

УДК 621.372.4:621.382

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЛЯ В СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ ДИОДА ПИРСА

А.Л.Санин

СПб Государственный технический университет, Санкт-Петербург

Поступила в редакцию 16.11.93

Для стационарного режима диода Пирса сформулировано уравнение сохранения энергии электронов, электрического поля и источника тока. Распределение энергии исследуется с помощью самосогласованных уравнений, таких как уравнения непрерывности, движения, уравнения Максвелла для электрического поля, уравнения сохранения энергии. Для динамических переменных представлены точные решения нелинейных дифференциальных уравнений. Они определяют одномерный перенос и установившиеся пространственные колебания. Рассчитывается поле у эмиттера как функция длины диода.

Введение, постановка задачи

Диод Пирса, как простейшая модель ограниченной системы с электронным током, имеет широкое применение в различных областях приборостроения и продолжает исследоваться во многих работах [1-3]. Для изучения динамических процессов в диоде обычно проводится анализ уравнений непрерывности, движения совместно с уравнением Пуассона. Эти уравнения дополняют уравнением замкнутой внешней цепи.

Наиболее полное аналитическое рассмотрение нелинейных процессов выполнено для стационарных уравнений, допускающих решения в простой форме. Эти решения могут быть устойчивыми или неустойчивыми. Одна из проблем заключается в определении электрического поля в плоскости инжекции электронов, т.е. на эмиттере. Обычно величину электрического поля задают равной нулю или отличной от нуля. В работах [1, 2] дан анализ электрического поля на эмиттере и решений, обусловленных им. Анализ выполнен при условии равенства потенциалов на эмиттере и коллекторе, т.е. при равной нулю разнице потенциалов между ними. Кроме того, диод Пирса рассматривается совместно с элементами внешней цепи [2, 3]. В этих работах полагают, что электронный поток в плоскости инжекции имеет плотность зарядов, равную плотности ионов, т.е. имеет место локальная нейтрализация заряда в плоскости инжекции.

В работе [4], в отличие от [1, 2], электронный поток в плоскости инжекции по заряду нейтрал-

зован частично, т.е. исследуется режим движения электронов в диоде при неравных плотностях электронов в плоскости эмиттера. Это определяет дополнительные слагаемые в решениях задачи, которые обусловлены частичной нейтрализацией заряда в плоскости инжекции. Кроме того, в работах [1-4] выполнен упрощенный анализ процессов в диоде, и закон сохранения энергии не формулируется в виде отдельного независимого уравнения.

В настоящей работе, являющейся развитием работы [4], сформулировано уравнение, выражающее баланс энергий или закон сохранения энергии для замкнутой цепи, который включает кинетическую энергию всех электронов в межэлектродном пространстве, энергию электрического поля, а также энергию источника поля. Уравнение баланса энергий, выражающее закон сохранения энергии для электронов и поля, может служить дополнительным условием для анализа самосогласованных динамических процессов в диоде, распределения энергии и определения самосогласованного электрического поля в плоскости инжекции электронов или на эмиттере. Представлены результаты исследования нелинейных стационарных процессов в плоском диоде Пирса, который представляет собой термодинамическую систему, состоящую из ионов, электронов и поля. В данную систему поступают электроны и энергия от источников тока. В этой постановке задана электродвижущая сила источника и плотность тока. Остальные переменные: плотность электронов, скорость, электрическое поле на эмиттере и в межэлектрод-

ном пространстве, распределение кинетической энергии электрического поля есть решение самосогласованной системы уравнений: непрерывности, движения, Максвелла для электрического поля и баланса энергий. В первом разделе статьи формулируется уравнение баланса энергий для электронов и поля, а во втором дается анализ решений самосогласованных стационарных уравнений, зависящих от одной координаты.

Уравнение баланса энергии

Закон сохранения энергии для полной цепи, имеющей источник тока, внутреннее сопротивление источника и сопротивление внешней цепи, выражает распределение энергии источника тока по цепи. Работа, совершаемая источником тока по перемещению заряда q в замкнутой цепи, есть произведение электродвижущей силы источника $\mathcal{E}_{ист}$ на величину заряда q . Эта работа определяет кинетическую энергию носителей тока — электронов. Кинетическая энергия трансформируется в тепловую энергию в соответствии с законом Джоуля-Ленца, которая выделяется на внутреннем и внешнем сопротивлениях в виде тепла. Таким образом происходит распределение энергии в полной цепи.

