ISSN 0868–5886 НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, 2001, том 11, № 3, с. 68–75

ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК 621.391.266

© М. М. Нестеров, В. Н. Трифанов

ФАЗОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТА ИСТОЧНИКА СИГНАЛА

Исследуется прием сигнала от источника тремя ненаправленными приемниками на одной линии на расстоянии D друг от друга, организованными в одну приемную систему с тремя полюсами (триполь). Уравнение Шредингера преобразуется к разностному уравнению первого порядка с запаздывающим аргументом, а волновое уравнение Пуассона к разностному уравнению второго порядка. Эти разностные уравнения — в фазовой интерпретации: синфазного времени и синхронной базы — позволяют определять с помощью триполя место источника геометрическими методами, не прибегая к понятию скорости распространения сигнала. В первом приближении фазовые решения первого порядка дают возможность определить угол цели, а фазовые решения второго порядка — расстояние до цели. Предлагаемые методы позволяют организовать высокочастотное сканирование цели (24 кадра в секунду с углом обзора 36×36 градусов).

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Традиционные методы определения места и дальности до цели основаны на механической ориентации приемника на цель своим лепестком (лицом) направленности и на определении времени хода до цели и обратно в их разделяющем пространстве. Сразу видны ограничительные пределы традиционных технологий определения местоположения цели. Они прежде всего инерционны, частота механического сканирования неба низка, а время хода сигнала велико.

Фазовые методы позволяют значительно улучшить отмеченные характеристики за счет организации высокочастотного сканирования неба и измерения синфазного времени в локальном масштабе приемников системы в пределах базы между ними.

Фазовые технологии обработки сигналов волновой природы основаны на анализе разности фаз в синхронном времени и разности хода времени в синфазном режиме работы приемников, отстоящих друг от друга на некотором базовом расстоянии и принимающих сигнал волновой природы от одного источника.

Фазовые методы, как это будет видно из дальнейшего анализа, позволяют буквально получать решения волнового уравнения Пуассона и уравнения движения Шредингера методами геометрической оптики.

Волновое уравнение Пуассона

В физике волновые процессы описываются уравнением Пуассона. Для сигнала волновой природы это уравнение имеет вид

$$\Delta S = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2},$$

где Δ — оператор Лапласа, S — сигнал, v — скорость распространения сигнала, t — время.

Оператор Лапласа есть сумма вторых частных производных по координатам точек пространства x, y, z:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Решением уравнения Пуассона является любая функция вида

$$S = S(\omega t - \mathbf{kR} + \Phi),$$

где ω — циклическая (круговая) частота сигнала волновой природы, t — время, $\mathbf{k}$ — волновой вектор с направлением движения волны, $\mathbf{R}$ — вектор точки пространства, Φ — начальная фаза волны.

Напомним:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi / T,$$
$$k = |\mathbf{k}| = 2\pi / \lambda = 2\pi / (v / T) = \omega / v,$$
$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{i} + k_y \mathbf{j} + k_z \mathbf{k}, \quad \mathbf{R} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}.$$

Здесь $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — орты направлений координатных осей, k_x, k_y, k_z — проекции волнового вектора на эти орты, λ, T, f — длина, период и частота волны.

Эти классические уравнения изложены в любом учебнике физики и, в частности, в учебниках [1, 2].

Выберем три точки в направлении $\mathbf{x}$, отстоящие друг от друга на расстоянии D. Их можно рассматривать как два последовательно соединенных диполя с плечом D в единый триполь. Точки триполя являются его полюсами. Будем предполагать, что сигнал волновой природы воспринимается этими полюсами: S_1, S_2 — сигналы в концевых точках, S — в средней точке. Тогда волновое уравнение Пуассона приобретает разностную форму вида:

$$\mathrm{d}^2 S = \mathrm{d}_t^2 S = \lambda f \mathrm{d}^2\tau = \lambda \mathrm{d}^2\Phi / 2\pi = \lambda \mathrm{d}^2\tau / T ,$$

где S — путь, пройденный фронтом волны сигнала по лучу от цели до приемника за некоторое время τ (соответствует перемещению характерной фазы волны). В свою очередь разности второго порядка определяются по концевым S_1, S_2 и среднему S сигналам полюсов триполя и находятся по формулам

$$\mathrm{d}^2 S = S_1 + S_2 - 2S ,$$

$$\mathrm{d}^2\tau = \tau_1 + \tau_2 - 2\tau, \quad \mathrm{d}^2\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - 2\Phi ,$$

где τ_1, τ_2, τ — время наблюдения одинаковой фазы волны сигнала в полюсах триполя; Φ_1, Φ_2, Φ — разные фазы волны сигнала, наблюдаемые в полюсах триполя в характерное время τ.

