ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2004, том 14, № 4, с. 79–91

ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК 681.51; 621.391

© Г. Ф. Малыхина, А. В. Меркушева

# МЕТОД НЕЙРОСЕТЕВЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ АДАПТИВНОГО КОНТРОЛЯ СЛОЖНОГО ОБЪЕКТА КЛАССА НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрены прикладные элементы теории контроля и управления сложным объектом, который характеризуется многими параметрами состояния, нелинейными уравнениями динамики для этих параметров и для системы их измерения. Представление, идентификация и управление таким объектом (как нелинейной многопараметрической динамической системы, ДС) основаны на методологии нейронных сетей и даны в сопоставлении с принципами описания линейных ДС. Показано использование адаптивной схемы управления при неполной информации о модели объекта.

## ВВЕДЕНИЕ

Нейронные сети (НС) обеспечивают наиболее эффективный метод для аппроксимации нелинейных многомерных отображений [1, 2]. Эти возможности аппроксимации могут быть использованы при создании средств для идентификации и управления сложным объектом класса многопараметрической нелинейной системы, изменяющейся со временем [3–6].

Применение нейросетевых алгоритмов для идентификации и управления сложным объектом связано с выбором структур НС (называемых для краткости идентификатором и контроллером) и основано на теории описания анализируемого объекта как нелинейной многопараметрической динамической системы (ДС). Такое описание является расширением принципов и базовых понятий (таких как управляемость и наблюдаемость), относящихся к линейным ДС.

## 1. МОДЕЛЬ СЛОЖНОГО ОБЪЕКТА ТИПА МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЛИНЕЙНОЙ ДС

Линейная ДС дискретного времени[1] представляется соотношениями (1) (где **A**, **B** и **C** — постоянные матрицы) или выражением (2), в котором используется передаточная матрица $\mathbf{W}(z)$, включающая матрицы **A**, **B** и **C** из описания ДС в форме (1) [7, 8]:

$$\underset{[n]}{\mathbf{x}}(k+1) = \underset{[n\times n]}{\mathbf{A}}\,\underset{[n]}{\mathbf{x}}(k) + \underset{[n\times m]}{\mathbf{B}}\,\underset{[m]}{\mathbf{u}}(k), \qquad \underset{[m]}{\mathbf{y}}(k) = \underset{[m\times n]}{\mathbf{C}}\,\underset{[n]}{\mathbf{x}}(k), \tag{1}$$

$$\mathbf{W}(z)\cdot\mathbf{u} = \mathbf{y}, \tag{2}$$

где

$$\underset{[m\times m]}{\mathbf{W}(z)} = \underset{[m\times n]}{\mathbf{C}}[z\mathbf{I} - \underset{[n\times n]}{\mathbf{A}}]^{-1}\underset{[n\times m]}{\mathbf{B}}$$

и **I** — матрица $[I_{ij}]$ (с единицами на диагонали: $I_{ij} = \delta_{ij}$) [2].

С точки зрения вида представления, основных свойств и преобразований линейная ДС является прототипом для сложного объекта класса нелинейной динамической системы (НДС), и поэтому она удобна для формирования основных задач, имеющих существенное значение при анализе объекта класса НДС.

- Получение внешнего воздействия (управления ДС) $\mathbf{u}(k)$, которое позволяет реализовать желаемую динамику выхода объекта, т. е. его поведение во времени, совпадающее с требуемой траекторией (например, с ходом технологического режима у некоторой технологической подсистемы).
- Преобразование описания ДС к "расщепленной" форме, при которой определен референтный опорный $m$-вектор-сигнал $\mathbf{r}(k)$, а управляющий вход должен быть определен так, чтобы каждая компонента $r_i(k)$ действовала только на $y_i(k)$ (для всех $i = 1,\dots, m$). Возможность такого расще-

[1] Форма описания в дискретном времени соответствует преобразованию $t \to kT$, где $T$ — шаг изменения времени и $k$ — целое число. В этом случае вместо времени аргументом векторов параметров состояния **x**, управления **u** и наблюдения (выхода ДС) **y** является значение дискретного времени $k$.

[2] В подстрочных подписях соотношений (1) и (2) мелким шрифтом дана размерность векторов: параметров состояния **x**, входного воздействия (управления) **u** и выхода ДС (наблюдения) **y**. Передаточная матрица $\mathbf{W}(z)$ является $z$-преобразованием обычной передаточной функции ДС — ее реакции на кратковременный единичный импульс внешнего воздействия.

пления зависит от *относительных степеней* выходов по отношению ко входам (т. е. от величины задержек между каждой парой компонент вектор-сигналов входа и выхода.

Важной характеристикой ДС (и объекта, который она отражает) являются свойства управляемости и наблюдаемости. Условие для наличия этих основных свойств получается с помощью повторного применения соотношений (1) и анализа возможности решения (векторного) уравнения, которое получается в качестве последней итерации. Так, $(n - 1)$-кратное применение первого уравнения из (1) позволяет получить набор выражений в форме (3):

$$\begin{aligned}
&\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(k),\\
&\mathbf{x}(k+2) = \mathbf{A}^2\cdot\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(k),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\mathbf{x}(k+n) = \mathbf{A}^n\cdot\mathbf{x}(k) + \textstyle\sum_{n=0}^{n-1}\cdot\mathbf{A}^{n-i-1}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(k+i).
\end{aligned}\tag{3}$$

Для управляемости ДС нужно, чтобы $(n\times nm)$-матрица $[\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}, \mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B},\ldots, \mathbf{B}]$ имела полный ранг $n$ (т. е. чтобы ее определитель порядка $n$ не был равен нулю). Тогда начальное состояние $\mathbf{x}(k)$ ДС может быть переведено в любое конечное состояние $\mathbf{x}(n + k)$ за (не более чем) $n$ шагов.

Аналогично повторное использование второго соотношения из (1) позволяет выразить выход $\mathbf{y}(t + d)$ в момент $t + d$ через состояния $\mathbf{x}$ и входы ДС:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{y}(k+d) =\\
&= \mathbf{CA}^d\mathbf{x}(k) + \mathbf{CA}^{d-1}\mathbf{Bu}(k) +\\
&+ \mathbf{CA}^{d-2}\mathbf{Bu}(k+1) + \ldots. + \mathbf{CBu}(k+d-1),
\end{aligned}\tag{4}$$

В том случае, когда в качестве $\mathbf{B}$ используется $m$-мерный вектор, это соответствует рассмотрению ДС с одним входом и одним выходом (ДС_ОВОВ). Если при этом дополнительно считать , что выполняются условия

$$\mathbf{CA}^{d-2}\mathbf{B}, \mathbf{CA}^{d-3}\mathbf{B}, \ldots, \mathbf{CA}^{d-(d-1)}\mathbf{B}, \mathbf{CB} = 0 \text{ и } \mathbf{CA}^{d-1}\mathbf{B} \neq 0,$$

то уравнение (4) приобретает вид

$$\mathbf{y}(k + d) = \mathbf{CA}^d\mathbf{x}(k) + \mathbf{CA}^{d-1}\mathbf{Bu}(k)$$

и считается, что пара вход—выход, $\mathbf{u}(k)$ и $\mathbf{y}(k + d)$, имеет *относительную степень*, равную $d$. Величина $d$ является длительностью временнóй задержки между входным воздействием и реакцией (выходом) ДС.

В многомерном случае относительная степень $d_{ij}$ определяется для каждой пары компонент вектор-сигналов входа и выхода (т. е. $u_j$ и $y_j$). При этом $d_i = \min\limits_j\{d_{ij}\}$ называют относительной степенью выхода $y_i$. Таким образом, относительная степень выхода $y_j$ — это минимум ($d_{ij}$ по $j$) задержек по управлениям, действующим на $y_j$.

Согласно [9], вводя определение матрицы $\mathbf{E}$ такое, что ее $i$-строка ($\mathbf{E}_i$) имеет вид $\mathbf{E}_i = \mathbf{C}_i\mathbf{A}^{d_i-1}\mathbf{B}$, можно получить условие расщепления системы (1). Расщепление возможно, если (и только тогда, если) матрица $\mathbf{E}$ не сингулярна, т. е. ее определитель не равен нулю. Качественно это эквивалентно требованию, чтобы задержки через систему были такими, что оставляют достаточную свободу для возможности управления одного выхода одним входом.

