

УДК 629.12.073.249

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ВОЛНОМЕРНОГО БУЯ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ЕГО ПРОДОЛЬНОЙ КОЛЕБАНИЯМИ

© Д.Г. Грязин

Санкт-Петербургский Государственный институт точной механики и оптики
(Технический университет)

Поступила в редакцию в марте 1999 г.

Приводятся результаты исследований погрешности измерений параметров волнения, обусловленных продольными колебаниями волномерного буйа. Выполняется математическое моделирование продольных колебаний буйа с учётом и без учёта влияния подвесных элементов. Предложены результаты расчёта указанной погрешности в зависимости от диаметра буйа. Даются рекомендации к применению математической модели при инженерных расчётах.

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее распространёнными приборами для измерения характеристик морского волнения являются волномерные буйа. Для измерения ординат волнения эти приборы используют двойное интегрирование вертикального ускорения, или метод, связанный с измерением гидростатического давления.

При колебаниях на поверхности волны буйа совершает сложные пространственные движения, обусловленные влиянием волновых и ветровых возмущений. Очевидно, что погрешность измерений характеристик волнения непосредственно зависит от того, насколько точно буйа отслеживает профиль волны. Источниками погрешностей, обусловленных гидродинамическими свойствами буйа, является его вертикальная качка и продольные колебания. Вертикальная качка буйа подробно рассмотрена в работе [1], вопросы расчёта погрешности колебаний буйа в горизонтальной плоскости были затронуты ранее лишь частично в работе [2].

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУЯ БЕЗ ПОДВЕСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Продольные колебания буйа обусловлены силой его соскальзывания со склона волны, которая появляется в результате перераспределения гидродинамических давлений взволнованной жидкости, действующих на смоченную поверхность корпуса буйа. При прохождении буйа по склону волны (рис.1) на него действует сила тяжести F_g , уравновешенная гидродинамической составляющей силы со стороны жидкости F_r . Сила нормального давления F_a направлена по нормали к углу волнового склона, а её проекция на ось η – есть сила F_n , которая определяет продольные колебания буйа. Составляющая силы F_n на касательную к углу волнового склона определяет силу соскальзывания F_c .

Таким образом, продольные колебания буйа однозначно связаны с силой соскальзывания и зависят от его массо-габаритных характеристик.

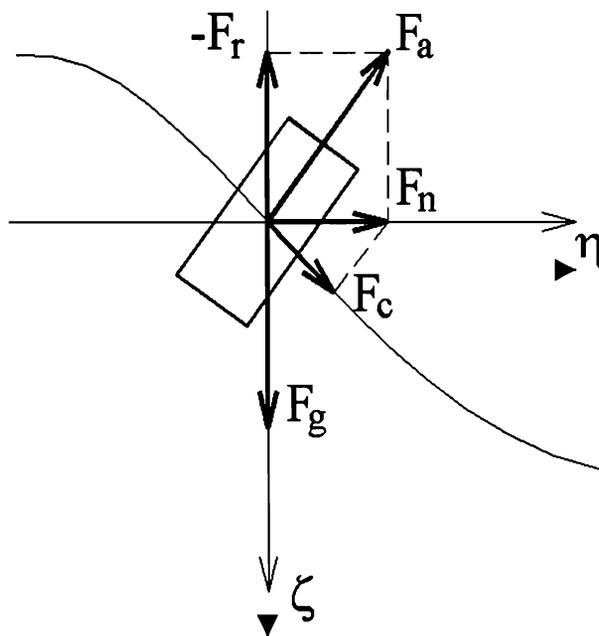


Рис.1. Схема сил, действующих при продольных колебаниях буйа. F_g – сила тяжести, F_r – гидродинамическая составляющая силы, F_a – сила нормального давления, F_n – сила, определяющая продольные колебания буйа, F_c – сила соскальзывания

В том случае, если пренебречь влиянием угловых колебаний буйа на продольные, а также принять допущение, что размеры буйа малы по сравнению с длиной волны и его качка не вносит искажений в волновое поле, то уравнение продольных колебаний может быть записано в виде:

$$(m + \lambda)\ddot{\eta}_g + W\dot{\eta}_g = r\omega^2(m + \lambda)\sin \omega t,$$

где m – масса буя, λ – присоединённая масса воды при продольных колебаниях, η_g – продольные перемещения буя, W – коэффициент сопротивления движению при продольных колебаниях, r – амплитуда волны, ω – круговая частота.

