

УДК 681. 7. 06 + 535. 12

Математическая модель фокусировки лазерного излучения элементами компьютерной оптики / М. А. Голуб, Н. Л. Казанский, В. А. Соيفер // Научное приборостроение. — 1993. — Т. 3. — № 1: Дифракционная плоская оптика и обработка изображений. — С. 8—28.

На основе анализа технологии расчета и изготовления элементов компьютерной (дифракционной) оптики (ЭКО) предложена математическая модель функционирования широкого класса дифракционных оптических элементов, известных как "фокусаторы лазерного излучения". Предлагаемая модель основана на представлении ЭКО в виде набора модулей кольцевой, линейной или прямоугольной формы, а поля от фокусатора — в виде суперпозиции аналитически рассчитываемых полей, создаваемых отдельными модулями.

В рамках предлагаемой модели разработан численный метод расчета создаваемого фокусатором светового поля. Исследование структуры сфокусированного излучения позволяет судить о качестве работы конкретного оптического элемента. Приводятся результаты исследования оптических элементов, полученные в рамках предлагаемой модели. Библи. 45 назв. Ил. 9. Табл. 2.

М. А. Голуб, Н. Л. Казанский, В. А. Сойфер
(Самарский филиал ЦКБ уникального приборостроения РАН)

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ФОКУСИРОВКИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ЭЛЕМЕНТАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ**

Based on the analysis of the techniques for calculating and fabricating the elements of Computer Optics (ECO), a mathematical model has been suggested simulating operation of a wide class of diffractive optical elements known as focusators of laser radiation. The model is based on representation of the ECO in the form of a modules set characterized by the ring, linear or oblong form, with the field from focusator to be represented as a superposition of the fields which are produced by the separate modules and calculated analytically. Within the framework of the model, a numerical method has been developed for calculating the lighth field produced by the focusator.

Введение

Синтезируемые на ЭВМ дифракционные оптические элементы, получившие название "фокусаторы" [1— 3], обеспечивают сложное фокальное распределение интенсивности. Качество работы фокусаторов зависит от целого ряда параметров оптической схемы и технологии изготовления элементов компьютерной оптики (ЭКО). Изготовление таких элементов существующими средствами компьютерной оптики дорого и должно предваряться моделированием на ЭВМ [4, 5].

Для оценки качества работы фокусатора на этапе проектирования необходимо исследовать создаваемое им световое поле в заданной области пространства. При этом использование аналитических методов расчета для каждого типа фазовых функций фокусатора и каждого типа фокальных областей нецелесообразно. Использование аналитических методов [6, 7] приводит к приближенному представлению поля от ЭКО в виде индивидуальной комбинации специальных функций и к необходимости создания индивидуальных программных средств расчета структуры сфокусированного излучения для каждого типа фазовых функций.

Представляется актуальной разработка такой математической модели, в рамках которой возможно создание универсальных средств исследования фокусаторов любого типа.

Особенности синтеза элементов компьютерной оптики

Полный процесс получения элементов компьютерной оптики показан на рис. 1. Этап 1 является предметом теоретического исследования. Этапы 7, 8 связаны с физической реализацией ЭКО. Этапы 2—6 выполняются на ЭВМ.



Рис. 1. Этапы синтеза элементов компьютерной оптики.
Объяснение в тексте.

На 1-м этапе решается обратная задача теории дифракции для определения фазовой функции синтезируемого ЭКО. Типичной обратной задачей дифракции является задача создания ЭКО, фокусирующего излучение в заданную область пространства. Пусть необходимо сфокусировать излучение в какую-либо фигуру или линию в фокальной плоскости. Поскольку в области фокусировки задается лишь распределение интенсивности, а фаза произвольна, то указанная степень свободы позволяет построить фазовый оптический элемент, получивший название "фокусатор". Учитывая сложность обратной задачи фокусировки, решение, как правило, удается получить лишь в приближении геометрической оптики [1—3]. На основе строгой формализации обратной задачи фокусировки [8] предложен ряд математических обоснований используемого геометрикооптического подхода.

По найденной теоретическим путем фазовой функции ЭКО $\varphi(u, v)$, $|u| < U$, $|v| < V$ вычисляется дискретный набор ее отсчетов в центрах ячеек дискретизации

$$\varphi_{ij} = \varphi(u_i, v_j), \quad i = 1, N_1, \quad j = 1, N_2;$$

$$u_i = -U + \frac{i-1}{N_1-1} 2U; \quad v_j = -V + \frac{j-1}{N_2-1} 2V.$$

На этапе 3 матрица отсчетов ЭКО может быть подвергнута поэлементному преобразованию, называемому далее "кодированием" $\hat{\varphi}_{ij} = f(\varphi_{ij})$, $i = 1, N_1$, $j = 1, N_2$, которое может заключаться в формировании киноформа, наложении пространственной несущей частоты и др.

На этапе 4 матрица отсчетов квантуется по $M = 2^m$ уровням

$$\tilde{\varphi}_{ij} = Q_m(\hat{\varphi}_{ij}),$$

где Q_m — функция, описывающая нелинейность преобразования.

Полученный набор данных подается на внешний носитель или непосредственно на устройство регистрации ЭКО, производящее сканирование отсчетов на регистрирующую среду.

Особую проблему представляет отображение фазового пропускания ЭКО. Первые элементы были получены по технологии цифровой голографии: фаза приводится к интервалу $[0, 2\pi]$ и отображается с помощью многоградационного фотопостроителя в виде вариаций плотности почернения фотоматериала; полученная амплитудная маска фазового элемента подвергается отбеливанию, в результате чего формируется фазовый рельеф. В дальнейшем эта технология была дополнена операцией фотоуменьшения амплитудной маски для получения более высокого пространственного разрешения.

Первые отражательные фокусаторы получены путем нанесения металлического покрытия на стеклянную подложку с фазовым рельефом [1—3]. В дальнейшем был применен процесс гальванопластики [9], в результате которого сложный фазовый рельеф переносится с металлизированного стекла на медь и получается силовой оптический элемент. При использовании бинарных фотопостроителей получают наборы масок, и, последовательно применяя их в фотолитографической установке, получают многоградационный фазовый рельеф [10, 11].

При сканировании плоскости среды, регистрирующей фокусатор, наибольшее распространение получили прецизионные сканирующие электро-механические устройства вывода изображений [12, 13]. При этом бинарные генераторы изображений позволяют добиться значительного разрешения (0,5—4 мкм), в то время как многоградационные фотопостроители при ограниченном разрешении (10—50 мкм) дают возможность получать до 256 градаций яркости.

Различные типы устройств регистрации ЭКО тем не менее позволяют описывать ЭКО общей моделью, вполне достаточной для изучения влияния дискретизации и квантования фазовой функции на эффективность фокусаторов. В рамках этой модели считается, что на поверхности подложки ЭКО имеются координаты $u = (u, v)$. Область G , занимаемая ЭКО, разбивается на N непересекающихся ячеек (модулей) G_n , нумеруемых индексами $n \in I_N$

$$\bigcup_{n \in I_N} G_n = G, \quad G_n \cap G_{n'} = 0 \quad (n \neq n').$$

Каждая ячейка соответствует одному положению сканирующего устройства. Значение t_n функции амплитудно-фазового пропускания синтезируемого ЭКО в пределах ячейки полагается постоянным и называется "отсчетом" этой функции. Полученная функция комплексного пропускания синтезированного ЭКО является кусочно-постоянной и описывается выражением

$$T(u) = \sum_{n \in I_N} t_n \chi_n(u), \quad u \in G,$$

где $\chi_n(u) = \begin{cases} 1, & u \in G_n \\ 0, & u \notin G_n \end{cases}$. (1)

При переходе от ячейки к ячейке значение отсчета изменяется в соответствии с сигналом, поступающим от ЭВМ. В памяти ЭВМ n -му отсчету соответствует последовательность из m двоичных разрядов $(d_1^n, d_2^n, \dots, d_m^n)$ — двоичный код. Соответствие $t_n = f(d_1^n, d_2^n, \dots, d_m^n)$ определяется выбранным способом кодирования, а также нелинейными характеристиками устройства регистрации фокусаторов.