Следуя описанной процедуре, можно получить новое представление описания ДС:

$$\begin{cases}
\mathbf{y}_1(k+d_1) = \mathbf{C}_1\mathbf{A}^{d_1}\mathbf{x}(k) + \mathbf{E}_1\mathbf{u}(k),\\
\mathbf{y}_2(k+d_2) = \mathbf{C}_2\mathbf{A}^{d_2}\mathbf{x}(k) + \mathbf{E}_2\mathbf{u}(k),\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\mathbf{y}_m(k+d_m) = \mathbf{C}_m\mathbf{A}^{d_m}\mathbf{x}(k) + \mathbf{E}_m\mathbf{u}(k),
\end{cases}\tag{5}$$

где $\mathbf{E}_i = \mathbf{C}_i\mathbf{A}^{d_i-1}\mathbf{B}$.

При этом если желаемый выходной вектор (в левой части (5)) обозначить $\mathbf{r}(k)$, то нужное управление, обеспечивающее $\mathbf{r}(k)$, будет выражаться соотношением

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{E}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{C}_1\mathbf{A}^{d_1}\\ \mathbf{C}_2\mathbf{A}^{d_2}\\ \ldots\\ \mathbf{C}_m\mathbf{A}^{d_m}\end{bmatrix}\mathbf{x}(k) + \mathbf{E}^{-1}\mathbf{r}(k) \overset{\Delta}{=}$$

$$\overset{\Delta}{=} \mathbf{Gx}(k) + \mathbf{Fr}(k),$$

где $\mathbf{E} \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix}\mathbf{E}_1\\ \mathbf{E}_2\\ \ldots\\ \mathbf{E}_m\end{bmatrix}$ и символ $\overset{\Delta}{=}$ означает "равно по определению".

Другими словами управление, обеспечивающее желаемый вектор-сигнал выхода, определяется соотношением $\mathbf{u}(k) = \mathbf{Gx}(k) + \mathbf{Fr}(k)$, в котором использованы введенные выше обозначения:

$$\mathbf{G} = -\mathbf{E}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{C}_1\mathbf{A}^{d_1}\\ \mathbf{C}_2\mathbf{A}^{d_2}\\ \ldots\\ \mathbf{C}_m\mathbf{A}^{d_m}\end{bmatrix}; \quad \mathbf{F} = \mathbf{E}^{-1}.$$

Следовательно, при использовании обратной связи по состоянию выход ДС может быть сделан равным желаемой величине $\mathbf{r}(k)$.

Из (3) видно, что состояние $\mathbf{x}(k+n)$ (и следовательно, $\mathbf{y}(k+n)$) может быть выражено линейными комбинациями состояний $\mathbf{x}(k)$ и входов $\mathbf{u}(k)$, $\mathbf{u}(k+1)$, …, $\mathbf{u}(k+n-1)$. Если ДС наблюдаемая, то с помощью выражения (5) можно выразить $\mathbf{x}(k)$ линейной комбинацией выходов $\mathbf{y}(k)$, $\mathbf{y}(k+1)$, …, $\mathbf{y}(k+n-1)$ и входов (управлений) $\mathbf{u}(k)$, $\mathbf{u}(k+1)$, …, $\mathbf{u}(k+n-2)$. При комбинировании этих двух результатов для многомерной ДС получается хорошо известная модель АРСС (авторегрессия—скользящее среднее)

$$\mathbf{y}(k+1)=\sum_{i=0}^{n-1}\overline{\mathbf{A}}_i\mathbf{y}(k-i)+\sum_{j=0}^{n-1}\overline{\mathbf{B}}_j\mathbf{u}(k-j), \qquad (6)$$

где коэффициенты в правой части — тоже постоянные матрицы.

Для целей идентификации и управления (особенно, когда относительные степени выходов различны) из (6) может быть получено более удобное представление

$$\begin{bmatrix} y_1(k+d_1)\\ y_2(k+d_2)\\ \dots\dots\dots\\ y_m(k+d_m)\end{bmatrix}=$$
$$=\sum_{i=0}^{n-1}\mathbf{A}_i\mathbf{y}(k-i)+\sum_{j=0}^{n-1}\mathbf{B}_j\mathbf{u}(k-j), \qquad (7)$$

(в котором $\mathbf{A}_i$; $\mathbf{B}_i$ — другие матрицы подходящего размера).

Аналогично тому, как сделано выше, определяя вектор-сигнал в левой части (7) как $\mathbf{r}(k)$, можно показать, что вход ДС $\mathbf{u}(k)$ может быть определен как линейная комбинация из $\mathbf{r}(k)$, $\mathbf{y}(k-i)$, $\mathbf{u}(k-j)$ ($i=1, 2, \ldots, n-1$; $j=1, 2, \ldots, n-1$) при условии, если матрица $\mathbf{B}_0$ (по структуре такая же, как матрица $\mathbf{E}$, но составленная из строк $\mathbf{B}_i$) будет не сингулярная.

Уравнение (7) обеспечивает основу для последующего рассмотрения нелинейной ДС, т. к различные этапы в создании ее модели следуют описанной выше схеме анализа и преобразований, выполненных для линейной ДС.

## 2. МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА КЛАССА НЕЛИНЕЙНОЙ МНОГОМЕРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Поскольку большинство работ по нелинейным динамическим системам (НДС) относятся к форме их представления с непрерывным временем, полезно дать модель объекта этого класса именно в такой форме выражением (8) (см. сноску [1]).

$$\begin{cases} \underset{[n]}{\mathrm{d}\mathbf{x}}/\,\mathrm{d}t=\underset{[n]}{\mathbf{f}}(\mathbf{x})+\sum_{i=1}^{m}\underset{[n]}{\mathbf{g}_i}(\mathbf{x})\,u_i,\\ \underset{[m]}{\mathbf{y}}=\underset{[m]}{\mathbf{h}}(\mathbf{x}),\end{cases} \qquad (8)$$

здесь нелинейная ДС с локальными координатами $\mathbf{x}=(x_1, x_2,\ldots, x_n)$ задана в непрерывном $n$-мерном пространстве $\mathbf{M}$; $\mathbf{g}_1$, $\mathbf{g}_2$,…, $\mathbf{g}_m$ — вектор-функции, зависящие от (вектора) параметров $\mathbf{x}$ состояния объекта (НДС); $\mathbf{R}_m$ — пространство $m$-векторов $\mathbf{y}$ выхода НДС (т. е. наблюдений объекта); $\mathbf{h}$ — отображение $\mathbf{M}\to\mathbf{R}_m$.

Можно предположить, что для нелинейной ДС (8) известны $\mathbf{f}$, $\{\mathbf{g}_i\}$, $\mathbf{h}$ и дополнительно к этому доступен вектор $\mathbf{x}$ параметров состояния ДС. Для этой ситуации целесообразно определить условия, при которых такая система может быть расщеплена (т. е. каждая компонента выхода системы может зависеть только от соответствующей компоненты входа) Причем это может быть достигнуто при использовании только обратной связи по состоянию.

Определение понятия расщепления и основной результат, формулирующий условия для этого, получены Нирмейером и Шафтом [10]. Нелинейная ДС (8) считается расщепленной по входу и выходу, если выход $y_i$ (для каждого $i=1, 2, \ldots, m$) инвариантен относительно входов $u_j$, $j\neq i$ и не инвариантен относительно входа $u_i$. Основной результат [10] состоит в том, что ДС типа (8) может быть расщеплена с использованием обратной связи по состоянию при условии, если (и только тогда, если) матрица $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ не сингулярная, т. е. имеет полный ранг ($\mathrm{Det}\,\mathbf{A}(\mathbf{x})\neq 0$) при всех $\mathbf{x}\in\mathbf{M}$:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x})=\begin{bmatrix} L_{g_1}L_f^{\rho_1}h_1(\mathbf{x}).....L_{g_m}L_f^{\rho_1}h_1(\mathbf{x})\\ \dots\dots\dots\dots\dots\\ L_{g_1}L_f^{\rho_m}h_m(\mathbf{x}).....L_{g_m}L_f^{\rho_m}h_m(\mathbf{x})\end{bmatrix} \qquad (9)$$

где $\rho_1,\ldots, \rho_m$ являются некоторыми характеристическими числами, которые соответствуют *относительным степеням* (введенным выше при рассмотрении линейных ДС); $\mathbf{L}_f\mathbf{h}$, или $\mathbf{L}_f\mathbf{h}(\mathbf{x})$, — это производные Фреше порядка $\rho_1,\ldots, \rho_m$ относительно $\mathbf{f}$ [3].

В сформулированном утверждении (относительно условия расщепления нелинейной ДС типа (8)) матрица $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ служит обобщением матрицы $\mathbf{E}$, несингулярность которой (т. е. условие $\mathrm{Det}\,\mathbf{E}\neq 0$) требовалась для расщепления линейной ДС. Если матрица $\mathbf{A}$ не сингулярна только в точке $\mathbf{x}_0$

[3] Производная Фреше (иногда называемая также производной Ли) — это производная от вектора по векторному аргументу, имеющая смысл предела отношения $[\mathbf{h}(\mathbf{x}+k\mathbf{f})-\mathbf{h}(\mathbf{x})]/[k\,\|\mathbf{f}\|]$ при $k\to 0$.

