ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2002, том 12, № 2, с. 78–85

ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК 531.768: 621.316.73

© С. В. Богословский

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ С ПОМОЩЬЮ ПЕРВИЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ БЕСКОНТАКТНОГО ПОДВЕСА

На основе анализа принципов построения многокомпонентных измерительных устройств обоснованы преимущества применения в авиационно-космическом приборостроении акселерометров на основе полного магнитного подвеса одномассового чувствительного элемента. Описана конструкция прецизионного шестикомпонентного акселерометра. Обсуждается математическая модель акселерометра, вырабатывающего все координаты векторов линейного и углового ускорений и скоростей.

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Для решения задачи автономной навигации современных авиационно-космических летательных аппаратов (ЛА) требуется определять пространственное положение и вектор состояния многомерных динамических объектов [1, 2, 3]. Даже в простейшем случае, когда к объекту применима модель абсолютно твердого тела, необходимо знать 6 пространственных координат (три линейные и три угловые), линейные и угловые скорости и ускорения. В случае учета изгибных колебаний ЛА количество компонентов вектора состояния объекта значительно возрастает [4, 5]. Таким образом, решить задачу автономного управления и навигации подвижными динамическими объектами можно только на основе показаний многокомпонентных датчиков первичной информации [6].

При проектировании прецизионных автономных бесплатформенных инерциальных навигационных авиационно-космических систем (БИНС) необходимо иметь акселерометры, способные выдерживать перегрузки до 25 g, имеющие массу до 1 кг и в автономном режиме обеспечивающие счисление пути с ошибкой не более 0.1 % . Удовлетворить этим требованиям возможно лишь с использованием принципиально новых технологий создания многокомпонентных датчиков первичной информации, обеспечивающих вычисление в реальном времени ускорений одновременно по шести координатам — по трем линейным и по трем угловым с погрешностью менее 0.1 % [1].

Создание многокомпонентных датчиков первичной информации возможно на различных физических принципах. Сравнительные характеристики различных подходов к построению многокомпонентных акселерометрических устройств приведены в таблице.

Простейшим вариантом создания многокомпонентных датчиков первичной информации является объединение нескольких однокомпонентных устройств. Так, в настоящее время достаточно хорошо отработаны однокомпонентные прецизионные акселерометры с погрешностями менее 0.1 %, например Раменского приборостроительного завода, Россия; фирмы Analog Devices, США [7]. Однако такое решение приводит к существенному ухудшению (в 10 и более раз) метрологических характеристик многокомпонентных устройств по сравнению с однокомпонентными вследствие отсутствия статических и динамических моделей однокомпонентных акселерометров, изготовленных по гибридно-пленочной технологии, при действии ускорений не по оси чувствительности. Дополнительные погрешности привносятся сложностью взаимной высокоточной юстировки однокомпонентных устройств, чувствительные элементы которых между собой не связаны жестко. Кроме того, стоимость прецизионных однокомпонентных акселерометров достаточно высока (более 60 тыс. рублей). Поэтому применение нескольких (не менее 6) таких устройств резко повышает стоимость БИНС.

Другим принципом построения многокомпонентных датчиков первичной информации является создание одномассовых многокомпонентных датчиков с механическим подвесом чувствительного элемента. Несмотря на простоту изготовления и низкую стоимость, применение датчиков с механическим подвесом чувствительного элемента в авиационно-космических системах дальнего действия является проблематичным по причине присущего механическим подвесам существенного недостатка — наличия трения в опорах, обусловливающего низкую точность этих устройств (погрешность более 0.1 %).

Достичь прецизионного качества измерений возможно только с использованием электростатических или электромагнитных подвесов. Их объединяет одно преимущество — возможность полного пространственного подвеса чувствительного элемента, потенциально обеспечивающая равные возможности достижения достаточно малых погрешностей. Благодаря наличию хорошо зарекомендовавших себя математических моделей многокомпонентных электростатических и магнитных подвесов удается на основе одного устройства создать многокомпонентный датчик первичной информации.