Вторая разность $\mathrm{d}^2 S$, определенная на полюсах триполя, характеризует вторую разность хода волны сигнала от цели до полюсов триполя.

Вторая разность $\mathrm{d}^2\tau$, измеренная на полюсах триполя в синфазном режиме, характеризует вторую разность времени хода волны сигнала от цели до полюсов триполя, измеренную в характерной фазе Φ.

Вторая разность $\mathrm{d}^2\Phi$, измеренная на полюсах триполя в синхронном режиме, характеризует вторую разность фаз волны сигнала, измеренную в характерное время τ.

Обратим внимание на принципиальные особенности такого способа измерения характеристик сигнала по разности фаз.

Здесь измеряются не глобальные расстояния, времена хода и фазы, пройденные сигналом по лучам от цели до полюсов триполя, а их локальные разности в пределах триполя. Это позволяет допустить локальную изотропность скоростей распространения сигнала.

Во-вторых, измеряются либо времена в определенной фазе, либо фазы в определенное время. Это позволяет при известных длине, частоте и периоде несущей волны сигнала определять разности хода сигнала по пройденному пути от источника до полюсов триполя.

Длина волны λ, период T и частота f сигнала S волновой природы связаны зависимостью

$$\lambda = vT = v / f . \tag{1}$$

Здесь v — скорость распространения сигнала. В глобальном плане это — групповая скорость, а в локальном — примерно фазовая.

Эту скорость можно измерить при независимой тарировке триполя. Это позволяет получить тарировку длины несущей волны сигнала волновой природы.

Таким образом, мерные расстояния, времена и фазы хода сигнала волновой природы локально определены и не зависят от глобальных характеристик расстояния от приемника до источника (цели). В таком способе измерения и заключается возможность снятия неопределенности связи между групповыми (глобальными) и фазовыми (локальными) характеристиками сигнала волновой природы.

Подчеркнем, что вторая разность сигнала на приемном триполе является определяющей фазовой характеристикой в решении проблемы определения местоположения цели относительно приемника (триполя). Для этого при тарированной фазовой скорости распространения сигнала в локальной области триполя достаточно фиксировать времена в полюсах триполя в одинаковой фазе сигнала или соответствующие фазы в одном синхронном времени. По тарированной скорости, синфазным временам или синхронным фазам, периоду и частоте волны определяются расстояния от полюсов триполя до цели.

Обратим внимание на то, что при относительно небольших плечах диполей измерительного триполя разности синфазного времени хода сигнала волновой природы малы. Поэтому скорости измерения углов и расстояний местонахождения цели являются большими. Таким образом, триполи являются высокоскоростным средством измерения места цели.

Уравнение Шредингера

В квантовой механике уравнение движения описывается операторным уравнением [3, 4]

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = \mathrm{H}\Psi ,$$

где $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$ — мнимая единица; $\hbar$ — постоянная Планка, характеризующая минимальный квант действия, H — оператор энергии (гамильтониан), Ψ — функция состояния квантовой системы или волна вероятности.

Применим уравнение движения Шредингера к сигналу S:

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \mathrm{H}\, S . \tag{2}$$

Представим i в экспоненциальной форме

$$\mathrm{i} = e^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$$

и преобразуем уравнение (2):

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{H}}{\hbar} S(\omega(t-\tau)), \quad \tau = \frac{x}{v} + \frac{T}{\mathrm{H}},$$

где v, T — скорость распространения и период сигнала волновой природы.

Таким образом, получено функциональное уравнение движения сигнала в виде дифференциального уравнения первого порядка с запаздывающим аргументом.