Введение интерполирующей функции (1) соответствует "равномерной за-светке" в пределах одного элемента разрешения амплитудной маски, что имеет место в известных устройствах [10, 12, 13]. Наибольшее распространение при синтезе фокусаторов получили два типа устройств.

1. Устройство с построчной разверткой [12, 14]. Для него имеют место соотношения

$$G = \{ u = (u, v) : |u| < U, \quad |v| < V \}$$

$$n = (p, l) \text{ — двойной индекс, } N = N_1 \cdot N_2 \quad (p = 1, N_1; \quad l = 1, N_2);$$

$$u_p = \left(p - \frac{N_1}{2} \right) \delta u, \quad v_l = \left(l - \frac{N_2}{2} \right) \delta v,$$

$$G_{p,l} = \{ u = (u, v) : u_{p-1} \leq u < u_p, \quad v_{l-1} \leq v < v_l \},$$

$$\delta u = \frac{2U}{N_1}, \quad \delta v = \frac{2V}{N_2}. \quad (2)$$

Величины δu , δv естественно называть разрешением устройства по осям u и v соответственно.

Элемент компьютерной оптики представляется в виде двумерной системы прямоугольников $\delta u \cdot \delta v$ с различными коэффициентами комплексного пропускания.

2. Устройства с круговой разверткой [10, 13]. Для них справедливы соотношения

$$G = \{ \mathbf{u} = (u, v) : \sqrt{u^2 + v^2} \leq a \},$$

n — одномерный индекс, $n = 1, N$;

$$G_n = \{ \mathbf{u} = (u, v) : r_{n-1} \leq \sqrt{u^2 + v^2} < r_n \},$$

где a — радиус ЭКО, N — число колец разрешения, r_k — внешний радиус k -го кольца, $r_0 = 0$, $r_N = a$.

Элемент компьютерной оптики радиусом a представляется в виде системы концентрических колец с различными значениями коэффициента амплитудно-фазового пропускания. При этом следует подчеркнуть, что для ЭКО с прямоугольным растром дискретизации возникает естественное разбиение на одинаковые элементы разрешения размером $\delta u \cdot \delta v$ каждый. С другой стороны, для цилиндрических (линейных) ЭКО или ЭКО с вращательной симметрией современная технология расчета и изготовления позволяет получать оптические элементы как с равномерным, так и с неравномерным (адаптируемым к функции пропускания) шагом дискретизации. В этом случае функция комплексного пропускания радиально-симметричного ЭКО будет иметь вид

$$T(r) = \sum_{k=1}^N t_k \operatorname{rect} \left(\frac{r - r_k}{\delta_k} + \frac{1}{2} \right), \quad 0 \leq r \leq a,$$

где $\operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 1, & -0,5 < x < 0,5 \\ 0, & |x| > 0,5 \end{cases}$, $r = \sqrt{u^2 + v^2}$, N — число кольцевых модулей; δ_k — ширина, a, r_k — внешний радиус k -го кольца с комплексным пропусканием t_k ; $r_N = a$.

Функция комплексного пропускания цилиндрического ЭКО описывается следующим образом:

$$T(u) = \sum_{k=1}^N t_k \operatorname{rect} \left(\frac{u - u_k}{\delta_k} + \frac{1}{2} \right), \quad |u| \leq U.$$

Здесь δ_k — ширина, u_k — большая граница k -го элемента разрешения с комплексным пропусканием t_k ; $u_0 = -U$; $u_N = U$.

Для ЭКО с прямоугольным растром дискретизации функция комплексного пропускания имеет вид

$$T(u, v) = \sum_{p=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} t_{pl} \cdot \text{rect} \left(\frac{u - u_p}{\delta u} \right) \cdot \text{rect} \left(\frac{v - v_l}{\delta v} \right), \quad (3)$$

где $|u| < U$, $|v| < V$, (u_p, v_l) — центр (p, l) -го модуля ЭКО с функцией комплексного пропускания t_{pl} :

$$u_p = -U + \left(p - \frac{1}{2} \right) \delta u, \quad p = 1, N_1;$$

$$v_l = -V + \left(l - \frac{1}{2} \right) \delta v, \quad l = 1, N_2;$$

$$\delta u = 2U / N_1; \quad \delta v = 2V / N_2.$$

Таким образом, на основе анализа методов расчета и изготовления предлагается математическая модель элементов компьютерной оптики, основанная на представлении ЭКО в виде совокупности элементарных модулей. Для фокусаторов с учетом дискретизации и квантования фазовой функции указанные модули могут быть кольцевой, линейной или прямоугольной формы.

Методы вычисления дифракционного интеграла

Рассмотрим оптическую схему (рис. 2), в которой элемент компьютерной оптики с функцией амплитудно-фазового пропускания $T(u, v) =$

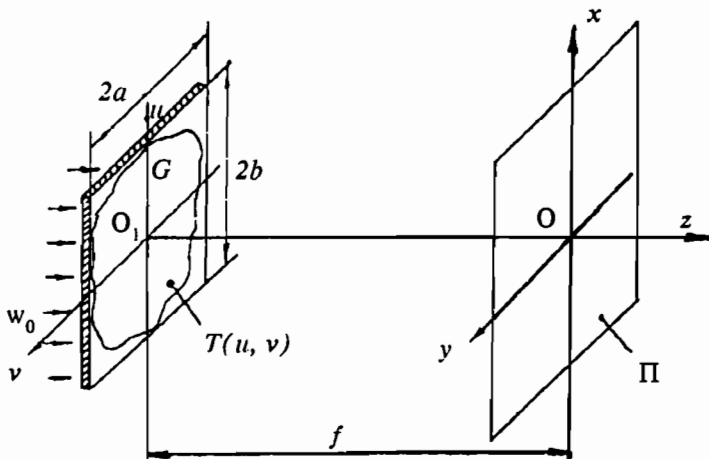


Рис. 2. Оптическая схема работы элементов компьютерной оптики.
Объяснение в тексте.

