

Электрогидродинамические неустойчивости в дисперсных системах. (Обзор) / А.И. Григорьев, С.О. Ширяева, С.И. Шевченко // Научное приборостроение. — 1991. — Т. 1. — № 3. — С. 25-43.

Дана классификация основных эффектов дисперсных систем, в том числе рассмотрены особенности поведения нейтральных и заряженных капель в отсутствии и при наличии электрического поля: форма и устойчивость одиночных заряженных и незаряженных капель, механизмы реализации неустойчивости и время ее реализации, потеря массы и заряда, параметры дочерних капель, взаимное влияние заряженных и незаряженных капель, сопутствующий коронный заряд. Библ. — 77 назв.

А.И.Григорьев, С.О.Ширяева
(Ярославский государственный университет)
С.И.Шевченко

(Институт аналитического приборостроения АН СССР, С.-Петербург)

ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ (ОБЗОР)

Исторически изучение поведения заряженных водяных капель началось в связи с попытками осмысления процессов в грозовых облаках [1]. В дальнейшем задача определения поведения нейтральных и заряженных капель в отсутствие и при наличии электрического поля получила многочисленные области приложения: электрогидродинамическое распыление жидкостей (ЭГД РЖ), создание электростатических ракетных двигателей, создание устройств ввода жидких веществ в аналитические приборы, в попытках осмысления отдельных гидрометеорологических эффектов. При ЭГД РЖ, создании электростатических ракетных двигателей и устройств ввода поведение заряженных капель их распад определяют вид факела этого распыления. В гидрометеорологии поведение заряженных капель определяет формирование и разделение зарядов в облаках, образование и развитие молний и так далее.

Поэтому ясна важность изучения процессов, происходящих с заряженными и нейтральными каплями в присутствии электрических полей.

Форма и устойчивость одиночных заряженных и незаряженных капель

Капли, существующие в грозовых облаках, тумане, получаемые при электрогидродинамическом распылении и т.д., всегда заряжены и находятся в электрическом и гравитационном полях. Однако в некоторых случаях могут выполняться условия, когда полная задача упрощается: когда какие-то факторы оказывают пренебрежимо малое влияние на капли (на их поведение) и этими факторами можно пренебречь. Это позволяет из полной задачи выделить упрощенные задачи и выстроить их в ряд по мере усложнения:

- заряженные капли в отсутствие всяких полей,
- нейтральные капли в однородном электрическом поле,
- заряженные капли в однородном электрическом поле.

В такой последовательности и будем рассматривать эти задачи.

Окружающие капли электрические и гравитационные поля и собственный заряд капель будут оказывать влияние на формирование рельефа поверхности капель и на параметры электродиспергирования, поэтому в проблеме поведения капель (заряженных и незаряженных) в присутствии и при отсутствии полей выделились следующие вопросы:

- определение формы поверхности капли,
- вычисление условий начала неустойчивости,
- объяснение механизма реализации неустойчивости.

В исследовании первых двух вопросов были достигнуты заметные успехи, поэтому для каждой из упомянутых задач будем останавливаться на этих вопросах. Что же касается третьего вопроса (механизма реализации неустойчивости), то его понимание находится только в стадии становления и

самых общих рассуждений, поэтому рассмотрим его для всех трех задач в одном месте.

Одиночные заряженные капли в отсутствии полей. Для одиночных заряженных капель в отсутствии полей, когда нет выделенного направления, распределение заряда по поверхности капли должно быть сферически симметричным. На этом основании в [1] сделано заключение, что равновесная форма капли должна оставаться сферической вплоть до момента потери устойчивости.

