

УДК 535. 317

Дифракционный расчет фокусаторов лазерного излучения / В. В. Котляр, И. В. Никольский, В. А. Соيفер, С. Н. Хонина // Научное приборостроение. — 1993. — Т. 3. — N 1: Дифракционная плоская оптика и обработка изображений. — С. 52—63.

Рассматриваются алгоритмы для дифракционного расчета на персональном компьютере фазовых оптических элементов (фокусаторов), фокусирующих лазерное излучение в заданные области пространства с заданным распределением интенсивности. Алгоритм основан на итеративном решении интегральных уравнений типа Фурье, Френеля и Ханкеля. Рассматриваются вопросы увеличения скорости сходимости алгоритма, квантования и интерполяции отсчетов фазы. Приведены результаты численного моделирования. Библ. 14 назв. Ил. 7.

В. В. Котляр, И. В. Никольский, В. А. Сойфер, С. Н. Хонина
(Самарский филиал ЦКБ уникального приборостроения РАН)

ДИФРАКЦИОННЫЙ РАСЧЕТ ФОКУСАТОРОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Methods for iterative calculating of diffractive optical elements capable of forming in the present transverse spatial areas the desired intensity distributions of laser light as well as the axial line-segments or axial set of points have been developed. The methods are provided with the procedure of adaptive correction allowing a considerable increase in the rate of convergency of the iterative colution. The developed discrete methods allow interpolation and raster extrapolation of the pixels of focuser phase.

Введение

Для целого ряда практических задач лазерной технологии и оптической обработки информации требуются фазовые дифракционные оптические элементы, фокусирующие лазерное излучение в заданные области пространства с требуемым распределением энергии. Такие оптические элементы называют фокусаторами, чтобы отличать их от линз и зеркал.

Расчет фокусаторов производится методом геометрической оптики [1, 2] или методами итеративного решения интегральных уравнений [3, 4]. Последние обычно применяются для расчета киноформов. Однако перечисленные методы имеют ряд недостатков. Метод геометрической оптики не учитывает дифракционных эффектов, которые наиболее сильно проявляются при фокусировке в малые области пространства, размерами не больше нескольких диаметров диска Эйри. А для итеративных алгоритмов остается нерешенным ряд вопросов: повышение скорости сходимости, интерполяция отсчетов фазы, аппроксимация фазы аналитическими функциями, квантование фазы и т. д.

В данной работе приведены алгоритмы для решения этих проблем.

Адаптивный итеративный алгоритм для расчета фокусаторов

Задача ставится следующим образом. Требуется найти фазу функции $g(x, y) = A(x, y) \exp [i \varphi(x, y)]$, удовлетворяющую интегральному уравнению

$$I_0(\xi, \eta) = \left| \iint_{\Omega} g(x, y) \exp [2 \pi i (x \xi + y \eta) / \lambda f] dx dy \right|^2, \quad (1)$$

где $I_0(\xi, \eta)$ — требуемое распределение интенсивности света в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием f , λ — длина волны света, Ω — форма диафрагмы, ограничивающей фокусатор, $A(x, y)$ — амплитуда светового пучка,

освещающего оптический элемент с пропусканием $\exp [i \varphi (x, y)]$, который расположен вплотную к линзе.

Уравнение (1) решается методом последовательных приближений, начиная со случайной оценки фазовой функции $\varphi_0 (x, y)$. В операторной форме итеративное решение уравнения (1) можно записать в виде

$$f_{n+1} (x, y) = M F^{-1} L F f_n (x, y). \quad (2)$$

Здесь F, F^{-1} — обозначения прямого и обратного преобразований Фурье соответственно, L — адаптивный оператор ограничений в фокальной плоскости

$$F_n^0 (\xi, \eta) = L F_n (\xi, \eta) = \begin{cases} \sqrt{I_n (\xi, \eta)} F_n (\xi, \eta) |F_n (\xi, \eta)|^{-1}, & (\xi, \eta) \in W, \\ \alpha F_n (\xi, \eta), & (\xi, \eta) \notin W, \end{cases} \quad (3)$$

где $I_n (\xi, \eta) = (1 + \alpha^2) I_0 (\xi, \eta) - \alpha^2 |F_n (\xi, \eta)|^2$, $F_n (\xi, \eta)$ — рассчитанная на n -ом шаге итераций комплексная амплитуда света в плоскости пространственного спектра, W — заданная область фокусировки или область задания интенсивности $I_0 (\xi, \eta)$, α — параметр, регулирующий скорость сходимости итеративного процесса. При $\alpha = 0$ замена (3) представляет собой стандартную замену в алгоритме Герчберга—Секстона [5], при $\alpha = 1$ замена (3) формирует амплитуду $|F_n^0 (\xi, \eta)|$ как "зеркальное отражение" амплитуды $|F_n (\xi, \eta)|$ отно-