В последнее время в США (фирма Honeywell) и во Франции (Французское управление аэрокосмических исследований ONERA) разработаны многокомпонентные акселерометры с электростатическим подвесом, которые в условиях космического полета обеспечивают точность измерения ускорений до 0.01 % в диапазоне (10^{-4}–10^{-12}) g. Однако низкая перегрузочная способность не позволяет использовать электростатические подвесы в авиационно-космических системах, где требуется измерять ускорения до 25 g. Кроме того, остаточный заряд на чувствительном элементе при длительной эксплуатации приводит к выходу подвеса из строя. Таким образом, полностью всем требованиям к прецизионным многокомпонентным устройствам, ориентированным на авиационно-космическую технику, удовлетворяют только измерительные электромагнитные подвесы (МП) со следующими свойствами:

— полный подвес единого для всех осей чувствительности элемента;
— малая погрешность измерения (< 0.05 %);
— высокая перегрузочная способность;
— практически неограниченный ресурс работы.

Классификация принципов построения многокомпонентных акселерометрических устройств

Тип акселерометра	Недостатки	Достоинства
Многокомпонентные акселерометры на основе объединения нескольких однокомпонентных акселерометров	— Низкая точность при действии ускорений не по оси чувствительности какого-либо из компонентов — Наличие стохастических зависимостей между движениями различных компонентов — Большая трудоемкость юстировки не связанных жестко между собой компонентов — Высокая суммарная стоимость	Высокая точность по оси чувствительности каждого компонента
Многокомпонентные акселерометры с механическим подвесом чувствительного элемента	Низкие точность и чувствительность, обусловленные наличием механического трения	— Простота изготовления — Низкая стоимость
Многокомпонентные акселерометры с электростатическим подвесом чувствительного элемента	— Низкая перегрузочная способность — Наличие возмущающих моментов, обусловленных остаточным электростатическим зарядом — Сложность изготовления	— Высокая исходная точность — Высокая чувствительность
Многокомпонентные акселерометры с электромагнитным подвесом чувствительного элемента	— Сложность изготовления — Сложности управления, обусловленные работой на переменном токе	— Высокая точность — Высокая перегрузочная способность — Высокая чувствительность — Большой диапазон измеряемых ускорений

ВЫБОР КОНСТРУКЦИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА МНОГОКОМПОНЕНТНОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА

Важной особенностью создания акселерометра с магнитным подвесом взвешенного тела (ВТ) является комплексное решение проблемы. Для этого необходимо осуществить полный подвес ВТ с определением пространственного вектора ускорения и его проекций на оси координат. Одностороннее решение проблемы, когда МП установлен только по одной оси — по оси чувствительности однокомпонентного акселерометра, создает много дополнительных трудностей, которые почти полностью ликвидируют достоинства МП. Полная пространственная подвеска ВТ уменьшает силы трения и тяжения и создает возможность одновременного измерения трех или шести (трех линейных и трех угловых) компонентов ускорения. Однако в этом случае принципиальное значение имеют выбор конструкции ВТ и расположение электромагнитов [1].

Выполнение ВТ в форме шара, несмотря на относительную простоту конструкции акселерометра, имеет существенные недостатки: узкий частотный диапазон, низкий верхний предел измеряемого ускорения и сложность изготовления. Большая часть недостатков обусловлена несогласованностью осей полюсов электромагнитов, неравномерностью распределения массы ВТ. Эта несогласованность сохраняется даже в случае изготовления ВТ в виде целого шара с толщиной оболочки, достаточной для проведения магнитного потока, создаваемого электромагнитами. Увеличение доли площади полюсов электромагнитов по сравнению с площадью подвешенного шара повышает коэффициент использования материала шара, однако увеличивает вероятность отклонения вектора электромагнитной силы от оси измерения, что приводит к увеличению погрешности измерения ускорения. Изготовление шара из легкого материала с магнитопроводящими полюсами увеличивает коэффициент использования массы шара. Однако поворот относительно осей чувствительности приводит к возникновению момента пар краевых сил, возникающих при деформации электромагнитного поля на гранях и ребрах полюсов: $\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i$, где $\mathbf{M}$ — момент краевых сил; $\mathbf{F}_i$ — вектор i-й краевой силы; $\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор i-й краевой силы; n — число рассматриваемых краевых сил. Этот момент восстанавливает исходное положение шара, но краевые силы создают дополнительный вектор силы $\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i$, который увеличивает погрешность измерения ускорения на величину $\Delta W = \frac{|\mathbf{F}|}{m}$, где m — масса шара.