Если в рассматриваемой цепи также содержится диод, то часть энергии источника преобразуется в кинетическую энергию электронов в диоде и может быть записана в виде энергии электрического поля в межэлектродном пространстве диода. Если внутреннее и внешнее сопротивления равны нулю, то энергия источника не будет теряться в виде тепловой энергии, а будет преобразовываться в кинетическую энергию электронов и энергию электрического поля.

В теории диода Пирса полагают, что в плоскости эмиттера поток электронов характеризуется плотностью n , и скоростью направленного движения v , величина плотности потока $n \cdot v$ считается заданной. Очевидно, что в плоскости эмиттера электрон обладает кинетической энергией $mv^2/2$, а плотность кинетической энергии равна $mv^2 n/2$; m — масса электрона.

Как и в статье [4], рассматривается плоский диод Пирса. Он состоит из двух электродов: эмиттера, испускающего электроны и воспринимающего коллектора. Межэлектродное пространство заполнено нейтрализующим зарядом — неподвижными положительными ионами, их плотность n_i . Плотность n_i от координаты x не зависит, т.е. распределение является однородным. Движение электронов в плоском диоде происходит

вдоль координаты x , от плоскости эмиттера $x=0$ до плоскости коллектора $x=L$. Скорость движения в области $0 < x < L$ определяется как $v=dx/dt$, здесь t — время. Плотность электронов в той же области обозначается через n , а плотность кинетической энергии — $mv^2 n/2$. Для стационарного режима движения временные производные равны нулю, т.е. $\partial v/\partial t=0$, $\partial n/\partial t=0$. Электрическое поле в плоскости эмиттера E_0 , а в области $0 < x < L$ есть E . Плотность энергии электрического поля — $w=E^2/8\pi$, а вся энергия электрического поля, заключенного

в объеме диода, есть $S \int_0^L w dx$; S — площадь

плоскости эмиттера. Полагаем, что поперечный размер $S^{1/2}$ много больше длины межэлектродного промежутка L . Работа, совершаемая электрическим полем E над электронами, переходит в кинетическую энергию. Теорема Умова-Пойнтинга, выражающая закон сохранения энергии для электронов и электрического поля и учитывающая электродвижущую силу источника тока, для рассматриваемого здесь стационарного одномерного процесса может быть представлена в виде:

$$\int_0^L w dx + \frac{1}{2} \int_0^L mv^2 n dx = \mathcal{E}_{ист} q \quad (1)$$

Здесь $\mathcal{E}_{ист}$ — электродвижущая сила источника, определяется величиной работы, совершаемой источником по перемещению единичного положительного заряда; q — заряд, переносимый во внешней цепи. Величина заряда q определяется как

$$q = -q_{э}, \text{ где } q_{э} = -e \int_0^L n dx \text{ — заряд электронов,}$$

заключенный в объеме межэлектродного пространства в диоде; $-e$ — заряд электрона. В (1) проведено сокращение на общий множитель S в обеих частях. В уравнении (1) не учитывается активное сопротивление и потери на джоулево тепло.

Как известно, для неограниченной по длине системы с электронным потоком возможно однородное состояние, когда электрическое поле E равно нулю, а плотность электронов n равна плотности ионов n_i в каждой точке. Постулируем возможность такого стационарного однородного состояния для электроноого потока в межэлектродном пространстве диода. В этом случае электроны движутся с одной и той же скоростью в эквипотенциальном пространстве диода, $E_0=0$. Энергия источника тока реализует движение каждого

электрона с кинетической энергией $mv_e^2/2$ на эмиттере и во всем межэлектродном пространстве. В этом случае из уравнения (1) следует, что $mv_e^2/2 = e\epsilon_{\text{вост}}$, а система является электронейтральной; плотность электронного тока в диоде равна $-en_e v_e$ для каждой координаты x .

Как и в статье [4], удобно ввести нормированные величины плотности электронов N , скорости V , электрического поля, определяемые при помощи соотношений: $N = n/n_e$, $V = v/v_e$, $\epsilon = E/E_p$, $E_p = 4\pi en_e/K_p$, $k_p = w_p/v_e$, $w_p = (4\pi e^2 n_e/m)^{1/2}$, при этом нормированная плотность ионов $\gamma = n_i/n_e$. Нормированная электродвижущая сила $U_{\text{норм}} = \epsilon_{\text{вост}}/(E_p/k_p)$; нормированные координаты $\zeta = k_p x$ и время $\tau = \omega_p t$. При этом $V = d\zeta/d\tau$, а производная $d/dx = k_p/V d\tau$.

