

УДК 621.396.988

© Г. А. Парр

К ВОПРОСУ О НАБЛЮДАЕМОСТИ СМЕЩЕНИЯ ПО КУРСУ ОТСЧЕТНЫХ БАЗ БИНС И МУЛЬТИАНТЕННОЙ ПА GPS

В статье предложено решение задачи калибровки смещения по курсу отсчетных баз бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) на грубых гироскопах (таких как волоконно-оптические, микромеханические гироскопы) и мультиантенной приемной аппаратуры (ПА) спутниковых навигационных систем (СНС), способной, кроме позиционно-скоростной информации, вырабатывать параметры ориентации. Трудность в решении данной задачи заключается в необходимости разделения смещений по курсу БИНС (α) и ПА СНС (δK_S), которые присутствуют в разностных курсовых измерениях. В предложенном методе данная проблема решается путем определения условий движения объекта, в которых погрешность α оценивается без использования курсовых измерений. Получены следующие основные результаты: сформулированы условия, необходимые для наблюдаемости α без использования курсовых измерений ПА СНС; время оценивания α при использовании фильтра Калмана в обратной связи; а также результаты имитационного моделирования, подтверждающие аналитические расчеты.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Перспективным направлением повышения точности курсоуказания бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), построенных на сравнительно дешевых и, следовательно, "грубых" гироскопах, является комплексирование их с приемной аппаратурой (ПА) спутниковых навигационных систем (СНС) с разнесенными антеннами, способной, кроме определения линейных координат, скорости и времени, вырабатывать методом фазовой углометрии ориентацию объекта (курс, углы отклонений от вертикали). Такая аппаратура к настоящему времени выпускается всеми ведущими зарубежными фирмами-производителями ПА СНС: Thales Navigation/Ashtech (системы ADU3, "Aquarius²", GPS3011), Furuno (SC60, SC120), Trimble (MS860, TANS Vector). Отечественная трехантенная система МРК-11 разработана НИИ Радиотехники КГТУ и производится ГУП "Радиосвязь" (г. Красноярск).

В ЦНИИ "Электроприбор" разработан экспериментальный образец интегрированной инерциально-спутниковой системы ориентации и навигации (ИСОИ) на базе МРК-11 с возможностью также приема измерений относительного лага. Задачи точной выставки и калибровки в этой ИСОИ решаются на базе унифицированного фильтра Калмана 23-го порядка. В зависимости от доступности тех или иных измерений и условий наблюдаемости оценок данный фильтр может функционировать в различных режимах.

Данная статья посвящена решению отдельной проблемы, возникающей в ИСОИ с мультиантенной ПА СНС, — калибровке смещения по курсу ПА СНС и БИНС. Сложность данной проблемы заключается в том, что в разностных курсовых измерениях кроме шумов присутствуют две квазисистематические погрешности, подлежащие оцениванию в фильтре Калмана, это:

- 1) азимутальная погрешность БИНС моделирования ГСК — α ;
- 2) смещение ПА СНС по курсу δK_S , вызванное деформациями палубы и мачт, на которых крепятся антенны.

Предлагается методика калибровки, при которой не возникает проблема с разделением смещений БИНС и ПА СНС в разностных курсовых измерениях, т. к. получены условия движения объекта, при которых обеспечивается наблюдаемость погрешности α БИНС без использования курсовых измерений.

Кроме расчета условий, при которых становится наблюдаемой α (раздел 1), для реализации указанного способа калибровки необходимо рассчитать и выдержать необходимое для оценивания этой погрешности время в данном режиме (раздел 2). После компенсации α будем иметь на выходе фильтра из курсовых измерений оценку δK_S с минимальной ошибкой, равной потенциальной точности оценки α (либо фактически достигнутой точности, если время работы в указанном режиме было меньше рассчитанного). Сохраненную оценку δK_S можно затем компенсировать на выходе

ПА СНС и "очищенные" таким образом курсовые измерения ПА СНС использовать для оценки α в тех условиях движения объекта, когда без курсовых измерений эта погрешность плохо наблюдается.