($\mathrm{Det}\,\mathbf{A}(\mathbf{x}_0)\neq 0$), то система будет расщепляться в окрестности этой точки.

Даже когда функции $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}_i$ ($i=1, 2,\ldots, m$) и $\mathbf{h}$ в уравнениях (8) известны, определение матрицы $\mathbf{A}$ по (9) — непростая задача. В прикладных же задачах одна или несколько из этих функций бывают неизвестными, и это требует использования адаптивного подхода к управлению. Кроме того, несингулярность матрицы $\mathbf{A}$ в таких случаях приходится просто предполагать.

### 3. АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДЛЯ ДС ЛИНЕЙНОГО ТИПА[4)]

Когда матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ в уравнениях (1) неизвестны, решение описанной выше задачи управления основывается на процедурах адаптации [5, 11, 12].

Уравнение (7) является представлением поведения вход—выход линейной системы. Для использования такой модели ДС нужно знать относительные степени различных выходов и, конечно, должен быть известен порядок $n$ системы. Поскольку матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ (или эквивалентные матрицы $\mathbf{A}_i$, $\mathbf{B}_i$ в (7)) неизвестны, то для их определения используются процедуры идентификации. Для этого служит модель, описываемая выражением

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_1(k+d_1) \\ \hat{\mathbf{y}}_2(k+d_2) \\ \ldots\ldots\ldots \\ \hat{\mathbf{y}}_m(k+d_m) \end{bmatrix} = \\ = \sum_{i=0}^{n-1}\hat{\mathbf{A}}_i\mathbf{y}(k-i) + \sum_{j=0}^{n-1}\hat{\mathbf{B}}_j\mathbf{u}(k-j), \quad (10)$$

где ^ означает оценку соответствующей величины.

В непрямом адаптивном управлении параметры $\hat{\mathbf{A}}_i, \hat{\mathbf{B}}_i$ обновляются на каждом временно́м шаге на основе ошибки предсказания $\mathbf{y}(k)-\hat{\mathbf{y}}(k)$. В то же время $\mathbf{u}(k)$ вычисляется с использованием величин $\hat{\mathbf{A}}_i, \hat{\mathbf{B}}_i$ и опорного вектор-сигнала входа $\mathbf{r}(k)$:

$$\mathbf{u}(k) = \hat{\mathbf{B}}_0^{-1}\times \\ \times\left[\mathbf{r}(k) - \sum_{i=0}^{n-1}\hat{\mathbf{A}}_i(k)\mathbf{y}(k-i) + \sum_{j=0}^{n-1}\hat{\mathbf{B}}_j(k)\mathbf{u}(k-j)\right]. \quad (11)$$

Следует отметить, что для существования обратной связи $\mathbf{u}(k)$ адаптивного управления требуется, чтобы передаточная функция системы была минимально фазовой, т. е. нули оператора $\mathbf{C}(z\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$ должны принадлежать единичному кругу. Поскольку $\mathbf{C}$, $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ неизвестны, то это является предположением, которое обычно используется, прежде чем применяется адаптивное управление ДС. Кроме этого, полагается, что оценка $\hat{\mathbf{B}}_0(k)$ ограничена тем условием, что $\hat{\mathbf{B}}_0^{-1}(k)$ может быть вычислена при каждом $k$.

### 4. НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

Нейронные сети (НС) при правильной параметризации, достигаемой в процессе обучения, способны выполнять множество преобразований, в том числе аппроксимацию отображения, реализуемого нелинейной ДС. Разработан ряд структур многослойных НС (МНС) с прямым распространением сигнала (также как и структур с обратными связями) и алгоритмы обучения таких сетей [3, 6, 13, 14].

НС с $n$ слоями, вектор-сигналами входа $\mathbf{u}$ и выхода $\mathbf{y}$ может быть описана уравнением

$$\mathbf{W}_n\boldsymbol{\Gamma}[\mathbf{W}_{n-1}\ldots\boldsymbol{\Gamma}[\mathbf{W}_1\mathbf{u}+\mathbf{b}_1]+\ldots.+\mathbf{b}_{n-1}]+\mathbf{b}_n=\mathbf{y},$$

где $\mathbf{W}_i$ — матрица синаптических весов (СВ), связанная со слоем $i$ в НС ($i = 1, \ldots, n$); векторы $\mathbf{b}_i$ представляют величину порогов для каждого узла в слое $i$; $\boldsymbol{\Gamma}[.]$ — нелинейный (векторный) оператор с развернутым представлением $\boldsymbol{\Gamma}[\mathbf{x}] = [\gamma(x_1), \gamma(x_2), \ldots, \gamma(x_n)]^{\mathrm{T}}$, где $\gamma(x)$ — нелинейная функция со значениями в интервале $[-1, +1]$ обычно имеет форму $\gamma(x)=[1-\exp(-x)]/[1-\exp(+x)]$.

Элементы матриц $\mathbf{W}_i$ ($i = 1, \ldots, n$), так же как и векторы $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \ldots, \mathbf{b}_n$, являются настраиваемыми параметрами сети — ее СВ. НС с $n$ слоями, $i_0$ входами и $i_j$ узлами в слое $j$ удобно в краткой форме обозначать $\text{НС}^n_{i_0 i_1 \ldots i_n}$.

Свойство НС аппроксимировать с высокой точностью любые отображения[5)] позволяет определять значения меняющегося со временем градиента качества функционирования объекта (по па-

4) Рассмотрение линейной ДС (как и ранее) предваряет анализ нелинейных систем, поскольку сравнительная простота методов линейных ДС имеет двойственный аналог в области нелинейных систем, включая процедуры адаптивного управления и необходимые для анализа допущения.

5) Подобно тригонометрическим полиномам или ортогональным функциям многослойные НС способны реализовать множество отображений и, согласно результатам Кайбенко [1] и Хаботаши [2], даже при одном слое могут с высокой точностью аппроксимировать любую непрерывную функцию. Кроме того, Хорником, Стинчкомбом и Уайтом [15] показано, что с помощью МНС могут быть аппроксимированы как сама функция, так и несколько ее производных, причем с желаемой точностью.

раметрам НС) и является особенно полезным в задачах адаптивного управления, т. е. в условиях, когда не полностью известна модель динамики параметров состояния объекта. В этом случае НС используется в качестве управляющего устройства (контроллера).

За показатель качества часто принимается среднеквадратичное расхождение "траектории" объекта (по вектор-сигналу выхода) с желаемой формой его функционирования, т. е. с предпочтительной или оптимальной траекторией выхода объекта[6]. Динамический градиент при этом вычисляется с использованием нейросетевой модели объекта.

## 5. АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДС ДИСКРЕТНОГО ВРЕМЕНИ СО МНОГИМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

Как отмечалось выше, перед рассмотрением реализации идентификаторов и контроллеров нелинейных ДС нужно установить условия возможности ("условия существования") решения таких задач управления. Это позволит перейти к нейросетевым алгоритмам задач управления [4, 7].

Нелинейная ДС дискретного времени определяется уравнениями состояния

$$\begin{cases} \underset{[n]}{\mathbf{x}}(k+1) = \underset{[n]}{\boldsymbol{f}}[\mathbf{x}(k), \underset{[m]}{\mathbf{u}}(k)], \\ \underset{[m]}{\mathbf{y}}(k) = \underset{[m]}{\mathbf{h}}[\mathbf{x}(k)], \end{cases} \tag{12}$$

(подстрочно мелким шрифтом в квадратных скобках указаны размерности векторов).

Если считать заданным опорный (целевой, или "отслеживаемый") сигнал $\mathbf{r}(k)$ для выхода ДС (т. е желаемое изменение выхода $\mathbf{y}(k)$ как результат управления системой): $\mathbf{r}(k) = [r_1(k), r_2(k),\ldots, r_m(k)]^{\mathrm{T}}$ и нужно определить управление так, чтобы $y_i(k)$ (для всех $i$) следовало за $r_i(k)$, то в зависимости от вида доступной информации можно рассматривать три случая.

1. Модель системы (12), т. е. функции $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{h}$ вполне известны и вектор $\mathbf{x}(k)$ параметров состояния доступен.
2. Вектор $\mathbf{x}(k)$ параметров состояния доступен, но функции $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{h}$ неизвестны.
3. Функции $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{h}$ неизвестны, и управление должно определяться только на основе информации о входе и выходе.