При этом основные уравнения в нормированной форме имеют вид:

$$NV=1, \quad \frac{dV}{d\tau} = -\epsilon \quad \frac{d\epsilon}{d\tau} = (-N + \gamma)V \quad (2)$$

Нормированные граничные условия при $t=0$, соответствующие $\epsilon=0$, есть $N_e=1$, $V_e=1$, $\epsilon_e=\epsilon$. Решения уравнений (2) с учетом условий $t=0$ для переменных V , ϵ имеют вид:

$$V = \frac{1}{\gamma} + (1 - \frac{1}{\gamma}) \cos \gamma^{1/2} \tau - \frac{1}{\gamma^{1/2}} \mathcal{E}_e \sin \gamma^{1/2} \tau \quad (3)$$

$$\mathcal{E} = (1 - \frac{1}{\gamma}) \gamma^{1/2} \sin \gamma^{1/2} \tau + \mathcal{E}_e \cos \gamma^{1/2} \tau \quad (4)$$

Если величина τ_L характеризует время, необходимое для пролета от плоскости эмиттера $\zeta=0$ до плоскости коллектора ζ_L , то соотношение между ζ_L и τ_L будет следующим:

$$\zeta = \frac{1}{\gamma} \tau_L + \frac{1}{\gamma^{1/2}} (1 - \frac{1}{\gamma}) \sin \gamma^{1/2} \tau_L - \frac{1}{\gamma} \mathcal{E}_e (1 - \cos \gamma^{1/2} \tau_L)$$

Здесь $\zeta_L = k_p L$.

Уравнение (1), выражающее баланс энергий, в нормированной форме имеет вид

$$\frac{1}{2} \int_0^{\zeta_L} \mathcal{E}^2 d\zeta + \frac{1}{2} \int_0^{\zeta_L} NV^2 d\zeta = U_{\text{вост}} \int_0^{\zeta_L} N d\zeta \quad (5)$$

Учитывая определение для нормированной скорости, в уравнении (5) можно перейти от координаты ζ к времени τ . В результате будем иметь

$$\frac{1}{2} \int_0^{\tau_L} \mathcal{E}^2 d\tau + \frac{1}{2} \int_0^{\tau_L} V^2 d\tau = U_{\text{вост}} \tau_L \quad (6)$$

Подставляя (3), (4) в уравнение (6) и выполняя интегрирование, получаем выражение для суммарной энергии.

Первое слагаемое в (6) определяет энергию электрического поля, ее величина

$$\begin{aligned} W_e = & \frac{1}{2} \left\{ -\frac{1}{3\gamma} (1 - \cos^3 \gamma^{1/2} \tau_L) \mathcal{E}_e^3 + \left[\frac{1}{2\gamma} \tau_L + \right. \right. \\ & + \frac{1}{4\gamma^{3/2}} \sin 2\gamma^{1/2} \tau_L + \frac{1}{\gamma^{1/2}} (1 - \frac{1}{\gamma}) \sin \gamma^{1/2} \tau_L \cos^2 \gamma^{1/2} \tau_L \mathcal{E}_e^2 + \\ & + (1 - \frac{1}{\gamma}) \sin^2 \gamma^{1/2} \tau_L \left[\frac{1}{\gamma} + (1 - \frac{1}{\gamma}) \cos \gamma^{1/2} \tau_L \right] \mathcal{E}_e + \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{\gamma})^2 \tau_L - \frac{1}{4\gamma^{1/2}} (1 - \frac{1}{\gamma})^2 \sin 2\gamma^{1/2} \tau_L + \frac{\gamma^{1/2}}{3} (1 - \frac{1}{\gamma})^3 \sin^3 \gamma^{1/2} \tau_L \right] \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Второе слагаемое в (6) определяет кинетическую энергию электронов; ее величина