Дифференциальная форма записи функционального уравнения движения сигнала волновой природы позволяет выполнить его локальную параметризацию, избегая неопределенности глобальной скорости распространения сигнала.

Выполним дальнейшие преобразования уравнения движения сигнала:

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{H}}{\hbar} S(t-\tau),$$

$$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}x}{v}\frac{\mathrm{H}}{\hbar} S(t-\tau), \quad v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}.$$

Рассмотрим введенный выше триполь с полюсами $\{1, 0, 2\}$ и с сигналами на них $\{S_1, S, S_2\}$.

Разность сигнала между концевыми полюсами триполя

$$\mathrm{d}S = S_1 - S_2 = \frac{2D}{v}\frac{\mathrm{H}}{\hbar} S(t-\tau).$$

Получено разностное уравнение первого порядка в локальной области измерительного триполя. Поэтому для сигнала волновой природы получаем его характеризацию на триполе

$$\mathrm{d}S = \lambda\,\mathrm{d}\tau / T = \lambda f\,\mathrm{d}\tau = \lambda\,\mathrm{d}\Phi / 2\pi,$$

где λ, f, T — длина, частота и период волны сигнала; $\mathrm{d}\tau = \tau_1 - \tau_2$ — синфазная разность времени хода волны по лучам от источника до полюсов триполя $\{1, 2\}$; $\mathrm{d}\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ — синхронная разность фаз сигнала на полюсах триполя $\{1, 2\}$.

Длина волны сигнала связана с его периодом и частотой соотношениями (1). Здесь v — локальная (фазовая) скорость распространения сигнала в локальной области триполя.

Снова обращаем внимание на то, что в локальной области измерительного триполя разности синфазного времени и синхронной фазы малы, поэтому измерения параметров места целей могут быть реализованы с высокой скоростью.

При тарированной локальной (фазовой) скорости распространения сигналов по уравнениям (1) получаем эталон длины волны, с помощью которого измеряются расстояния до цели.

Отметим, что в рамках этих технологий сравниваются временные процессы сигналов, зарегистрированных разными приемниками системы. Эти процессы являются времяподобными развертками состояния сигнала источника, его времяподобными портретами. Портреты можно совмещать, управляя временем запаздывания хода сигнала до разных приемников. Среди всевозможных совмещений со сдвигом времени находятся совмещения с максимальным совпадением портретов, их характерных максимумов и минимумов. Такие совпадения будем называть синфазными, а соответствующие разности хода времени — синфазными разностями.

Но если фиксировать портреты в одном общесистемном времени, то портреты разных источников будут сдвинуты по фазе, характеризуя тем самым разность хода сигнала от источника до приемников. Сдвиг фаз, измеренный в общесистемном времени, будем называть синхронными разностями фаз.

Обратим внимание, что как синфазное время, так и синхронная база определены в локальном пространстве приемника в пределах его базы и совершенно не связаны с глобальными фазами и временем хода сигналов до приемников. Это очень важное замечание, т.к. исследуются портреты в локальном масштабе с локальными инвариантами передающего пространства и с локальными (фазовыми) скоростями распространения сигнала волновой природы. Глобальные (вселенские) инварианты и глобальные (вселенские, групповые) скорости распространения сигнала в этом анализе не участвуют.

Так как между фазовой и групповой скоростями наблюдается расхождение, которое экспериментально подтверждено последними физическими исследованиями [5], то локальный (фазовый) анализ может оказаться более точным, более быстрым и более эффективным. Надежды такого плана основаны на том, что по результатам физических измерений фазовые скорости значительно выше групповых.