Акселерометр с ВТ в виде шара может измерять только три компоненты линейного ускорения. Улучшение характеристик акселерометра: увеличение числа измеряемых компонентов, снижение массы ВТ при прежней подвешивающей силе — может быть достигнуто с использованием других конструкций ВТ. Так, например, выполнение ВТ в виде цилиндра с десятью полюсными наконечниками позволяет преодолеть некоторые из возникающих в предыдущей конструкции недостатков. Акселерометр с таким ВТ может измерять пять компонентов ускорения (три линейных и два угловых), отличается простотой и технологичностью конструкции, но лишь частично устраняет отрицательное влияние краевых сил. Этот недостаток отсутствует у акселерометра с ВТ в виде плоской крестовины. Все внешние силы и моменты, действующие на ВТ, компенсируются силами и моментами, создаваемыми 16 электромагнитами. Точность измерения ускорения увеличивается. Однако избыточное число электромагнитов может привести к возникновению дополнительных сил, обусловленных перекрестными связями и увеличивающих погрешности акселерометра.

Наиболее совершенной конструкцией акселерометра является такая конструкция, в которой ВТ в виде шестиконечной объемной крестовины подвешено с помощью двенадцати электромагнитов, размещенных так, что в каждой из трех взаимно перпендикулярных плоскостей размещено четыре электромагнита. Такое размещение электромагнитов уменьшает перекрестные связи и снижает погрешности акселерометра. Акселерометр с рассматриваемым МП может измерять шесть компонентов ускорения — три проекции линейного ускорения и три — углового.

Таким образом, изготовление МП многокомпонентного акселерометра с ВТ, имеющим форму шестиконечной крестовины с плоскими полюсными наконечниками, является наиболее предпочтительным. Это дает возможность повысить точность прибора с одновременным увеличением верхнего предела измерения ускорения и расширением функциональных возможностей.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ШЕСТИКОМПОНЕНТНОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА НА БАЗЕ МП

На базе МП спроектирован и построен прецизионный шестикомпонентный акселерометр, функциональная схема которого приведена в [1, 8].

Акселерометр содержит ВТ пробной массы в виде полностью подвешенной шестиконечной крестовины, двенадцать электромагнитов, устройство управления и устройство оценивания. С выхода устройства оценивания выдается информация о проекциях на оси чувствительности вектора линейного ускорения (w_x, w_y, w_z) и о проекциях вектора углового ускорения ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$). Обрабатывая эту информацию с помощью ЭВМ, можно построить векторы линейного и углового ускорений.

Акселерометр имеет следующие основные параметры:

- число измеряемых компонентов ускорения (три компоненты линейного ускорения, три компоненты углового ускорения) — 6;
- диапазон измерения линейного ускорения, не менее (g) — 25;
- порог чувствительности линейного ускорения (м/с^2) — $2 \cdot 10^{-6}$;
- порог чувствительности углового ускорения (град/с^2) — 0.05;
- добротность — 10^6;
- основная погрешность измерения (%) — ± 0.05;
- нестабильность смещения нуля от запуска к запуску (уточняется в ходе эксперимента), не более (g) — $2 \cdot 10^{-5}$;
- нестабильность крутизны выходной характеристики, не более (%) — 0.01;
- габаритные размеры комплекса (мм) — 60×60×60;
- масса блока (кг) — 0.4;
- частотный диапазон на верхнем пределе измерений (Гц) — 0–150;
- потребляемая мощность (Вт) — 36.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШЕСТИКОМПОНЕНТНОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА

Рассмотрим три прямоугольные правые декартовы системы координат:

1. Инерциальная система координат — (x_0, y_0, z_0).

