

УДК 538.56: 621.391

© А. Н. Покидышев

## ОЦЕНИВАНИЕ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ТЕПЛОВОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Предлагается способ оценивания степени поляризации теплового оптического излучения, не требующий для своей реализации элементов, чувствительных к поляризации. Этот метод использует только измерения фотоприемника. Производится статистический синтез алгоритма максимального правдоподобия для обработки регистрируемой интенсивности. Анализируется потенциальная точность оценки и ее удобство для вычисления.

### ВВЕДЕНИЕ

подавляющее большинство естественных и искусственных оптических источников испускают свет, излучаемый случайно и независимо друг от друга большим числом возбужденных атомов и молекул. Такое излучение называется тепловым [1]. Степень поляризации является его важнейшей информационной характеристикой. Свет с произвольной поляризацией может быть представлен в виде суммы поляризованной и неполяризованной составляющих, степень поляризации волны определяется как отношение средней интенсивности поляризованной компоненты к полной интенсивности. Необходимость рассмотрения этого параметра возникает при решении множества обратных задач в науке и на практике, например при исследовании состояния анизотропных сред [2,3]. Традиционно [4] любой прибор для объективного измерения этой величины включает в себя оптическое устройство (см. рис. 1, а), содержащее элементы, чувствительные к поляризации (поляризаторы, фазовые пластинки и т.п.). В данной работе предлагается альтернативная (см. рис. 1, б) схема построения прибора для оценивания степени поляризации теплового оптического излучения. В нем функции устройства с элементами, чувствительными к поляризации, берет на себя алгоритм обработки сигнала, статистический синтез и анализ которого проводится в данной работе. Это возможно благодаря различию в вероятностной структуре интенсивности тепловых оптических излучений при различных степенях поляризации.

### СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ

В данном разделе ставится задача оценивания степени поляризации теплового оптического излу-

чения, указываются различия вероятностных свойств наблюдаемых интенсивностей излучений при различных значениях оцениваемого параметра и, наконец, производится построение алгоритма, оптимальным образом использующего эти различия.

Пусть часть входного излучения  $\mathbf{E}(t)$ , прошедшего через входную оптическую систему, регистрируется фотоприемником (см. рис. 1, б). Будем считать, что  $\mathbf{E}(t)$  — стационарное тепловое оптическое поле с шириной спектра  $\Delta\omega$ . Требуется дать заключение о степени поляризации  $P$  этой части входного излучения  $\mathbf{E}(t)$  по выборке интенсивности  $\mathbf{I}$ , значения которой взяты через интервал дискретизации  $\Delta t$ :  $\mathbf{I} = (I(t_1), I(t_2), \dots, I(t_N))$ , где  $N$  — объем выборки.

Произвольное выборочное значение интенсивности  $I_i = I(t_i)$ ,  $i \in 1, 2, \dots, N$ , полностью поляризованного ( $P=1$ ) теплового оптического излучения имеет распределение  $\chi^2$  с двумя степенями свободы [1]

$$p(I_i) = \frac{1}{\bar{I}} \exp\left[-\frac{I_i}{\bar{I}}\right],$$

где  $\bar{I}$  — средняя интенсивность. Выборочное значение интенсивности неполяризованного ( $P=0$ ) теплового оптического излучения имеет плотность распределения вероятностей, соответствующее закону  $\chi^2$  с числом степеней свободы, равным четырем

$$p(I_i) = \left(\frac{2}{\bar{I}}\right)^2 I_i \exp\left[-\frac{2I_i}{\bar{I}}\right].$$

