

Дифракция света на объемных препятствиях / Б.В. Старостенко, В.В. Никитин // Научное приборостроение. - 1992. -Т. 2. - № 3: Лазеры и современное приборостроение. - С. 21-29.

Анализируется дифракция Фраунгофера на объемной щели. Показано, что дифракционная картина зависит от параметров щели. Найдено, для прямоугольных щелей и стержней принцип Бабине не выполняется. Обнаружено, что существует предельная глубина щели, превышение которой приводит к исчезновению экстремумов дифракционной картины. Оказывается, что аналогичные зависимости имеют и прикладной характер: по параметрам дифракционной картины можно установить линейные размеры щелей, стержней, пленок, определить величины перемещений и прямолинейности. Библ. 7 назв. Ил.4. Табл. 1.

Б. В. Старостенко, В. В. Никитин
(Алтайский политехнический институт, Барнаул)

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ОБЪЕМНЫХ ПРЕПЯТСТВИЯХ*

Известно, что распределение света дифракции Фраунгоффера от щели, образованной бесконечно тонкими полуплоскостями (рис.1, а), описываются следующим образом:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi t}{\lambda} \cdot \sin \varphi \right)}{\left(\frac{\pi t}{\lambda} \cdot \sin \varphi \right)^2}. \quad (1)$$

Здесь I_{φ} — интенсивность света дифракции в направлении φ , I_0 — интенсивность света, падающего на щель, t — ширина щели, λ — длина волны света, φ — направление на точку дифракционной картины.

Рассмотрим дифракцию света от протяженной щели, когда одна из полуплоскостей смещена в направлении распространения света относительно другой полуплоскости (рис.1, б). Световое возмущение в направлении φ равно

$$S'_{\varphi} = \frac{A_0}{t_1} e^{-ikx \sin \varphi},$$

$$S''_{\varphi} = \frac{A_0}{t} e^{-ikx \sin \varphi},$$

где S'_{φ} и S''_{φ} — соответственно возмущение интенсивности света от верхней и нижней границ щели, A_0 — амплитуда света, падающего на отверстие.

Возмущения от верхней и нижней границ щели можно заменить средним значением возмущения от всей щели

$$S'''_{\varphi} = \frac{A_0}{t - \frac{h}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi} e^{-ikx \sin \varphi},$$

где h — расстояние, на которое смещены полуплоскости.

Амплитуда света дифракции от протяженной щели в направлении x выразится уравнением

$$A_{\varphi} = A_0 \int_0^{t - \frac{h}{2} \operatorname{tg} \varphi} e^{-ikx \sin \varphi} dx.$$

В результате интегрирования получим следующее выражение:

* Статья публикуется в порядке дискуссии.