$A(u, v) \exp [i \varphi(u, v)]$ освещается световым пучком с комплексной амплитудой $W_0(u, v) = B(u, v) \exp [i \Psi(u, v)]$, а световое поле $W(x, y, z)$ наблюдается вблизи фокальной плоскости Π , отстоящей на расстоянии f от плоскости элемента. Точку наблюдения будем характеризовать координатами (x, y, z) , где z — расстояние до плоскости Π . При условии, что элементы разрешения ЭКО много больше длины волны λ освещающего пучка, для оценки светового поля $W(x, y, z)$ можно воспользоваться интегралом Кирхгофа [15]

$$W(x, y, z) = \frac{f+z}{i\lambda} \iint_G \frac{W_0(u, v) T(u, v) \exp(ik s)}{s^2} du dv, \quad (4)$$

где

$$s^2 = (f+z)^2 + (u-x)^2 + (v-y)^2. \quad (5)$$

Возможности вычисления интеграла (4) с быстроосциллирующим (ввиду малости λ) подынтегральным выражением представляются весьма ограниченными. Имеется возможность существенно уменьшить вычислительные трудности, используя следующее разложение в ряд:

$$s \approx (f+z) + \frac{(u-x)^2 + (v-y)^2}{2(f+z)} - \frac{[(u-x)^2 + (v-y)^2]^2}{8(f+z)^3} + \dots \quad (6)$$

Оставляя только первые два члена разложения (6) при аппроксимации фазовой составляющей подынтегрального выражения (4) и только первый член разложения (6) при аппроксимации амплитудной составляющей, приходим к приближению, которое называется приближением Френеля [15]. Фазовая составляющая подынтегрального выражения (4) более чувствительна к аппроксимации, чем амплитудная. Так, использование двух первых членов при аппроксимации фазовой составляющей (4) является более строгим ограничением, чем использование одного члена при аппроксимации амплитудной составляющей [16]

$$W(x, y, z) = \frac{\exp[i k (f+z)]}{i \lambda (f+z)} \iint_G W_0(u, v) T(u, v) \times \\ \times \exp \left[\frac{i k [(u-x)^2 + (v-y)^2]}{2(f+z)} \right] du dv.$$

Исследованию точности приближения Френеля посвящены работы [16, 17]. В них сравнением результатов прямого численного интегрирования показано, что при $ks \gg 1$ и достаточно больших f -числах (число Френеля $F = f/2a > 12$) результаты для модуля амплитуды $|W(x, z)|$ отличаются не более чем на 2%.

Учитывая предложенную модель ЭКО (1) и линейность интеграла (4), поле в фокальной области ЭКО можно представить следующим образом:

$$W(x, y, z) = \frac{f+z}{i\lambda} \sum_{n \in I_N} t_n \iint_{G_n} \frac{W_n(u, v) \exp(iks)}{s^2} du dv, \quad (7)$$

где s определяется по формуле (5).

Применяя приближение Френеля не ко всей области G , а к каждому модулю G_n , выражение (7) можно представить так:

$$W(x, y, z) = \frac{f+z}{i\lambda} \sum_{n \in I_N} \frac{t_n \exp(iks_n)}{s_n^2} \iint_{G_n} W_0(u, v) \times \\ \times \exp \left\{ \frac{ik [(u_n - u)(2x - u - u_n) + (v_n - v)(2y - v - v_n)]}{2s_n} \right\} du dv. \quad (8)$$

Здесь $s_n^2 = (f+z)^2 + (x - u_n)^2 + (y - v_n)^2$, где (u_n, v_n) — "центральная" точка модуля G_n .

Интенсивность поля оценивается как $I(x, y, z) = |W(x, y, z)|$, где $W(x, y, z)$ определяется в соответствии с выражением (8), интеграл в котором вычисляется на основе базовых решений задачи дифракции на отдельных модулях фокусатора. Для сходящегося сферического и плоского освещающих пучков базовые решения задачи дифракции на отдельных модулях фокусатора могут быть получены в аналитическом виде.

При использовании для изготовления ЭКО с вращательной симметрией (2) фотопостроителя с круговым сканированием и при аксиальной симметрии освещающего пучка $W_0(u, v) = W_0(r)$ применяются базовые решения задачи дифракции на кольцевых модулях, полученные в работах [4, 18].

При изготовлении ЭКО на фотопостроителе с построчным сканированием для моделирования используются базовые решения задачи дифракции на линейных и прямоугольных модулях, полученные в работах [19, 20].

Агрегированная математическая модель фокусировки лазерного излучения элементами компьютерной оптики

Проведенный анализ технологии изготовления фокусаторов и предлагаемых методов дифракционного расчета структуры сфокусированного излучения позволяет построить агрегированную математическую модель фокусировки лазерного излучения элементами компьютерной оптики.

Термин "агрегировать" согласно Словарю иностранных слов [М., 1983, с. 15] означает "объединять, суммировать какие-либо однородные показатели (величины) с целью получения более общих, обобщенных, совокупных показателей (величин)". Поскольку в рамках разрабатываемой модели фокусатор представляется совокупностью (объединением) модулей, а поле от фокусатора описывается суммой базовых решений задачи дифракции света на отдельных модулях, и это описание используется для получения дифракционных характеристик всего фокусатора, мы считаем употребление термина "агрегированная" обоснованным.

Предлагаемая математическая модель учитывает (и включает в себя) следующие важнейшие особенности решаемой задачи:

1) наличие базовых аналитических решений задачи дифракции света на простейших апертурах;

2) модульный характер ЭКО, позволяющий представить фокусатор в виде совокупности кольцевых, щелевых или прямоугольных элементов разрешения;

3) дискретизацию и квантование фазовой функции, обусловленные современной технологией изготовления ЭКО;

4) специфику фокусаторов — сложность и протяженность области фокусировки ЭКО, сложную форму геометрической функции фазового пропускания ЭКО;

5) линейность, приводящую к представлению общего (агрегированного) решения в виде суперпозиции множества базовых решений задачи дифракции на отдельных модулях фокусатора.

Функциональной реализацией предлагаемой математической модели является численный метод дифракционного расчета светового поля вдоль сложной области фокусировки ЭКО. Метод заключается в представлении поля от фокусатора в виде суммы полей, созданных его модулями, и в применении приближения Френеля—Кирхгофа к расчету поля от каждого модуля фокусатора, что позволяет получить решение задачи дифракции на ЭКО в виде суперпозиции множества аналитических решений задачи дифракции на круглом отверстии или щели.

Фокусатор как объект математического моделирования

Среди характеристик, описывающих процессы создания и функционирования фокусатора, можно выделить три вида параметров.

К первому виду относятся физические параметры, положенные в основу расчета фазовой функции фокусатора, — фокусное расстояние; рабочая длина волны; размеры фокусатора и области фокусировки, а также характеристики, описывающие ее форму и форму фокусируемого пучка; угол падения излучения на оптический элемент и т. п.

Ко второму виду относятся параметры дискретизации и квантования фазовой функции фокусатора, размеры и форма элементов разрешения (модулей) фокусатора. Эти параметры связаны с выбором устройства регистрации ЭКО.

К третьему виду относятся дифракционные характеристики фокусатора — энергетическая эффективность, ширина фокальной линии, среднее квадратичное отклонение полученного распределения интенсивности в фокальной области от требуемого и т. п.

Для проектирования ЭКО первые два вида параметров являются внутренними, а дифракционные параметры — внешними, получающимися в результате функционирования фокусатора с выбранными внутренними параметрами. Для исследования фокусатора важно выявить связь внешних и внутренних параметров проектирования. Причем, учитывая трудоемкость, многовариантность процедуры изготовления ЭКО, исследовать характеристики фокусатора необходимо уже на стадии проектирования.