2. Система координат, связанная с ЛА, начало которой находится в точке равновесного положения центра масс ВТ, — (x_1, y_1, z_1).

3. Система координат, связанная с ВТ, начало которой находится в центре масс ВТ, — (x_2, y_2, z_2).

Положение системы координат (x_1, y_1, z_1) относительно системы координат (x_0, y_0, z_0) определяется радиус-вектором $\mathbf{r}_1$ (расстоянием от начала системы координат (x_0, y_0, z_0) до начала системы координат (x_1, y_1, z_1) и угловыми координатами $\vartheta_1, \psi_1, \gamma_1$).

Положение системы координат (x_2, y_2, z_2) относительно системы координат (x_1, y_1, z_1) определяется радиус-вектором $\mathbf{r}_2$ (расстоянием от начала системы координат (x_1, y_1, z_1) до начала системы координат (x_2, y_2, z_2) и угловыми координатами $\vartheta_2, \psi_2, \gamma_2$).

Будем считать, что все силы и моменты приведены к началу координат стандартными методами теоретической механики. Заметим, что на ВТ действуют только силы электромагнитного взаимодействия, обусловленные взаимодействием магнитного поля электромагнитов и ферромагнитным основанием ВТ. Обозначим $\mathbf{F}\mathrm{m}_i$, $\mathbf{M}\mathrm{m}_i$ — силы и моменты магнитного взаимодействия, $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}\mathrm{m}_i$, $\mathbf{M} = \sum_i \mathbf{M}\mathrm{m}_i$ — главный вектор и главный момент сил магнитного взаимодействия, приведенные к началу системы координат (x_2, y_2, z_2).

Для описания динамики ВТ воспользуемся уравнениями динамики твердого тела

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{K}}{\mathrm{d}t} = \sum_i \mathbf{F}\mathrm{m}_i; \quad \frac{\mathrm{d}\mathbf{H}}{\mathrm{d}t} = \sum_i \mathbf{M}\mathrm{m}_i, \tag{1}$$

где $\mathbf{K}$ — количество движения; $\mathbf{H}$ — момент количества движения.

Математическая модель однокомпонентного МП подробно исследована в работе [6]. Обобщенная математическая модель многокомпонентного МП с учетом перекрестных связей рассмотрена в работе [1].

Исследуем уравнения динамики ВТ независимо от динамики потокосцеплений в электромагнитах, заменив взаимодействие ВТ и электромагнитов эквивалентными силами и моментами.

В конкретной схеме многокомпонентного акселерометра с шестикомпонентной крестовиной на ВТ действуют 12 электромагнитных сил, которые являются квадратичными функциями вектора состояния, описывающего динамику МП [1]. Пусть $\boldsymbol{\omega}_1$ — абсолютная угловая скорость вращения системы координат (x_1, y_1, z_1) относительно системы координат (x_0, y_0, z_0), а $\boldsymbol{\omega}_2$ — абсолютная угловая скорость вращения системы координат (x_2, y_2, z_2) относительно системы координат (x_1, y_1, z_1).

Проекции векторов угловых скоростей вращения одной системы координат на оси другой системы координат будем обозначать двойными индексами ($i\ j$), первый из которых определяет индекс первой системы координат, а второй — индекс системы координат, в проекции на оси которой определяется радиус-вектор центра первой системы координат в переносном движении или радиус-вектор центра масс ВТ — в относительном движении. Относительное движение будем обозначать третьим индексом — p. Так, $\boldsymbol{\omega}_{11}$ — вектор угловой скорости вращения системы координат (x_1, y_1, z_1) относительно системы координат (x_0, y_0, z_0) в проекциях на оси системы координат (x_1, y_1, z_1); $\mathbf{V}_{11p}$ — относительная скорость движения центра масс ВТ относительно системы координат (x_1, y_1, z_1) в проекциях на оси системы координат (x_1, y_1, z_1).