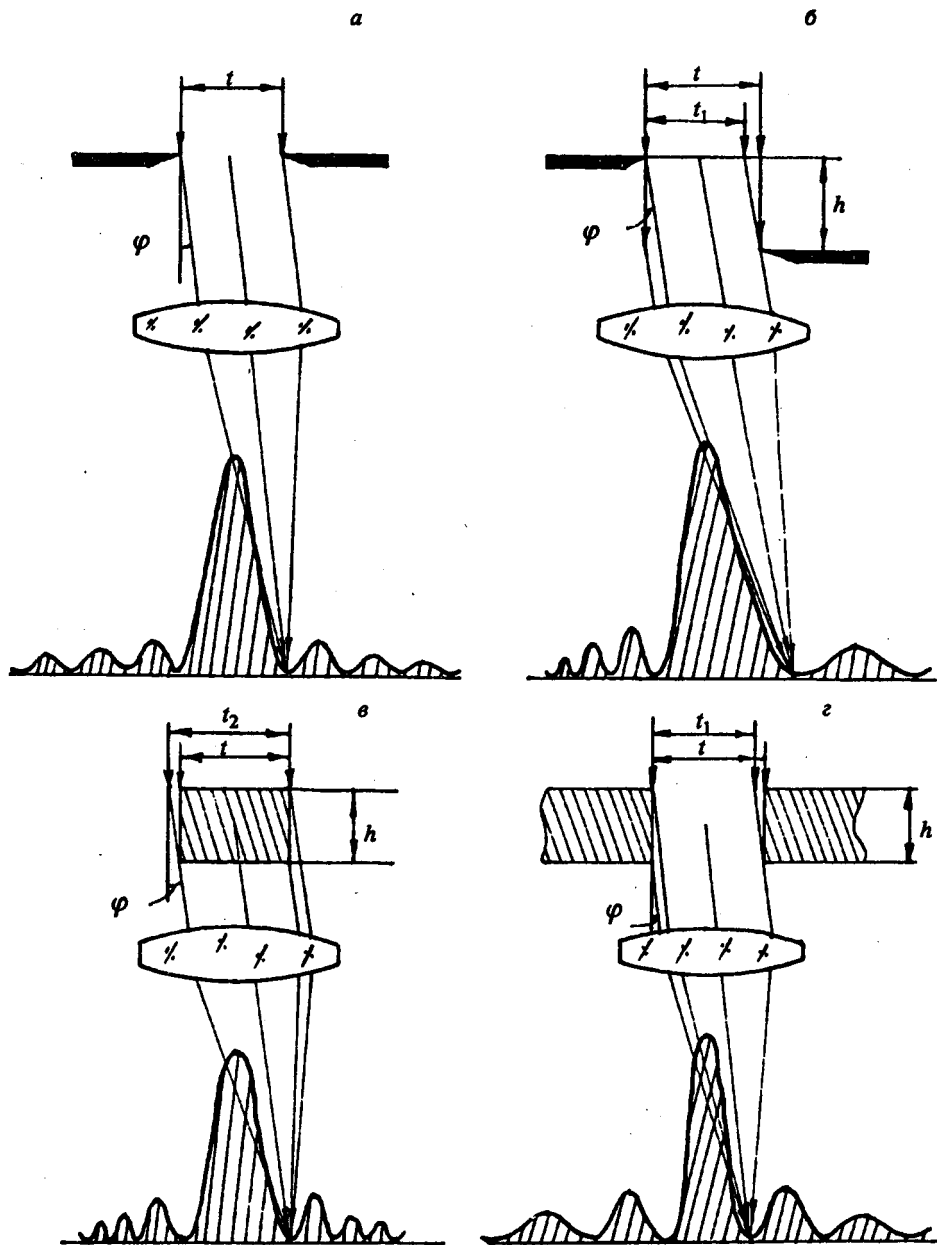


Рис. 1. Дифракция света на препятствиях различной формы.
Объяснение в тексте.

$$A_{\varphi} = A_0 \frac{\sin \left[\frac{\pi (2t - h \operatorname{tg} \varphi)}{2 \lambda} \cdot \sin \varphi \right]}{\left[\frac{\pi (2t - h \operatorname{tg} \varphi)}{2 \lambda} \cdot \sin \varphi \right]}.$$

При смещении одной из полуплоскостей щели в направлении распространения света на расстояние h (см. рис. 1, б) характер распределения интенсивности света дифракции изменится, т.е. нарушается симметрия дифракционной картины.

Рассмотрение дифракции на верхней и нижней полуплоскостях щели позволяет получить уравнение для расчета распределения интенсивности света, дифрагирующего на щели со смещенными полуплоскостями [4]

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi (2t \pm h \operatorname{tg} \varphi)}{2 \lambda} \cdot \sin \varphi \right]}{\left[\frac{\pi (2t \pm h \operatorname{tg} \varphi)}{2 \lambda} \cdot \sin \varphi \right]^2}. \quad (2)$$

Знак плюс соответствует левой половине, а знак минус — правой половине дифракционной картины.

Как видно из рис. 2, дифракционная картина имеет явно выраженный ассиметричный характер, при этом равенство расстояний между экстремумами (минимумами) нарушено.

Для прямоугольного стержня (рис. 1, в) распределение интенсивности дифрагирующего на нем света может быть описано уравнением

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi (2t + h \operatorname{tg} \varphi)}{2 \lambda} \cdot \sin \varphi \right]}{\left[\frac{\pi (2t + h \operatorname{tg} \varphi)}{2 \lambda} \cdot \sin \varphi \right]^2}. \quad (3)$$

В случае прямоугольного стержня дифракционная картина симметрична относительно нулевого максимума, но расстояние между экстремумами уменьшается с ростом порядкового номера экстремума. Характер распределения интенсивности света полностью совпадает с характером распределения света левой части дифракционной картины от щели со смещенными полуплоскостями (см.рис. 1, б).

При дифракции света на протяженной щели (рис. 1, з), выполненной из сплошного материала и имеющей глубину h , распределение интенсивности дифрагирующего света может быть описано следующим выражением:

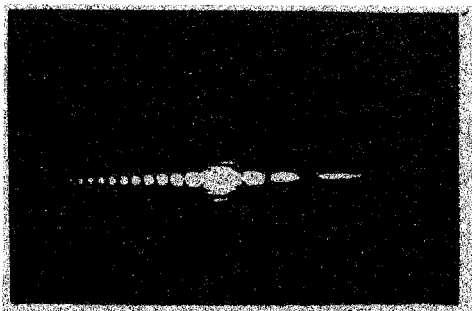


Рис.2. Дифракционная картина от щели со смещенными полуплоскостями (см.рис.1, б).