Охарактеризуем важнейшие внешние параметры фокусаторов. Пусть линия фокусировки задается параметрически $x = x_0(\zeta)$, $\zeta \in [0, \kappa]$. Здесь $x = (x, y)$ — декартовы координаты в плоскости фокусировки, ζ — натуральный параметр кривой. Далее введем в плоскости фокусировки криволинейные координаты (ζ, η) , связанные с (x, y) соотношениями

$$y = y_0(\xi) - \frac{d x_0(\xi)}{d \xi} \eta,$$

$$x = x_0(\xi) - \frac{d y_0(\xi)}{d \xi} \eta.$$

Координата η , выбранная таким образом, характеризует отклонение точки x от линии фокусировки, отсчитанное по нормали. В криволинейных координатах (ξ, η) ширину фокальной линии $\Delta \eta$ можно определить из системы уравнений

$$I(\xi, \eta_+) = \theta I(\xi, 0),$$

$$I(\xi, \eta_-) = \theta I(\xi, 0),$$

где $\eta_+ > 0$, $\eta_- < 0$, $I(\xi, \eta)$ — интенсивность светового поля в точке (ξ, η) , θ — уровень интенсивности относительно интенсивности на линии фокусировки, $\Delta \eta_\theta = \eta_+ - \eta_-$ — ширина фокальной линии, определяемая по уровню θ .

Энергетическая эффективность фокусировки E_θ может характеризоваться долей падающей на фокусатор энергии, попадающей в фокальную линию

$$E_\theta = \frac{\int_0^{\kappa} \left(\int_{\eta_-}^{\eta_+} I(\xi, \eta) d\eta \right) d\xi}{\int_G \int |W_0(u, v)|^2 du dv}.$$

При исследовании фокусатора необходимо оценить световое поле в фокальной области, по которому легко определяются дифракционные характеристики ЭКО.

Разработанная математическая модель определяет методику вычислительного эксперимента с фокусирующими ЭКО.

На начальном этапе исследований важно провести аналитический дифракционный расчет структуры сфокусированного излучения с учетом конечных размеров фокусатора [6, 7]. Анализ полученных дифракционных соотношений позволяет исследовать ограничения положенного в основу расчета фазовой функции фокусатора геометрического подхода, выявив начальные значения физических параметров, при которых происходит разрушение требуемой формы области фокусировки. Однако аналитические исследования можно осуществить только для простейших фазовых функций [6, 7]. К тому же в рамках аналитического исследования невозможно учесть влияние дискретизации и квантования фазовой функции фокусатора, возникающих в ходе изготовления ЭКО.

Поэтому на первом этапе вычислительного эксперимента необходимо показать принципиальную работоспособность исследуемого геометрического фокусатора с учетом дифракционных эффектов на элементах разрешения ЭКО. Такое исследование целесообразно проводить для реальных физических параметров и при максимально возможном числе M уровней квантования фазовой функции фокусатора ($M > 15$). При равномерной дискретизации M полагается равным бесконечности или 256.

Для понимания направленности дальнейших исследований следует подчеркнуть, что наиболее качественный фазовый рельеф получается с помощью фотолитографических методов травления [9, 10]. Однако из-за высочайших требований к точности совмещения бинарных фотошаблонов, используемых для формирования фазового рельефа по данной технологии, затруднительно получение большого числа градиций фазовой функции. Поэтому следующий важный этап вычислительного эксперимента — это исследование структуры сфокусированного излучения для малого числа уровней квантования фазы ЭКО (M равно 2 и 4).

Перечисленные важнейшие направления исследования не исчерпывают возможностей разработанного математического обеспечения. В рамках предлагаемой математической модели возможны исследования хроматических aberrаций фокусаторов, влияния погрешностей технологии изготовления ЭКО и изменения физических параметров на структуру сфокусированного излучения и дифракционные характеристики фокусаторов.

Результаты математического моделирования ЭКО

Исследование фокального сдвига дифракционной линзы. Метод и результаты расчета параметров трехмерного распределения света вблизи фокуса обычной рефракционной линзы имеются в классической работе М. Борна и Э. Вольфа "Основы оптики" [15].

Более точные методы и результаты получены в целом ряде более поздних исследований [21—27]. Они позволили выявить асимметрию распределения интенсивности относительно фокальной плоскости, оценить величину фокального сдвига максимума интенсивности. Аналогичные результаты имеются для фокусировки гауссовских пучков [28—33] и цилиндрических линз [34—35]. Анализу фокусировки в точку посвящены работы по изучению зонных пластинок и плоской дифракционной линзы [36—44]. В частности, в работе [42] получены распределения интенсивности в фокальной плоскости дифракционной линзы для различного числа уровней квантования фазы. В [43, 44] путем численных расчетов получены распределения интенсивности вдоль оптической оси дифракционной линзы для различного числа уровней квантования фазовой функции.

Для анализа корректности построенной математической модели для осесимметричных ЭКО и правильности работы программного обеспечения вычислительного эксперимента было проведено исследование поля в фокальной области дифракционной линзы для равномерного и гауссовского освещающих пучков.

На рис. 3 приведены распределения нормированной интенсивности $i = I_M(0, z) / I_R(0, 0)$ вдоль оптической оси в фокальной области дифракционной линзы с различным числом уровней квантования фазы. Параметры линзы следующие: радиус $a = 1$ мм; длина волны освещающего пучка $\lambda = 10,6$ мкм; число Френеля $F = a^2 / (\lambda \cdot f) = 4$. Освещающий пучок для рис. 3, А — равномерный, для рис. 3, Б — гауссовский $W_0(r) = \exp(-r^2 / r_0^2)$, $r_0 = 0,8$ мм. Нормировка произведена на интенсивность в фокусе рефракционной линзы. Представленные на рис. 3, А результаты соответствуют данным, приведенным в работах [43, 44], что свидетельствует о корректности разработанных методов. В то же время предлагаемая математическая модель учитывает не только

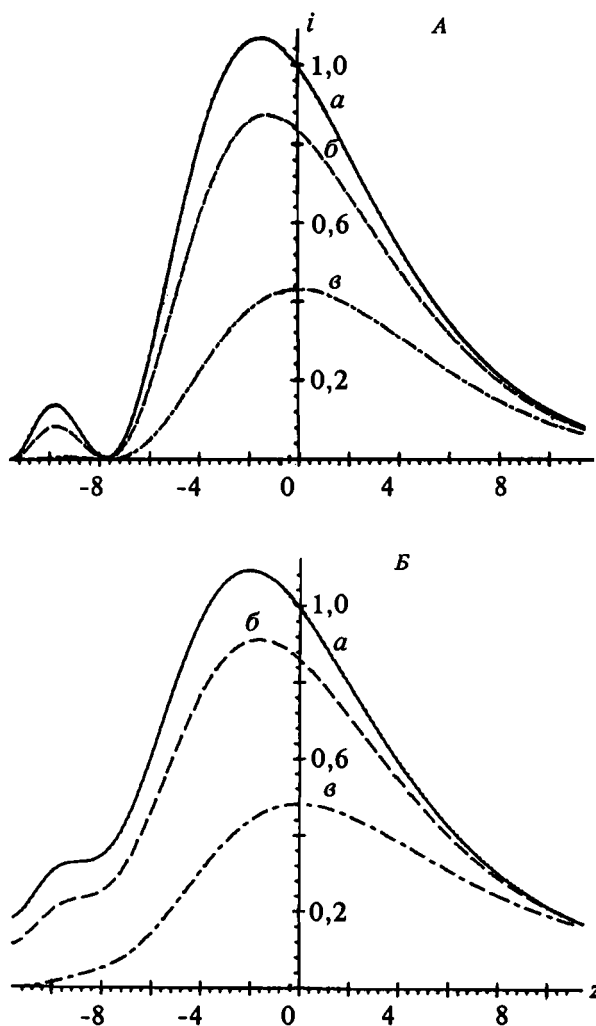


Рис. 3. Распределение нормированной интенсивности вдоль оптической оси в фокальной области дифракционной линзы для различного числа уровней квантования.