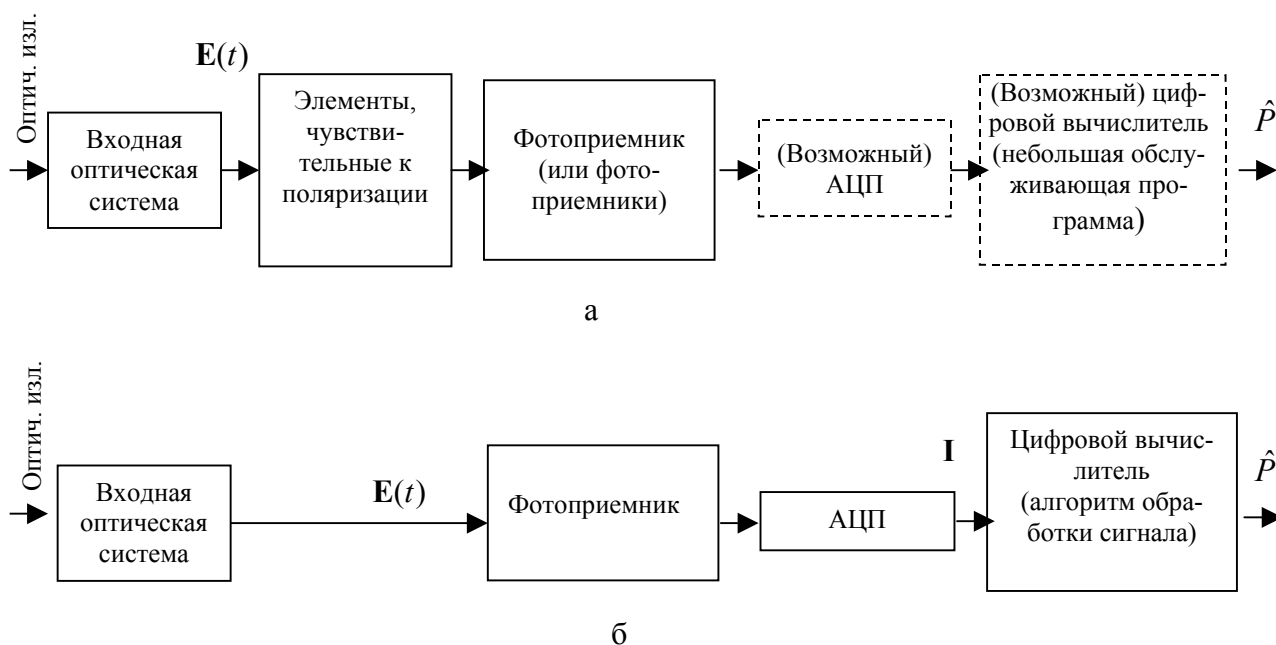


Рис. 1. Схемы прибора для определения степени поляризации: а — традиционная, б — предлагаемая

Выборочное значение интенсивности частично поляризованного ( $0 < P < 1$ ) теплового оптического излучения имеет следующую плотность вероятности:

$$p(I_i) = \frac{1}{P\bar{I}} \left\{ \exp\left[-\frac{2I_i}{(1+P)\bar{I}}\right] - \exp\left[-\frac{2I_i}{(1-P)\bar{I}}\right] \right\}$$

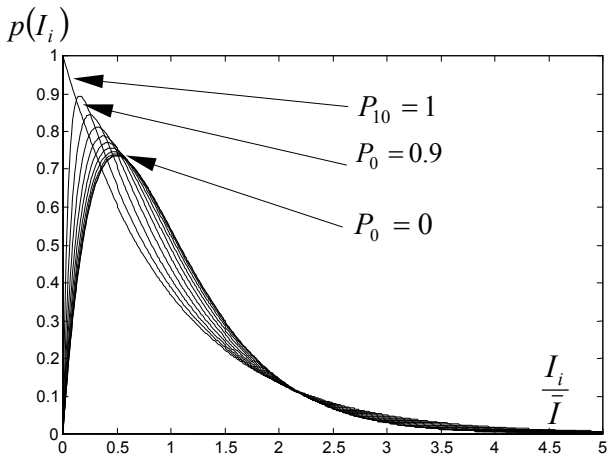
Вид этих плотностей вероятности показан на рис. 2. Можно проследить за плавным изменением формы плотности вероятности при постепенном изменении степени поляризации от 0 до 1, а при переходе к  $P=1$  форма плотности вероятности меняется качественно. Мода распределения движется от своего крайнего значения, соответствующего параметру  $P=0$ , к оси ординат; затягивается хвост распределения; при этом увеличивается вероятность пребывания в области, близкой к максимальному значению. Можно показать, что

отличие соседних плотностей больше проявляется для сильно поляризованных излучений. Для этого вводится метрика