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi (2t - h \operatorname{tg} \varphi) \cdot \sin \varphi}{2\lambda} \right]}{\left[\frac{\pi (2t - h \operatorname{tg} \varphi) \cdot \sin \varphi}{2\lambda} \right]^2}. \quad (4)$$

Для щели из сплошного материала дифракционная картина также симметрична относительно нулевого максимума, но расстояние между экстремумами возрастает с увеличением номера последнего, а распределение интенсивности света совпадает с распределением света правой части дифракционной картины от щели со смещенными полуплоскостями (см. рис. 1, б).

Координаты экстремальных точек дифракционных картин для щели со смещенными полуплоскостями, протяженной щели и прямоугольного стержня могут быть соответственно определены из уравнений (2) — (4).

Условие минимумов правой части дифракционной картины от щели со смещенными полуплоскостями эквивалентно условию минимумов для протяженной щели и определится уравнением

$$2t \sin \varphi - h \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi = 2k \lambda, \quad (5)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$ — номер минимума дифракционной картины. Соответственно максимумы дифракции можно определить из уравнения

$$2t \sin \varphi - h \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi = 2n \lambda. \quad (6)$$

Здесь $n = 1, 43; 2, 46; 3, 47; \dots$ — номер максимума дифракции.

Условие минимумов дифракции для прямоугольного стержня равно условию минимумов левой части дифракции от щели со смещенными полуплоскостями

$$2t \sin \varphi + h \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi = 2k \lambda. \quad (7)$$

Соответствующие максимумы дифракции будут равны

$$2t \sin \varphi + h \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi = 2n \lambda. \quad (8)$$

Дифракция на протяженной щели и правая часть дифракции от щели со смещенными полуплоскостями имеет ту особенность, что для каждого значения ширины щели существует предельная величина глубины h (протяженности) последней, превышение которой приводит к исчезновению экстремумов дифракции. Для каждого экстремума существует свое предельное значение глубины h . Так, предельное значение глубины щели для минимумов дифракции определяется из уравнения

$$h = t^2 / 2\lambda k. \quad (9)$$

Таким образом, протяженность (глубина) препятствий существенно изменяет характер распределения интенсивности дифрагирующего света, которое зависит не только от геометрических размеров, но и от типа препятствия.

Заметное изменение даже первого минимума дифракционной картины при увеличении глубины щели наблюдается, когда ее глубина на порядок превышает ширину.

Распределение интенсивности света, дифрагирующего на отверстии, выполненном в бесконечно тонком непрозрачном материале, описывается известным уравнением [6, 7]

$$I_{\varphi} = I_0 \left[\frac{2J_1 \left(\frac{2\pi R}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\frac{2\pi R}{\lambda} \sin \varphi} \right]^2, \quad (10)$$

где R — радиус отверстия.

С ростом глубины отверстия распределение интенсивности дифрагирующего света изменяется, соответственно изменяются и координаты экстремальных точек. Измерения радиуса отверстия, выполненные по координатам экстремальных точек дифракционной картины, без учета глубины отверстия, приводят к существенным ошибкам, тем большим, чем больше глубина отверстия. В таблице приведены расчетные значения ошибки измерения $\left(\frac{R - R_k}{R} 100\% \right)$ радиуса отверстия R при изменении глубины отверстия h . Кажущийся радиус отверстия R_k рассчитывается при условии, что глубина отверстия не учитывается, но влияет на характер дифракционной картины.

Таблица составлена для отверстий диаметром 160 мкм, при этом толщина материала, в котором просверлено отверстие, увеличилась от 10 до 10000 мкм. Измерялись координаты минимумов дифракционных картин и по ним рассчитывались кажущиеся диаметры отверстия, как если бы отверстия были выполнены на бесконечно тонком материале. Ошибка в определении реального диаметра отверстия увеличивается с ростом толщины материала и может достигать больших значений.