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ФАЗОВЫХ РАЗНОСТЕЙ

Прежде всего отметим, что в уравнениях Шредингера и Пуассона, выраженных в фазовой форме, сигналы S и их разности $\mathrm{d}S$, d^2S, синфазные времена τ и их разности $\mathrm{d}\tau$, $\mathrm{d}^2\tau$, а также синхронные фазы Φ и их разности $\mathrm{d}\Phi$, $\mathrm{d}^2\Phi$ взаимосвязаны между собой общей аналогией, характеризующей движение фонона сигнала волновой природы. Это движение характеризуется волновой функцией

$$F(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} S + \Phi).$$

Здесь λ — длина волны сигнала, ω — его круговая частота, Φ — его фаза, S — пространственная координата сигнала (путь его движения до цели). Так как аргумент сигнала совпадает с аргументом волновой функции, то на основании этого совпадения можно записать

$$S = \lambda f\tau, \quad \mathrm{d}S = \lambda f \mathrm{d}\tau, \quad \mathrm{d}^2 S = \lambda f \mathrm{d}^2\tau ,$$

$$\Phi = 2\pi f\tau, \quad \mathrm{d}\Phi = 2\pi f \mathrm{d}\tau, \quad \mathrm{d}^2\Phi = 2\pi f \mathrm{d}^2\tau,$$

$$v = \mathrm{d}S / \mathrm{d}\tau, \quad f\tau = 1, \quad \omega = 2\pi f ,$$

$$f\tau = \Phi / 2\pi, \quad f\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}\Phi / 2\pi, \quad f\mathrm{d}^2\tau = \mathrm{d}^2\Phi / 2\pi.$$

В этих зависимостях f — частота сигнала, T — его период, v — скорость распространения сигнала. Отметим, что взаимосвязь параметров фонона сигнала волновой природы в выписанных фазовых соотношениях носит локальный дифференциально-разностный характер. Поэтому она определяет локальные характеристики движения фонона в пределах базы приемника. В частности, локально определена скорость сигнала, длина волны, частота, синфазные времена и синхронные фазы.

Фазовую чувствительность определения углового места и расстояния до цели определим по первым и вторым разностям сигнала на трехполюсном приемнике (триполе).

Перпендикуляры, проведенные из полюсов триполя, будем называть их зенитами. Смещение цели от зенита нулевого полюса (среднего полюса триполя), параллельное оси триполя, обозначим величиной x. Расстояния до цели от полюсов триполя обозначим соответственно тройкой (R_1, R_0, R_2), а углы между зенитами полюсов и лучами (R_1, R_0, R_2) обозначим тройкой (α_1, α, α_2). Здесь перечислены основные характеристики, позволяющие исчислять углы на цель от полюсов триполя (α_1, α, α_2) и расстояния от них до цели (R_1, R_0, R_2).

Рассмотрим разности сигналов (S_1, S, S_2). Чувствительность приемного комплекса будем измерять в зените среднего полюса триполя. Если цель находится в зените среднего полюса, то лучи R_1, R_2 от крайних полюсов триполя равны между собой и разность хода фононов сигнала волновой природы по ним будем равна нулю

$$\mathrm{d}S_{12} = S_1 - S_2 = 0 .$$

Рассмотрим скалярный квадрат этой разности

$$dS_{12}^2 = (S_1 - S_2)^2 =$$
$$= S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 S_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2).$$

Так как расстояния до цели равны, то

$$S_1 = S_2, \quad \mathrm{d}S_{12}^2 = 2S_1^2[1 - \cos(\Phi_1 - \Phi_2)] = 0 .$$

Следовательно,

$$\cos(\Phi_1 - \Phi_2) = 1, \quad \Phi_1 = \Phi_2 .$$

Сигналы S_1, S_2 синфазны, и разность между ними минимальна и равна нулю. Соответствующие сигналы приемников полюсов синфазны, а разность между ними минимальна и равна нулю. Тем самым определен признак нахождения цели в зените среднего полюса.

Мысленно сместим цель по оси триполя от зенита среднего полюса в ту или иную сторону крайних полюсов на расстояние x. Тогда разность сигнала крайних полюсов станет ненулевой. На некотором расстоянии x, характеризующем смещение цели в небе от зенита среднего полюса триполя, разность сигналов станет максимальной. Это произойдет при

$$\cos(\Phi_1 - \Phi_2) = -1, \quad \Phi_1 - \Phi_2 = \pm\pi .$$

Это значит, что сигналы S_1, S_2 находятся в противофазе, сдвиг фаз равен половине периода и разность хода сигнала на базе $2D$ будет равна половине длины волны. Этому локальному смещению в измерительном комплексе соответствует смещение цели в небе на соответствующую величину x. При этом разность сигнала максимальна и характеризуется величиной

