будет инвариантным по отношению к преобразованиям групп трансляций, растяжений и группы Галилея.

Предложенный метод был разработан для определения параметров электродинамических сейсмоприемников вертикальных ускорений СВУ-1, производство которых освоено на ФГУ НПП "Геологоразведка". Область применения сейсмоприемников СВУ-1: высокоразрешающая сейсморазведка, исследования нефтегазоносных структур, изучение рудных месторождений, решение задач инженерных изысканий. Этот новый электродинамический сейсмоприемник повышает разрешающую способность сейсморазведки, имеет более высокую чувствительность по сравнению с применяемыми электродинамическими приемниками и широкую полосу пропускания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рыжов А.В.* Новые принципы расчета и создания электродинамических сейсмоприемников с оптимальными параметрами. М.: ВНИИГеофизика, 1994. 54 с.
2. Стандарт Евро-Азиатского геофизического общества: СТО ЕАГО 016-01-94 "Геофизическая аппаратура и оборудование. Сейсмоприемники электродинамические. Методы измерений основных параметров и характеристик". М.: 1994. 30 с.
3. *Рыжов А.В. и др.* Электродинамические сейсмоприемники ускорений // Разведка и охрана недр. 2001. № 9. С. 72–74.
4. *Стакло А.В., Симаков В.С.* Метрологическое обеспечение сейсморазведки. Эталон и поверочная схема // Геофизический вестник. 2001. № 2. С. 21–24.
5. *Степанов И.В.* Метод определения параметров сейсмоприемников // Известия вузов. Приборостроение. 2002. Т. 45, № 4. С. 30–32.
6. *Марусина М.Я., Тихановский А.Б., Ушаков О.Ю.* Методы измерений основных параметров и характеристик электродинамических сейсмоприемников // Сборник трудов конференции "Оптика и образование 2002" / Под общ. редакцией проф. А.А. Шехонина. СПбГИТМО(ТУ), 2002. С. 95–97.
7. *Иванов В.А.* Элементы групповой теории измерений // Теоретична и приложна механика. София, 1990. Т. XXI, № 2. С. 10–19.
8. *Иванов В.А., Марусина М.Я., Флегонтов А.В.* Инвариантные аппроксимации и их применение в МР-томографии // Научное приборостроение. 2003. Т. 13, № 2. С. 22–26.
9. *Ибрагимов Н.Х.* Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983. 280 с.

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики

Материал поступил в редакцию 30.12.2004.

APPLICATION OF GROUP-THEORETICAL ANALYSIS TO CERTIFICATION OF ELECTRODYNAMIC SEISMIC RECEIVERS OF ACCELERATIONS

M. Ya. Marusina

Saint-Petersburg State University of Information Technology, Mechanics and Optics

The paper presents a group-theoretical approach to the problems of metrological support for electrodynamic seismic receivers of accelerations. Symmetry groups in the equation of motion of the seismic receiver sensing element were found: translation (transfer) group, nonuniform extension (dimensional scaling) group, and the Galilei group. The proposed technique was developed to define parameters of the CBU-1 seismicreceiver of vertical accelerations using a vibrobench certified by the Gosstandard (National Standards Agency) authorities on state reference standards.