Тогда для моделирования движения центра масс ВТ можно применить теорему Кориолиса в следующей форме

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{K}}{\mathrm{d}t} = m \cdot \mathbf{w}_{11\Pi} + m \cdot \left.\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}_{11p}}{\mathrm{d}t}\right|_p + $$

$$+ m \cdot 2 \cdot \boldsymbol{\omega}_{11} \times \mathbf{V}_{11p} = \mathbf{F}, \tag{2}$$

где m — масса ВТ; $\mathbf{w}_{11\Pi}$ — переносное ускорение центра масс ВТ вместе с системой координат (x_1, y_1, z_1) в проекциях на оси системы координат (x_1, y_1, z_1); $\times$ — знак векторного произведения.

Производная с индексом p вычислена относительно системы координат (x_1, y_1, z_1). В дальнейшем все производные с индексом p будем считать локальными.

Из уравнения (2) может быть получено уравнение относительного движения

$$\left.\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}_{11p}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \frac{\mathbf{F}}{m} - \mathbf{w}_{11\Pi} - 2 \cdot \boldsymbol{\omega}_{11} \times \mathbf{V}_{11p}. \tag{3}$$

Преобразуем второе уравнение системы (1) к виду

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{H}}{\mathrm{d}t} = \left.\frac{\mathrm{d}\mathbf{H}}{\mathrm{d}t}\right|_p + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = \mathbf{M}. \tag{4}$$

Поскольку $\mathbf{H} = \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega}$, где $\mathbf{J}$ — тензор инерции ВТ относительно осей системы координат (x_2, y_2, z_2), $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2$, то систему уравнений (4) можно спроецировать на оси системы координат (x_2, y_2, z_2)

$$\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{22}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M} - \left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{12}}{\mathrm{d}t}\right|_p - $$

$$- \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\omega}_{12} + \boldsymbol{\omega}_{22}) \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{12} + \boldsymbol{\omega}_{22}). \tag{5}$$

Для получения замкнутой системы уравнений, определяющих движение ВТ, необходимо к уравнениям (2)–(5) добавить кинематические соотношения (например, связывающие угловые скорости $\boldsymbol{\omega}_i$ с производными от углов $\vartheta_i, \psi_i, \gamma_i$):

$$\boldsymbol{\omega}_{11} = \mathbf{A}_{\text{э}1} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}_1 \\ \dot{\psi}_1 \\ \dot{\gamma}_1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_{22} = \mathbf{A}_{\text{э}2} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}_2 \\ \dot{\psi}_2 \\ \dot{\gamma}_2 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{12} = \mathbf{A}_{12} \cdot \boldsymbol{\omega}_{11}, \quad \boldsymbol{\omega}_{11} = \mathbf{A}_{01} \cdot \boldsymbol{\omega}_{10},$$

где $\mathbf{A}_{\text{э}1}$, $\mathbf{A}_{\text{э}2}$, $\mathbf{A}_{12}$, $\mathbf{A}_{01}$ — матрицы перехода от системы координат, соответствующей первому индексу, к системе координат, соответствующей второму индексу.

Абсолютное угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ и угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_1$ определяются своими проекциями

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{12} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{12}}{\mathrm{d}t} = \left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{12}}{\mathrm{d}t}\right|_p + (\boldsymbol{\omega}_{12} + \boldsymbol{\omega}_{22}) \times \boldsymbol{\omega}_{12} = $$

$$= \left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{12}}{\mathrm{d}t}\right|_p + \boldsymbol{\omega}_{22} \times \boldsymbol{\omega}_{12}, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{11} = \mathbf{A}_{12}^{-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{12}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{10} = \mathbf{A}_{01}^{-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{11};$$

$$\boldsymbol{\omega}_{12} = \mathbf{A}_{12} \cdot \boldsymbol{\omega}_{11}, \quad \boldsymbol{\omega}_{22} = \mathbf{A}_{12} \cdot \boldsymbol{\omega}_{21}. \tag{8}$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}_{12}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_{12} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{12}}{\mathrm{d}t}$ — угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_1$ и угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ в проекциях на оси системы координат (x_2, y_2, z_2); $\boldsymbol{\omega}_{11}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_{11} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{11}}{\mathrm{d}t}$ — угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_1$ и угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ в проекциях на оси системы координат (x_1, y_1, z_1); $\boldsymbol{\omega}_{10}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_{10} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{10}}{\mathrm{d}t}$ — угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_1$ и угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ в проекциях на оси системы координат (x_0, y_0, z_0).