$2R$	h	h/R	$\sin \varphi_{\min} \cdot 10^{-3}$	$2R_k$, мкм	$\frac{R - R_k}{R} 100\%$
мкм					
160	0	0	4,825	160	0
160	10	0,0625	4,826	159,95	0,025
160	100	0,625	4,832 · 5	159,75	0,156
160	1000	6,25	4,9	157,55	1,53
160	10000	62,5	5,92 · 4	130,4	18,5

Рассмотрим дифракцию света на протяженном (глубиной h) цилиндрическом отверстии. Ход лучей света, дифрагирующего в направлении φ в продольном сечении этого отверстия, аналогичен ходу лучей для прямоугольного отверстия, показанного на рис. 1, 2. Световое возмущение от верхнего и нижнего краев отверстия равно

$$S_{\varphi}^0 = \frac{A_0}{2\pi(R_B + R_H)^2} \int_{\theta}^{\frac{R_B + R_H}{2}} \int_{\theta}^{2\pi} e^{-ik\rho \cos \theta \cdot \sin \varphi} \rho d\rho d\theta,$$

где R_B и R_H — радиусы верхнего и нижнего отверстий соответственно; ρ, θ — полярные координаты. В результате интегрирования получим следующее выражение:

$$S_{\varphi} = \frac{2A_0}{\pi(R_B + R_H)^2} \left[\frac{2J_1\left(\frac{\pi(R_B + R_H)}{2\lambda} k \sin \varphi\right)}{k \frac{\pi(R_B + R_H)}{2\lambda} k \sin \varphi} \right].$$

Поскольку $I_{\varphi} = [S_{\varphi} \pi(R_B + R_H)/2]^2$, то интенсивность света дифракционной картины в направлении φ равна

$$I_{\varphi} = I_0 \left[\frac{2J_1\left(\frac{\pi(R_B + R_H)}{2\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi(R_B + R_H)}{2\lambda} \sin \varphi} \right]^2. \quad (11)$$

Нижний край отверстия будет полностью участвовать в формировании дифракционной картины, поэтому $R_H = R$. Верхний край будет частично экранироваться, а площадь, участвующая в формировании дифракционной картины, можно вычислить из выражения

$$P = 2h^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi.$$

Приближенно можно считать, что интенсивность света через круг, по площади равный незатененной зоне, будет производить одинаковое действие на формирование дифракционной картины. Тогда радиус такой окружности можно найти из уравнения

$$R_B = \sqrt{\frac{2\alpha R^2 - 2h^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi}{\pi}},$$

где α (рад) — угол сектора незатененной зоны.

Окончательно уравнение для вычисления распределения интенсивности света дифракции от протяженного круглого отверстия принимает вид

$$I_{\varphi} = I_0 \left[\frac{2 J_1 \frac{\pi \left[R + \sqrt{(2\alpha R^2 - 2h^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg}^2 \varphi)} \right]}{2\lambda} \sin \varphi}{\frac{\pi \left[R + \sqrt{(2\alpha R^2 - 2h^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg}^2 \varphi)} \right]}{2\lambda} \sin \varphi} \right]^2 \quad (12)$$

Для приближенных расчетов примем $R_s = (2R - h \operatorname{tg} \varphi) / 2$, тогда распределение интенсивности света дифракции на экране от круглого протяженного отверстия можно определять из уравнения

$$I_{\varphi} = I_0 \left[\frac{2 J_1 \frac{\pi (4R - h \operatorname{tg} \varphi)}{2\lambda} \sin \varphi}{\frac{\pi (4R - h \operatorname{tg} \varphi)}{2\lambda} \sin \varphi} \right]^2 \quad (13)$$

Выражение для определения координат минимумов дифракционной картины может быть получено из условия равенства нулю функции Бесселя [7]

$$J_1 \left[\frac{\pi (4R - h \operatorname{tg} \varphi)}{2\lambda} \sin \varphi \right] = 0,$$

тогда

$$h \operatorname{tg} \varphi \sin \varphi - 4R \sin \varphi + 2\lambda k_i = 0, \quad (14)$$

где $k_i = 0,61; 1,116; 1,619; 2,12; \dots$

Как следует из уравнения (14), эквидистантность минимумов дифракционной картины нарушается тем больше, чем больше глубина отверстия, при этом расстояние между минимумами растет с увеличением глубины отверстия и уменьшается с увеличением номера минимума.