Допущения

Поскольку модель погрешностей БИНС [2] имеет высокую размерность, для аналитических расчетов пришлось воспользоваться известными методами упрощения модели. Декомпозиционным подходом при этом было выделение уравнений, связанных со смещением БИНС по курсу при вводимых допущениях: отсутствии качки и постоянстве курса. Редукционным подходом — представление дрейфов в географических осях, т.е. без разделения восточного дрейфа ($\delta\omega_E$) в осях x, y объекта ($\delta\omega_x, \delta\omega_y$) (п. 1.1 и раздел 2). В 3-м разделе приведены результаты имитационного моделирования, которое проводилось с целью подтверждения аналитических результатов, полученных в 1-м и 2-м разделах. Поскольку имитационное моделирование в настоящее время фактически не ограничено сложностью имитируемой модели, в отличие от аналитического исследования оно проводилось с нередуцированной моделью (23-го порядка).

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАБЛЮДАЕМОСТИ АЗИМУТАЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ БИНС α

Для выработки условий наблюдаемости использовался матричный критерий наблюдаемости [3, 4]

$$\text{rank } \mathbf{Q}_n = n, \tag{1}$$

$$\mathbf{Q}_n^{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -n_E & g & 0 & 0 \\ -g \cdot \omega_N & -n_E \cdot \omega_N & -\frac{g}{R} & g \\ n_E \cdot \omega_N^2 + \frac{g \cdot n_E}{R} & -g \cdot \omega_N^2 - \frac{g^2}{R} & \frac{n_E \cdot \omega_N}{R} & -n_E \cdot \omega_N \end{bmatrix} \tag{4}$$

и имеет полный ранг $\text{rank}(\mathbf{Q}_n^{4 \times 4}) = 4$, и, следовательно, система (3) полностью наблюдаема. Определитель, соответствующий рангу, т. е. самой матрице $\mathbf{Q}_n^{4 \times 4}$, дает условие наблюдаемости

где n — размерность пространства состояний системы, \mathbf{Q}_n — матрица наблюдаемости размерности $[n \times nr]$:

$$\mathbf{Q}_n = \left[\mathbf{H}^T, \mathbf{H}^T \mathbf{F}^T, \mathbf{H}^T (\mathbf{F}^T)^{n-1} \right], \tag{2}$$

где \mathbf{H} — матрица наблюдения $[r \times n]$, а \mathbf{F} — матрица динамики $[n \times n]$ с "замороженными" элементами.

1.1. Исследование наблюдаемости в системе с дрейфом в географических осях

Уравнения упрощенной системы:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_N \beta + w_1, \\ \dot{\beta} = -\omega_N \alpha - \frac{\Delta V_N}{R} + \delta\omega_E + w_2, \\ \Delta \dot{V}_N = -n_E \alpha + g\beta + w_3, \\ \delta \dot{\omega}_E = 0, \end{cases} \tag{3}$$

$$Z = [V_N - V_{NS}],$$

где β — погрешность построения вертикали места в плоскости местного меридиана; ΔV_N — погрешность БИНС в выработке северной составляющей вектора линейной скорости; $\delta\omega_E$ — проекция дрейфа гироскопов на восточную ось ГСК (восточный дрейф); ω_N — N -я составляющая угловой скорости ГСК; n_E — кажущееся ускорение объекта вдоль восточной оси; g — ускорение силы тяжести; R — средний радиус Земли; w_i — шумы (здесь и далее); Z — разностные измерения северной составляющей вектора линейной скорости.

Матрица наблюдаемости, соответствующая такой системе, равна

$$\det(\mathbf{Q}_n^{4 \times 4}) = -n_E \omega_N^2 \cdot (n_E^2 + g^2) \neq 0,$$

а т. к. $\omega_N^2 \cdot (n_E^2 + g^2) > 0$ при любых n_E , то условием наблюдаемости будет:

$$n_E \neq 0. \tag{5}$$

Таким образом, для того чтобы система (3) была полностью наблюдаема (т. е. все компоненты вектора состояния, включая азимутальную погрешность α , были наблюдаемы) при измерениях одной лишь северной компоненты горизонтальной скорости, необходимо и достаточно, чтобы при движении объекта имели место ускорения в восточном направлении.