Указанное линейное неоднородное дифференциальное уравнение решается традиционным способом. Продольные перемещения буя представляются в виде уравнения

$$\eta_g(t) = \tau_1 \sin \omega t + \tau_2 \cos \omega t,$$

где $\tau_1 = X_6 \sin \delta$; $\tau_2 = X_6 \cos \delta$, δ – сдвиг фаз при колебаниях между набегающими волнами и продольными колебаниями буя. X_6 – амплитуда продольных перемещений буя. После дифференцирования этого выражения, подстановки полученных результатов и несложных преобразований получим систему алгебраических уравнений, решение которой имеет вид:

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{-A\omega^2 E}{A^2\omega^2 + W^2}, \\ \tau_2 = \frac{WE\omega}{A\omega^2 + W^2}, \end{cases} \quad (1)$$

где $A = m + \lambda$, $E = r(m + \lambda)$.

Амплитуда продольных колебаний определяется из выражения

$$X_6 = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}. \quad (2)$$

Квадратичный коэффициент сопротивления W , линеаризованный относительно скорости, найдём из выражения [3]:

$$W = \frac{4}{3\pi} \rho C_L G r \omega, \quad (3)$$

где G – площадь проекции смоченной поверхности тела на вертикальную плоскость, C_L – линейный коэффициент сопротивления при продольных колебаниях, ρ – плотность воды. Подставляя (1) и (3) в (2) имеем:

$$X_6 = \sqrt{\frac{E^2}{A^2 + K^2}}, \quad \text{где } K = \frac{4}{3\pi} \rho C_L G r.$$

Для точной оценки величины продольных колебаний буя необходимо иметь значения коэффициентов сопротивления, полученных при колеба-

ниях тел близких к форме буя. Исследования справочных материалов по этому вопросу не привели к положительным результатам, а определение значения C_L экспериментальным путём представляется затруднительным. Таким образом, для расчёта перемещений целесообразно воспользоваться значениями коэффициентов, полученными при фиксированных числах Рейнольдса. Для этого зададимся предельной скоростью движения буя при колебаниях. Будем считать её равной скорости движения частиц воды на поверхности волны.

Известно [4], что частица воды в волне движется по круговой орбите с окружной скоростью

$$V_0 = r\omega, \quad \text{где } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ – круговая частота волны,}$$

T – период волны (с). Волна высотой 6 м имеет средний период 10 с [5], высотой 4 м – 8 с, а высотой 2 м – 6 с. Таким образом, V_0 для волны 6 м составит 1,9 м/с, 4 м. – 1,6 м/с., 2 м. – 1 м/с. Значения коэффициентов сопротивления цилиндров с учётом их конечных размеров при различных числах Рейнольдса могут быть рассчитаны по известной методике [6].

Графики зависимостей амплитуд продольных колебаний от радиуса буя, при его массе 27 кг и высотах волн 2, 4, 6 м представлены на рис 2. Из рисунка видно, что при уменьшении осадки буя и увеличении его диаметра значения амплитуд продольных колебаний стремятся к амплитуде волны r . При увеличении высоты волны и уменьшении диаметра буя отношение r/X_6 возрастает.

Очевидно, что выполненные расчёты относятся к буям, не имеющим в своей конструкции подвесных элементов.