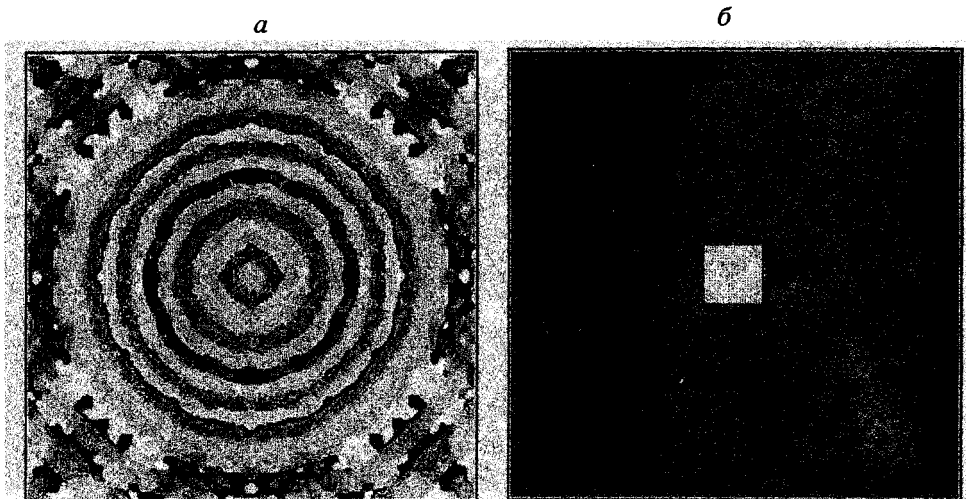


Рис. 1. Фаза фокусатора из гауссового пучка в квадрат с постоянной интенсивностью (а) и результат фокусировки (б).

сительно заданной функции $I_0(\xi, \eta)$ [6, 7]. Оператор ограничений M действует в плоскости фокусатора на функцию $f_n(x, y)$ по правилу

$$f_n^0(x, y) = M f_n(x, y) = \begin{cases} A(x, y) f_n(x, y) |f_n(x, y)|^{-1}, & (x, y) \in \Omega \\ 0, & (x, y) \notin \Omega \end{cases} \quad (4)$$

Точность решения (1) контролируется по относительной среднеквадратичной ошибке

$$\delta_n = \left[\frac{\iint_w [I_0(\xi, \eta) - |F_n(\xi, \eta)|^2]^2 d\xi d\eta}{\iint_w I_0^2(\xi, \eta) d\xi d\eta} \right]^{1/2}.$$

На рис.1, *а* показана рассчитанная за 10 итераций фаза (по модулю 2π) фокусатора из гауссового коллимированного пучка в квадрат с постоянной интенсивностью. Вид получившегося распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы приведен на рис.1, *б*. Гауссовая амплитуда $A(x, y)$ пучка уменьшалась на краях диафрагмы в 10 раз по сравнению с максимальным значением в центре фокусатора. Размеры квадрата в плоскости фокусировки равны 16 диаметрам диска Эйри. Начальная оценка фазы была выбрана в виде радиально-случайной функции. Массив отсчетов для выполнения быстрого преобразования Фурье равен 256×256 точек. Энергетическая эффективность фокусировки, т. е. отношение энергии света, попавшего в заданную

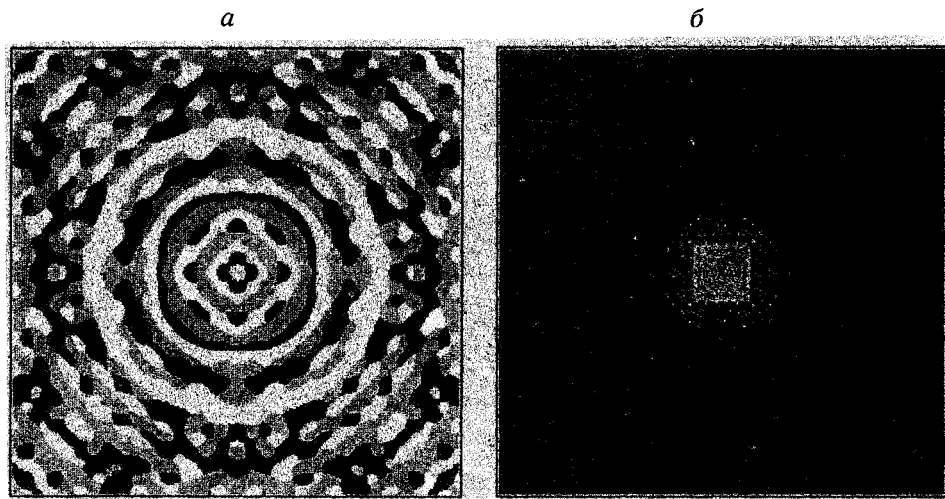


Рис. 2. Фаза фокусатора с тремя уровнями квантования из гауссового пучка в квадрат (*а*) и результат фокусировки (*б*).