1.2. Исследование наблюдаемости в системе с дрейфами в осях объекта

Уравнения упрощенной системы:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_N \beta - \omega_E \gamma + \frac{\Delta V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi + w_1, \\ \dot{\beta} = \omega_h \gamma - \omega_N \alpha - \frac{\Delta V_N}{R} + \\ \quad + \delta \omega_x \cos K + \delta \omega_y \sin K + w_2, \\ \dot{\gamma} = \omega_E \alpha - \omega_h \beta + \frac{\Delta V_E}{R} - \\ \quad - \delta \omega_x \sin K + \delta \omega_y \cos K + w_3, \\ \Delta \dot{V}_E = n_N \alpha - g \gamma + w_4, \\ \Delta \dot{V}_N = -n_E \alpha + g \beta + w_5, \\ \delta \dot{\omega}_x = 0, \\ \delta \dot{\omega}_y = 0; \end{cases} \quad (6)$$

$$Z = [V_E - V_{ES}; V_N - V_{NS}],$$

где, кроме введенных ранее: γ — погрешность построения вертикали места в плоскости первого вертикала; ΔV_E — погрешность БИНС определения восточной составляющей вектора линейной скорости; $\delta \omega_{x(y)}$ — дрейф гироскопов в осях x, y объекта; ω_E — E -составляющая угловой скорости ГСК; n_N — кажущееся ускорение объекта вдоль северной оси; K — курс; Z — разностные измерения восточной и северной составляющих вектора линейной скорости.

Матрица наблюдаемости (здесь не приводится) размерности $[14 \times 7]$, соответствующая системе (6), имеет, как и в случае системы (3), полный ранг $\operatorname{rank}(\mathbf{Q}_n^{14 \times 7}) = 7$, и, следовательно, система полностью наблюдаема, а определитель, соответствующий рангу (главному минору матрицы $\mathbf{Q}_n^{14 \times 7}$),

$$\det(\mathbf{Q}_n^{14 \times 7}) = g^2 \cdot (n_E \cdot \omega_N - n_N \cdot \omega_E) \times \\ \times (n_N \cdot \omega_N \cdot n_E + n_E \cdot \omega_h \cdot g - g^2 \cdot \omega_E - n_N^2 \cdot \omega_E)$$

дает условия наблюдаемости

$$n_N \cdot \omega_N \cdot n_E + n_E \cdot \omega_h \cdot g - \\ - g^2 \cdot \omega_E - n_N^2 \cdot \omega_E \neq 0; \quad (7)$$

$$n_E \cdot \omega_N - n_N \cdot \omega_E \neq 0. \quad (8)$$

Таким образом, для того чтобы все компоненты вектора состояния системы (6), включая азимутальную погрешность α БИНС, были наблюдаемы при измерениях северной и восточной компонент вектора линейной скорости, необходимо и достаточно, чтобы при движении объекта имели место не равные нулю линейные ускорения либо в северном, либо в восточном направлении, либо и в том, и в другом.

Условия (5) и (8) обеспечиваются, когда объект

1) находится в условиях рыскания и качки и при наличии отстояния r между местом установки БИНС и центром масс объекта (т. е. при возникновении ускорений $\dot{\omega} \times r + \omega \times (\omega \times r)$, где ω — угловая скорость объекта);

2) выполняет маневрирование набором (сбросом) хода.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ОЦЕНКИ СМЕЩЕНИЯ БИНС ПО КУРСУ α ПРИ СКОРОСТНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Как известно, точность оценок, вырабатываемых в фильтре Калмана, определяется нелинейным дифференциальным матричным уравнением Риккати для ковариационной матрицы $\mathbf{P}(t)$ [5]. Время оценивания можно охарактеризовать по времени переходного процесса решения данного ковариационного уравнения.