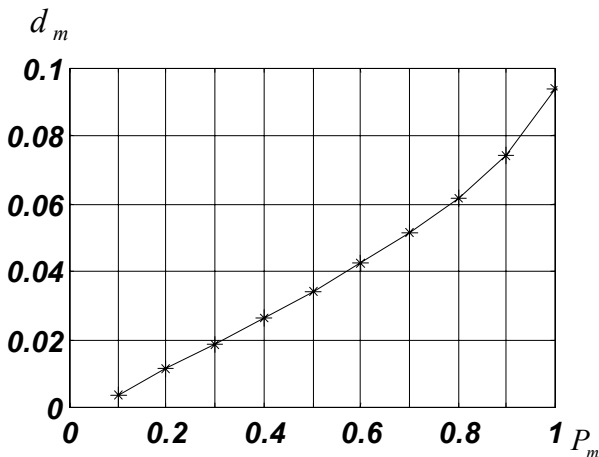
$$d_m = \int_0^{+\infty} |p(I_i | \bar{I} = 1, P_{m-1}) - p(I_i | \bar{I} = 1, P_m)| dI,$$

где  $P_m = [0, 0.1, \dots, 1]$ . На графике рис. 3 виден характер изменения этой величины. Наибольшие отличия друг от друга имеют соседние плотности вероятности  $P_{m-1}$  и  $P_m$  при  $P_m \rightarrow 1$ . Это различие должно влиять на свойства оценивания. Результаты моделирования интенсивности теплового оптического излучения, соответствующие двум предельным степеням поляризации, наглядно иллюстрируют их разный статистический характер (рис. 4).

Согласно [1], частично поляризованное тепловое излучение в точке приема всегда можно представить как вектор с взаимно некоррелированными полевыми составляющими  $\mathbf{E}(t) = (E_1(t), E_2(t))$ . Отсутствие корреляции означает для теплового поля статистическую

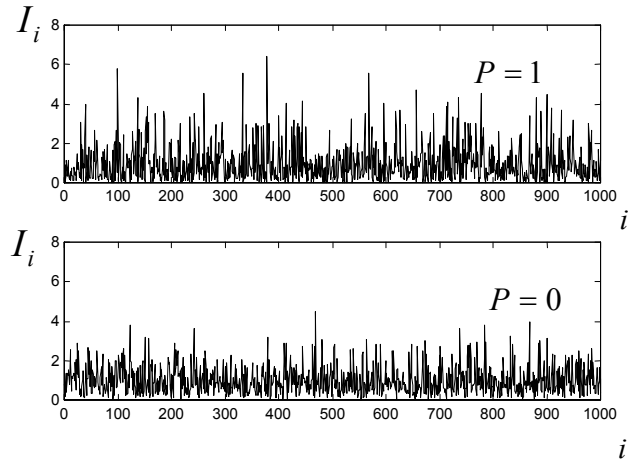


**Рис. 2.** Семейство одномерных плотностей вероятности интенсивности теплового оптического излучения при различных степенях поляризации  $P_m = [0, 0.1, \dots, 1]$



**Рис. 3.** Метрика  $d_m$  различия плотностей вероятности интенсивности тепловых оптических излучений, имеющих последовательные значения степени поляризации  $P_{m-1}$  и  $P_m$  из  $P_m = [0, 0.1, \dots, 1]$

независимость полевых компонент  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$ . При этом  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$  — гауссовские случайные процессы. Если  $\Delta t \gg 1/\Delta\omega$  (на практике  $\Delta t$  выбирают большей, чем  $1/\Delta\omega$ , в 3–5 раз), то мгновенные значения любой компоненты в дискретные моменты времени  $E_1(t_i)$  и  $E_1(t_j)$  (или  $E_2(t_i)$  и



**Рис. 4.** Реализации интенсивностей  $I_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 1000$  тепловых оптических излучений с различными степенями поляризации: полностью поляризованное излучение ( $P = 1$ ) и неполяризованное ( $P = 0$ ) при одной и той же средней интенсивности  $\bar{I} = 1$