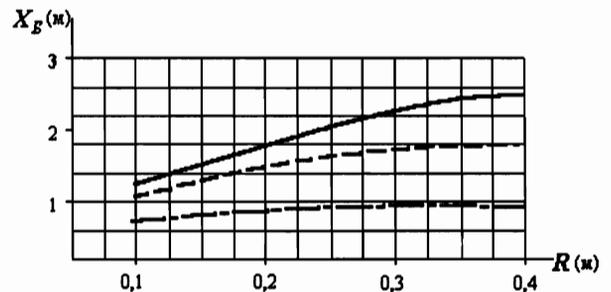


Рис. 2. Зависимости амплитуд продольных колебаний буя массой 27 кг. от его радиуса, при различных амплитудах волн:

— $2r=6$ м, --- $2r=4$ м, - · - · - $2r=2$ м

В том случае, если необходимо рассчитать продольные колебания буя с гидростатическим датчиком давления, имеющим кабель-трос с гондолой, то необходимо в расчётах учитывать сопротивление от этих подвесных элементов.

РАСЧЁТ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУЯ С ПОДВЕСНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Для определения дополнительного сопротивления от подвесных элементов рассмотрим форму, которую примет кабель-трос под действием, набегающего на него перпендикулярной образующей потока.

Известно [6], что если вес кабель-троса по сравнению с силой, обусловленной поперечным потоком воды, мал, то кабель-трос будет отклоняться от вертикального положения не по прямой линии, а по катенарной кривой (цепной линии). Форма этой кривой описывается с помощью выражений, полученных А.Н. Крыловым [7]:

$$X = \frac{F_H}{Q_T} \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha_0} \right); Y = \frac{F_H}{Q_T} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}};$$

$$L_S = \frac{F_H}{Q_T} (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha_0), \quad (4)$$

где F_H – сила натяжения троса в точке закрепления груза, Q_T – сила сопротивления троса в потоке, перпендикулярном образующей, X и Y – координаты точки катенарной кривой, L_S – длина троса от начала координат до расчётной точки кривой, α – угол между осью OX и тросом, α_0 – угол между осью OX и тросом в точке закрепления к гондоле. Для расчёта катенарной кривой аппроксимируем её отрезками прямых линий L_{S_i} и числом n (рис.3). Вертикальная составляющая силы натяжения троса у гондолы F_{HB} определится из выражения [3]:

$$F_{HB} = P_G + \frac{m_{Г0} \omega^2}{\cos \frac{\omega L}{n} + \frac{m_{Г} \omega n}{E_T S_T} \sin \frac{\omega L}{n}} \cos \omega t, \quad (5)$$

где $P_G = m_{Г0} g - B_G g \rho P_G$ – вес гондолы в воде, $m_{Г0}$ – масса гондолы в воздухе, B_G – объём груза, $m_{Г}$ – масса гондолы с присоединённой массой. Сила натяжения троса у гондолы F_{HO} может быть рассчитана по формуле: $F_{HO} = \sqrt{Q_G^2 + F_{HB}^2}$, здесь значение силы сопротивления гондолы равно $Q_G = 0,5 \rho C_{H2} A_G V^2$, где C_{H2} – коэффициент сопротивления для цилиндра, обтекаемого водой перпендикулярно образующей, A_G – площадь сечения цилиндра в вертикальной плоскости, V – скорость движения буя (в данном случае $V = \omega r$).

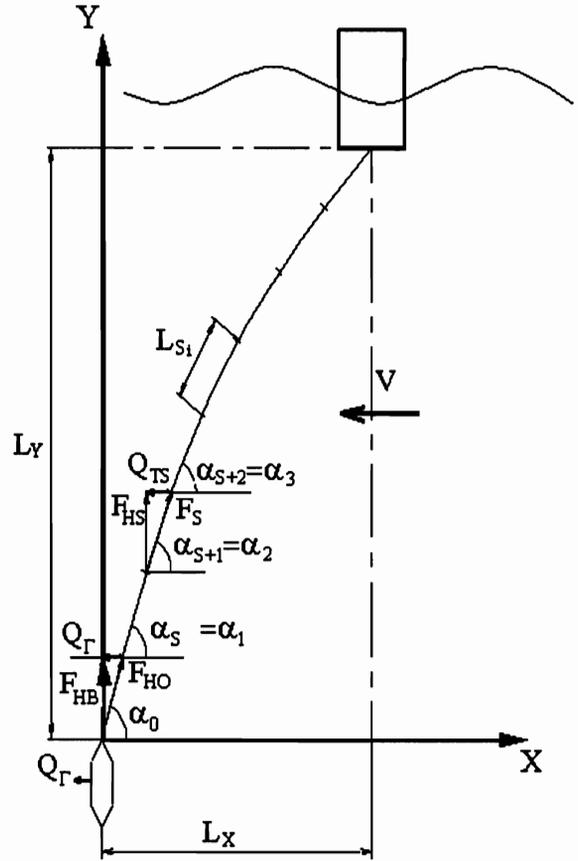


Рис.3. Силы, действующие на кабель-трос при воздействии на него потока воды. Пояснения в тексте