Пользуясь известным подходом [5], решение уравнения Риккати может быть записано в виде

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{V}(t) \cdot \mathbf{U}^{-1}(t), \quad (9)$$

где $\mathbf{V}(t)$ и $\mathbf{U}(t)$ — квадратные неособенные матричные функции порядка n .

Следуя [5], при подстановке (9) в уравнение Риккати вместо него получим линейное матричное дифференциальное уравнение порядка $2n$

$$\dot{\mathbf{W}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{W}(t), \quad (10)$$

где

$$\mathbf{W}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{V}(t) \\ \mathbf{U}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} & -\mathbf{F}^T \end{bmatrix}.$$

Составим характеристическое уравнение, соответствующее матрице \mathbf{A} , для системы, представленной в п. 1.1:

$$z^2 - x_i = 0, \quad (11)$$

Зависимость коэффициентов a_i от параметров системы: $a_i = f(F_{ij}, Q_{ij}, R_{ij})$

a_i	$f(F_{ij}, Q_{ij}, R_{ij})$
a_0	$R^2 r V_N$
a_1	$2R^2 \omega_N^2 r V_N + 2Rr V_N g - R^2 Q_{V_N}$
a_2	$(g^2 R^2 Q_\beta + \omega_N^4 R^2 r V_N + g^2 r V_N + R^2 n_E^2 Q_\alpha - 2R^2 \omega_N Q_{V_N} + 2gR \omega_N^2 r V_N)$
a_3	$(-g^2 R^2 Q_{drE} - g^2 R^2 \omega_N^2 Q_\alpha - \omega_N^2 n_E^2 r V_N - \omega_N^4 R^2 Q_{V_N} - \omega_N^2 n_E^2 R^2 Q_\beta)$
a_4	$\omega_N^2 n_E^2 R^2 Q_{drE}$

где x_i ($i = 1 \div 4$) — корни уравнения

$$a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4 = 0. \quad (12)$$

Зависимость коэффициентов из (12) от параметров системы приведена в таблице, где rV_N — интенсивность шумов измерения скорости ПА СНС; $Q_\alpha, Q_\beta, Q_{V_N}, Q_{drE}$ — интенсивности порождающих шумов, характерные для БИНС.

Как известно, вид и значение корней характеристического уравнения определяют характер переходных процессов в системе. При этом наименьшая действительная часть корней $\eta = \min(\operatorname{re}(z_{ij})) = \sqrt{\min(\operatorname{re}(x_i))}$ определяет время переходного процесса в системе (быстродействие) по приближенной формуле

$$t_{\Pi} \approx \frac{3}{\eta}. \quad (13)$$

Корни уравнения (12) получены с помощью пакета символьной математики *Maple*:

$$x_1 = -\frac{1}{4} \frac{a_1}{a_0} + \frac{\sqrt{3}\sqrt{A2}}{12a_0} + A3;$$

$$x_2 = -\frac{1}{4} \frac{a_1}{a_0} + \frac{\sqrt{3}\sqrt{A2}}{12a_0} - A3;$$

$$x_3 = -\frac{1}{4} \frac{a_1}{a_0} - \frac{\sqrt{3}\sqrt{A2}}{12a_0} + A4;$$

$$x_4 = -\frac{1}{4} \frac{a_1}{a_0} - \frac{\sqrt{3}\sqrt{A2}}{12a_0} - A4.$$

Алгебраические выражения для $A2, \dots, A4$ выписаны в приложении.