$E_2(t_j)$ ) для любых  $i, j \in 1, 2, \dots, N$  при  $i \neq j$  можно считать независимыми [5]. Математически интенсивность  $I(t)$  есть результат нелинейного безынерционного преобразования над  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$  [6]. Поэтому независимыми можно считать и выборочные значения интенсивности

$$p(\mathbf{I}) = p(I_1) p(I_2) \dots p(I_N).$$

Если в многомерной плотности вероятностей выборочных значений  $p(\mathbf{I})$  зафиксировать вектор измеренных выборочных значений интенсивности  $\mathbf{I} = (I_1, I_2, \dots, I_N)$ , а неизвестные величины истинных параметров  $\bar{I}$  и  $P$  заменить переменными величинами  $\bar{I}_*$  и  $P_*$  соответственно, то тогда она превращается в двумерную функцию правдоподобия

$$L_1(\bar{I}_*, P_*) \equiv p(\mathbf{I} | \bar{I}_*, P_*).$$

Оценку максимального правдоподобия удобно искать как максимум логарифма функции правдоподобия по переменным  $\bar{I}_*$  и  $P_*$ :

$$(\hat{\bar{I}}, \hat{P}) = \max_{\bar{I}_*, P_*} \{l_1(\bar{I}_*, P_*)\}, \tag{1}$$

где  $l_1(\bar{I}_*, P_*) = \ln[L_1(\bar{I}_*, P_*)]$ .

## АНАЛИЗ СВОЙСТВ ОЦЕНКИ

Рассмотрим теперь свойства полученной оценки (1). Это — свойства, связанные с удобством вычисления и, конечно, это точность оценивания.

Быстрым способом вычисления (1) является последовательное оценивание: сначала параметра  $\bar{I}$  как выборочного среднего

$$\hat{\bar{I}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_i,$$

а затем оценивание параметра  $P$  как максимума

$$l_1(P_*) = l_1(\bar{I}_* = \hat{\bar{I}}, P_*):$$

$$\hat{P} = \max_{P_*} \{l_1(P_*)\}. \quad (2)$$

Из результатов экспериментов (см. рис. 5) видно, что одномерная целевая функция  $l_1(P_*)$  имеет один экстремум, что важно для однозначного оценивания. В общем случае  $l_1(P_*)$  не является выпуклой на всей области определения  $P_* \in [0,1]$ . Эти свойства полезно иметь в виду при выборе численного метода поиска локального экстремума. В данной работе использовался простой и надежный метод половинного деления.

Известно, что оценки максимального правдоподобия являются состоятельными при весьма слабых условиях [7]. Практически интересно количественно исследовать точность оценивания в зависимости от объема выборки  $N$  и от истинного значения  $P$ . Статистика  $\hat{P}$  в (2) — неявная функция от выборки  $\mathbf{I}$ , что усложняет аналитическое изучение ее свойств. Поэтому