$$\mathrm{d}S_{12} = 4S_1^2 .$$

Таким образом, при смещении цели на величину $\pm x$ в небе от зенита среднего полюса разность сигнала изменяется от нуля до своего максимального значения $4S_1^2$, при этом разность хода сигнала на базе измерительного комплекса будет отличаться на половину длины волны в ту или иную сторону. Если взять разность фазовых портретов сигналов (S_1, S_2), то в зените будет наблюдаться минимум этой разности, а при смещении фазы на $\pm\pi$ — ближайшие максимумы.

Если разность сигналов от цели попадает в потенциальную яму между двумя максимумами, то цель находится на расстоянии $\pm x$ от зенита среднего полюса триполя. Это смещение характеризует разрешающую способность определения места цели по углу, а заодно и масштаб цели, которую еще может обнаружить приемный комплекс.

Но дополнительно в триполе можно составить еще две первые разности

$$\mathrm{d}S_1 = S_1 - S, \quad \mathrm{d}S_2 = S - S_2 .$$

И когда цель находится в зените среднего полюса, эти разности должны быть максимальными, а сигналы (S_1, S) и (S_2, S) должны быть в противофазе, т.е. отличаться на величину $\pm\pi$, или половину длины волны.

Таким образом, фокусировка на цель в зените среднего полюса триполя характеризуется минимумом разности сигналов крайних полюсов (dS_{12}) и максимумами разностей на диполях (dS_1, dS_2).

Рассмотрим вторую разность триполя

$$d^2S = dS_1 - dS_2 = S_1 + S_2 - 2S .$$

Если цель находится в зените среднего полюса триполя, то сигналы S_1, S_2 синфазны, а S находится с ними в противофазе. В этом случае эта разность максимальна и равна

$$d^2S = 2S_1 + 2S = 4S_1 .$$

Это происходит при фокусировке на цель по зениту среднего полюса на некотором расстоянии R. Если фокусировку менять, будет изменяться расстояние R и разность фаз между синфазными сигналами S_1, S_2 и несинфазным с ними сигналом S. При некоторой фокусировке сигнал S станет синфазным с сигналам S_1, S_2 а вторая разность обратится в нуль

$$d^2S = 0, \quad \Phi_1 = \Phi_2 = \Phi .$$

Максимум и минимум второй разности для цели, находящейся в зените среднего полюса триполя, локализует дальность от среднего триполя до цели.

Такая особенность вторых разностей позволяет определять расстояние до целей.

Здесь изложены принципиальные возможности определения места цели на небосклоне по углу и расстоянию до нее, когда она находится в области зенита среднего полюса триполя.

В общем случае всевозможных значений первых и вторых разностей получается возможность решить проблему триангуляции в определении места цели по углу и расстоянию до нее чисто геометрическими методами.

Тем самым появляется возможность поиска решений уравнений Шредингера и Пуассона геометрическими методами.

Геометрия первых разностей

Рассмотрим триполь с полюсами (1, 0, 2) перечисленными слева направо. Пусть для определенности расстояние по зениту от триполя до цели равно R, а цель на небосклоне на этом расстоянии смещена от зенита среднего полюса триполя на расстояние X в сторону зенита полюса 2.

При этом углы лучей S_1, S, S_2, идущих от полюсов (1, 0, 2) до цели, относительно своих зенитов обозначены (α_1, α, α_2).

При таком обозначении тангенсы углов будут равны

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{D+X}{R}, \quad \mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{D-X}{R}, \quad \mathrm{tg}\alpha = \frac{X}{R}.$$

Длины лучей (S_1, S, S_2) в таком случае определятся зависимостями

$$S_1 = \frac{R}{\cos\alpha_1}, \quad S = \frac{R}{\cos\alpha}, \quad S_2 = \frac{R}{\cos\alpha_2}.$$

Так как для любого угла α_k, $k = (1, 0, 2)$,

$$1/\cos\alpha_k = \sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha_k} ,$$