Соответственно корнями уравнения (11) будут 8 парных корней

$$z_{ij} = \pm \sqrt{x_i}, \quad (i = 1, \dots, 4; j = 1, 2).$$

Проверка корней по экспериментальным данным, полученным на испытаниях БИИМ и МРК-11 на гидрографическом судне (ГС) в 2000 г. [1], — подстановка z_{i1} , вычисленных по зафиксированным на испытаниях значениям $\omega_N \approx 10^{-4}$ и $n_E \approx 0.06$ м/с² (т.е. динамика низкая, как и подбает для больших ГС), в уравнение (12) — подтвердила их точность. Порядок полученных невязок уравнения (12) составляет: для x_1 — 10^{-6} , для x_2 — 10^{-9} ; для x_3 и x_4 (корни комплексно сопряженные) — 10^{-10} . Подстановка численных значений показала следующие приближенные равенства:

$$-\frac{1}{4} \frac{a_1}{a_0} \approx \frac{\sqrt{3}\sqrt{A2}}{12a_0} \approx \frac{A3}{2},$$

а также, что $A4$ является мнимой величиной. Таким образом, второй корень определяет самый медленно сходящийся процесс. Если производить расчет времени переходного процесса ковариационного уравнения по первому корню, то имеем $t_{\Pi} \approx 4$ с; если по второму — $t_{\Pi} \approx 8 \cdot 10^6$ с ≈ 3 месяца; если по третьему (четвертому) корням — $t_{\Pi} \approx 37.2$ с. Как было выявлено далее, при моделировании t_{Π} , вычисленное по второму корню, более чем по всем остальным корням зависит от ускорения, но даже при ускорении 3 м/с² (т. е. на максимальном для ГС уровне) имеем в данном случае $t_{\Pi} \approx 2.5 \cdot 10^5$ с ≈ 3 суток. Вторым корнем характеристического уравнения, судя по виду корней (очень большая разница между ним и вторыми по удаленности мнимыми корнями) и как будет подтверждено моделированием (см. рисунок), связан с процессом, не вносящим существенный "вклад" [3] в динамику системы оценивания, и его можно не принимать во внимание при расчете t_{Π} .

У оценок время переходного процесса больше в два раза [2], чем у дисперсий. Таким образом, для времени переходного процесса оценок имеем $t_{II} \approx 8$ с (по первому корню) и $t_{II} \approx 1$ мин 14 с (по третьему (четвертому) корням).

Переходный процесс является колебательным с затуханием, определяемым действительной частью третьего (четвертого) корня характеристического уравнения, и для ГС t_{II} имеет уровень 1.5 мин.

3. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

При моделировании были заложены в имитационную (истинную) модель курсовых измерений следующие погрешности:

- СКП марковской составляющей — 10 угл. мин, интервал корреляции — 3 ч, принятые также в расчетной модели;
- постоянное смещение δK_s — 30 угл. мин.

Были также приняты следующие значения параметров расчетной модели: $rV_N = (0.2 \text{ м/с})^2$; $Q_\alpha = (20 \text{ град/ч})^2$, $Q_\beta = (20 \text{ град/ч})^2$, $Q_{V_N} = (0.1 \text{ м/с}^2)^2$, $Q_{drE(x,y)} = (20 \text{ град/ч})^2$.

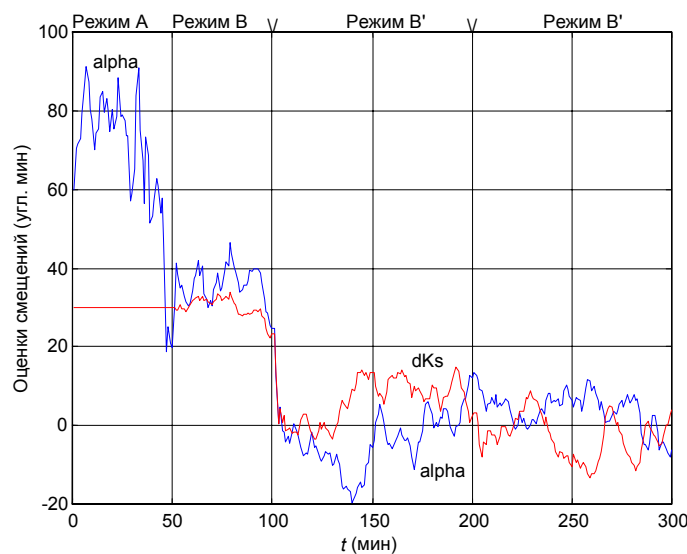
На рисунке показаны графики оценки и компенсации смещения БИНС (α) и ПА СНС (δK_s) в следующих режимах работы:

- 1) без ускорения и курсовых измерений (режим А);
- 2) без ускорения, с курсовыми измерениями (режимы В и В');

3) калибровка при наличии ускорения (режим маневрирования: набор хода по гармоническому закону с амплитудой 3 м/с^2 и периодом $2t_{II}$ (обозначен \vee)).