Рассмотрим переносное ускорение $\mathbf{w}_{1\Pi}$ в виде

$$\mathbf{w}_{1\Pi} = \mathbf{w}_{\text{нк}1} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_1}{\mathrm{d}t} \times \mathbf{r}_2 + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_2), \tag{9}$$

где $\mathbf{w}_{\text{нк}1}$ — абсолютное ускорение начала координат (x_1, y_1, z_1), $\mathbf{r}_2$ — радиус-вектор начала системы координат (x_2, y_2, z_2) относительно начала системы координат (x_1, y_1, z_1).

Подставив (9) в уравнение (3), можно определить линейное ускорение начала координат системы (x_1, y_1, z_1), связанной с ЛА.

Непосредственному измерению доступны индукции магнитных полей в зазорах МП, токи и напряжения в электромагнитах и связанные с ними магнитные силы и моменты, а также координаты центров ферромагнитов, расположенных на концах шестикомпонентной крестовины [1]. Измеряя эти координаты, на основе геометрических соотношений можно получить координаты центра масс ВТ и угловые координаты. Для функционирования системы управления МП необходимо знать не только координаты, но и линейные ($\mathbf{V}_2$) и угловые ($\boldsymbol{\omega}_2$) скорости. Результатом работы акселерометра должны быть количественные оценки переносного ($\mathbf{w}_{1\Pi}$) и углового ($\boldsymbol{\varepsilon}_1$) ускорений.

Таким образом, система уравнений (2)–(9) позволяет оценивать не только векторы ускорений ЛА ($\mathbf{w}, \boldsymbol{\varepsilon}$), но и эффективно определять линейные и угловые скорости ($\mathbf{V}, \boldsymbol{\omega}$), которые в этом случае рассматриваются как компоненты расширенного вектора состояния. Так, из уравнений (2) можно определить переносное ускорение $\mathbf{w}_{11\Pi}$, из (4) — абсолютную угловую скорость $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2$ и, записав $\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_2$, по соотношениям (6) можно оценить производные от углов $\vartheta_i, \psi_i, \gamma_i$ и угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_1}{\mathrm{d}t}$, если известны сила $\mathbf{F}$ и момент $\mathbf{M}$.

Иногда предпочтительнее использовать в качестве кинематических параметров ориентации параметры Родриго—Гамильтона (кватернионы). Применение кватернионов в некоторых случаях позволяет понизить погрешности вычислений.

Для повышения информативности измерителя с использованием полного подвеса чувствительного элемента рассмотрим в математической модели полного подвеса медленно и быстро меняющиеся составляющие, используя математический аппарат исследования вибрационных гироскопов [9].

Зададим колебания по угловым координатам, представив угловую скорость $\boldsymbol{\omega}_2$ в виде

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_2 &= \mathbf{A}_{\omega \mathrm{d}2}(t) + \mathbf{A}_{\omega \mathrm{a}2} \cdot \sin(\omega_\Pi \cdot t + \varphi_\omega) = \\ &= \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}2} + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{a}2}.\end{aligned} \tag{10}$$

Выбор численного значения ω_Π зависит от цели исследования и реализации МП. Из уравнения (5) можно получить два уравнения для апериодической (медленноменяющейся) и периодической (быстропеременной) составляющих

$$\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}_\mathrm{d} - \left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\right|_p - \\ - \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}}) \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}}), \tag{11}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{a}}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}_\mathrm{a} - \\ - \mathbf{J}^{-1}\big[(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}}) \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{a}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{a}}) + \\ + (\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{a}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{a}}) \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{a}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{a}})\big]. \tag{12}$$

Отметим, что в предположении о том, что $\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}_\mathrm{d}$ не имеет переменной составляющей, выражения (11)–(12) примут вид:

$$\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}_\mathrm{d} - \left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\right|_p - \\ - \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}}) \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}}),$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{a}}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}_\mathrm{a} - \\ - \mathbf{J}^{-1}\big[(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}}) \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{a}}) + \\ + (\boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{a}}) \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{12\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{d}} + \boldsymbol{\omega}_{22\mathrm{a}})\big].$$