Нетрудно показать, что для отверстия заданного радиуса существует (наблюдается в действительности) предельная глубина, превышение которой приводит к исчезновению дифракционной картины, т.е. исчезает чередование максимумов и минимумов дифракционной картины и происходит плавный спад интенсивности дифрагирующего света. Условие предельных соотношений радиуса и глубины протяженного отверстия определяется из уравнения

$$h_{\text{пред}} = R^2 / 2\lambda k_i. \quad (15)$$

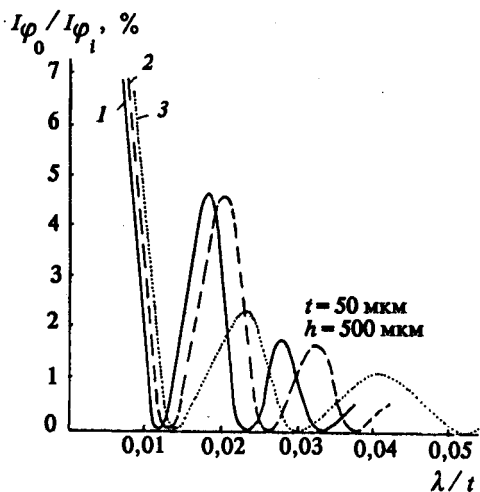


Рис. 3. Распределение интенсивности света, дифрагирующего на прямоугольном стержне (1), на плоской щели (2) и на протяженной щели (3).

Здесь и на рис. 4 I_{φ_0} — интенсивность дифракционного максимума нулевого порядка, I_{φ_i} — интенсивность дифракционного максимума i -го порядка.

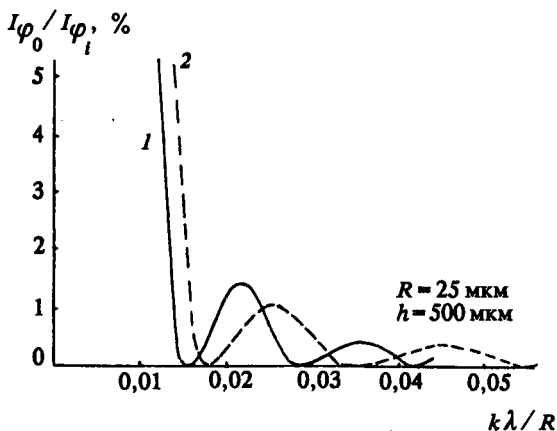


Рис. 4. Распределение интенсивности света, дифрагирующего на плоском (1) и протяженном (2) отверстиях.

ширине существует предельная глубина, превышение которой приводит к исчезновению экстремальных точек дифракционной картины. Аналогичные зависимости имеют место и для круглых протяженных отверстий, причем в уравнении для определения распределения интенсивности дифрагирующего света функция синуса заменяется на функцию Бесселя второго порядка.

Из рис. 3 и 4, на которых показано распределение интенсивности света при дифракции на препятствиях различной формы, следует, что дифракционные картины последних существенно отличаются друг от друга. Это объясняется различной протяженностью (глубиной) отверстий различной формы. Рисунки выполнены на основании зависимостей (2) — (4), (12), (13), позволяющих учитывать объемный характер препятствий.

Экспериментальная проверка выведенных зависимостей проводилась на установке, содержащей лазер ЛГ-52-1, фотоприемник ФЭУ-68, который располагался на расстоянии 500 мм от щели и перемещался вдоль дифракционной картины с помощью микровинта. Перед фотоприемником помещалась диафрагма шириной 200 мкм. Исследуемая цель размещалась на расстоянии 50 мм от лазера. Измерялись распределение интенсивности света и координаты экстремальных точек дифракционной картины. Было установлено, что в пределах погрешности измерения расчетные и экспериментальные характеристики дифракционной картины совпадают. Таким образом, дифракция на объемных объектах зависит как от его ширины, так и от глубины, при этом для прямоугольных стержней и щелей равного поперечного сечения принцип Бабине не выполняется. Для протяженных щелей при заданной

Приведенные в работе соотношения позволяют устанавливать геометрические размеры щелей, отверстий, прямоугольных стержней исходя из единой дифракционной картины от каждого объекта. Кроме прямого измерения геометрических размеров объемных объектов, уравнения могут быть использованы для решения ряда прикладных задач, например, для измерения толщины пленки, диаметров стержней, расстояний между объектами, прямолинейности и величины перемещений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландсберг Г. С. Оптика. М., 1976.
2. Пейн Г. Физика колебаний и волн. М., 1979.
3. Калитеевский Н. И. Волновая оптика. М., 1978.
4. А.с. 861 936 (СССР).
5. Игнатъев В. А. и др. // Обмен опытом в радиопромышленности. 1975. № 4. С. 52-54.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1970.
7. Нагибина И. М. Интерференция и дифракция света. Л., 1974.

Рукопись поступила 13.02. 92