А — равномерный освещающий пучок, Б — гауссовский освещающий пучок; а — $M=16$, б — $M=4$, в — $M=2$.

квантование фазовой функции ЭКО, но и амплитуду освещающего пучка (рис. 3, Б). Изображенные на рис. 3, Б графики показывают "расплывание" фокального пятна вдоль оптической оси для гауссовского освещающего пучка с радиусом перетяжки, меньшим радиуса линзы. При увеличении числа уровней квантования распределение асимптотически приближается к распределению интенсивности в фокальной области рефракционной линзы, освещаемой гауссовским пучком с такими же параметрами [28—33]. При увеличении радиуса

перетяжки ($r_0 > a$) распределение интенсивности в фокальной области дифракционной линзы приближается к распределению, полученному для равномерного освещающего пучка. С уменьшением радиуса перетяжки ($r_0 < a$) происходит рост фокального сдвига и усиление асимметрии распределения относительно фокальной плоскости, характерное для уменьшения числа Френеля.

Анализ корректности предлагаемой математической модели для цилиндрических ЭКО и правильности разработанного программного обеспечения был проведен на основе исследования поля в фокальной области дифракционной цилиндрической линзы. Исследованию дифракционной цилиндрической линзы в приближении Фраунгофера посвящена работа [45]. В ней по контрастности рассчитанной картины Фраунгофера судят о характеристиках дифракционной цилиндрической линзы. Однако представляет интерес не только исследование контрастности поля в дальней зоне, но и анализ структуры сфокусированного излучения в фокальной области плоской цилиндрической линзы.

Функция фазового пропускания цилиндрической линзы в параксиальном приближении имеет вид

$$\varphi(u) = \varphi_0 - \frac{ku^2}{2f}, \quad |u| \leq a,$$

где k — волновое число, f — фокусное расстояние, $2a$ — размер линзы.

Координаты границ линейных зон для M уровней квантования фазовой функции дифракционной цилиндрической линзы определяются следующим образом: $u_n = \pm \sqrt{2n\lambda f / M}$, общее количество линейных модулей равно: $N = [Ma^2 / \lambda f]$.

На рис. 4 представлены распределения нормированной интенсивности $i = I_{\Delta'}(\hat{x}, 0) / I_R(0, 0)$ в фокальной

плоскости дифракционной цилиндрической линзы для различных уровней градаций фазы. Здесь \hat{x} — безразмерная координата в фокальной плоскости $\hat{x} = x / \pi a$, а $I_R(0, 0)$ — интенсивность в фокусе рефракционной цилиндрической линзы с такими же физическими параметрами

$$I_R(0, 0) = \frac{4a^2}{\lambda f} |A|^2.$$

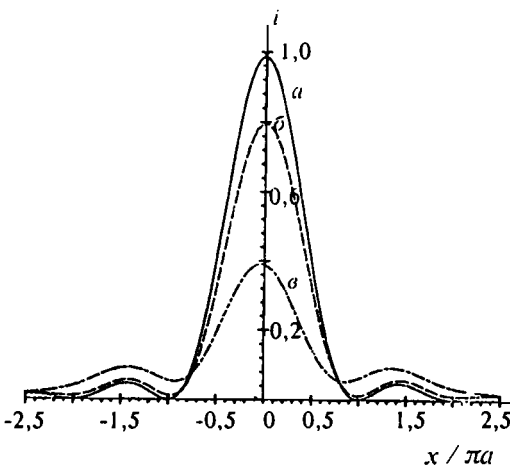


Рис. 4. Распределение нормированной интенсивности в фокальной плоскости дифракционной цилиндрической линзы для различного числа уровней квантования. $a - M = 16$, $б - M = 4$, $в - M = 2$.

Здесь A — амплитуда освещающего равномерного пучка. Анализ рис. 4 показывает, что уменьшение числа уровней квантования фазовой функции плоской цилиндрической линзы приводит к перерас-

пределению сфокусированной энергии из главного лепестка в соседние.

Расчетная эффективность дифракционной цилиндрической линзы, описываемая отношением $I_M(0, 0) / I_R(0, 0)$, согласуется с известными данными [10], полученными на основе анализа Фурье.

На рис. 5 представлены распределения нормированной интенсивности излучения $i = I_M(0, \hat{z}) / I_R(0, 0)$ вдоль оптической оси дифракционной цилиндрической линзы для различных уровней градаций фазы и параметров: $a = 1$ мм; $f = 25$ мм; $\lambda = 10,6$ мкм. Здесь \hat{z} — безразмерная координата вдоль оптической оси с началом в фокальной

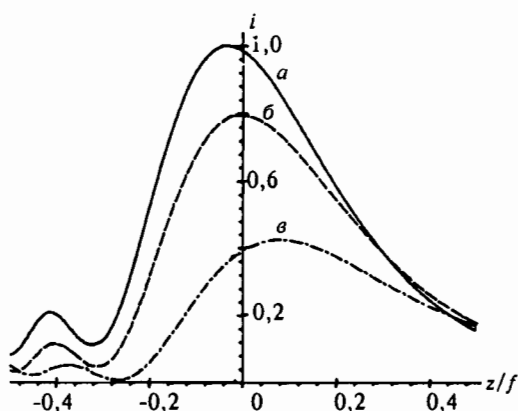


Рис. 5. Распределение нормированной интенсивности вдоль "оптической оси" дифракционной цилиндрической линзы для различного числа уровней квантования. $a - M = 16$, $б - M = 4$, $в - M = 2$.

плоскости $\hat{z} = z / f$. Анализ рисунка показывает, что величина фокального сдвига (смещение точки максимума интенсивности из фокальной плоскости) зависит не только от физических параметров, но и от числа уровней квантования фазовой функции. При этом общий характер распределения и величина фокального сдвига с увеличением M асимптотически приближаются к распределению света от рефракционной цилиндрической линзы [34, 35]. Указанное согласие полученных результатов с данными работ по исследованию рефракционной цилиндрической линзы [34, 35] позволяет говорить о корректности предлагаемой математической модели и возможности исследования фокусаторов на основе предлагаемого программного обеспечения.

Исследование геометрооптических фокусаторов в отрезок. Средствами компьютерной (дифракционной) оптики возможно изготовление оптических элементов, которые нельзя получить в рамках классических методов. Исследование свойств таких оптических элементов, как фокусаторы в отрезок, крест, полукольцо, прямоугольник и т. п., представляется весьма актуальным. Синтез указанных неосесимметричных фокусаторов производится на устройствах с прямоугольной разверткой, поэтому дифракционный анализ необходимо вести на основе соответствующей математической модели (3), (8).

Рассмотрим квадратный геометрооптический фокусатор плоского пучка ($W_0(u, v) = \text{const}$) в отрезок. Фазовая функция такого ЭКО имеет вид

$$\varphi(u, v) = \varphi_0 - k \left[\left(1 - \frac{d}{a} \right) u^2 + v^2 \right] / 2f, \quad |u| < a, \quad |v| < a, \quad (9)$$

где $2d$ — длина отрезка фокусировки, $2a \cdot 2a$ — размер фокусатора.