$$\begin{aligned} W_k = & \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2\gamma} (\tau_L - \frac{1}{2\gamma^{1/2}} \sin 2\gamma^{1/2} \tau_L) \mathcal{E}_e^3 - \right. \\ & - \frac{1}{2\gamma} \left[\frac{4}{\gamma} (1 - \cos \gamma^{1/2} \tau_L) + (1 - \frac{1}{\gamma}) (1 - \cos 2\gamma^{1/2} \tau_L) \right] \mathcal{E}_e + \\ & + \frac{1}{\gamma^2} \tau_L + 2(1 - \frac{1}{\gamma})^2 (\tau_L + \frac{1}{2\gamma^{1/2}} \sin 2\gamma^{1/2} \tau_L) + \\ & \left. + \frac{2}{\gamma^{3/2}} (1 - \frac{1}{\gamma}) \sin \gamma^{1/2} \tau_L \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя (7) и (8) в (6), получаем уравнение, связывающее ϵ_e и $U_{\text{вост}}$. Это уравнение третьей степени относительно ϵ_e .

$$a_0 \mathcal{E}_e^3 + a_1 \mathcal{E}_e^2 + a_2 \mathcal{E}_e + a_0 = 0 \quad (9)$$

в котором коэффициенты зависят от тригонометрических функций и аргумента $\gamma^{1/2} \tau_L$ следующим образом:

$$\begin{aligned} a_0 = & -\frac{1}{3\gamma} (1 - \cos^3 \gamma^{1/2} \tau_L) \\ a_1 = & -\frac{1}{\gamma} \tau_L + \frac{1}{\gamma^{1/2}} (1 - \gamma) \sin \gamma^{1/2} \tau_L \cos^2 \gamma^{1/2} \tau_L \\ a_2 = & (1 - \frac{1}{\gamma})^2 (1 - \cos^3 \gamma^{1/2} \tau_L) - \\ & - [(1 - \frac{1}{\gamma})^2 + \frac{2}{\gamma^2}] (1 - \cos \gamma^{1/2} \tau_L) \\ a_3 = & a_3^{(0)} + a_3^{(1)} \\ a_3^{(0)} = & [\frac{1}{\gamma^2} + (1 - \frac{1}{\gamma})^2 - 2U_{\text{вост}}] \tau_L \\ a_3^{(1)} = & (1 - \frac{1}{\gamma}) \sin \gamma^{1/2} \tau_L [\frac{\gamma^{1/2}}{3} (1 - \frac{1}{\gamma})^2 \sin^2 \gamma^{1/2} \tau_L + \frac{2}{\gamma^{3/2}}] \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнение (9) может иметь три вещественных корня.

Распределение энергий и поле на эмиттере

Сравнение энергий для аргумента $\gamma^{1/2} \tau_L = 2k\pi$ (k — целое) показывает, что первое слагаемое, определяющее энергию электрического поля

$$W_\varepsilon = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2\gamma} \varepsilon_s^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)^2 \right] \tau_L \quad (10)$$

а второе, определяющее кинетическую энергию,

$$W_k = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2\gamma} \varepsilon_s^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)^2 + \frac{1}{\gamma^2} \right] \quad (11)$$

Складывая оба выражения и сокращая на общий множитель τ_L в обеих частях равенства (6), имеем

$$\frac{1}{2\gamma} \varepsilon_s^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)^2 + \frac{1}{2\gamma^2} = U_{\text{ист}} \quad (12)$$

Понижение степени ε_s обусловлено тем, что при $\gamma^{1/2} \tau_L = 2k\pi$ $a_0 = 0$.

Если величина $\gamma = 1$, то данные выражения для энергий упростятся; из соотношений (10), (11)

следует $W_\varepsilon = \frac{1}{4} \varepsilon_s^2 \tau_L$, $W_k = \frac{\tau_L}{2} + \frac{1}{4} \varepsilon_s^2 \tau_L$. Деление на τ_L

эквивалентно усреднению энергий за период процесса. Как известно, для гармонического осциллятора усредненная за период кинетическая энергия равна усредненной за период потенциальной энергии. В рассматриваемой здесь системе имеет место аналогичное свойство, если вычесть энергию электрона в плоскости эмиттера из кинетической энергии.