(В режиме калибровки принималось в качестве периода набора/сброса хода удвоенное значение t_{II} с целью, чтобы на время t_{II} среднее значение ускорения не равнялось нулю, т. е. чтобы обеспечивались не только мгновенные условия наблюдаемости (5, 8), но и в среднем. Т.е. можно было бы провести всю калибровку за полпериода; вторая половина периода нужна лишь для того, чтобы вернуть объект в исходное состояние по скорости).

Видно, что в режиме А смещение α БИНС не оценивается. В режиме В имеем α на уровне смещения δK_s , т. е. ситуацию, когда как раз и существует проблема с разделением смещений БИНС и ПА СНС в разностных курсовых измерениях (см. постановку задачи). В режимах маневрирования смещение БИНС оценивается и компенсируется. Расчетное время переходного процесса t_{II} составило 1 мин 26.5 с и совпадает с t_{II} при моделировании (см. график). Однако при моделировании было замечено, что не при всех значениях ускорений предложенная калибровка позволяет оценить и скомпенсировать смещение БИНС до уровня установившихся ошибок. Существует некоторое минимальное значение ускорения, при котором еще возможна такая (полная) калибровка за рассчитанное время.



Имитационное моделирование процесса оценивания смещений БИНС (α) и ПА СНС (δK_s)

ВЫВОДЫ

Проведенное моделирование подтверждает полученные аналитически условия наблюдаемости (наличие ускорений) и рассчитанное время переходного процесса (1.5 мин), тем самым подтверждая эффективность предложенной калибровки.

Характер предложенной калибровки — периодический по двум причинам.

Во-первых, изменяется со временем истинное смещение ПА СНС, оценку которого необходимо найти, вследствие деформации корпуса объекта, мачт, на которых крепятся антенны.

Во-вторых, внешние условия и маневренные возможности объекта могут не позволять полностью (до установившегося значения) компенсировать смещение α БИНС. Напротив, всегда есть возможность провести данную калибровку — "подбить базу" до допустимого уровня, воспользовавшись для этого естественными условиями маневрирования объекта, и нет необходимости специально за один маневр компенсировать все смещение целиком.

Несмотря на последнее, в дальнейшем является весьма полезным определение оценки α

в установившемся режиме работы как потенциально достижимой точности калибровки δKs . При расчете установившейся ошибки будет также определена выявленная при имитационном моделировании зависимость ускорения, при котором возможна предложенная калибровка до установившихся значений погрешностей, от параметров системы, в том числе дрейфов гироскопов, шумов измерений ПА СНС. Кроме этого, возможно применение этого знания в других задачах (в задачах стабилизации, в том числе выносных элементов корпуса объекта, управления стрельбой, при исследовании деформаций корпуса объекта и т.п.). Определение $\alpha_{уст.}$ также позволит учитывать эту ошибку в матрице интенсивностей порождающих шумов фильтра Калмана как $\sigma_{dKs/точн.}$, на которую может происходить переключение σ_{dKs} после проведения калибровки. Тем самым выбор $\sigma_{dKs/точн.}$ будет более обоснованным (при моделировании принималось $\sigma_{dKs/точн.} = 0$). Однако расчет установившихся ошибок в исследуемой системе не вошел в рамки данной статьи и заслуживает отдельного рассмотрения.