область, к полной энергии света, равнялась 87,4 %, а среднеквадратичное отклонение δ_n рассчитанной интенсивности от постоянной равно 3,3 %.

В процессе итеративного расчета фазы $\varphi(x, y)$ фокусатора может быть осуществлено ее квантование по заданному числу уровней. В этом случае следует модифицировать оператор ограничений M в плоскости оптического элемента, т. е. к замене (4) добавить следующее ограничение:

$$\arg f_n(x, y) = 2\pi l / K, \text{ при } \arg f_n(x, y) \in [2\pi l / K, 2\pi(l+1) / K],$$

$$l = 0, 1, 2, \dots, K-1,$$

где K — число уровней квантования фазы на отрезке значений $[0, 2\pi]$. На рис. 2, а показана фаза фокусатора из гауссового плоского пучка в квадрат, имеющая три градации ($K = 3$) и рассчитанная за 10 итераций. Рис. 2, б иллюстрирует результат фокусировки: эффективность — 73 %, ошибка — 23 %.

Этот результат получен при квантовании фазы на каждом шаге итераций. Если же сначала рассчитать фазу за 10 итераций без квантования (как на рис. 1, а), а затем осуществить ее квантование по трем уровням, то получим следующие параметры фокусировки: эффективность — 63 %, точность — 47 %. Из сравнения приведенных чисел видно, что рациональнее квантовать фазу на каждом шаге итерационного процесса.

Экстраполяция и интерполяция отсчетов фазы фокусатора

Для изготовления элементов дифракционной оптики с дискретностью отсчетов 10 мкм и диаметром 100 мм требуется рассчитывать массивы фазы размерностью 10^4 на 10^4 пикселей. Понятно, что итеративный расчет фазы на персональных компьютерах для таких больших массивов неприемлем из-за больших временных затрат. Поэтому требуется разработка алгоритмов экстраполяции и интерполяции, которые бы позволяли по малому массиву отсчетов фазы $\varphi_n, n = \overline{1, N}$, предварительно рассчитанному с помощью итеративного алгоритма, строить большой массив отсчетов фазы $\psi_k, k = \overline{1, N\overline{M}}$. Ниже приводятся два таких алгоритма (описывается для простоты одномерный случай).

Итак, пусть отсчеты фазы φ_n таковы, что имеет место соотношение

$$I_n = |F_n|^2 = \left| \sum_{k=1}^N \exp(i\varphi_n) \exp(-2\pi i k n / N) \right|^2, \quad n = \overline{1, N},$$

где I_n — отсчеты требуемой интенсивности. Тогда предлагается экстраполяцию осуществлять с помощью мультипликации массива φ_n с дополнительными фазовыми сдвигами ν_k . Идея мультипликации малого массива для формирования киноформов с большой размерностью предложена в [8], а идея мультипликации с дополнительными фазовыми сдвигами для расчета квазипериодических дифракционных решеток рассматривалась в [9]. Ниже

приводятся в одном формализме два универсальных алгоритма для экстраполяции и интерполяции отсчетов фазы.

Большой массив отсчетов фазы ψ_m формируется таким образом:

$$\psi_m = \begin{cases} \varphi_n + \nu_1, & m = \overline{1, N}; n = \overline{1, N} \\ \varphi_n + \nu_2, & m = \overline{(N+1), 2N}; n = \overline{1, N} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \varphi_n + \nu_M, & m = \overline{(MN - N + 1), MN}; n = \overline{1, N} \end{cases} \quad (5)$$

Оптический элемент с такой фазой сформирует в фокальной плоскости линзы комплексную амплитуду со следующими отсчетами:

$$\begin{aligned} R_k &= \sum_{m=1}^{MN} \exp(i\psi_m) \exp(-2\pi i k m / MN) = \\ &= \exp(2\pi i k / M) \left[\sum_{n=1}^N \exp(i\varphi_n) \exp(-2\pi i k n / MN) \right] \times \\ &\times \left[\sum_{m=1}^M \exp(i\nu_m) \exp(-2\pi i k m / M) \right] = \exp(2\pi i k / M) P_k G_k. \end{aligned} \quad (6)$$