Из рис.3 видно, что $\sin \alpha_0 = \frac{F_{HB}}{F_{HO}}$, откуда, выразив α_0 , получим $\alpha_0 = \arcsin \frac{F_{HB}}{F_{HO}}$. Преобразуя выражение (4) получим формулу, связывающую верхний и нижний углы отклонения первого участка троса, прилегающего к гондоле $\frac{Q_G}{F_{HO}} + \operatorname{ctg} \alpha_0 = \operatorname{ctg} \alpha_S$. Равенство, определяющее связь верхнего и нижнего углов последующих участков троса, может быть записано в виде

$$\frac{Q_{TS}}{F_{HS}} + \operatorname{ctg} \alpha_S = \operatorname{ctg} \alpha_{S+1},$$

где S – номер участка троса, начиная с гондолы. Откуда при наличии значения предыдущего α_S , значение последующего α_{S+1} может быть получено из формулы

$$\alpha_{S+1} = \text{arccctg} \left(\frac{Q_{TS}}{F_{HS}} + \text{ctg} \alpha_S \right),$$

где сила натяжения $F_{HS} = \sqrt{Q_T^2 + F_{HB}^2}$; $Q_T = 0,5\rho C_{H1} d_T V^2 L_S$; C_{H1} – коэффициент нормального сопротивления для троса; d_T – диаметр троса.

Необходимо отметить, что максимальная скорость дрейфа, обусловленная орбитальным движением частиц воды, будет в случае нахождения буя на вершине волны, т.е. в выражении (5) $\cos \omega t = 1$. В связи с тем, что амплитуды орбит частиц воды уменьшаются с глубиной по закону $\gamma_m = e^{-kZ}$, то при расчёте катенарной линии следует учитывать относительную скорость движения частиц воды на горизонте Z , которая определится как $V_{до} = \omega r - \omega r \gamma_m$. Значение Z в γ_m следует брать равным глубине, на которой лежит середина отрезка L_{Si} . Зная длину L_{Si} , можно получить проекцию этого отрезка на вертикальную ось $L_{YSi} = L_{Si} \sin \alpha_S$, а также проекцию всего кабель-

троса на эту ось $L_Y = \sum_{i=1}^n L_{Si} \sin \alpha_S$ (Рис.3). Сила сопротивления троса Q_T может быть получена из выражения $Q_T = \sum_{S=1}^n Q_{TS}$, а дополнительный коэф-

фициент сопротивления из формулы $W_n' = \frac{Q_{TS}}{\omega r}$. Расчёт амплитуды продольных колебаний буя с учётом подвесных элементов следует производить по формуле:

$$X_{6n} = \sqrt{\frac{E^2}{A^2 + k^2}},$$

где $k = k_6 + k_T$; $k_T = \frac{W_n'}{\omega}$.

Заметим, что значения X_{6n} необходимо рассчитывать методом последовательных приближений, т.к. после определения W_n' и расчёта X_{6n} соответственно изменится и соотношение

$K_{до} = \frac{X_{6n}}{r}$. Это изменение приведёт к уменьшению скорости, при которой и должны повториться расчёты. При повторном выполнении расчётов значение скорости следует находить из выражения $V = K_{до} \omega r - K_{до} \omega r \gamma_m$.

