

УДК 620.178.162: 681.2

© В. Н. Шамберов

ВЛИЯНИЕ СУХОГО ТРЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИБОРОВ С АВТОМАТИЧЕСКИМ УРАВНОВЕШИВАНИЕМ

Рассматривается аналитическая задача настройки прибора на устойчивый режим при наличии сухого трения в его подвижной части.

ВВЕДЕНИЕ

Сухое трение в подвижной части прибора не только определяет его нечувствительность к измеряемой величине, но также может вызывать автоколебательный режим, что часто является недопустимым при эксплуатации прибора. Влияние сухого трения на устойчивость прибора с уравновешиванием рассмотрим на примере прибора для измерения силы [1].

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИБОРА

При построении математической модели прибора очень важно правильно учесть сухое трение в подвижной части прибора, что определяется целью исследования. Для рассматриваемого случая необходимо учитывать сухое трение при его некулоновской идеализации [2]. Структурно-функциональная схема типового прибора представлена на рис. 1.

Звено 1 преобразует разность сил $f = f_{\text{вх.}} - f_{\text{ос}}$ в перемещение x (см. рис. 1). Динамическая характеристика звена 1, преобразующего силу f в перемещение x , определяется способом крепления подвижной части. При закреплении подвижной части в подшипниках движение звена (с уче-

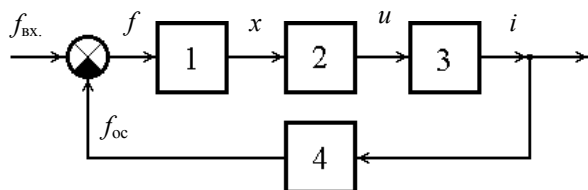


Рис. 1. Структурно-функциональная схема прибора

том сухого трения) может быть представлено следующим описанием:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = 0, \text{ если } \frac{dx}{dt} = 0 \text{ и } |f| < F_{\text{тр.0}};$$

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + T \frac{dx}{dt} = f, \text{ если } \frac{dx}{dt} \neq 0 \text{ или}$$

$$\text{если } \frac{dx}{dt} = 0 \text{ и } |f| \geq F_{\text{тр.0}},$$
(1)

где $M d^2x/dt^2$ — даламберова сила (сила инерции); $T dx/dt$ — сила демпфирования; $F_{\text{тр.0}}$ — сила трения покоя (сцепления), существующая до момента движения (страгивания) подвижной части прибора; M — масса подвижной части ($\text{н} \cdot \text{с}^2 / \text{м}$); T — коэффициент успокоения ($\text{н} \cdot \text{с}^2 / \text{м}$); x — перемещение подвижной части (м); $f = f_{\text{вх.}} - f_{\text{ос}}$ — разность измеряемой и уравновешивающей сил (н).

Звено 2 обычно включает в себя модулятор (преобразователь недокомпенсации с коэффициентом передачи $K_{\text{пн}}$), усилитель (с коэффициентом передачи K_{yc}) и демодулятор (с коэффициентом передачи $K_{\text{д}}$). Пренебрегая инерционностью звена, можно считать, что

$$u = Kx, \text{ где } K = K_{\text{пн}} K_{\text{yc}} K_{\text{д}}. \quad (2)$$

В приборе без корректирующих звеньев динамические свойства звена 3 определяются уравнением

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} - E \frac{dx}{dt}, \quad (3)$$

где u — напряжение на входе звена (В); i — ток на выходе звена (А); R — активное сопротивление выходной цепи (Ом); L — индуктивность выходной цепи (Гн); E — электродвижущая сила, индуцируемая в обмотке обратного преобразова-

теля при движении подвижной части (В).

Звено 4, преобразующее ток i на выходе звена 3 (см. рис. 1) в уравновешивающую силу f_{oc} , является безынерционным и характеризуется коэффициентом передачи K_{oc} .

При проектировании приборов данного типа стремятся уменьшить параметр M (массу подвижной части прибора) по сравнению с параметром T (коэффициентом успокоения) и увеличить глубину уравновешивания K_{oc} .