[6] При рассмотрении адаптивных методов анализируемую систему (объект) часто называют просто заводом, имея в виду приложения, связанные (как правило) с управлением некоторым промышленным объектом или его технической подсистемой.

Первый случай относится к задаче нелинейного управления. Вторые два случая — к задаче адаптивного управления.

Свойства нелинейной ДС связаны со свойствами ее линеаризованной формы, которая обычно представляется в точке равновесия. Для компактности преобразований за такую точку принимается $\mathbf{x} = 0$, $\mathbf{u} = 0$, и тогда линеаризованная форма ДС (12) принимает вид

$$\begin{cases} \delta\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\cdot\delta\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\cdot\delta\mathbf{u}(k), \\ \delta\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\cdot\delta\mathbf{x}(k), \end{cases} \tag{13}$$

где $\mathbf{A} = \boldsymbol{f}_{\mathbf{x}}(\mathbf{x},\ \mathbf{u})|_{\mathbf{x}=0;\mathbf{u}=0}$; $\mathbf{B} = \boldsymbol{f}_{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\ \mathbf{u})|_{\mathbf{x}=0;\mathbf{u}=0}$ ; $\mathbf{C} = \boldsymbol{h}_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=0}$ — постоянные якобианы[7], оцененные в точке $\mathbf{x}=0$, $\mathbf{u}=0$.

*Управляемость* нелинейной системы (возможность перевести ее из любого начального состояния в желаемое конечное состояние $\mathbf{x}_T$ за $n_T$ шагов) определяется последним из группы соотношений (14), которые получаются итеративным использованием уравнения динамики в (12):

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}(k+1) = \boldsymbol{f}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)] \overset{\Delta}{=} \boldsymbol{\Gamma}_0[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)], \\ &\mathbf{x}(k+2) = \\ &= \boldsymbol{f}[\,\boldsymbol{f}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)], \mathbf{u}(k+1)\,] \overset{\Delta}{=} \\ &\overset{\Delta}{=} \boldsymbol{\Gamma}_1[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k+1)], \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\mathbf{x}(k+p) \overset{\Delta}{=} \\ &\overset{\Delta}{=} \boldsymbol{\Gamma}_{p-1}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k+1), \ldots, \mathbf{u}(k+p+1)]. \end{aligned} \tag{14}$$

Условием управляемости нелинейной ДС (в некоторой окрестности $\Omega_{\text{упр.}}$ точки равновесия) служит наличие свойства управляемости у линеаризованной формы этой системы, т. е. у линейной системы (13). Но ДС (13) управляема в том случае, если матрица $[\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B},\ldots\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$ имеет полный ранг $n$ (ее определитель $\neq 0$) [16].

*Наблюдаемость* нелинейной системы (возможность определить ее состояние $\mathbf{x}(k)$, исходя из конечного набора измерений вход—выход) определяется последним из группы соотношений (15),

[7] Якобиан является производной вектор-функции по векторному аргументу и выражается матрицей. Например, $ij$-ый элемент матрицы $\mathbf{A}$ равен:

$$a_{ij} = (\partial f_i(\mathbf{x},\mathbf{u})/\partial x_j)|_{\mathbf{x}=0;\mathbf{u}=0,}$$

и аналогично определяются элементы $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$. При описании многопараметрических ДС якобиан служит матричным аналогом обычной производной, которая достаточна только для скалярного случая.

которые получаются итеративным использованием уравнения наблюдения в (12) и правилом о неявной функции

$$\begin{aligned}
&\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(k)] \overset{\Delta}{=} \psi_0[\mathbf{x}(k)],\\
&\mathbf{y}(k+1) =\\
&= \mathbf{h}[f[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)]] \overset{\Delta}{=} \psi_1[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)],\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\mathbf{y}(k+p) \overset{\Delta}{=}\\
&\overset{\Delta}{=} \psi_p[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k+1), \ldots, \mathbf{u}(k+p-1)].
\end{aligned} \tag{15}$$

Так что наблюдаемость нелинейной ДС (в некоторой окрестности $\Omega_{\text{набл.}}$ точки равновесия) определяется наличием свойства локальной наблюдаемости у линеаризованной формы этой системы и выражается возможностью выразить состояние $\mathbf{x}(k)$ в виде функции от наблюдений и управлений (входа и выхода) $\mathbf{y}(k)$, $\mathbf{y}(k+1), \ldots$, $\mathbf{y}(k+\mathrm{p})$, $\mathbf{u}(k)$, $\mathbf{u}(k+1), \ldots$, $\mathbf{u}(k+p-1)$.

Понятие ***о**тносительной **с**тепени* (ОС) нелинейной ДС используется аналогично способу, рассмотренному выше для линейной ДС. У нелинейной системы ОС также является локальной характеристикой и получается на основе ее линеаризованной формы, причем общая ОС определяется с помощью частных ОС (например, ОС $d_{pq}$ выхода $y_p(k)$ относительно входа $u_q(k)$). Частная ОС $d_{pq}$ равна $\varepsilon$ в том случае, если входная последовательность $\{u_q(k)\}=\{1, 0, 0, \ldots\}$ влияет на выход $y_p$ только в момент $k+\varepsilon$ (и не ранее этого).

Метод получения ОС удобно описывать на ДС с одним входом и одним выходом (ДС_ОВОВ). В этом случае $\mathbf{u}(k)$ и $\mathbf{y}(k)$ — скаляры, и из (15) видно, что если в окрестности точки равновесия $x=0$, $u=0$ выполняется условие $\partial\psi_i / \partial u(k) \equiv 0$ для всех $i \le j-1$, то $\psi_j$ зависит только от $x(k)$ и $u(k)$, но не от $u(k+1)$, $u(k+2)$, …. При этом если $\partial\psi_i / \partial u(k) \equiv 0$ для всех $i \le d-1$ и $\partial\psi_d / \partial u(k) \neq 0$, то считается, что ДС имеет относительную степень $d$. Таким образом, когда определенные в (15) функции $\psi_1, \ldots, \psi_{d-1}$ не зависят от $u(k)$, а $\psi_d$ зависит только от $x(k)$ и $u(k)$, то относительная степень ДС_ОВОВ представляет наименьший интервал $d$, после которого воздействие входа дает первую реакцию на выход ДС.

Сходным образом определяется *векторная относительная степень* $\mathbf{d}$ многомерной ДС:

$$\mathbf{d} = [d_1, d_2, \ldots, d_m]^{\mathrm{T}}, \tag{16}$$

где $d_i$ — ОС по выходу $i$ относительно всех входов (т. е. максимальная по всем входам величина ОС выхода $i$). Показано, что если векторная относителная степень (ВОС) $\mathbf{d}$ для нелинейной ДС (НДС) существует, то она совпадает с ВОС линеаризованной формы этой системы. Так что в этом случае уравнения наблюдения НДС из (15) могут быть итеративно выражены с помощью соотношений

$$\begin{aligned}
&y_1(k+d_1) = \psi_1[x(k), u(k)],\\
&y_2(k+d_2) = \psi_2[x(k), u(k)],\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&y_m(k+d_m) = \psi_m[x(k), u(k)].
\end{aligned} \tag{17}$$

Для последующего анализа метода применения нейросетевых алгоритмов применительно к построению идентификаторов и контроллеров для НДС с целью выявления реальной модели системы и определения такого вида управления, которое определит желаемый вид функционирования объекта, целесообразно представление НДС в форме вход—выход.

## 6. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДС В ФОРМЕ ВХОД—ВЫХОД

Состояние НДС, описываемой (12), согласно (14), может быть выражено соотношением

$$\mathbf{x}(k+v) = \eta\left(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k) \ldots \mathbf{u}(k+v-1)\right), \tag{18}$$

где $v$ — относительная степень системы.