то выражения для длин лучей будут иметь вид

$$\frac{S_1}{R} = \sqrt{1+\left(\frac{D+X}{R}\right)^2}, \quad \frac{S}{R} = \sqrt{1+\left(\frac{X}{R}\right)^2}, \quad \frac{S_2}{R} = \sqrt{1+\left(\frac{D-X}{R}\right)^2}. \tag{3}$$

Разность сигналов как разность длин лучей между крайними полюсами триполя выразится так:

$$dS = S_1 - S_2,$$

$$\frac{dS}{R} = \sqrt{1+\left(\frac{D+X}{R}\right)^2} - \sqrt{1+\left(\frac{D-X}{R}\right)^2}.$$

Разлагая корни с точностью до величин четвертого порядка, получаем

$$\frac{dS}{R} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{D+X}{R}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{D+X}{R}\right)^4 - -1 - \frac{1}{2}\left(\frac{D-X}{R}\right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{D-X}{R}\right)^4.$$

После преобразований окончательно находим

$$\frac{dS}{D} = \frac{X}{R}\left(2 - \frac{D^2}{R^2} - \frac{X^2}{R^2}\right).$$

При малых X и больших величинах R

$$\alpha = \frac{X}{R}$$

— есть угол среднего луча к своему зениту при смещении цели от него на величину X при высоте R. В первом приближении этот угол будет равен

$$\alpha = \frac{X}{R} = \frac{dS}{2D}. \tag{4}$$

Вспомним, что в зените разность хода лучей равна нулю, а при отклонении цели от зенита на максимальную величину X эта разность хода будет равна половине длины волны. Тогда разрешающая способность триполя в определении места цели по углу определится выражением

$$\alpha = \frac{\lambda}{4D}.$$

Для волны $\lambda = 10^{-2}$ м и базе $D = 10$ м имеем

$$\alpha = \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10} = 2.5 \cdot 10^{-4} = 2.5 \cdot \frac{180}{3.14} \cdot 3600 \approx 50''.$$

Разрешающая способность по углу (α = 50″) является характерной для человеческого глаза. Таким образом, можно утверждать, что трипольная технология определения места цели обладает угловой разрешающей способностью не хуже человеческого глаза. Заметим, что она получена для радиоволн в сантиметровом диапазоне частот, а не в оптическом диапазоне света.

Геометрия вторых разностей

Рассмотрим в условиях предыдущего раздела вторую разность сигнала

$$\mathrm{d}^2 S = S_1 + S_2 - 2S.$$

Выражая сигналы по формулам (3), находим

$$\frac{\mathrm{d}^2 S}{R} = \sqrt{1 + \left(\frac{D + X}{R}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{D - X}{R}\right)^2} - 2\sqrt{1 + \left(\frac{X}{R}\right)^2}.$$

После разложения корней и соответствующих преобразований, аналогичных преобразованиям для первых разностей, получаем

$$\frac{\mathrm{d}^2 S}{D} = \frac{D}{4R}\left(4 - \frac{D^2}{R^2} - 6\frac{X^2}{R^2}\right).$$

В первом приближении при больших высотах R находим

$$R = \frac{D^2}{\mathrm{d}^2 S}. \tag{5}$$

Из выражения (5) становится ясной роль вторых разностей триполя в определении расстояния до целей. Если вторая разность равна нулю, а это возникает тогда, когда все сигналы триполя синфазны, расстояние до цели бесконечно большое. Тогда при угловой разрешающей способности

$$\alpha = \frac{X}{R}$$

местоположение объекта относительно зенита среднего полюса триполя будет неопределенно. Таким образом, цель на небосклоне не видна, даже если приемники обнаружили ее по энергии сигнала. Однако в случае, когда сигнал в среднем полюсе триполя будет в противофазе с сигналами крайних полюсов, то расстояние фокусировки по обнаружению цели сокращается до минимума и становится равным

$$R = \frac{2D^2}{\lambda}.$$

При базе D =10 м и длине волны λ= 10^{-2} м имеем

$$R = \frac{2 \cdot 100}{10^{-2}} = 20\,000\,\text{м} = 20\ \text{км}.$$

Сокращая базу триполя, это расстояние можно уменьшать

Интересно определить масштаб минимальных отклонений цели на небосклоне. Решая совместно уравнения (4), (5), находим

$$X = \frac{D}{2}\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}^2 S}.$$

При $\mathrm{d}S = \mathrm{d}^2 S$ получаем

$$X = \frac{D}{2}.$$

Для базы D = 10 м имеем X = 5 м.