Приложение. ВЫРАЖЕНИЯ $A2, \dots, A4$

$$A1 = \left\{ -36a_3a_2a_1 - 288a_4a_2a_0 + 108a_3^2a_0 + 108a_1^2a_4 + 8a_2^3 + \right. \\ + 12\sqrt{3} \cdot (4a_4a_1^2a_2^3 - 18a_3a_2a_1^3a_4 - 256a_4^3a_0^3 + 4a_3^3a_1^3 + 27a_4^2a_1^4 + 6a_3^2a_1^2a_4a_0 + 192a_3a_1a_4^2a_0^2 - \\ - 18a_3^3a_2a_1a_0 - 144a_4a_2a_0^2a_3^2 - 144a_4^2a_2a_0a_1^2 + 80a_3a_1a_4a_0a_2^2 + 27a_3^4a_0^2 - a_3^2a_1^2a_2^2 + \\ \left. + 4a_3^2a_0a_2^3 - 16a_4a_0a_2^4 + 128a_4^2a_0^2a_2^2) \right\}^{1/2} \Bigg\}^{1/3},$$

$$A2 = \frac{3a_1^2A1 - 8a_2a_0A1 + 2A1^2a_0 - 24a_3a_1a_0 + 96a_4a_0^2 + 8a_0a_2^2}{A1},$$

$$A3 = \left(\frac{1}{A1\sqrt{A2}} \right)^{1/2} \cdot (3a_1^2A1\sqrt{A2} - 8a_2a_0A1\sqrt{A2} - \sqrt{A2}A1^2a_0 + 12\sqrt{A2}a_3a_1a_0 - 48\sqrt{A2}a_4a_0^2 - 4\sqrt{A2}a_0a_2^2 - \\ - 24\sqrt{3}A1a_3a_0^2 - 3\sqrt{3}A1a_1^3 + 12\sqrt{3}A1a_1a_2a_0)^{1/2},$$

$$A4 = \left(\frac{1}{A1\sqrt{A2}} \right)^{1/2} \cdot (3a_1^2A1\sqrt{A2} - 8a_2a_0A1\sqrt{A2} - \sqrt{A2}A1^2a_0 + 12\sqrt{A2}a_3a_1a_0 - 48\sqrt{A2}a_4a_0^2 - 4\sqrt{A2}a_0a_2^2 + \\ + 24\sqrt{3}A1a_3a_0^2 + 3\sqrt{3}A1a_1^3 - 12\sqrt{3}A1a_1a_2a_0)^{1/2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Несенюк Л.П., Старосельцев Л.П., Парр Г.А. и др. Интегрированная инерциальная/спутниковая система ориентации и навигации с разнонесенными антеннами // Гироскопия и навигация. 2000. Т. 31, № 4. С. 41–49.
2. Анучин О.Н., Емельянец Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / Под общей ред. чл.-кор. РАН В.Г. Пешехонова. СПб., 1999. 357 с.
3. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб: Наука, 1999. 467 с.
4. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977. 650 с.
5. Лившиц Н.А., Виноградов В.Н., Голубев Г.А. Корреляционная теория оптимального управления многомерными процессами. М.: Советское радио, 1974. 328 с.

*ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор",
Санкт-Петербург*

Материал поступил в редакцию 10.04.2003.

TO THE QUESTION OF OBSERVABILITY OF HEADING DISPLACEMENT IN SCALE BASES OF SINS AND MULTI-ANTENNA GPS

G. A. Parr

Russian State Centre of Science CSRI "Electropribor", Saint-Petersburg

The paper offers a solution of the problem related to calibration of heading displacement in scale bases of Strapdown Inertial Navigation Systems (SINS) with application of low accuracy gyroscopes (fiber-optic, micro-mechanical) and multi-antenna reception equipment of satellite navigation systems (SNS), which are capable to generate parameters of orientation (in addition to position and speed). The difficulty in solving this problem consists in the necessity to separate SINS heading displacements (α) and SNS (δK_s) involved in heading measurements. In the proposed original method this problem is avoided, since the α error is estimated without use of heading measurements. Conditions for observability of α without use of heading measurements, the time of its estimation using the Kalman filter in the feedback, and also simulation results confirming the analytical calculations are obtained.