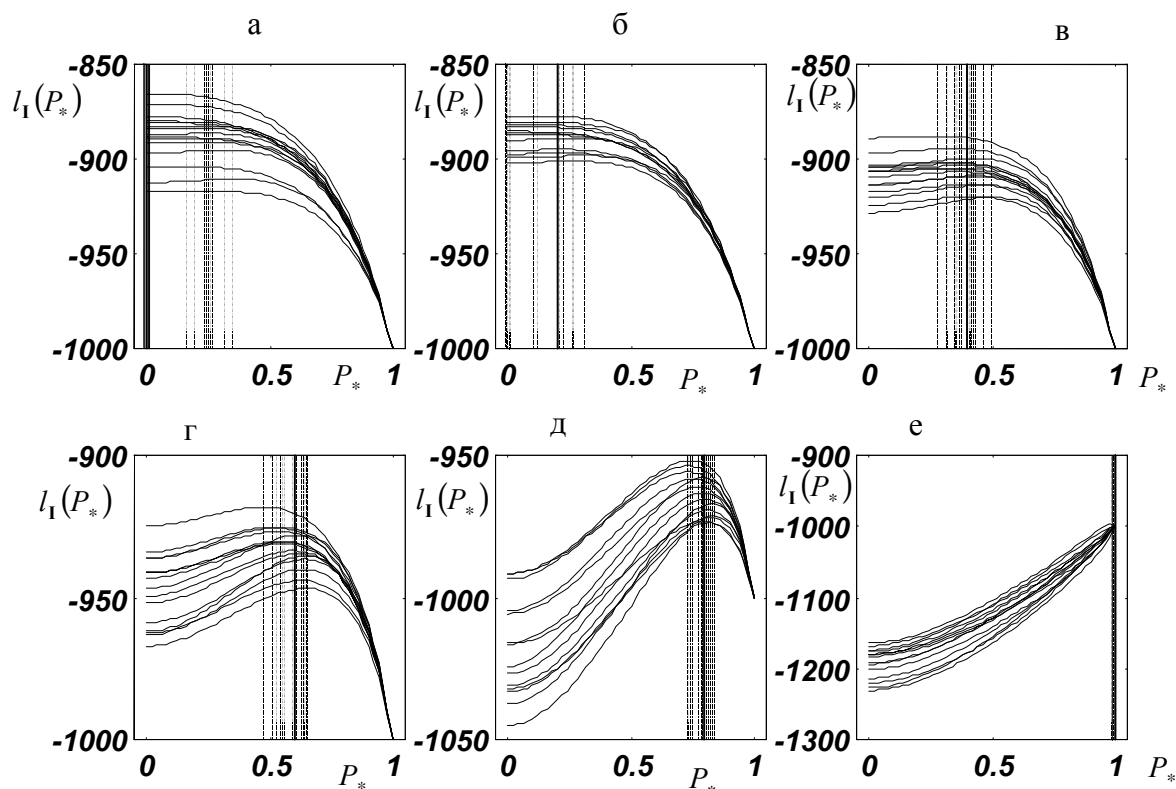
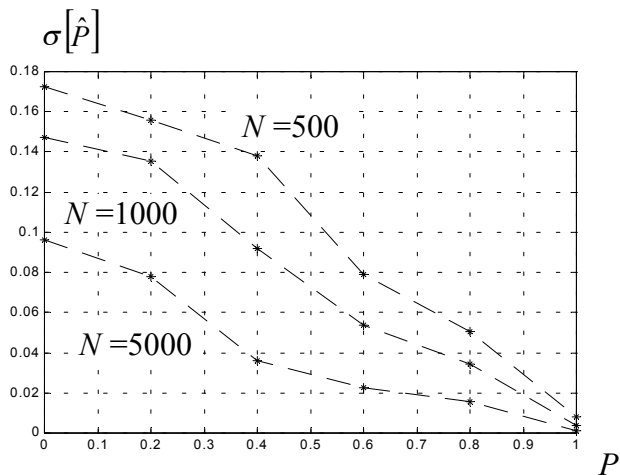


Рис. 5. Семейства функций логарифма правдоподобия  $l_1(P_*)$ , построенных для разных выборок  $\mathbf{I}$  объема  $N = 1000$  и при разных истинных значениях степени поляризации (показано сплошной вертикальной линией): а —  $P = 0$ , б —  $P = 0.2$ , в —  $P = 0.4$ , г —  $P = 0.6$ , д —  $P = 0.8$ , е —  $P = 1$ . Для каждой выборки положение максимума отмечено вертикальной штриховой линией



**Рис. 6.** Среднеквадратическое отклонение оценки степени поляризации  $\sigma[\hat{P}] = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L (\hat{P}_k - P)^2$  в зависимости от истинного значения  $P$  при различных объемах выборки  $N$ . В точках, соответствующих  $P = 1$ , значения  $\sigma[\hat{P}]$ : для  $N = 500$  —  $8 \cdot 10^{-3}$ ,  $N = 1000$  —  $3.8 \cdot 10^{-3}$ ,  $N = 5000$  —  $8 \cdot 10^{-4}$