Комбинация уравнений (18), (16) и (12) после некоторых преобразований дает выражение выхода ДС в момент времени $(k+v)$ в форме соотношения (19), которое эквивалентно (20):

$$\begin{aligned}
&\mathbf{y}(k+v) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(k+v)] =\\
&= \mathbf{h}\{\eta[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \ldots, \mathbf{u}(k+v-1)]\} =\\
&= \mathbf{F}[\mathbf{y}(k+v-1), \mathbf{y}(k+v-2), \ldots\\
&\ldots, \mathbf{y}(k), \mathbf{u}(k+v-1), \mathbf{u}(k+v-2), \ldots, \mathbf{u}(k)],
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{y}(k+1) =\\
&= \mathbf{F}[\mathbf{y}(k), \mathbf{y}(k-1), \ldots\\
&\ldots, \mathbf{y}(k-v+1), \mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k-1), \ldots, \mathbf{u}(k-v+1)].
\end{aligned} \tag{20}$$

Уравнение (20) — это наиболее общее представление НДС с использованием данных вход—выход. В этом представлении ОС не отражена явным образом, поэтому для идентификации и управления с использованием НС более удобной оказывается другая разновидность представления. Используя $v=n-1$ в (18), можно показать справедливость соотношения

$$\mathbf{x}(k)=\eta\big(\mathbf{y}(k),\mathbf{y}(k-1),\ldots$$
$$\ldots,\mathbf{y}(k-\nu+1),\mathbf{u}(k-1),\ldots,\mathbf{u}(k-\nu+1)\big). \quad (21)$$

После этого подстановка (21) в уравнения (17) позволяет получить представление НДС с явным отражением вектора относительных степеней $\mathbf{d}=[d_1, d_2,\ldots, d_m]^{\mathrm{T}}$ :

$$\begin{aligned}
y_1(k+d_1)&=f_1[\mathbf{y}(k),\mathbf{y}(k-1),\ldots,\mathbf{y}(k-\nu+1),\mathbf{u}(k),\mathbf{u}(k-1),\ldots,\mathbf{u}(k-\nu+1)],\\
y_2(k+d_2)&=f_2[\mathbf{y}(k),\mathbf{y}(k-1),\ldots,\mathbf{y}(k-\nu+1),\mathbf{u}(k),\mathbf{u}(k-1),\ldots,\mathbf{u}(k-\nu+1)],\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
y_m(k+d_m)&=f_m[\mathbf{y}(k),\mathbf{y}(k-1),\ldots,\mathbf{y}(k-\nu+1),\mathbf{u}(k),\mathbf{u}(k-1),\ldots,\mathbf{u}(k-\nu+1)].
\end{aligned} \quad (22)$$

В представлении (22) входы (управления) и выходы в моменты $(k-\nu+1),\ldots,k$ определяют величины $y_1, y_2,\ldots,y_m$ в моменты $k+d_1, k+d2,\ldots, k+d_m$ соответственно. Как будет позднее видно, это представление может служить хорошей основой для идентификации нелинейной ДС с использованием нейронной сети.

## 7. СТРУКТУРА КОНТРОЛЛЕРА

В начале раздела 5 были выделены три случая, определяемые объемом доступной информации: в первых двух предполагается, что вектор состояния $\mathbf{x}(.)$ может быть доступен (измерен); в третьем варианте (который непосредственно относится к адаптивному управлению) доступна только информация о входе и выходе.

Чтобы рассматривать структуру контроллера, который может быть использован в двух случаях при возможности расщепления НДС, следует предполагать, что известны представления системы в виде уравнения (12), в виде его линеаризованной формы (13) (с матрицами **C**, **A**, **B**) и соотношения (22). Тогда при доступности (измеримости) вектора состояния системы, условие возможности расщепления НДС формулируется следующим образом [7, 17].

В некоторой окрестности точки равновесия ДС существует нелинейная функция **G**, которая при $\mathbf{u}(k)=\mathbf{G}[\mathbf{x}(k), \mathbf{r}(k)]$ дает в результате расщепленную систему от $\mathbf{r}(k)$ к $\mathbf{y}(k)$ при условии, что матрица $\mathbf{E}=[\mathrm{E}_1, \mathrm{E}_2, \ldots, \mathrm{E}_m]^{\mathrm{T}}$ не сингулярна:

$$\mathbf{E}_i=\mathbf{C}_i\mathbf{A}^{d_i-1}\mathbf{B}\ ,$$

где $\mathbf{C}_i$ — строка $i$ матрицы **C**, $d_i$ — относительная степень выхода $i$.

Для получения сформулированного условия достаточно использовать (17) в векторной форме, обозначив $\boldsymbol{\psi}=[\psi_1, \ldots, \psi_m]^{\mathrm{T}}$. Тогда условие несингулярности матрицы **E** линеаризованной системы (Det $\mathbf{E}\neq 0$) ведет к несингулярности мартицы якобиана $\{(\partial\boldsymbol{\psi}/[\partial\mathbf{u}(k)]\}|_{\mathbf{x}=0;\mathbf{u}=0}$, и, следовательно, (по теореме о неявной функции) может быть определен контроллер $\mathbf{u}(k)$:

$$\mathbf{u}(k)=\mathbf{G}[\mathbf{x}(k), \mathbf{r}(k)], \quad (23)$$

такой что в окрестности начала левая часть уравнения (17) будет равна $\mathbf{r}(k)$, а это, в свою очередь, требует, чтобы выходы ДС были расщепляемыми относительно $\mathbf{r}(k)$.

В условиях, когда доступными у НДС являются только вход и выход, подстановка $\mathbf{x}(k)$ из (21) в (23) показывает, что возможен вход управления в виде (24), которое расщепляет систему:

$$\mathbf{u}(k)=\psi_{\mathrm{c}}[\mathbf{y}(k), \mathbf{y}(k-1),\ldots$$
$$\ldots, \mathbf{y}(k-\nu+1), \mathbf{u}(k-1),\ldots, \mathbf{u}(k-\nu+1), \mathbf{r}(k)]. \quad (24)$$

## 8. БОЛЕЕ ПРОСТЫЕ МОДЕЛИ ИДЕНТИФИКАЦИИ И ПРИБЛИЖЕННАЯ ФУНКЦИЯ ВХОД—УПРАВЛЕНИЕ

Как показано выше, в случае, когда известными являются только вход и выход НДС, вход—управление определяется соотношением (24). Использование этого важного результата практически бывает трудной задачей. Однако в ряде случаев НДС (например, такой системы-объекта, как завод) может с достаточной точностью аппроксимироваться более простой моделью. В одной из таких моделей управляющий вход $\mathbf{u}(k)$ в момент $k$ (который нужно определить) появляется линейно. Это позволяет вычислить его непосредственно из модели идентификации, описывающей поведение ДС (в этот момент) относительно соотношения вход—выход. При этом подстройки параметров управления online не требуется.

Группа моделей для НДС (условно ее можно назвать классом) описывается уравнениями вход—выход, которые явным образом отражают ОС, т. е. задержки $d_i$ управления системы для отдельных компонент выхода:

$$\mathbf{y}_i(k+d_i) = \\ = f_i[\mathbf{y}(k),..,\mathbf{y}(k+v-1),\mathbf{u}(k-1),..,\mathbf{u}(k-v+1)] + \\ + \sum_{j=1}^{m} g_{ij}[\mathbf{y}(k),..,\mathbf{y}(k+v-1),\mathbf{u}(k-1),..,\mathbf{u}(k-v+1)]\cdot \mathbf{u}_j(k), \quad (25)$$

где $\mathbf{y}(k)$, $\mathbf{u}(k)$ — $m$-векторы; $f_i$ и $g_{ij}$ — функции от $(2v-1)m$ параметров (с учетом числа векторных аргументов и их размерности).

Принимая, что такая модель аппроксимации адекватна специфике анализируемой прикладной задачи, из уравнения (25) может быть определен управляющий вход $\mathbf{u}(k)$:

$$\mathbf{u}(k) = \\ = \begin{bmatrix} g_{11}(.)\dots g_{1m}(.) \\ \dots\dots\dots\dots \\ g_{m1}(.)\dots g_{mm}(.) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} y_1(k+d_1) - f_1[.] \\ \dots\dots\dots\dots \\ y_m(k+d_m) - f_m[.] \end{bmatrix}, \qquad (26)$$

где аргументы у функций $f_i$ и $g_{ij}$ (обозначенные точкой) в точности те же, что аргументы, приведенные в соотношении (25).

## 9. МИНИМАЛЬНО-ФАЗОВАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Выражения (24) и (25) показывают соотношение между входом (управлением) $\mathbf{u}(k)$ в момент $k$ (с одной стороны) и его прошлыми значениями ($\mathbf{u}(k),\dots, \mathbf{u}(k-v+1)$), выходом и прошлыми значениями ($\mathbf{y}(k),\dots, \mathbf{y}(k-v+1)$) и желаемым выходом ДС $\mathbf{r}(k)$.

Вопрос о том, достигается ли решение этой задачи конечной величиной управления, рассматривался главным образом для линейных (и инвариантных к сдвигу времени) ДС и для НДС с непрерывным временем [18]. Найдено, что условием для этого является минимально-фазовость системы. Более общую постановку аналогичного вопроса для нелинейной ДС с дискретным временем можно также назвать свойством минимально-фазовости, хотя решение этой задачи существенно обобщает результаты, полученные в [18].