Пренебрегая инерционными свойствами подвижной части прибора ($M=0$) и используя в уравнениях (1)–(3) символ дифференцирования $p = d/dt$, динамику прибора можно охарактеризовать кусочно-линейной моделью [3] вида, представленного на рис. 2.

Существенная нелинейность $N(f)$ (см. рис. 2) определена учетом сухого трения в подвижном элементе прибора при пренебрежении его инерционными свойствами. Аналитическое описание нелинейности следующее

$$\begin{aligned} N(f) &= 0, \text{ если } |f| < F_{тр,0} \text{ и } N(f)_- = 0; \\ N(f) &= f, \text{ если } N(f)_- \neq 0 \text{ или} \\ &\text{если } N(f)_- = 0 \text{ и } |f| \geq F_{тр,0}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $N(f)_-$ — предыстория состояния элемента с трением.

ВЛИЯНИЕ СУХОГО ТРЕНИЯ НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ

Динамическая модель данного вида (см. рис. 2) была исследована методом точечных отображений на трехлистной фазовой плоскости [4]. Применительно к рассматриваемой задаче результаты исследования следующие. Динамическая модель устойчива "в целом" (при любых начальных условиях все движения притягиваются состояниями равновесия), если

а) при $(TR + K_{oc}E)^2 > 4TLK_{oc}K$ выполняется условие

$$A + 1 - D > (D - 1) \exp\left(-\frac{A}{A-1} \ln \frac{D-1}{D-A}\right); \quad (5)$$

б) при $(TR + K_{oc}E)^2 < 4TLK_{oc}K$ выполняется условие

$$\begin{aligned} 2 - D > \\ > \sqrt{(1-D)^2 + A_1^2} \exp\left[-\frac{1}{A_1} \left(\arctg \frac{1-D}{A_1} + \frac{\pi}{2}\right)\right]; \end{aligned} \quad (6)$$

в) при $(TR + K_{oc}E)^2 = 4TLK_{oc}K$ — условие

$$D < 1.782\dots, \quad (7)$$

где $D = 1.782\dots$ определяется из выражения

$$2 - D = (D - 1) \exp\left(-\frac{1}{D-1}\right).$$

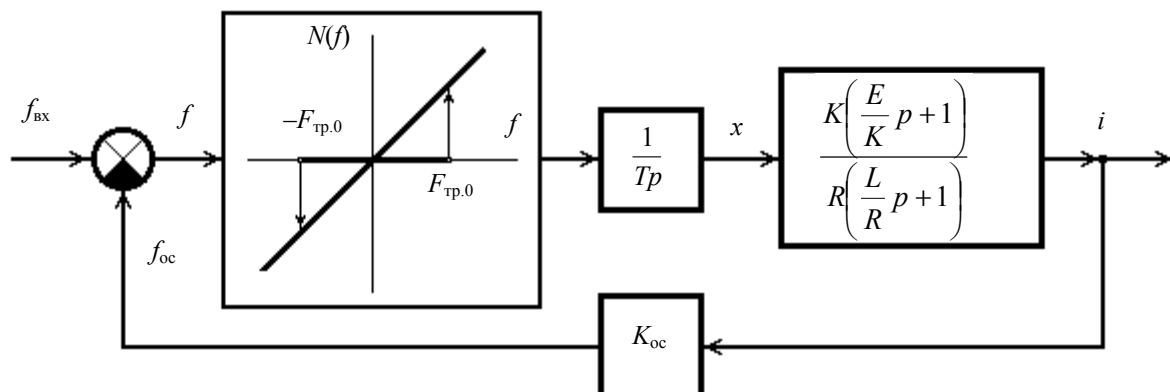


Рис. 2. Динамическая модель измерительного прибора

В выражениях (5)–(7) обобщенные параметры A, A_1, D определяются как $A_1 = -\beta/\alpha$, $A = \alpha_1/\alpha$, $D = K_{oc}E/\alpha LT$. При этом β и α (при определении параметра A_1) — соответственно мнимая и вещественная части комплексно-сопряженных корней $\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\beta$ уравнения $TL\lambda^2 + (TR + K_{oc}E)\lambda + K_{oc}K = 0$; и $\alpha = \lambda_1$, $\alpha_1 = \lambda_2$ (при определении параметра A) — вещественные корни (причем $\alpha > \alpha_1$) этого же уравнения.