Суммирование обоих слагаемых для $\gamma = 1$ и $\tau_L = 2k\pi$ дает выражение $\frac{\varepsilon_s^2}{2} + \frac{1}{2} = U_{\text{ист}}$, которое означает равенство суммы плотностей энергий на эмиттере и энергии источника. Это равенство для размерных величин приобретает вид

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{E_s^2}{8\pi} + \left(\frac{mv_s^2}{2} n_s + \frac{1}{2} \cdot \frac{E_s^2}{8\pi} \right) = en_s E_{\text{ист}} \quad (13)$$

Если $E_s = 0$, то из (13) следует, что $\frac{mv_s^2}{2} = e E_{\text{ист}}$,

т.е. результат, обсуждавшийся выше.

Уравнение (12) имеет корни

$$\varepsilon_s = \pm \gamma^{1/2} \sqrt{2U_{\text{ист}} - \left[\frac{1}{\gamma^2} + \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)^2 \right]}$$

которые при $\gamma = 1$ переходят в $\varepsilon_s = \pm \sqrt{2U_{\text{ист}} - 1}$ и отличаются от нуля, если $U_{\text{ист}} > 1/2$. В этом случае знак электрического поля на коллекторе зависит от знака ε_s .

Свойства решений зависят от свободного члена a_3 , состоящего из двух слагаемых $a_3^{(0)}$ и $a_3^{(1)}$. Если

$\left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)^2 + \frac{1}{\gamma^2} = 2U_{\text{ист}}$, то величина $a_3^{(0)}$ равна нулю, и свободный член определяется лишь слага-

емым $a_3^{(1)}$. Слагаемое $a_3^{(1)}$ при $\gamma \neq 1$ равняется нулю, если $\gamma^{1/2} \tau_L = (2k+1)\pi$ и k — целое. Свободный член a_3 выражения (9) становится равным нулю, а само уравнение (9) распадается на произведение множителей

$$(a_0 \varepsilon_s^2 + a_1 \varepsilon_s + a_2) \varepsilon_s = 0 \quad (14)$$

при этом коэффициенты имеют значения $a_0 = -2/3\gamma$, $a_1 = (2k+1)\pi/\gamma$, $a_2 = -4/\gamma^2$. Одно из решений (14) является нулевым, т.е. $\varepsilon_s = 0$, а два других есть решения квадратного уравнения

$$a_0 \varepsilon_s^2 + a_1 \varepsilon_s + a_2 = 0, \text{ корни которого равны}$$

$$\varepsilon_s = \frac{3}{4} \cdot \frac{(2k+1)\pi}{\gamma^{1/2}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{32}{3(2k+1)^2 \pi^2}} \right]$$

Для $k \geq 1$ корни вещественные, разные, положительные. При $\gamma \rightarrow 1$ эти корни не стремятся к нулю.

В настоящем анализе ограничимся изучением режимов движения электронов с положительными скоростями. Это накладывает определенные ограничения на величину ε_s .

Если, по-прежнему, $a_3^{(0)} = 0$, но $\gamma^{1/2} \tau_L \neq (2k+1)\pi$ и $\gamma \neq 1$ тогда $a_3^{(1)} \neq 0$, т.е. свободный член становится ненулевым и произведение множителей в (14) связывается.

Для приближенного решения уравнения (9), когда $a_3^{(0)} = 0$, но $a_3^{(1)} \neq 0$ при $\gamma \neq 1$ и $\gamma^{1/2} \tau_L \neq (2k+1)\pi$, используется метод итераций. Перепишем (9) в стандартном виде

$$\varepsilon_s = -\frac{a_3^{(1)}}{a_2} - \frac{a_1}{a_2} \varepsilon_s^2 - \frac{a_0}{a_2} \varepsilon_s^3 \quad (15)$$

Положим $\gamma^{1/2} \tau_L = (2k+1)\pi + \delta$. Для больших δ можно использовать графический метод, а при малых δ — формулу (15). В качестве нулевого приближения итерации используется решение $\varepsilon_s^{(0)} = 0$.