Результаты исследования фокусатора (9) с физическими параметрами $f = 500$ мм, $\lambda = 10,6$ мкм, $2d = 2$ мм, $2a = 12,8$ мм и числом элементов дискретизации $N_1 = N_2 = 128$ показаны на рис. 6 и 7. В соответствии с рассматриваемой моделью фокусатор содержит $N_1 \cdot N_2$ квадратных модулей, фаза в каждом из которых определяется в соответствии с (3), (9) своим значением в центре ячейки.

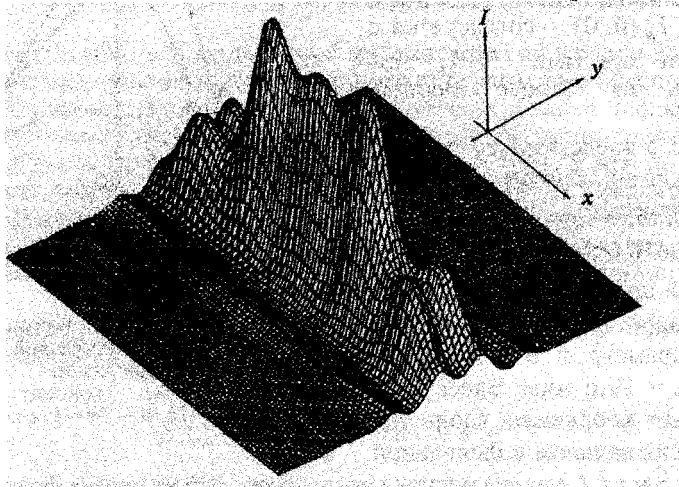


Рис. 6. Трехмерное распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора в отрезок (9).

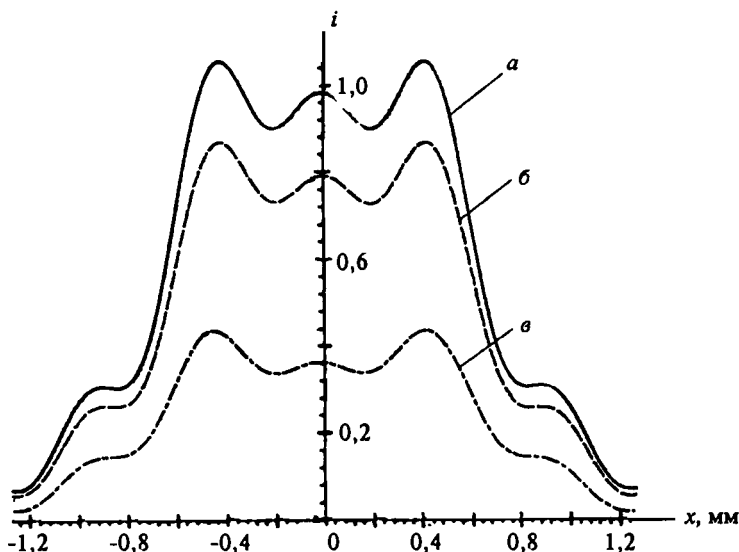


Рис. 7. Распределение нормированной интенсивности вдоль отрезка фокусировки в фокальной области фокусатора (9) для различного числа уровней квантования.

$a - M = 16$, $b - M = 4$, $v - M = 2$.

Распределение интенсивности вдоль фокальной линии для различного числа уровней квантования фазы (см. рис. 7) показывает сохранение формы фокальной области для малых M с соответствующим уменьшением энергетической эффективности: $E = 76,3\%$ ($M = 256$), $E = 75,3\%$ ($M = 16$), $E = 61,8\%$ ($M = 4$) и $E = 31,3\%$ ($M = 2$). Ширина фокальной линии ε , определяемая по уровню спада интенсивности $\theta = 0,1$ ($M = 256$, $y = 0$), равна 0,62 мм. Энергетическая эффективность фокусировки E определялась как доля энергии, попадающая в прямоугольник $2d \cdot \varepsilon$. Заметим, что размер дифракционно-ограниченного пятна ε_0 , определяемый по выражению $\varepsilon_0 = \lambda f / a$, составляет в этом случае 0,82 мм.

Фазовая функция квадратного ЭКО, фокусирующего сходящийся сферический пучок света (дополнение к линзе) в отрезок с равномерным распределением интенсивности имеет вид

$$\varphi(u, v) = \frac{kd}{2af} u^2, \quad |u| < a, \quad |v| < a. \quad (10)$$

Результаты исследования фокусатора (10) с параметрами $f = 500$ мм, $\lambda = 10,6$ мкм, $2d = 10$ мм, $2a = 25,6$ мм, $N_1 = 128$, $N_2 = 1$ представлены на рис. 8 и в табл. 1. Элементы дискретизации ЭКО в данном случае имеют вид одинаковых прямоугольников, большая сторона которых равна ширине фокусатора. На рис. 8 показаны графики распределения интенсивности $i = I_M(x, 0)$ в фокальной плоскости фокусатора. Значения энергетической эффективности в табл. 1 приведены для нескольких значений ширины фокальной линии, пропорциональных размерам дифракционно-ограниченного пятна $\varepsilon_0 = 0,54$ мм.

Среднеквадратичное отклонение полученного распределения интенсивности вдоль отрезка фокусировки от эталонного определялось следующим образом:

$$\delta = \sqrt{\frac{\int_{-d}^d [I(x, 0) - I_c(x)]^2 dx}{\int_{-d}^d I_c^2(x) dx}}. \quad (11)$$

Таблица 1

Энергетическая эффективность $E(\varepsilon)$ и среднеквадратичное отклонение δ интенсивности от равномерного распределения для различного числа уровней квантования M и элементов дискретизации N_1 фокусатора (10)

N_1	M	$E(\varepsilon), \%$					$\delta, \%$
		$\varepsilon = 0,25 \varepsilon_0$	$\varepsilon = 0,5 \varepsilon_0$	$\varepsilon = 0,75 \varepsilon_0$	$\varepsilon = 1,0 \varepsilon_0$	$\varepsilon = 1,5 \varepsilon_0$	
128	256	43,9	71,5	81,5	82,4	84,0	24,7
	4	38,6	63,1	71,9	72,6	74,1	46,1
	2	39,2	64,0	72,9	73,8	75,3	92,7
256	256	45,0	73,3	83,5	83,9	84,0	24,3
	4	38,8	63,4	72,2	72,6	74,1	46,0
	2	39,4	64,3	73,4	73,8	75,3	91,9