Вопрос определения критерия устойчивости был решен Рэлеем в работе [1], где явление неустойчивости заряженной капли идеальной несжимаемой идеально проводящей жидкости было рассмотрено как неустойчивость капиллярных волн, существующих в исходной капле в силу теплового движения молекул. Рэлей разложил искажение рельефа поверхности исходной сферической капли в ряд по сферическим функциям и с помощью уравнений Лагранжа-Эйлера для амплитуд различных мод капиллярных волн получил условие устойчивости капиллярных колебаний n -й моды в виде

$$\frac{Q^2}{4\pi r^3} > n + 2, \quad (1)$$

где r и Q — радиус и заряд капли; γ — коэффициент поверхностного натяжения. Из (1) видно, что капля становится неустойчивой, как только это условие начинает выполняться для основной моды с $n=2$. Следует отметить, что работа [1] была написана Рэлеем в малопонятной форме. Для популяризации этой работы Хендрикс и Шнайдер в 1963 г. повторили и подробно разобрали опущенные Рэлеем выкладки [2].

Экспериментальная проверка критерия Рэля проведена в серии работ [3-7], которые методически весьма схожи. В них заряженная капля помещалась в вертикальном поле плоского конденсатора, уравновешивающем силу тяжести. Капля испарялась (при этом электрическое поле подбиралось так, чтобы она оставалась в определенной точке пространства) пока при имеющемся на ней заряде ее радиус не становился критическим по Рэлею, и капля становилась неустойчивой. Момент нарушения устойчивости капли фиксировался или по эмиссии некоторого количества мелких капелек с поверхности, или по резкому уходу капель из поля зрения. Наиболее признанными в этой области являются работы [3, 4, 6]. Дойли, Моффет, Воннегут [3] нашли, что по достижении некоторого заряда капли эмитируют со своей поверхности облако дочерних капелек. Заряд капли в этот момент хорошо совпадает с рассчитанным по формуле Рэля. Аббас и Латам [4], изучая полученные при ЭГД РЖ капли n -октанола, имеющие размер 30-200 мкм, установили, что капли теряют свою устойчивость, когда выполняется критерий Рэля. Швейцер и Хансон [6] для капель n -октанола размером 15-40 мкм показали, что рэлеевский критерий на эксперименте выполняется с отклонением не более 4 %.

Можно считать, что критерий Рэля подтверждается экспериментально и на практике выполняется с хорошей точностью.

Отметим, однако, что строго говоря, во всех случаях экспериментаторы имели дело не с неустойчивостью по Рэлею в чистом виде, а с неустойчивостью заряженной капли в электрическом и гравитационном полях. Правда, электрические и гравитационные поля должны в какой-то мере компенсировать друг друга. Соответствующие две силы компенсируют друг друга будучи усредненными по всей капле, однако в условия устойчивости входят плотности поверхностных сил. Авторы [3] предположили, что поле E не окажет существенного влияния на форму капли, так как электростатическое давление

на поверхность капли из-за наличия на ней заряда на четыре порядка превышает давление от внешнего поля. В противоположность этому Доусон [8] считал, что вблизи выполнения условия неустойчивости, где сила поверхностного натяжения и сила расталкивания собственных зарядов взаимно компенсируются, внешнее электрическое поле должно оказывать заметное влияние на форму капли и исказить критическое условие развития неустойчивости Рэлея.

Эти соображения, а также то, что в природе практически не встречаются одиночные заряженные капли в отсутствие всяких полей, наводят на мысль о необходимости рассмотрения более сложных моделей (задач).

Незаряженные капли в электрическом поле. Задача исследования поведения и неустойчивости капель в электрическом поле имеет приложение, прежде всего, в понимании процессов формирования грозовых облаков, в которых первоначально нейтральные капли заряжаются до больших значений заряда. Этим объясняется интерес, проявленный к этой задаче в большом количестве работ.

По-видимому, первое рассмотрение искажения формы капли в однородном электростатическом поле было проведено Милликеном в известных опытах по измерению единичного электрического заряда, где оценивалось возможное влияние искажения формы капли масла в электростатическом поле на скорость их падения в воздухе. В его экспериментах использовались очень малые капельки характерного размера ≈ 1 мкм, поэтому и заметного эффекта искажения формы капли обнаружено не было.