В точках $k = M(n-1) + 1, n = \overline{1, N}$ спектра имеет место равенство

$$F_n = P_{M(n-1)+1}. \quad (7)$$

Если итеративным способом решить уравнение вида

$$1 = |G_k| = \left| \sum_{m=1}^M \exp(i\nu_m) \exp(-2\pi i k m / M) \right|, \quad k = \overline{1, M} \quad (8)$$

и найти массив дополнительной фазы ν_m , тогда при всех $k = \overline{1, MN}$ будет выполняться равенство

$$|R_k| = |F_k|.$$

На рис. 3, а показана фаза размерностью 256×256 отсчетов для фокусатора из плоского пучка в квадрат с постоянной интенсивностью, полученная по алгоритму (5) — (8) из массива фазы 32×32 , который рассчитан за 100 итераций по формулам (1) — (4). На рис. 3, б представлен результат фокусировки: эффективность — 68%, точность — 16%.

Недостатком данного метода экстраполяции отсчетов фазы является увеличение размеров области фокусировки во столько же раз, во сколько раз увеличивается размер начального малого массива фазы. Чтобы избежать этого, ниже приводится алгоритм интерполяции. Между соседними отсчетами фазы начального малого массива $\varphi_n, n = \overline{1, N}$, расставляются отсчеты дополнитель-

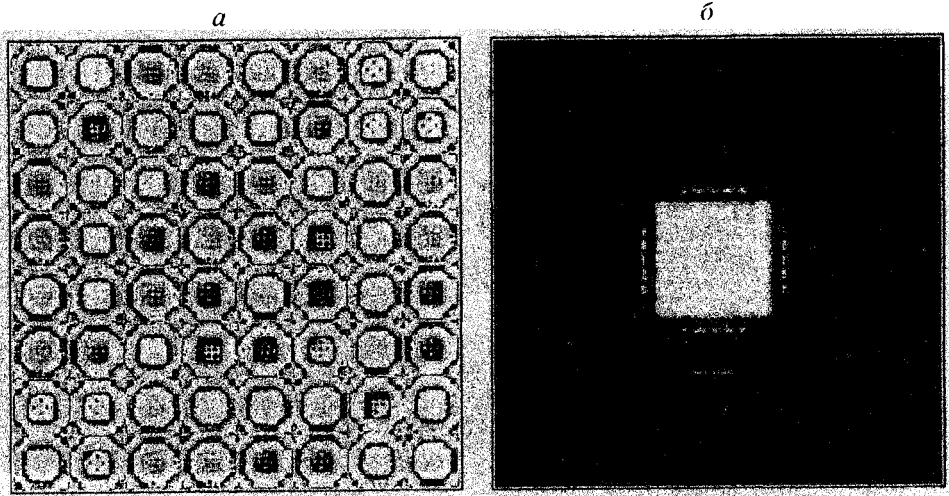


Рис. 3. Фаза растрового фокусатора из плоского пучка в квадрат (а) и результат фокусировки (б).

ной фазы ν_k , $k = \overline{1, M}$, и формируется большой массив ψ_m , $m = \overline{1, MN}$, по правилу

$$\psi_m = \begin{cases} \varphi_1 + \nu_k, & m = \overline{1, M}; k = \overline{1, M} \\ \varphi_2 + \nu_k, & m = \overline{(M+1), 2M}; k = \overline{1, M} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \varphi_N + \nu_k, & m = \overline{(MN - N + 1), MN}; k = \overline{1, N} \end{cases} \quad (9)$$

Оптический элемент с пропусканием $\exp(i\psi_m)$ сформирует в фокальной плоскости следующие отсчеты интенсивности:

$$R_k = \exp(2\pi i k / N) \left[\sum_{n=1}^N \exp(i\varphi_n) \exp(-2\pi i k m / N) \right] \times \quad (10)$$

$$\times \left[\sum_{m=1}^M \exp(i\nu_m) \exp(-2\pi i k m / MN) \right] = \exp(2\pi i k / N) P_k^0 G_k^0.$$

Отсчеты P_k^0 будут совпадать с отсчетами требуемой функции F_n не только при $k = \overline{1, N}$, но и в других дифракционных порядках при $k = \overline{(N+1), 2N}$; $k = \overline{(2N+1), 3N}$ и т. д. Чтобы уменьшить энергию света в дополнительных порядках дифракции, требуется подходящим образом выбрать дополнитель-