Первое приближение $\varepsilon_s^{(1)}$ может быть найдено в виде

$$\varepsilon_s^{(1)} = -\frac{a_3^{(1)}}{a_2} \quad (16)$$

Если свободный член $a_3^{(1)}$ мал, то и $\varepsilon_s^{(1)}$ будут малы. Во втором приближении для $\varepsilon_s^{(2)}$ появятся дополнительные слагаемые $-\frac{a_0(a_3^{(1)})^2}{a_2^3}$ и $-\frac{a_0(a_3^{(1)})^3}{a_2^4}$. При малых δ доминирует основное слагаемое, представ-

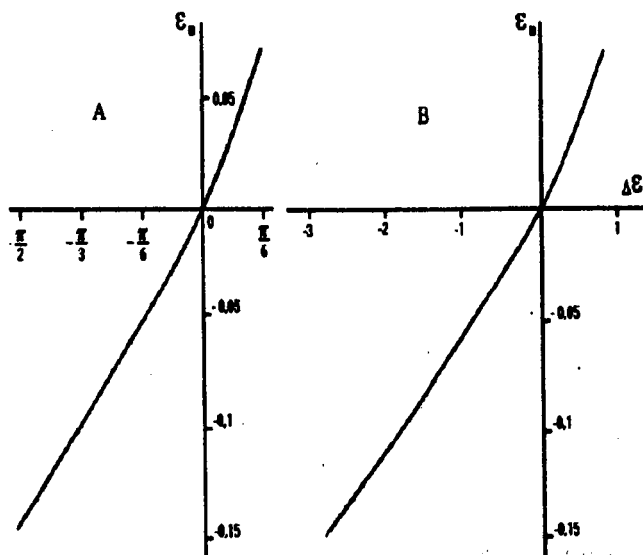
ленное первым приближением (16), т.е. $\mathcal{E}_s^{(2)} \approx \mathcal{E}_s^{(1)}$. При этом a_0 , a_1 и a_2 можно вычислить при $\gamma^{1/2}\tau_L = (2k+1)\pi$; коэффициент $a_3^{(1)}$ имеет множитель $\sin \gamma^{1/2}\tau_L$, который равен $\sin \delta$ при $\delta < 0$ и $-\sin \delta$ при $\delta > 0$. При малых отрицательных величинах d приближенное решение $\mathcal{E}_s^{(2)}$ можно представить в виде

$$\mathcal{E}_s^{(2)} \approx \frac{\gamma^2}{4} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \cdot \left[\delta \cdot \left[\frac{\gamma^{1/2}}{3} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^2 \delta^2 + \frac{2}{\gamma^{3/2}}\right]\right] \quad (17)$$

Если $\gamma < 1$, то $1 - 1/\gamma < 1$ и $\mathcal{E}_s^{(2)}$ будет отрицательным. При малых положительных величинах d приближенное решение $\mathcal{E}_s^{(2)}$ отличается от (17) знаком. Если $\gamma < 1$, то $\mathcal{E}_s^{(2)}$ будет положительным. Таким образом, один из корней уравнения (9) при заданных условиях меняет знак и проходит через нулевое значение, когда d меняет знак и проходит через нулевое значение. Рассматриваемый корень $\mathcal{E}_s^{(2)}$ обладает тем свойством, что при $g \rightarrow 1$ стремится к нулю и соответствует однородному состоянию.

Другие корни, не обладающие таким свойством, здесь подробно не рассматриваются, но необходим их дополнительный анализ. Для конечных величин $d \in (-\pi/2, \pi/6)$ корень \mathcal{E}_s рассчитывался графическим методом. Длина промежутка была разделена на равные части через $\pi/12$, исходное значение аргумента взято при $k=1$, так что $\gamma^{1/2}\tau_L = 3\pi + \delta$, $\delta = \pi/12$, l — целое, изменяется от -6 до $+2$. Для данных значений аргумента и $\gamma=0,8$ были вычислены коэффициенты a_0 , a_1 , a_2 , $a_3^{(1)}$. При этом $a_3^{(0)}=0$. Исходное уравнение (9) было представлено в виде двух функций: y_1 , y_2 , где $y_1 = a_0\mathcal{E}_s^3 + a_1\mathcal{E}_s^2$ — частный случай кубической параболы, $y_2 = -a_2\mathcal{E}_s - a_3$ — уравнение прямой. Абсциссы точек пересечения параболы и прямой дают искомые значения корня \mathcal{E}_s . Дискриминанты уравнения (9) вычислены для значений $\delta = \pm\pi/12$; они положительные и уравнение имеет три разных вещественных корня. Для $\delta < 0$ в соответствии с правилом Декарта уравнение (9) имеет один отрицательный корень. Результаты вычислений представлены на рисунке.

Начало координат для кривой "а" соответствует аргументу 3π и $\gamma^{1/2}\tau_L = 3\pi + \delta$; для кривой "б" $\zeta_L^{(p)} = 3\pi/\gamma^{3/2}$ и $\zeta_L = \zeta_L^{(p)} + \Delta\zeta_L$.