Этот результат можно интерпретировать так. Радарный триполь в сантиметровом диапазоне длин волн обнаруживает цель (X = 5 м) на расстоянии (R = 20 км) с угловым разрешением (α = = 50″). Зададим себе вопрос, может ли человеческий глаз увидеть такую цель в световом диапазоне, которую радарный триполь увидел в сантиметровом диапазоне радиоволн?

Трудно положительно ответить на такой вопрос. Таким образом, уже качественный анализ разрешающей способности фазовых методов обнаружения и определения места цели на основе трипольных технологий проявляет принципиально новые возможности в решении этих актуальных проблем.

Угол обзора неба

Пусть β — угол обзора неба. Так как квант угла равен α, то количество квантов по одному направлению будет равно (с учетом (4))

$$m = \beta / \alpha = 2D\beta / \mathrm{d}S.$$

По двум ортогональным направлениям количество угловых квантов увеличивается в квадрате. На каждом кванте требуется n-кратная экспозиция для получения требуемой разрешающей способности по обнаружению сигнала. Одна экспозиция длится время ($\tau = 1/f_c$), где f_c — частота импульсов, максимумы и минимумы которых необходимо измерять. Кроме того, чтобы не потерять цель, все небо необходимо сканировать с частотой f_k. Собирая все эти данные воедино, получаем зависимость

$$f_k n m^2 = f_c .$$

Для обработки одного импульса при определении его максимумов и минимумов требуется измерение. В работе авторов [6] приводятся аргументы того, что это количество должно быть не менее ($n_k = 24$).

С учетом этого замечания получаем окончательную зависимость

$$f_k n_k n m^2 = f_c .$$

При сканировании неба, чтобы избавиться от мерцания цели, необходимо наблюдать ее с такой скоростью, чтобы за интервал сканирования объект, двигаясь со скоростью v, изменил свое местоположение не больше чем на величину x. В этом случае на частоту сканирования накладывается ограничение

$$f_k \geq v / x .$$

Проиллюстрируем приведенные рассуждения гипотетическим примером. Пусть цель движется со скоростью 3М, где М — число Маха. Квант неопределенности длины при базе триполя D = 10 м равен $x = X = 5$ м. Полагаем скорость звука М = 300 м/с. Тогда предельная частота сканирования неба будет равна

$$f_k = v / X = 3M / X \approx 1000/5 = 200 \text{ Гц} .$$

Пусть количество экспозиций при обработке сигнала в процессе наблюдения за целью равно ($n = 100$), а количество измерений при обработке одного импульса колеблется в пределах ($n_k = 2$). Тогда количество квантов обзора участка неба с одним триполем будет равно

$$m = [f_c /(n_k n f_k)]^{\frac{1}{2}} = [3 \cdot 10^{10} /(2 \cdot 100 \cdot 200)]^{\frac{1}{2}} .$$

При таком числе квантов угол обзора одним триполем будет равен

$$\beta = m\alpha = mX / R = 860 \cdot 5 / 20\,000 \approx 12^\circ .$$

Но если частоту сканирования принять равной частоте телевизионных кадров, то число квантов обзора возрастет до величины

$$m = (3 \cdot 10^{10} / 2 \cdot 100 \cdot 24)^{\frac{1}{2}} = 2\,500 .$$

В этом случае угол обзора неба одним триполем станет равным

$$\beta = 2\,500 \cdot 5 / 20\,000 \approx 36^\circ .$$

Все изложенные в работе примеры носят оценочный характер. Их цель заключается в том, чтобы почувствовать масштаб пропорций, получаемых из изложенной теории.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Фазовые приемники состоят из множества ненаправленных антенн, связанных между собой в общую приемную систему. Каждая антенна принимает всенаправленный сигнал, содержащий информацию всего "неба". Однако уже пара ненаправленных приемников в совместной работе составляет диполь, имеющий пространственную ориентацию по своей оси — "горизонту" и по перпендикуляру к ней — "зениту". Разность фаз времяподобных сигналов антенн диполя четко выделяет синхронные фазы и синфазные времена в направляющем зените. Именно в зените чувствительность и разрешающая способность диполя наивысшие.