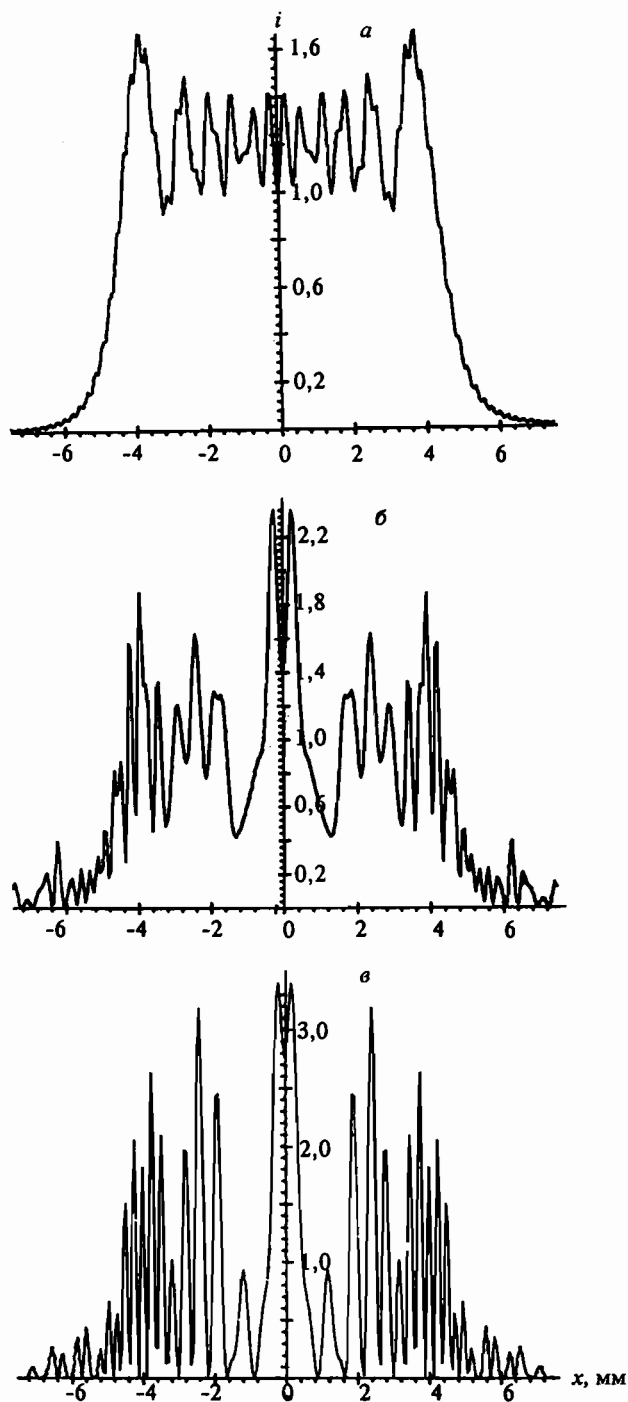


Рис. 8. Распределение нормированной интенсивности вдоль отрезка фокусировки в фокальной области фокусатора (10) для различного числа уровней квантования. $a - M=16$, $б - M=4$, $в - M=2$.

где $I_c(x)$ — требуемое распределение интенсивности вдоль отрезка фокусировки. Для фокусатора (10) $I_c(x)$ при $-d < x < d$ постоянно и равно среднему значению интенсивности вдоль отрезка фокусировки.

Анализ рис. 8 и табл. 1 показывает, что при малом числе M градаций фазы происходит разрушение формы фокальной области, хотя значения энергетической эффективности остаются достаточно высокими (см. табл. 1). Разрушение формы области фокусировки при малых M подтверждают значения среднеквадратичного отклонения формы полученного распределения от требуемого. Разрушение формы фокальной области при малых M не получается компенсировать двукратным увеличением дискретизации ЭКО (см. табл. 1). Высокие величины энергетической эффективности для малых M объясняются тем, что фокусатор (10) работает как дополнение к линзе, и при M , равном 2 и 4, значительная часть светового потока проходит в фокус линзы, лежащий в центре фокального отрезка.

Представляет интерес исследование ЭКО, фокусирующих в линию с заданным распределением интенсивности вдоль нее. На рис. 9 и в табл. 2 приведены результаты исследования фокусатора в отрезок с линейным распределением интенсивности и с параметрами: $f = 500$ мм, $\lambda = 10,6$ мкм, $2d = 10$ мм, $2a = 25,6$ мм, $N_1 = 256$, $N_2 = 1$. Фокусатор концентрирует сходящийся сферический пучок света в отрезок, интенсивность на одном конце которого в 2 раза больше, чем на другом. Фазовая функция такого фокусатора описывается выражением

$$\varphi(u, v) = \varphi_0 - \frac{k}{f} \left[3du - \frac{ad}{9} \sqrt{\left(10 + 6\frac{u}{a}\right)^3} \right], \quad (12)$$

$$-a < u < a, \quad -a < v < a.$$

Характер распределения на рис. 9, a в целом отражает двукратное линейное увеличение интенсивности вдоль отрезка фокусировки. Энергетическая эффективность фокусатора (12) близка к энергетической эффективности фокусатора в отрезок с равномерным распределением, хотя и несколько хуже. В то же время с уменьшением числа M уровней градации фазы происходит

Таблица 2

Энергетическая эффективность $E(\varepsilon)$ и среднеквадратичное отклонение δ интенсивности от линейного распределения для различного числа уровней квантования M и элементов дискретизации N_1 фокусатора (12)

N_1	M	$E(\varepsilon), \%$					$\delta, \%$
		$\varepsilon = 0,25 \varepsilon_0$	$\varepsilon = 0,5 \varepsilon_0$	$\varepsilon = 0,75 \varepsilon_0$	$\varepsilon = 1,0 \varepsilon_0$	$\varepsilon = 1,5 \varepsilon_0$	
128	256	43,4	70,9	80,8	81,5	82,7	30,1
	4	38,2	62,2	70,7	71,3	72,4	49,8
	2	38,1	62,2	70,7	71,4	72,6	91,1
256	256	44,5	72,7	82,8	83,6	84,8	29,4
	4	38,2	62,2	70,8	71,4	72,4	47,9
	2	38,2	62,2	70,7	71,4	72,6	81,5

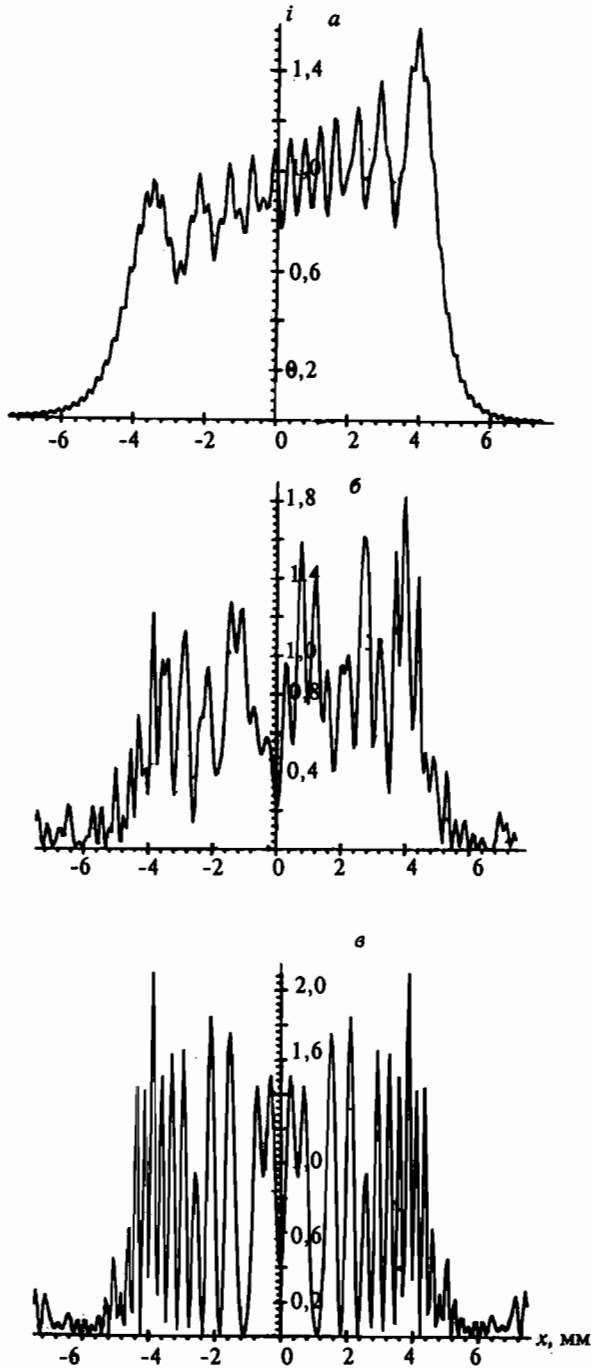


Рис. 9. Распределение нормированной интенсивности вдоль отрезка фокусировки в фокальной области фокусатора (12) для различного числа уровней квантования. $a - M=16$, $б - M=4$, $в - M=2$.