Если в (24) и (26) принять нулями величины $\mathbf{y}(k),\dots, \mathbf{y}(k-v+1)$ и $\mathbf{r}(k)$, то получится разностное уравнение относительно $\mathbf{u}(k)$, которое можно считать устойчивым. Альтернативно, можно рассматривать представление объекта (НДС) в форме (22), и если в нем $\mathbf{y}_i(k+d_i)$, $\mathbf{y}(k),\dots, \mathbf{y}(k-v+1)$ считать нулями, то получится неявное разностное уравнение относительно $\mathbf{u}(k)$, и тогда приведенное выше условие эквивалентно условию устойчивости этого уравнения. Целесообразно принять, что $\mathbf{u}(k)$ будет ограниченным, если ограничены $\mathbf{y}(k),\dots, \mathbf{y}(k-v+1)$ и $\mathbf{r}(k)$, и это положение является аналогом обычного предположения, используемого в задачах адаптивного управления линейной ДС, о том, что нули передаточной функции анализируемого объекта управления лежат в левой полуплоскости [8]. Минимально-фазовость — это свойство характеристики вход—выход анализируемого объекта и для НДС дискретного времени (ввиду их многообразия) пока является областью исследований.

Таким образом, при обсуждении задач НДС относительно объекта адаптивного управления (например, производственной системы, завода) обычно принимаются предположения, которые делают анализируемую задачу достаточно хорошо определенной [9].

- Относительно анализируемой нелинейной ДС известны ее порядок $n$ и показатель наблюдаемости $v$ ($v \le n$). Когда $v$ неизвестно, в качестве его значения может приниматься величина $n$.
- Известна относительная степень $d_i$ каждого выхода системы $y_i$.
- Система обладает свойством управляемости, наблюдаемости и может быть расщепленной с использование обратной связи по состоянию.
- Объект (НДС) удовлетворяет условию минимально-фазовости (по критерию расположения корней передаточной функции системы в левой полуплоскости).

При соблюдении этих (в общем не жестких) условий для адаптивного управления НДС вблизи точки равновесия могут использоваться НС и нейросетевые алгоритмы (реализующие их настройку). В рассматриваемой области приложения такие НС часто называют контроллерами, а элементы структуры на НС, обеспечивающие возможность идентификации модели объекта, сокращенно называют идентификатором.

## 10. ИДЕНТИФИКАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТОМ НА ОСНОВЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

С учетом сделанных выше предположений о свойствах ДС задача адаптивного управления имеет устойчивое решение. Поэтому можно проанализировать общую структуру, объединяющую объект и нейронные сети. Такая структура служит средством реализации идентификатора и контроллера для получения адекватной модели динамического объекта и подсистемы его адаптивного управления.

---

[8] Нули передаточной функции могут быть комплексными, и тогда условием служит их расположение внутри левой части плоскости комплексного переменного.

[9] Т.е. не относящейся к классу некорректно поставленных задач, которые неустойчивы относительно малых изменений начальных данных и которые для решения требуют специальных методов регуляризации (по А.Н. Тихонову) [19].

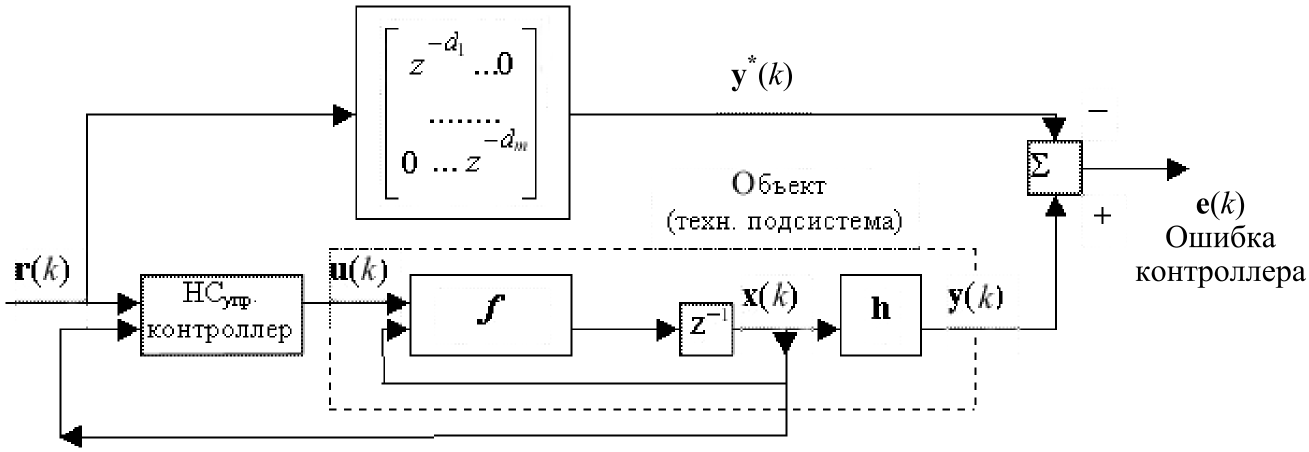


**Рис. 1.** Использование котроллера на нейронной сети для управления объектом типа НДС при "расщеплении" его уравнений динамики за счет обратной связи по состоянию

НС как идентификатор путем настройки ее параметров в супервизорном ("с учителем") режиме [3, 6, 13] на основе соотношений (12) и (22) может обучаться фактической модели динамического объекта, после чего контроллер на НС может управлять НДС на основе отображений (23) и (24). Удобно рассматривать нейросетевые подсистемы такого назначения поэтапно [5, 7, 17, 20].

### Задача адаптивного управления при доступных переменных состояния ДС и известных уравнениях динамики

Если уравнения динамики объекта известны, то могут быть установлены условия существования контроллера и при их выполнении реализован на основе НС сам контроллер в форме $\mathbf{u}(k)=\mathbf{G}[\mathbf{x}(k),\mathbf{r}(k)]$ (рис. 1). Вход НС — это $n$ переменных состояния $\mathbf{x}(k)$ объекта и $m$ опорных входов $\mathbf{r}(k)$ (где $r_i(k)$ — это желаемый выход $y_i{}^*(k+d_i)$ ). Выход НС служит входом управления объектом. Для большинства приложений для контроллера адекватной является 3-слойная НС (с двумя скрытыми слоями) [7]. Параметры контроллера могут быть подстроены в реальном времени с использованием динамического алгоритма обратного распространения [6, 14, 17].

Для определения градиента от критерия функционирования (от функции ошибок) по параметрам $\boldsymbol{\theta}$ НС нужны линеаризованные уравнения объекта. Такие уравнения могут быть определены из (12). Однако более простым способом (с вычислительной точки зрения) является аппроксимация системы (12) моделью идентификации с использованием двух НС: НС (модели динамики) объекта (НС$_{\text{об}}$.) и НС системы наблюдения (измерительной системы, НС$_{\text{набл.}}$). Таким образом, аппроксимирующая модель адаптивного управления для объекта класса НДС, построенная по схеме, включающей две НС, будет иметь вид

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \text{НС}_{\text{об.}}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)], \\ \hat{\mathbf{y}}(k) = \text{НС}_{\text{набл.}}[\mathbf{x}(k)]. \end{cases} \qquad (27)$$

Если уравнения, описывающие объект, приняты известными, то две НС (НС$_{\text{об.}}$ и НС$_{\text{набл.}}$) могу обучаться в свободном режиме (off-line) так, чтобы они аппроксимировали функции $f$ и $h$. Такая возможность очень существенна для построения контроллера.

Обучение сетей НС$_{\text{об}}$. и НС$_{\text{набл.}}$ выполняется с использованием случайных значений для входов $\mathbf{x}(k)$ и $\mathbf{u}(k)$, которые должны быть в требуемом диапазоне функционирования объекта. После того как определены НС$_{\text{об.}}$ и НС$_{\text{набл.}}$, т. е. путем обучения найдены их параметры (СВ), осуществляется переход к определению (обучению) контроллера. Контроллер НС$_{\text{упр.}}$. может быть обучен либо в свободом режиме (off-line), либо в реальном времени (on-line). Критерием обучения является минимизация ошибки — разности между выходами ДС и нерасщепленной опорной моделью (см. следующий раздел).

### Задача, когда доступны состояния объекта (НДС), но неизвестны уравнения его динамики

Процедура, принятая выше для определения контроллера, в рассматриваемом здесь случае (когда неизвестны $f$ и $h$) отличается не слишком значительно, но обучение НС$_{об.}$ и НС$_{набл.}$ в модели идентификации должно выполняться с использованием *действительных* данных вход—выход, а не случайных значений $\mathbf{x}(k)$ и $\mathbf{u}(k)$, как это было возможно в предыдущем случае. Следовательно, здесь НС$_{об.}$ и НС$_{набл.}$ аппроксимируют $f$ и $h$ в более ограниченной области пространства состояния.