Аналогично введем гармонические колебания по линейным координатам:

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_{1\mathrm{d}} + \mathbf{X}_{1\mathrm{a}}, \\ \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{1\mathrm{d}} + \mathbf{V}_{1\mathrm{a}}.$$

Тогда из (9) для $\mathbf{w}_{1\Pi}$ можно получить

$$\mathbf{w}_{1\Pi} = \mathbf{w}_{1\Pi\mathrm{d}} + \mathbf{w}_{1\Pi\mathrm{a}} = \\ = \mathbf{w}_{\text{нк}1} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_1}{\mathrm{d}t} \times \mathbf{r}_2 + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_2). \tag{13}$$

В предположении, что $\mathbf{w}_{\text{нк}1}, \boldsymbol{\omega}_1$ имеют только апериодические и постоянные составляющие, а $\mathbf{r}_2$ имеет и постоянную, и переменную составляющие ($\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_{2\mathrm{d}} + \mathbf{r}_{2\mathrm{a}}$), выражение (13) можно переписать в виде

$$\mathbf{w}_{1\Pi} = \mathbf{w}_{\text{нк}1} + \boldsymbol{\varepsilon}_1 \times (\mathbf{r}_{2\text{d}} + \mathbf{r}_{2\text{a}}) +$$

$$+ \boldsymbol{\omega}_1 \times [\boldsymbol{\omega}_1 \times (\mathbf{r}_{2\text{d}} + \mathbf{r}_{2\text{a}})] =$$

$$= \mathbf{w}_{\text{нк}1} + \boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \mathbf{r}_{2\text{d}} + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_{2\text{d}}) +$$

$$+ \boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \mathbf{r}_{2\text{a}} + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_{2\text{a}}), \qquad (14)$$

где

$$\mathbf{w}_{1\Pi\text{d}} = \mathbf{w}_{\text{нк}1} + \boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \mathbf{r}_{2\text{d}} + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_{2\text{d}}),$$

$$\mathbf{w}_{1\Pi\text{a}} = \boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \mathbf{r}_{2\text{a}} + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_{2\text{a}}).$$

Из соотношения (3) для $\left.\dfrac{\mathrm{d}\mathbf{V}_{11p}}{\mathrm{d}t}\right|_p$ следует

$$\left.\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}_{11p\text{d}}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \frac{\mathbf{F}_\text{d}}{m} - \mathbf{w}_{11\Pi\text{d}} - 2 \cdot \boldsymbol{\omega}_{11\text{d}} \times \mathbf{V}_{11p\text{d}}; \qquad (15)$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}_{11p\text{a}}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \frac{\mathbf{F}_\text{a}}{m} - \mathbf{w}_{11\Pi\text{a}} -$$

$$- 2 \cdot [\boldsymbol{\omega}_{11\text{d}} \times \mathbf{V}_{11p\text{d}} + \boldsymbol{\omega}_{11\text{a}} \times (\mathbf{V}_{11p\text{d}} + \mathbf{V}_{11p\text{a}})]. \qquad (16)$$

Или в предположении о выполнении условий, при которых получено соотношение (14), уравнение (16) можно переписать в виде

$$\left.\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}_{11p\text{a}}}{\mathrm{d}t}\right|_p = \frac{\mathbf{F}_\text{a}}{m} - \mathbf{w}_{11\Pi\text{a}} - 2 \cdot [\boldsymbol{\omega}_{11\text{d}} \times \mathbf{V}_{11p\text{d}}].$$