увеличение среднеквадратичного отклонения распределения интенсивности от линейного, а для $M = 2$ распределение становится симметричным относительно оси OY , и отрезок разбивается на множество небольших пятен (рис. 9, в). Среднеквадратичное отклонение δ оценивается по формуле (11), где $I_c(x) = cx + b$, $c = b/d$, а b определялось методом наименьших квадратов по рассчитанным значениям интенсивности $I(x_n, 0)$ вдоль отрезка фокусировки.

Заключение

В результате анализа технологии расчета и изготовления дифракционных оптических элементов и методов вычисления дифракционного интеграла предложена и обоснована агрегированная математическая модель фокусировки лазерного излучения элементами компьютерной оптики. На основе предложенной математической модели проведены исследования ряда дифракционных оптических элементов. Впервые исследовано поле в фокальной области дифракционной цилиндрической линзы и получены оценки величины фокального сдвига дифракционной линзы для гауссовского освещающего пучка. Проведен анализ дифракционных характеристик геометрооптических фокусаторов в отрезок. В частности, обнаружено разрушение формы фокальной области фокусаторов, концентрирующих сходящийся сферический пучок света в отрезок, при малом числе уровней квантования фазовой функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голуб М. А., Карпеев С. В., Прохоров А. М. и др. // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7, вып. 10. С. 618—623.
2. Sisakian I. N., Soifer V. A. // Infrared Phys. 1991. Vol. 32. P. 435—438.
3. Golub M. A., Sisakian I. N., Soifer V. A. // Optics and Lasers in Engineering. 1991. Vol. 15, N 5. P. 297—309.
4. Голуб М. А., Казанский Н. Л., Сисакян И. Н., Сойфер В. А. // Автометрия. 1988. N 1. С. 70—82.
5. Сисакян И. Н., Сойфер В. А. // Компьютерная оптика. М., 1987. Вып. 1. С. 5—19.
6. Голуб М. А., Казанский Н. Л., Сисакян И. Н. и др. // Автометрия. 1987. N 6. С. 8—15.
7. Голуб М. А., Казанский Н. Л., Сисакян И. Н. и др. // Оптика и спектроскопия. 1989. Т. 67, вып. 6. С. 1387—1389.
8. Гончарский А. В., Данилов В. А., Попов В. В. и др. // Докл. АН СССР. 1983. Т. 273, N 3. С. 605—608.
9. Попов В. В. // Компьютерная оптика. М., 1987. Вып. 1. С. 160—163.
10. Бобров С. Т., Грейсух Г. И., Туркевич Ю. Г. Оптика дифракционных элементов и систем. Л., 1986.
11. Коронкевич В. П., Ленкова Г. А., Михальцова И. А. и др. // Автометрия. 1985. N 1. С. 4—25.
12. Ярославский Л. П., Мерзляков Н. С. // Цифровая голография. М., 1982. С. 160—163.
13. Лазерный построитель высокоинформативных изображений // ИАиЭ СО АН СССР. Новосибирск, 1986.

14. *Ichioka Y., Izumi M., Suzuki T.* // *Applied Optics*. 1971. Vol. 10, N 2. P. 403—411.
15. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1973.
16. *Southwell W. H.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1981. Vol. 71, N 1. P. 7—14.
17. *Goodman D.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1982. Vol. 72, N 11. P. 1560—1563.
18. Казанский Н. Л. // Компьютерная оптика. М., 1988. Вып. 3. С. 22—28.
19. *Golub M. A., Doskolovich L. L., Kazanskiy N. L. e. a.* // *Proceeding SPIE*. 1991. Vol. 1500. P. 194—206.
20. Казанский Н. Л. // Компьютерная оптика. М., 1992. Вып. 10—11. С. 120—144.
21. *Li Y., Wolf E.* // *Optics Communications*. 1981. Vol. 39, N 4. P. 211—215.
22. *Li Y., Wolf E.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1984. Vol. A1, N 8. P. 801—808.
23. *Erkkila J. H.* // *Optics Communications*. 1982. Vol. 43, N 5. P. 313—314.
24. *Givens M. P.* // *Ibid.* Vol. 41, N 3. P. 145—148.
25. Дементьев А. С., Домаркене Д. П. // Оптика и спектроскопия. 1984. Т. 56, N 5. С. 869—872.
26. Кинбер Б. Е., Новоселов С. В. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, N 8. С. 1469—1482.
27. *Wenzel R. G.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1987. Vol. A4, N 2. P. 340—345.
28. *Carter W. H.* // *Applied Optics*. 1982. Vol. 21, N 11. P. 1989—1994.
29. *Li Y., Wolf E.* // *Optics Communications*. 1982. Vol. 42, N 3. P. 151—156.
30. Федоров В. Б., Митяков В. Г. // Оптика и спектроскопия. 1984. Т. 56, N 5. С. 878—883.
31. *Tanaka K., Saga N., Hauchi K.* // *Applied Optics*. 1985. Vol. 24, N 8. P. 1098—1101.
32. *Herman R. M., Pardo J., Wiggins T. A.* // *Ibid.* N 9. P. 1346—1354.
33. *Campbell Ch.* // *Optical Engineering*. 1987. Vol. 26, N 3. P. 270—275.
34. *Stamnes J. J.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1981. Vol. 71, N 1. P. 15—31.
35. Дементьев А. С., Домаркене Д. П. // Литовский физический сборник. 1984. Т. 24, N 3. С. 59—68.
36. *Bottema M.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1969. Vol. 59, N 12. P. 1632—1638.
37. *Mozer J., Janicijevic Lj., Bejtulahu R.* // *J. Optics (Paris)*. 1981. Vol. 12, N 5. P. 309—316.
38. *Janicijevic Lj.* // *Ibid.* 1982. Vol. 13, N 4. P. 199—206.
39. *Janicijevic Lj.* // *Ibid.* 1987. Vol. 18, N 1. P. 23—42.
40. Байбулатов Ф. Х., Минин И. В., Минин О. В. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, N 9. С. 1681—1688.
41. *Stamnes J. J., Gravelsaeter T.* // *Acoustical Imaging*. Vol. 10: Proc. 10 Int. Symp., Cannes, Oct. 12—16, 1980. New York; London, 1982. P. 575—585.
42. *Stamnes J. J., Gravelsaeter T., Bentsen O. I.* // *Ibid.* P. 587—606.
43. Пальчикова И. Г. Математическое моделирование процесса дифракции световых волн на фазовых зонных пластинках: Препринт N 433 ИАиЭ СО АН СССР. Новосибирск, 1989.
44. Коронкевич В. П., Пальчикова И. Г. // Автометрия. 1992. N 1. С. 85—100.
45. Мещеряков Н. А., Томилина Е. А. Моделирование светового поля в дальней зоне при использовании киноформа цилиндрической линзы: Рук. деп. в ВИНТИ N 4784—87. Томск, 1987.