После того как сети НС$_{об.}$ и НС$_{набл.}$ обучены (так что модель (27) достаточно точно аппроксимирует систему (12)), контроллер может обучаться в свободном режиме (off-line) или в реальном времени (on-line), а также может использовать комбинированную процедуру, которая описана ниже.

### Более детальное описание процедуры построения идентификатора и контроллера при управлении объектом на основе нейросетевых алгоритмов

Наиболее общий и часто встречающийся в практических приложениях случай — это неизвестные или не полностью известные $f$ и $h$. Такой случай соответствует задаче адаптивного управления. При этом для определения нелинейного расщепленного контроллера используется процедура, включающая три этапа.

1. ***Идентификация.*** Как показано выше, при неизвестных функциях $f$ и $h$, определяющих динамику объекта и его измерительную систему, требуется использовать только данные вход—выход. Для построения нейросетевой модели идентификации объекта достаточно использовать случайные значения входа (в подходящем диапазоне, свойственном анализируемому объекту). Подстройка параметров (синаптических весов) у НС$_{об.}$ и НС$_{набл.}$ осуществляется по критерию минимизации ошибки идентификации с использованием значений входа и действительно получаемого при этом выхода ДС. Тот факт, что состояние выхода объекта может быть измерено, позволяет при обучении применять статический алгоритм обратного распространения [3, 14]. Полученная так НС$_{об.}$ дает удовлетворительные параметры идентификатора, однако она не является адекватной для осуществления достаточно точного управления on-line.

2. ***Определение контроллера off-line.*** Для подстройки параметров НС контроллера on-line требуется, чтобы их начальные значения были устойчивы. Такие значения определяются off-line с использованием модели идентификации на первом этапе. У многопараметрической НДС важную роль играет задержка вход—выход. Поэтому обучение off-line контроллера выполняется по схеме без обратной связи, которая для ДС с максимальной задержкой $d_M = \max_i\{d_i\}$ показана на рис. 2.

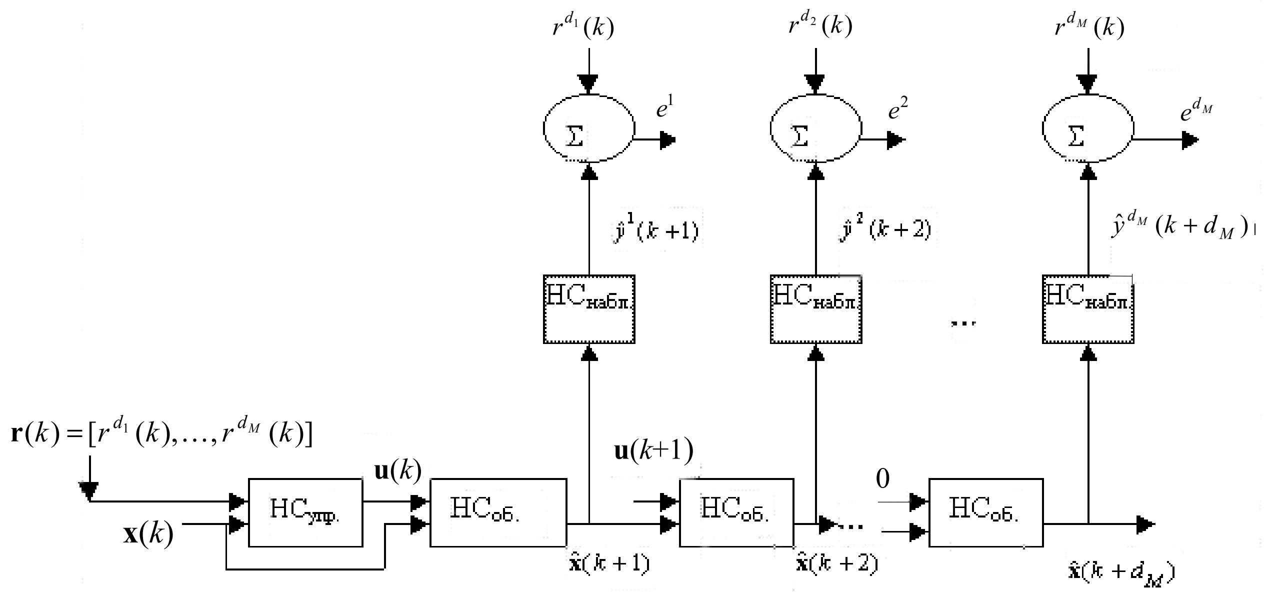


**Рис. 2.** Структура контроллера ДС с расщеплением и обучением в свободном режиме (off-line). $\hat{y}^i$ — выход модели ДС в форме нейросетевой структуры; $d_M$ — максимальная величина задержки; $r^i(k)$ — желаемая величина выхода ДС $\hat{y}^i(k+i)$

Состояние $\mathbf{x}(k)$ и желаемый сигнал $\mathbf{r}(k)$ выбираются случайно (поскольку параметры определяются в режиме off-line), и параметры контроллера обучаются для известных $НС_{об.}$ и $НС_{набл.}$, так что минимизируется ошибка $\sum_{i=1}^{m} \| r_i(k) - y_i(k+d_i) \|^2$, где $r_i(k) = \overset{*}{y_i}(k+d_i)$ — желаемый выход ДС. Как видно из рис. 2, НС включены только каскадно, поэтому вычисление градиента функции ошибок (по параметрам контроллера, т. е. по синаптическим весам сети $НС_{упр.}$) выполняется непосредственно. Кроме того, поскольку для всей системы в целом у описанной структуры использовано незамкнутое представление (без обратной связи), то для обучения необходим только статический алгоритм обратного распространения ошибки (алгоритм ОРО [6, 14]).

3. ***Определение контроллера и идентификатора в режиме реального времени.*** Назначение описанных выше первых двух этапов состоит в том, чтобы обеспечить разумные начальные условия для параметров нейросетевого контроллера и идентификатора. На третьем этапе используются начальные структуры как контролера, так и идентификатора (полученные на двух предыдущих этапах) для начала управления в режиме реального времени (on-line). Структура адаптивной системы в целом показана на рис. 3. Она применяется для подстройки параметров НС в реальном времени с использованием динамической формы алгоритма ОРО.

В некоторых работах отмечаются практические трудности при выполнении третьего этапа построения адаптивной системы управления, которые возникают в процессе подстройки параметров нейросетевых элементов модели в реальном масштабе времени [17]. В частности, встречаются случаи, когда режим on-line указывает на ложную неустойчивость ДС, особенно часто это происходит, когда используется не очень малая величина параметра скорости обучения или метод с недостаточно высокой точностью вычисления динамического градиента функции ошибок. Для моделирования отдельных видов объектов типа НДС возможно применение НС с радиальными базисными функциями (НС-РБФ) [21], у которых параметры настройки появляются линейно, что снимает артефакты неустойчивости ДС при настройке адаптивной системы управления в реальном времени.

## Управление, использующее данные о сигналах входа—выхода нелинейной ДС (объекта) при неизвестном описании ее динамики

Решение задачи определения контроллера с использованием данных по входу—выходу следует описанной выше схеме для случая, когда доступны переменные состояния объекта.