в данной работе среднеквадратическое отклонение оценки  $\sigma[\hat{P}]$  находится моделированием. Для каждого сочетания объема выборки  $N$  ( $N \in \{500, 1000, 5000\}$ ) и истинного значения степени поляризации  $P$  ( $P \in \{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ ) производится  $L=1000$  экспериментов. Каждый  $k$  эксперимент ( $k = 1, 2, \dots, L$ ) включает моделирование выборки интенсивности  $I_k$  и нахождение соответствующей статистики  $\hat{P}_k$ . Результаты моделирования представлены на рис. 6. При увеличении объема выборки в 10 раз  $\sigma[\hat{P}]$  сокращается в среднем в 2 раза. Прослеживается монотонное уменьшение  $\sigma[\hat{P}]$  с ростом степени поляризации от 0 до 1. Это объясняется проделанными выше исследованиями: в большей мере различаются вероятностные свойства интенсивности у сильно поляризованных излучений, чем у слабо поляризованных.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемый способ измерения степени поляризации теплового оптического излучения значительно упрощает конструкцию чувствительного элемента за счет совершенствования цифровой

части прибора. Такое решение созвучно современному развитию техники цифровой обработки сигналов, увеличению ее быстродействия, ее удешевлению.

Получена оптимальная процедура оценивания степени поляризации теплового оптического излучения, использующая выборку интенсивности. Целевая функция оценки имеет хорошее вычислительное свойство — унимодальность. Найдена потенциальная точность алгоритма. При увеличении объема выборки на порядок средний квадрат ошибки оценивания уменьшается в среднем в два раза; более точно степень поляризации оценивается при наблюдении сильно поляризованного света. Поэтому одно из наиболее выгодных применений способа — обнаружение изменения поляризации сильно поляризованного теплового оптического излучения.

Эти результаты важны при исследовании информационной структуры тепловых оптических излучений и могут быть использованы в задачах радиофизики, радиооптики и акустооптики [8]. Они могут найти применение при исследовании характеристик поверхности материалов [9], при исследовании механических напряжений в прозрачных деталях и моделях [10], при поляризационно-оптическом исследовании структуры полимеров [11], химической связи и строения молекул [12, 13], при косвенном исследовании явлений электризации и намагничивания пыли, газа или плазмы [14] и во многих других областях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гудмен Дж. Статистическая оптика. М.: Мир, 1988. 528 с.
2. Долинов А.З., Гнедин Ю.Н., Силантьев Н.А. Распространение и поляризация излучения в космической среде. М.: Наука, 1979. 424 с.
3. Шерклифф У. Поляризованный свет. М.: Мир, 1965. 264 с.
4. Москалев В.А., Нагибина И.М., Полушкина Н.А. и др. Прикладная физическая оптика. СПб.: Политехника, 1995. 528 с.
5. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
6. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
7. Кокс Д., Хинксли Д. Теоретическая статистика. М.: Мир, 1978. 560 с.
8. Хименко В.И., Тигин Д.В. Статистическая акустооптика и обработка сигналов. СПб.: СПбГУ, 1996. 292 с.
9. Топорец А.С. Оптика шероховатой поверхности. Л.: Машиностроение, 1988. 191 с.
10. Славин О.К., Трумбачев В.Ф., Тарабасов Н.Д.

- Методы фотомеханики в машиностроении. М.: Машиностроение, 1983. 269 с.
11. Эскин В.Е. Рассеяние света растворами полимеров и свойства макромолекул. Л.: Наука, 1986. 288 с.
12. Левшин Л.В., Салецкий А.М. Люминесценция и ее измерения: Молекулярная люминесценция. М.: МГУ, 1989. 272 с.
13. Казанцев С.А., Субботенко А.В. Спектрополяриметрическая диагностика газовых разрядов. СПб.: СПбГУ, 1993. 236 с.
14. Степанов С.И. Электрическая поляризация как причина абсолютной отрицательной проводимости в пылевой плазме. Гатчина: ПИЯФ, 2000. 12 с.
- Научно-технический центр "Электрозона", Санкт-Петербург*
- Материал поступил в редакцию 03.07.2001.

## ESTIMATING THE DEGREE OF THERMAL OPTICAL RADIATION POLARIZATION

A. N. Pokidyshev

*Technical Research center "Electrozond", Saint-Petersburg*

A method of estimating the degree of thermal optical radiation polarization is proposed. It does not require any elements sensitive to polarization for its realization. This method uses photoreceiver measurements only. Statistical synthesis of the maximum likelihood algorithm for registered intensity processing is produced. Potential precision and calculational convenience of the estimate are analyzed.