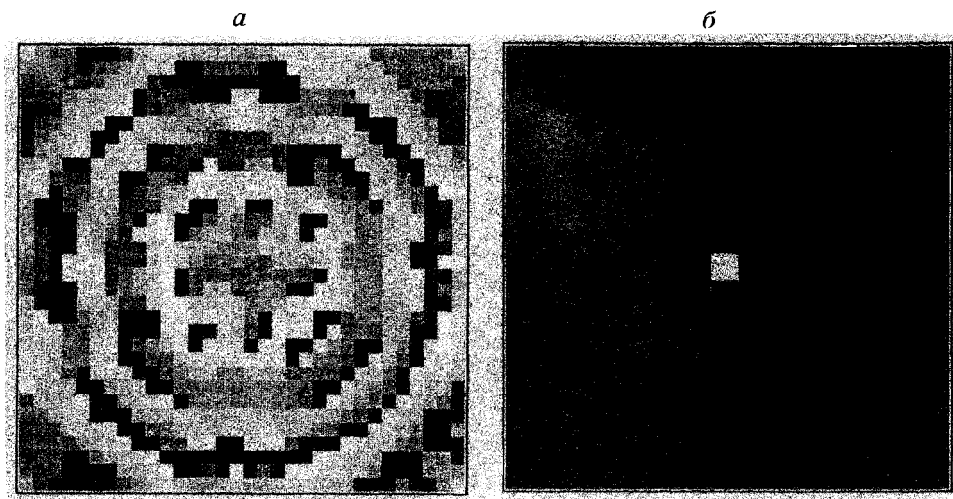


Рис. 4. Фаза после интерполяции фокусатора из плоского пучка в квадрат (а) и результат фокусировки (б).

ные фазы ν_k . Например, чтобы сосредоточить почти всю энергию в нулевом порядке дифракции, следует найти решение уравнения

$$\text{rect}(k/N) = |G_k^0| = \left| \sum_{m=1}^M \exp(i\nu_m) \exp(-2\pi i k m / MN) \right|$$

при $k = \overline{1, MN}$. (11)

На рис.4, а показана фаза размерностью 256×256 отсчетов фокусатора из плоского пучка в квадрат с постоянной интенсивностью, рассчитанная по формулам (9) — (11) и на основе начального массива фазы размерностью 32×32 , который предварительно был рассчитан за 20 итераций. При этом дополнительные отсчеты ν_n выбирались нулевыми, так что имело место равенство

$$G_k^0 = \text{sinc}(\pi k / N), \quad k = \overline{1, MN}.$$

На рис.4, б представлен результат фокусировки: эффективность — 80%, ошибка — 9%.

Фокусировка в радиально-симметричные области спектра

Для расчета фокусаторов в участки фокальной плоскости с распределением интенсивности, обладающим круговой симметрией, выбираются радиальные фазовые функции $\varphi(r)$, которые находят из уравнения

$$I(\rho) = \left| \int_0^R A(r) e^{i\varphi(r)} J_m(2\pi r \rho / \lambda f) r dr \right|^2, \quad (12)$$

где r, ρ — радиальные переменные в плоскости фокусатора и фокусировки, соответственно, R — радиус фокусатора, $J_m(x)$ — функция Бесселя m -го порядка, $I(\rho)$ — требуемое радиальное распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы.

Интегральное уравнение (12) решается также методом последовательных приближений [10], а преобразование Ханкеля выполняется через быстрое преобразование Фурье с помощью экспоненциальной замены [11]

$$r = r_0 \exp x, \quad \rho = \rho_0 \exp y.$$

Такая замена сводит интеграл (12) к интегралу типа свертки. Преобразование Ханкеля m -го порядка выполняется оптически с помощью винтового фазового фильтра [12], имеющего функцию пропускания вида [13]: $\exp(i m \theta)$, где θ — полярный угол в плоскости фокусатора. Поэтому фаза оптического элемента, формирующего требуемое распределение интенсивности $I(\rho)$, должна окончательно выбираться в виде $\varphi(r) + m \theta$.

На рис.5, а показана фаза фокусатора из плоского пучка в широкое кольцо с постоянной интенсивностью в кольце, рассчитанная за 15 итераций с винтовым фильтром при $m = 8$. На рис.5, б представлен результат фокусировки в кольцо, ограниченное радиусами $r_1 = 0,1$ мм и $r_2 = 0,2$ мм, радиус фокусатора R равен 5 мм, число отсчетов — 256. Эффективность фокусировки достигала 83%, а ошибка составила 8%.