Эти положения определяют основные конструктивные особенности приемного комплекса. Он состоит из триад (триполей) разной ориентации ненаправленных антенн.

За счет сдвига синфазного времени фокусировку триполя на зенит можно менять в пределах некоторого меридианного угла обзора. Так как сдвиг времени осуществляется электронным способом, то это позволяет реализовать высокочастотное сканирование неба.

Один триполь сканирует небо в одной плоскости, а другой, перпендикулярный ему, сканирует небо в другой, перпендикулярной плоскости. Работая совместно, два триполя сканируют последовательно все точки "строка за строкой" участка неба в пределах угла обзора. Мощность сигнала из точки фокусировки фиксируется приемником-обнаружителем, которым являются сами ненаправленные антенны диполя, а положение сигнала — точкой фокусировки на перекрестье фокусов двух ортогональных триполей.

Такая картина в электронном исполнении передается на экран монитора радара, на котором визуально отображается активность всех точек "окна обзора".

Дальнейшее развитие конструктивных особенностей фазовых приемников связано с реализацией вторых разностей сигналов совместно работающих приемных ненаправленных антенн. Отметим, что первые разности являются геометрическим аналогом уравнения движения Шредингера, тогда как вторые разности определяют геометрическую аналогию волнового уравнения Пуассона.

Направление на сигнал по углу сканирования "неба" триполя определяется в основном геометрической интерпретацией первых разностей диполя соответствующего волнового уравнения движения Шредингера.

Расстояние до цели фиксируется в геометрической интерпретации волнового уравнения Пуассона вторыми разностями.

Итак.

- Чтобы обнаружить цель, необходимо измерить сигнал любым ненаправленным приемником.
- Чтобы определить место цели по углу, необходимо измерить и геометрически интерпретировать разность сигналов полюсов ориентированного триполя.
- Чтобы определить расстояние до цели, необходимо измерить вторые разности сигналов полюсов триполя и дать результату измерения соответствующую геометрическую интерпретацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дятлов А.А., Яворский Б.М.* Курс физики: учебное пособие для втузов. М.: Высшая школа, 1989. 608 с.
2. *Джанколи Д.* Физика: в 2-х томах, том 2 (пер. с англ.). М.: Мир, 1989. 667 с.
3. *Дирак П.* Принципы квантовой механики (пер. с англ.). М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. литературы, 1979. 471 с.
4. *Фок В.А.* Начала квантовой механики. М.: Наука, 1976. 376 с.
5. *Mugnai D., Ranfagni A., and Ruggeri.* Observation of superluminal Behaviors in Wave Propagation // PRL 1984. N. 12. P. 4830–4832.
6. *Нестеров М.М., Трифанов В.Н., Данилов В.Н.* Нестандартный анализ данных с использованием самоорганизующихся технологий // Научное приборостроение. 2000. Т. 10, № 1. С. 35–43.

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

Материал поступил в редакцию 06.02.2001.

PHASE TECHNOLOGIES OF SIGNAL PROCESSING. DIRECTION-OF-ARRIVAL ESTIMATION

M. M. Nesterov, V. N. Trifanov

Saint-Petersburg Institute of Informatics and Automatization

Signal reception by three omnidirectional equidistant receivers in-line to each other arranged as a single three-pole system (tripole) is investigated. The Schrödinger equation is transformed to a first-order difference equation with argument lag, and the Poisson wave equation — to the second-order difference equation. These difference equations in the phase interpretation (equiphase time and synchronous base) allow direction-of-arrival estimation by geometrical techniques using the tripole without recourse to the notion of signal propagation velocity. To a first approximation, the first-order phase solutions yield the target angle, and the second order phase solutions — the target distance. The proposed methods allow high-frequency target scanning (24 frames per second with an angle of view of 36×36 degrees).