Функциональные зависимости поля на эмиттере

В пределах точности проведенных расчетов \mathcal{E}_s функциональная зависимость $\mathcal{E}_s = \mathcal{E}_s(\zeta_L)$ несущественно отличается от прямой, по крайней мере, в диапазоне аргументов, для которых выполнены расчеты в статье. Поэтому \mathcal{E}_s может быть аппроксимирована прямыми линиями в соответствующих областях. При этом зависимость τ_L от ζ_L является монотонной при данном выборе параметра γ и диапазона аргументов $\gamma^{1/2}\tau_L$. Результаты предыдущей статьи [4], представленные формулами (29), (30) и заключающиеся в том, что $\mathcal{E}_s=0$ при значениях $\zeta_L = \zeta_L^{(p)}$, где $\gamma^{3/2}\zeta_L^{(p)} = (2k+1)\pi$, k — целое, имеют место, если электродвижущая сила источника $U_{\text{ист}}$ равна величине, определяемой соотношением $U_{\text{ист}} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\gamma^2} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^2 \right]$.

В том частном случае, когда $g=1$, величина $a_3^{(1)}=0$, но величина $a_3^{(0)}$ отлична от нуля. Например, при $U_{\text{ист}} > 1/2$ исходное уравнение (9) для \mathcal{E}_s имеет третий порядок. Если $U_{\text{ист}} \rightarrow 1/2$, то один из корней уравнения для \mathcal{E}_s стремится к нулю. В этом случае нулевому корню соответствует однородное состояние. Если $\gamma=1$, $\tau_L = (2k+1)\pi$, k — целое, а разность $(1/2 - U_{\text{ист}})$ отрицательна, но мала, можно найти приближенное решение для малого корня, обусловленного малой разностью $(1/2 - U_{\text{ист}})$. Игнорируя старший член в уравнении для \mathcal{E}_s , можно для отрицательного корня найти решение в виде

$$\varepsilon_0 = \frac{2}{(2k+1)\pi} - \sqrt{\left[\frac{2}{(2k+1)\pi}\right]^2 + 2U_{\text{нсм}} - 1}.$$

С ростом k величина ε_0 изменяется до предельного значения, равного $-\sqrt{2U_{\text{нсм}} - 1}$.

Таким образом, для замкнутой цепи, состоящей из диода Пирса и источника тока, исследованы стационарные динамические процессы; вопросы устойчивости не рассматривались. Сформулировано уравнение баланса энергий для электронов, электрического поля и источника тока, выражающее распределение энергий в рассматриваемой системе. Электрическое поле на эмиттере определяется самосогласованным образом как решение кубического уравнения. Подробно исследованы те решения, которые при определенном выборе параметров системы могут переходить в однородные, соответствующие однородному состоянию. Численно установлен характер функциональной зависимости поля на эмиттере от длины межэлектродного пространства, которая может быть аппроксими-

мирована прямой для конкретных параметров и ограниченного промежутка изменения аргумента. При условии частичной нейтрализации по заряду в плоскости эмиттера и нулевом поле на нем в межэлектродном пространстве возможны стационарные пространственные колебания электронов и периодически неоднородное электрическое поле.

Литература

1. *Golfrey B.B.* // Phys. Fluids. 1987. Vol. 30, No 5. P.1553-1560.
2. *Lawson W.S.* // Phys. Fluids. 1989. Vol. 1, No 7. P.1483-1492.
3. *Hornhager M., Kuhn S.* // Phys. Fluids. B/1990. Vol. 2, No 11. P.2741-2763.
4. *Санин А.Л.* // Научное приборостроение. 1992. Т. 2, No 2. С.30-36.

ELECTRON AND FIELD ENERGY DISTRIBUTIONS IN THE PIERCE DIODE STATIONARY MODE

A.L.Sanin

St.Petersburg State Technical University, St.Petersburg

The energy balance equation for the electrons, the electric field and current source are formulated for the Pierce diode stationary regime. The energy distribution is investigated by using the selfconsistent equations such as those of continuity, motion, Maxwell electric field and energy balance. The exact solutions of the nonlinear differential equations are presented for the dynamic variables. They determine the one-dimensional transport and stationary spatial oscillations. The field at the emitter as a function of the diode length is calculated.