Для расчета фокусаторов в продольные осевые отрезки с заданным распределением интенсивности на оси используется преобразование Френеля в радиальных координатах

$$F(\rho, z) = k / z \exp(i k \rho^2 / 2 z) \int_0^R A(r) e^{i\varphi(r)} \exp(i k r^2 / 2 z) J_m(k r \rho / z) r dr, \quad (13)$$

где z — расстояние вдоль оптической оси, $A(r)$ — амплитуда освещающего пучка, $k = 2\pi / \lambda$ — волновое число света. Если требуется сформировать заданную интенсивность на оси $I(z)$, $z \in [z_1, z_2]$, то в (13) следует положить $\rho = 0$ и искать фазу $\varphi(r)$, решая интегральное уравнение с помощью последовательных приближений [14]

$$I(z) = \left| k / z \int_0^R A(r) e^{i\varphi(r)} \exp(i k r^2 / 2 z) r dr \right|^2. \quad (14)$$

С помощью замены $x = r^2 / 2$ и $\xi = k / z$ интеграл в (14) сводится к интегралу Фурье.

На рис. 6, а показана фаза фокусатора из плоского пучка в осевой отрезок с постоянной интенсивностью, рассчитанная за 60 итераций. На рис.6, б представлен результат фокусировки: распределение интенсивности в плоскостях на различных расстояниях z от фокусатора. Радиус фокусатора — 6 мм. Диаметр отрезка, равный диаметру диска Эйри, несколько возрастает вдоль по отрезку,

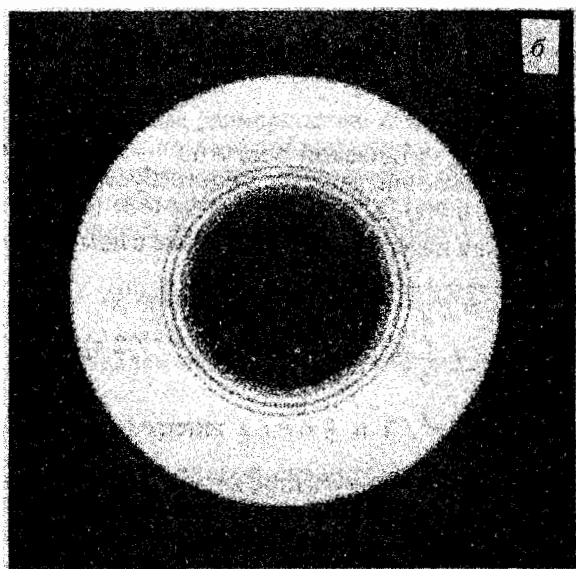
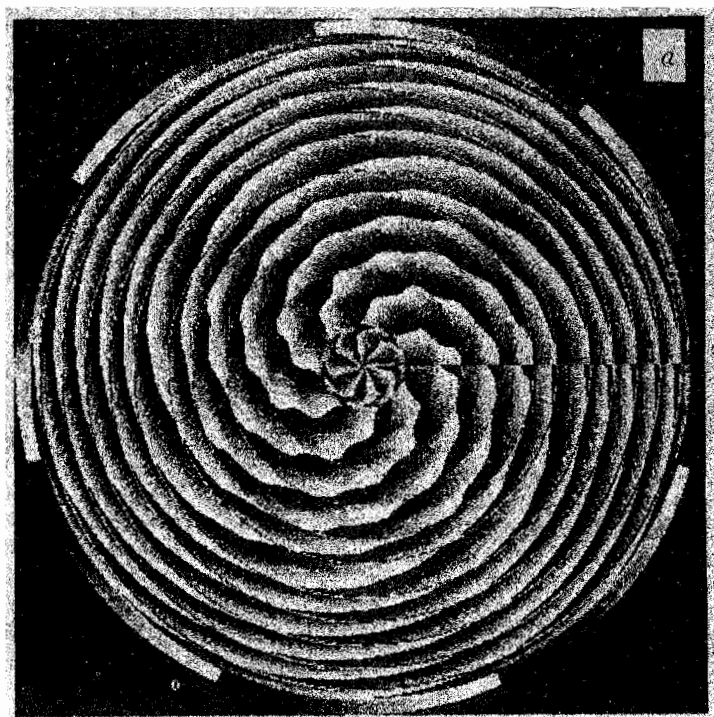


Рис. 5. Фаза фокусатора из плоского пучка в широкое кольцо (а) и результат фокусировки (б).