При невыполнении любого из условий (5)–(7) сухое трение вызовет в модели автоколебания. В пространстве других параметров (a, d) условия представлены на рис. 3, где $a = K_{oc}E/TR$; $d = K_{oc}(KL - ER)/TR^2$.

Допустим, что исходные коэффициенты (за исключением коэффициента K) определены так, что $a = 10$, $d = 0.25K - 10 = 15$, тогда значение коэффициента K должно быть выбрано $K < 100$ (см. рис. 3).

Условия (5)–(7) для принятой модели являются необходимыми и достаточными. При учете в законе сухого трения, помимо силы трения покоя (сцепления) также и силы трения движения (скольжения), условия являются достаточными.

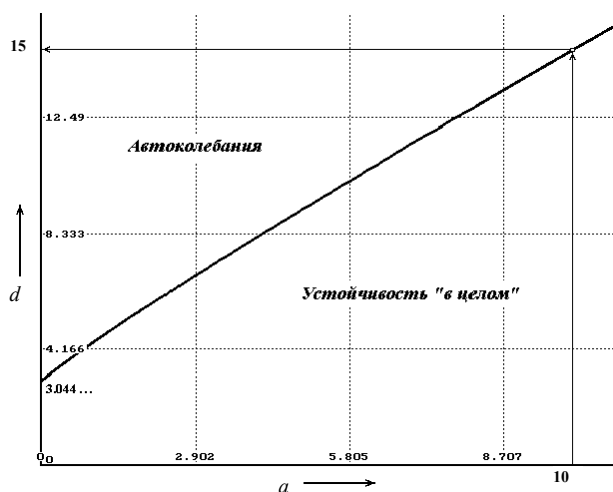


Рис. 3. Структура разбиения пространства параметров модели на области качественно различного динамического поведения

Условия (5)–(7) сохраняются для любых значений $F_{тр,0}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Достаточно распространенное моделирование сухого трения в виде кулоновской идеализации (не учитывающей превышение сил трения покоя над силами трения движения) не позволяет выявить причину возникновения автоколебательных режимов.

Решение задачи по влиянию сухого трения на возникновение автоколебательных режимов с помощью некулоновской идеализации можно осуществить аналитически, если допустимо пренебречь инерционными свойствами подвижного элемента прибора. Этот прием и продемонстрирован в статье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Туричин А.М. Электрические измерения неэлектрических величин (4-е издание) / Под общей ред. П.В. Новицкого. М.—Л.: Энергия, 1966. 690 с.
2. Шамберов В.Н. Моделирование динамики элемента с трением // Фундаментальные и прикладные проблемы теории точности процессов, машин, приборов и систем: Труды 6-й сессии Международной научной школы (Фридендеровские чтения). СПб.: Институт проблем машиноведения РАН, 2003. С. 98–105.
3. Шамберов В.Н. Метод аналитического исследования влияния сухого трения на поведение авторегулируемых динамических систем // Научное приборостроение. 2003. Т. 13, № 3. С. 77–83.
4. Шамберов В.Н. Исследование типовой промышленной системы автоматического регулирования с некулоновой моделью сухого трения. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Л.: ЛГУ, 1988. 16 с.

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

Материал поступил в редакцию 20.02.2004.

**DRY FRICTION IMPACT ON THE STABILITY
OF AUTOMATIC BALANCE DEVICES****V. N. Shamberov***Saint-Petersburg State Marine Technical University*

An analytical task of stability adjustment of devices with dry friction elements is considered.