Если измеряются только медленноменяющиеся составляющие ускорений, то можно пренебречь быстропеременными составляющими $\omega_{1\text{a}}, w_{\text{нк}1\text{a}}$. Это можно сделать в том случае, когда требуется определять составляющие ускорений, которые изменяются с частотой примерно 10–20 Гц, в то время как быстропеременные составляющие, обозначенные индексом "a", могут изменяться с частотой 200–400 Гц. По уравнению (11) можно оценить действующие угловые ускорения, а по (15) — линейные ускорения. Уравнения (12) и (16) могут быть использованы соответственно для получения угловых и линейных скоростей движения центра масс ВТ относительно системы координат (x_1, y_1, z_1). Таким образом, получаем систему из 12 уравнений второго порядка (или 24 уравнения первого порядка). В общем случае на основе теории оценивания по этим уравнениям можно оценивать линейные и угловые перемещения, скорости, ускорения. Применение предлагаемого подхода, открывает новые возможности построения малогабаритных, прецизионных БИНС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование полного подвеса одномассового чувствительного элемента позволяет повысить точность многокомпонентных акселерометров за счет наличия жесткой связи между измеряемыми параметрами и компонентами ускорений. При этом оптимальная конструкция чувствительного элемента имеет вид многоконечной крестовины, а общее число электромагнитов должно быть не менее двенадцати. Основой для создания интегральных прецизионных измерителей параметров движения ЛА может служить накопленный в ГУАП опыт создания шестикомпонентного акселерометра.

В дополнение к известным способам исследования сейсмических процессов, основанных на измерении линейных ускорений и угловых колебаний земной поверхности, может быть предложен комплексный метод исследований, использующий 6 датчиков: линейных и угловых ускорений (акселерометров и сейсмодатчиков), скоростей и перемещений.

Опыт работы с бесконтактными подвесами и прогресс в области нанотехнологий делает актуальной разработку бесконтактных датчиков на молекулярном уровне, когда в качестве чувствительного элемента используется молекулярная структура с заданными свойствами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сапожников Г.А., Богословский С.В., Кизимов А.Т.* Теория и практика измерительных электромагнитных подвесов. СПб.: ГУАП, 2001. 384 с.
2. *Данилин В.П., Новиков Л.З., Орлов О.Ф., Тиль А.В., Харламов С.А.* Гироскопические чувствительные элементы // Развитие механики гироскопических и инерциальных систем. М.: Наука, 1973. С. 73–108.
3. *Грязин Д.Г., Ткалич В.Л.* Основы теории акселерометров. СПб.: ИТМО, 1998. 38 с.
4. *Мандельштам С.М., Солопченко Г.Н.* Динамические свойства измерительно-вычислительных комплексов // Измерительная техника. М.: 1979. № 4. С. 16–17.
5. Пат. 309023 США. Акселерометр / Дакус Е.Н. Опубл. 21.05.63, "Офиш. газет".
6. *Сапожников Г.А., Богословский С.В.* Определение параметров многокомпонентного элек-

тромагнитного подвеса // Гироскопия и навигация. М.: Наука, 2001. Т. 34, № 3. С. 43–53.
7. *Лукьянов Д.П., Скворцов В.Ю.* Микроэлектронные акселерометры инерциальных систем навигации. СПб.: ГЭТУ (ЛЭТИ), 1999. 58 с.
8. *Богословский С.В., Сапожников Г.А., Кадкин А.О.* Прецизионные измерительные приборы на основе многокомпонентных магнитных подвесов // Научное приборостроение. Т. 11, № 4. С. 56–64.
9. *Северов Л.А., Пономарев В.К., Панферов А.И., Сорокин А.В., Кучерков С.Г., Лучинин В.В., Корляков А.В.* Микромеханические гироскопы: конструкции, характеристики, технологии, пути развития // Известия вузов: Приборостроение. СПб.: Наука, 1998. Т. 41, № 1–2. С. 57–73.

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Материал поступил в редакцию 04.03.2002.

DETERMINATION OF NAVIGATION PARAMETERS USING TRANSDUCERS BASED ON A CONTACTLESS SUSPENSION

S. V. Bogoslovsky

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

Based on the analysis of design principles of multicomponent measuring devices, the advantages of application of accelerometers with a full magnetic suspension as a single-mass sensing element in aerospace instrumentation are justified. The design of a precision six-component accelerometer is described. The mathematical model of a virtual accelerometer generating all vector coordinates of linear and angular acceleration and velocity is discussed.