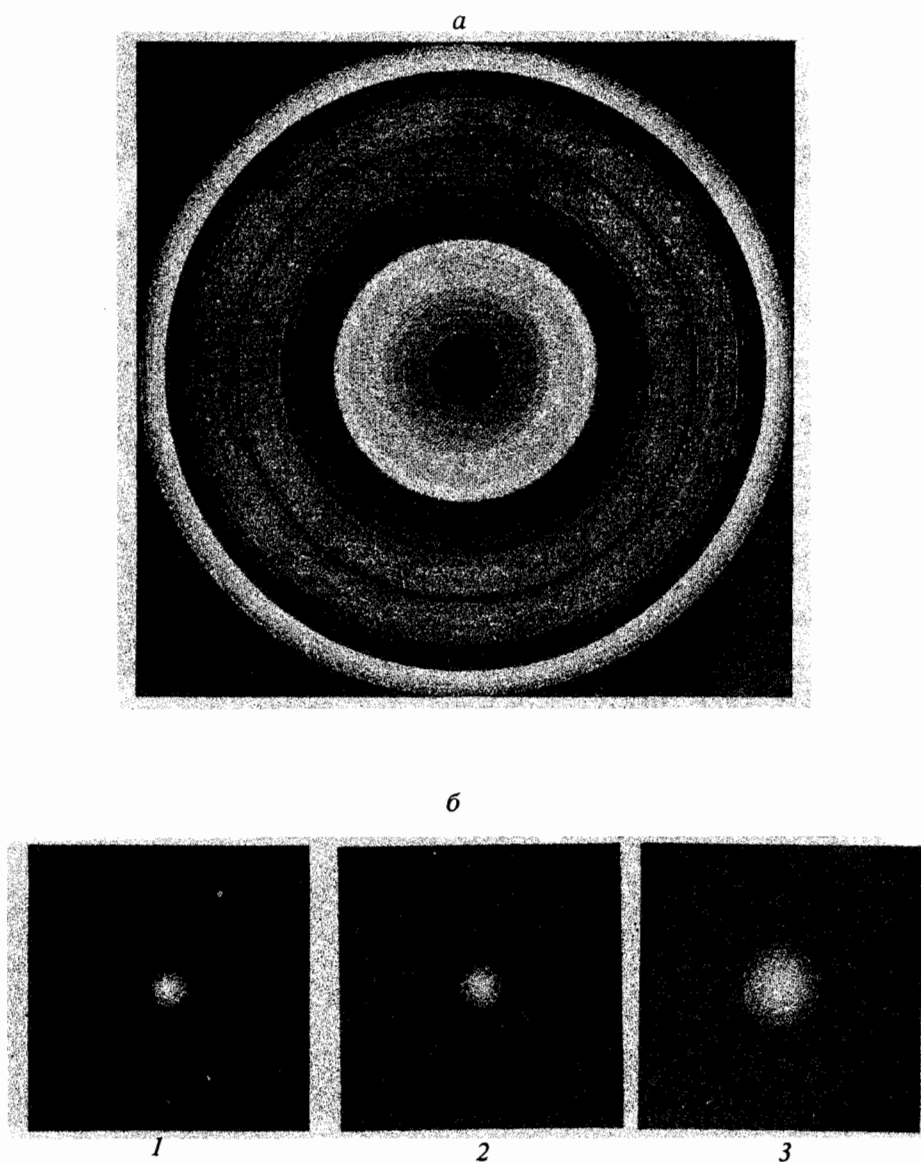


Рис. 6. Фаза фокусатора из плоского пучка в продольный отрезок с постоянной интенсивностью на оси (*a*) и результат фокусировки на трех плоскостях (*б*).

1 — $z = 380$ мм, 2 — $z = 400$ мм, 3 — $z = 420$ мм.