На основе выполненных исследований были рассчитаны значения $K_{до}$ и X_{6n} с учётом кабель-троса для прибора со следующими характеристиками: диаметр буя – 0,34 м, общая масса – 27 кг, диаметр гондолы – 90 мм, длина гондолы – 320 мм, масса гондолы в воздухе – 14 кг, длина кабель-троса 40 м. Расчёты производились для кабель-троса диаметром 8 и 4 мм, при волнении $h=6$ м, $T=10$ с. При этом значения коэффициентов составили $K_{до4мм} = 0,28$, $K_{до8мм} = 0,25$; значения перемещений троса в вертикальной плоскости $\Delta_{orb} = L - L_Y$ для тросов указанных диаметров соответственно равны 0,22 и 0,45 м. Заметим, что значения перемещений в горизонтальной плоскости L_X в обоих случаях превысили 3 м, что противоречит физическому смыслу, т.к. на основе рассчитанных коэффициентов $K_{до}$ можно заключить, что $L_X \leq 0,84$ м. Отмеченное противоречие объясняется тем, что применённая методика расчёта катенарной кривой справедлива только при установившемся значении скорости потока (например при дрейфе), а при продольных колебаниях буя эта скорость будет изменяться от значения ωr до 0 с частотой ω . Таким образом, для расчёта погрешности, обусловленной орбитальным движением буя, целесообразно использовать среднюю скорость за период колебания, т.е. $\bar{V} = \frac{\omega r}{2}$. В том случае, если пренебречь незначительным изгибом катенарной кривой (в пределах двух градусов), считая, что кабель-трос отклонён по прямой, то горизонтальное перемещение буя с указанными характеристиками составит примерно 0,26r.

ВЫВОДЫ

На основе предложенной методики расчёта может быть оценена величина погрешности от продольных колебаний буя любой геометрической формы, при наличии подвесных элементов, или при их отсутствии. При оценке этой составляющей погрешности измерения ординат волнения с помощью волнографов цилиндрической формы, могут быть использованы предложенные результаты расчётов.

Очевидно, что продольные колебания буя приводят не только к погрешности измерений ординат волн, но и к погрешности измерений их периодов. В том случае, если необходимо измерить пятибальное волнение с высотой волны 3,5 м и длиной 100 м [5], то горизонтальное смещение буя составит $\pm 0,5$ м, что соответствует погрешности измерения периода 0,5%. Если измеряется шестибальное волнение при предельных значениях длины и высоты волн, то погрешность составит 3,5%,

однако при измерении коротких волн с большой высотой значение погрешности может возрасти. Для ориентировочных расчётов максимальное значение этой составляющей погрешности следует принять не более 1%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грязин Д.Г.// Приборостроение в экологии безопасности человека. Труды второй международной конференции. 27-28 октября 1998. СПб. С.48-49.
2. Киреев И.В., Свешников А.В., Сипович Б.В. // Труды Океанографического института. 1985. Вып.163. М. Гидрометеиздат. С.95-107.
3. Берто Г.О. Океанографические буи. 1979. Л. Судостроение, 215 с.
4. Басин А.М. Качка судов. 1969. М. Транспорт. 272 с.
5. Бородай И.К., Нецветаев Ю.А. Качка судов на морском волнении. 1969. Л. Судостроение. 432 с.
6. Трещевский В.Н., Волков Л.Д., Короткин А.И. Аэродинамический эксперимент в судостроении. 1976. Л. Судостроение. 190 с.
7. Крылов А.Н. О равновесии мины на течении // Известия по минному делу. 1909. Вып.44. С.84-108.

STUDING THE WAVE MEASURING BUOY ERROR CAUSED BY LONGITUDINAL OSCILLATION

D.G. Gryazin

St. Petersburg State Institute of Fine Mechanics and Optics (Technical University)

The most wide-spread instruments for sea wave measurement are wave measuring buoys. To measure wave ordinates these instruments use double integrating of the vertical acceleration, or a method connected with hydrostatic pressure measurements. One of the inaccuracy sources of these instruments is inaccuracy due to surging of the buoy.

Surging of the buoy results from redistributions of hydrodynamic pressures of the liquid acting on the buoy body. The article gives results of mathematical simulation of surging of the buoy, with the account of constructive suspending elements and without their account. Recommendations are offered for using mathematical models in engineering calculations.