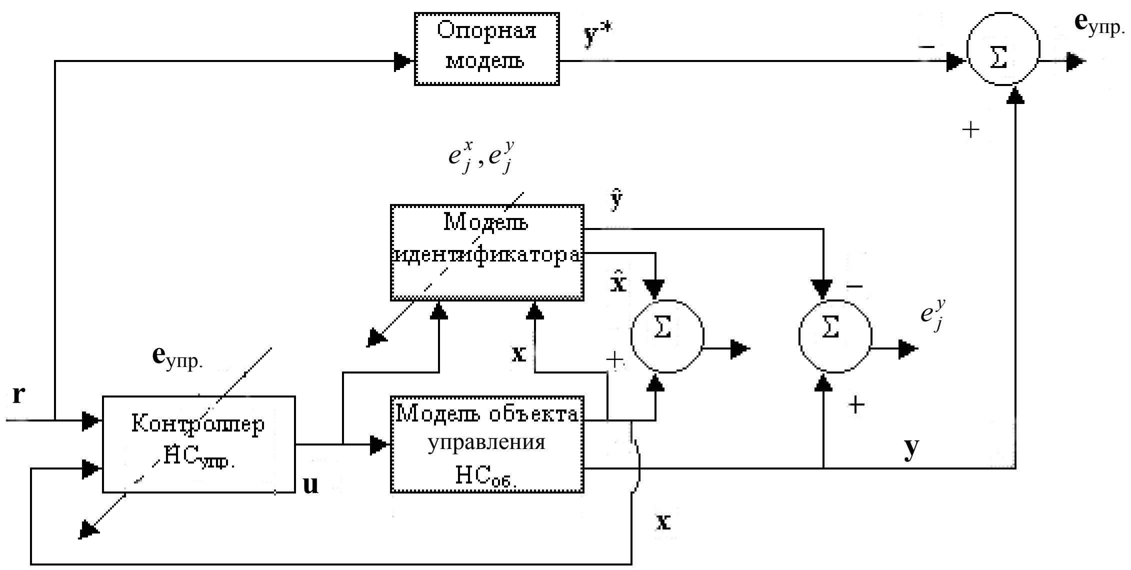


**Рис. 3.** Структура общей адаптивной системы для управления объектом (ДС) в режиме реального времени

Здесь также используется трехэтапная процедура. Однако модель идентификации и структура контроллера отличаются. Они основаны на подходе, описанном ранее в общем разделе 5. Кроме этого, возможно определение управления объектом, использующее более простые модели вход—выход. В разделе 8 управляющий вход алгебраически вычисляется в каждый момент времени на основе модели идентификации по выражению (26). Такая модель идентификации может быть создана на основе НС, используемой для аппроксимации функций $\boldsymbol{f}=[f_1, f_{2,...}, f_m]^{\mathrm{T}}$ и $\boldsymbol{g}=\{g_{ij}\}$, входящих в уравнение (25), которые в свою очередь служат для приближенного описания динамики объекта.

Аппроксимация может быть выполнена либо с помощью отдельной НС, либо несколькими сетями. В последнем случае модель идентификации описывается уравнением

$$\hat{y}_i(k+d_i)=\mathrm{HC}_i^f\big(\mathbf{y}(k),...,\mathbf{y}(k-\nu+1),\mathbf{u}(k-1),...,\mathbf{u}(k-\nu+1)\big)+ \\ +\textstyle\sum_{j=1}^{m}\mathrm{HC}_{ij}^g\big(\mathbf{y}(k),...,\mathbf{y}(k-\nu+1),\mathbf{u}(k-1),...,\mathbf{u}(k-\nu+1)\big)\cdot u_j(k)\ ,$$

где $\mathrm{HC}_i^f$ и $\mathrm{HC}_{ij}^g$ — нейронные сети, аппроксимирующие соответственно функции $f_i$ и $g_{ij}$.

Если использовать аналогию с рассмотренными выше этапами формирования идентификатора и контроллера на НС, то эта часть процедур составляет содержание первого этапа формирования для анализируемого здесь случая. Этот этап включает и подгонку параметров (синаптических весов) НС в модели идентификации по модели с открытой петлей.

Второй этап может не выполняться в том случае, если объект управления (ДС) удовлетворяет свойству минимально-фазовости. На третьем этапе параметры НС подстраиваются по схеме с замкнутой петлей, где может использоваться статический метод обратного распространения ошибки.

Как отмечалось, в задаче адаптивного управления по входу—выходу некоторое упрощение может быть достигнуто за счет применения НС_РБФ вместо наиболее часто используемых многослойных НС. При аппроксимации $\mathrm{HC}_i^f$ и $\mathrm{HC}_{ij}^g$ функции ошибок будут линейными относительно подстраиваемых параметров модели идентификации. Однако методы НС_РБФ эффективно применимы только в случае малого значения размерности входного сигнала, что не слишком часто встречается в задачах управления сложными техническими объектами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрены прикладные элементы теории управления сложными объектами, относящимися к классу многопараметрических нелинейных динамических систем (НДС). Формирование задач управления, связанных с НДС, дано на основе аналогии с постановкой задач для линейных систем. Проанализирована задача расщепления НДС — структурного преобразования, при котором отдельные компоненты вектора сигнала управления воздействуют на определенные компоненты вектора выхода ДС. Решение этой задачи представлено с использованием нейронных сетей (НС) в модели системы управления. Для этого принято условие, что вблизи точки равновесия линеаризованная форма ДС имеет свойство управляемости, наблюдаемости и возможности быть расщепленной с помощью использования обратной связи по параметрам состояния. Следовательно, рассмотренный метод может применяться ко многим объектам типа НДС, для которых линейный контроллер работает неудовлетворительно.

Управление сложным объектом класса НДС достаточно сложно даже при известном виде описания динамики объекта, и решение этой задачи особенно трудно, когда функции динамики неизвестны. Тем не менее на основе анализа базовых элементов теории адаптивного управления с использованием принципов функционирования НС построены структуры модели управления объектом, включающие нейросетевой идентификатор ДС и нейросетевой контроллер. Показана стадия обучения НС в общей схеме адаптивного управления сложным объектом (НДС) в режиме реального времени и отмечены некоторые трудности, встречающиеся при практическом приложении рассмотренных методов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cybenko G.* Approximation by Superposition of a Sigmoidal Function // Mathematics of Control Signal and Systems. 1989. N 2. P. 303–314.
2. *Funahashi K.* On the Approximate Realization of Continuous Mapping by Neural Network // Neural Networks. 1989. N 2. P. 183–192.
3. *Hasson M.M.* Fundamentals of Artificial Neural Networks. Cambridge, MA: MIT Press, 1995. 186 p.
4. *Терехов В.А., Ефимов Д.В., Тюкин И.Ю., Антотов В.Н.* Нейросетевые системы управле-

ния. СПб.: Изд-во СПб ГУ, 1999. 148 с.

5. Intelligent Observer and Control Design for Nonlinear Systems / Ed. *Schroder D.* Berlin: Springer—Verlag, 2000. 336 p.
6. *Малыхина Г.Ф., Меркушева А.В.* Метод контроля состояния подсистемы (объекта) при неполной измерительной информации о совокупности параметров, определяющих ее динамику. I. Анализ структуры нейронной сети, приспособленной к динамическому характеру анализируемой информации // Научное приборостроение. 2004. Т. 14, № 1. С. 72–84.
7. *Narendra K.S., Parthasarathy K.* Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks // IEEE: Transactions on Neural Networks. 1990. V. 1. P. 4–27.
8. *Haykin S., Van Veen B.* Signal and Systems. NY.: Willey, 1998. 440 p.
9. *Falb P.L., Wolovich W.A.* Decoupling in the Design and Synthesis of Multivariable Control Systems // IEEE: Transactions on Automatic Control. 1976. V. 12. P. 651–659.
10. *Nijmeijer H., Schaft A.J.* Nonlinear Dynamical Control Systems. NY.: Springer—Verlag, 1990. 183 p.
11. *Уидроу Б., Стирнз С.* Адаптивная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1989. 439 с.
12. *Rosenwasser E.N., Lampe B.P., Rossenwasser E.N.* Computer Controlled Systems: Analysis and Design with Process-Oriented Models (CCES Communications & Control Engineering). UK: Springer—Verlag, 2000. 500 p.
13. *Круглов В.В. Борисов В.В.* Искусственные нейронные сети. Теория и практика. М.: Горячая линия, 2001. 381 с.
14. *Меркушева А.В.* Применение нейронной сети для текущего анализа нестационарного сигнала (речи), представленного его вейвлет-отображением. I. Основные принципы // Научное приборостроение. 2003. Т. 13, № 1. С. 64–71.
15. *Hornik K., Stinchcombe M., White H.* Multilayer Feed-Forward Networks Are Universal Approximators // Neural Networks. 1989. N 2. P. 359–366.
16. *Калман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 398 с.
17. *Narendra K.S., Parthasarathy K.* Gradient Methods for the Optimization of Dynamical Systems Containing Neural Networks // IEEE: Transactions on Neural Networks. 1991. V. 2. P. 252–262.
18. *Isidory A.* Nonlinear Control Systems. NY.: Springer—Verlag, 1985. 230 p.
19. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 243 с.
20. *Bahrami M.* Adaptive Control of Dynamic Systems by Back-Propagation Network // Neural Networks. 1994. V. 7, N 2. P. 409–419.
21. *Fung C.F.* On-line Adaptive Training Using Radial Basis Functions // Neural Networks. 1996. V. 9, N 9. P. 1597–1618.

***Санкт-Петербург***

Материал поступил в редакцию 20.07.2004.

# NEURAL NETWORK ALGORITHMS BASED METHODS FOR ADAPTIVE CONTROL OF COMPLEX OBJECTS BELONGING TO THE CLASS OF NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS

**G. F. Malychina, A. V. Merkusheva**

*Saint-Petersburg*

Applied elements of the complex object control theory are considered when the object is characterized by many state parameters, nonlinear dynamics equations for parameters and the measurement system. The presentation, identification and control of such object (as a nonlinear multi-parametric dynamic system, DS) based on the neural networks methodology are and described compared with those for linear DS. For the case of incomplete information concerning the object model, the use of an adaptive control scheme is demonstrated.