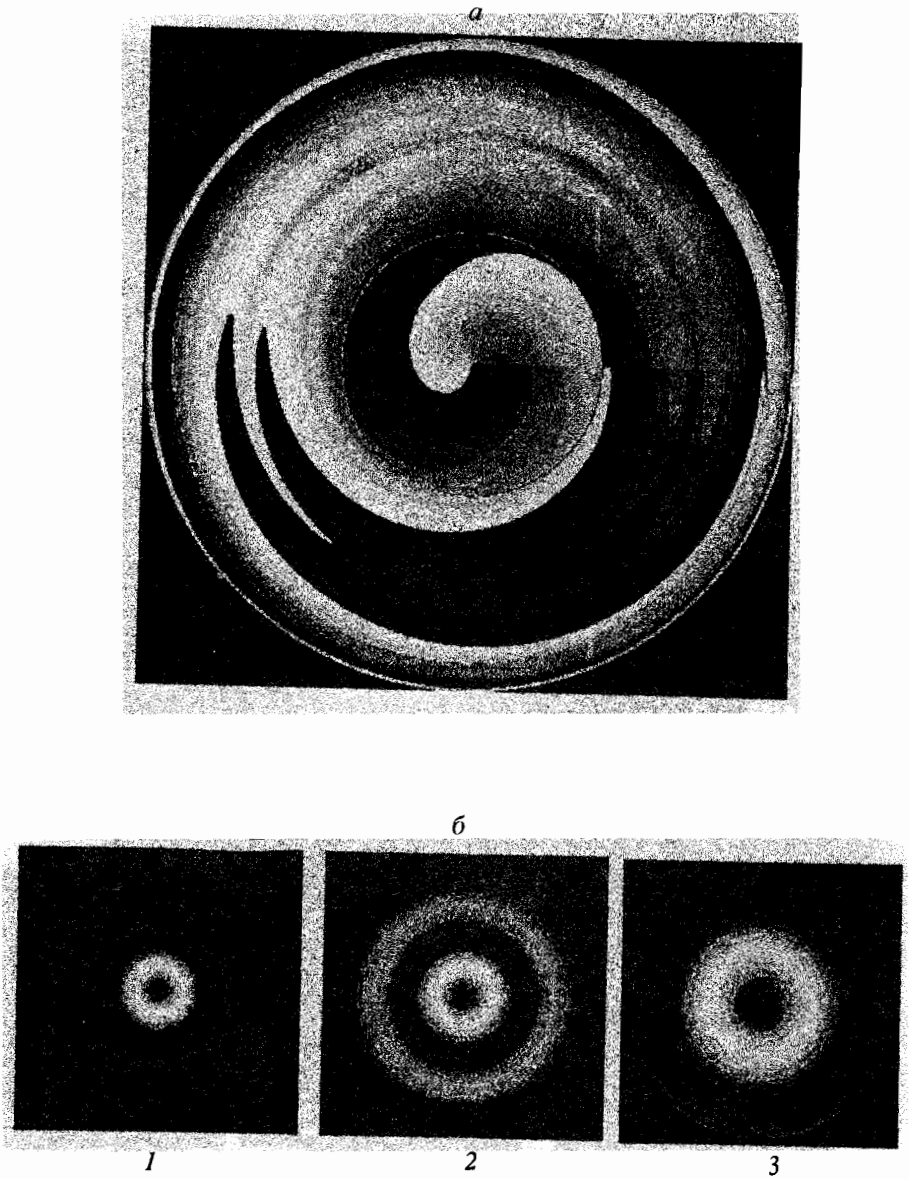


Рис. 7. Фаза фокусатора в продольный отрезок с нулевой интенсивностью на оси (а) и результат фокусировки (б) на трех плоскостях.

1 — $z = 380$ мм, 2 — $z = 400$ мм, 3 — $z = 420$ мм.

а постоянство интенсивности вдоль оси на отрезке [380 мм, 420 мм] сохраняется с ошибкой в 2%.

Для формирования "световых трубок", т. е. световых пучков с нулевой интенсивностью, вдоль оси на заданном отрезке используется также винтовой фильтр [13]. На рис. 7, а показана фаза фокусатора из плоского пучка в световой отрезок с нулевой интенсивностью на оси, полученная наложением на фазу рис. 6, а винтового фильтра с $m = 1$. На рис. 7, б представлен результат фокусировки: интенсивность на трех плоскостях, как и в предыдущем случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голуб М. А., Карнеев С. В., Прохоров А. М. и др. // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7, N 6. С. 618—623.
2. Golub M. A., Sisakyan I. N., Soifer V. A. // Opt. & Lasers in Eng. 1991. Vol. 15. P. 297—309.
3. Hirsch P. M., Jordan J. A., Lesem L. B. // Pat. US. 1971. N 3619022.
4. Gallagher N. C., Liu B. // Appl. Opt. 1973. Vol. 12. P. 2328—2335.
5. Gerchberg R. W., Saxton W. D. // Optik. 1972. Vol. 35, N2. P. 237—246.
6. Kotlyar V. V., Nikolsky I. V., Soifer V. A. // Ibid. 1991. Vol. 88, N 1. P. 17—19.
7. Kotlyar V. V., Nikolsky I. V. // Opt. & Lasers in Eng. 1991. Vol. 15. P. 323—330.
8. Lesem L. B., Hirsch P. M., Jordan J. A. // IBM J. Res. Devel. 1969. Vol. 13, N 2. P. 150—155.
9. Березный А. Е. // Компьютерная оптика. 1989. N 6. С. 19—23.
10. Khonina S. N., Kotlyar V. V., Soifer V. A. // Optik. 1991. Vol. 88, N 4. P. 182—184.
11. Siegman A. E. // Opt. Lett. 1977. Vol. 1, N 1. P. 13—15.
12. Березный А. Е., Прохоров А. М., Сисакян И. Н., Соифер В. А. // Докл. АН СССР. 1984. Т. 274, N 4. С. 802—805.
13. Kotlyar V. V., Soifer V. A. // Opt. Comm. 1992. Vol. 89. P. 159—163.
14. Котляр В. В., Соифер В. А., Хонина С. Н. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17, N 24. С. 63—66.

Рукопись поступила 25.01.93