Дальнейшие качественные указания на влияние электрического поля на форму капли были получены в экспериментах Зелени [9] по изучению электрического разряда с жидкого электрода. Зелени отметил, что полусферический жидкий мениск на срезе капилляра вытягивается вдоль направления электрического поля. В экспериментах Нолана [10] было показано, что по мере увеличения напряженности однородного электрического поля E капли воды вытягиваются по полю и по достижении E некоторой критической величины, зависящей от размера капли, разрушаются взрывным образом. Маки [11] повторил опыты Нолана на более совершенном оборудовании и зафиксировал искажение формы свободно падающей капли в горизонтальном и вертикально ориентированном поле E . Он установил, что капли в электрическом поле стремятся вытянуться в направлении поля независимо от его ориентации. Вытягивание капель увеличивается с увеличением напряженности электрического поля. О'Конски и Гюнтер [12], экспериментируя с каплями, подвешенной к верхней пластине плоского конденсатора, нашли, что в пределах точности эксперимента ($\approx 1\%$) равновесная форма капли аппроксимируется вытянутым сфероидом вращения вплоть до значений $e^* = 0.6$. Аллан и Мейсон в экспериментальной части работы [13] подтвердили предположение, что равновесная форма капли в электрическом поле близка к сфероидальной. Аустман и Брук [14] экспериментально исследовали деформацию свободно падающей капли в поперечном электрическом поле и отметили, что в направлении E капля вытягивается в сфероид, несмотря на возмущающее действие аэродинамических сил. Об этом же сообщалось в работе Мэтьюза [15].

Следует отметить, что во всех вышеприведенных работах, посвященных экспериментальному исследованию формы капель в поле E , авторы судили о форме на основе визуального впечатления или на базе фото- и кинорегистрации деформации капель.

Подобно каплям ведут себя в однородном поле мыльные пузыри [16, 17] и газовые пузырьки в жидкости [18]: они вытягиваются вдоль направления

поля и имеют форму, близкую к сфероидальной. Тесретические анализы и оценки формы нейтральных капель в электрическом поле основывались на мнении экспериментаторов о сфероидальности равновесной формы.

О'Конски и Течер [19], опираясь на экспериментальные данные выше упомянутых авторов, предположили, что в однородном электростатическом поле E небольшой величины (когда искажение исходной сферической формы капли невелико) равновесная форма капли может быть аппроксимирована сфероидом вращения, вытянутым по полю. На основе принципа минимума свободной энергии они нашли в аналитическом виде связь равновесного эксцентриситета такого сфероида и параметра $\nu = E\sqrt{r/\gamma}$ — характеризующего систему. Во втором приближении по квадрату эксцентриситета e (который считался малым параметром) найденное ими выражение имеет вид

$$\nu = \frac{16\pi}{9\epsilon_1} e^2 \left(1 - \frac{29}{105} e^2 \right),$$

где ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость среды.

Они также выяснили, что в непроводящей среде капля жидкости с диэлектрической проницаемостью ϵ_2 трансформируется в вытянутый по полю сфероид независимо от того, $\epsilon_1 < \epsilon_2$ или $\epsilon_1 > \epsilon_2$. О'Конски и Гаррис [20], развывая метод, использованный в [21], рассчитали равновесные значения эксцентриситетов электропроводных капель в проводящих средах. Они получили, что при определенных соотношениях удельных электропроводностей сред равновесная форма капли в поле E может быть сфероидом, сплюснутым вдоль поля. Аллан и Мейсон в [13] провели теоретические оценки на основании баланса давлений на поверхности капель и подтвердили, что форма капли в электрическом поле близка к сфероидальной. Тэйлор [22] в предположении, что капли сохраняют сфероидальную форму вплоть до точки неустойчивости, рассмотрел уравнение баланса давлений на экваторе и полюсе. Оказалось, что это уравнение выполняется с высокой точностью, и это подтвердило справедливость сфероидального приближения. Сэмпл, Боллини и Хендрикс [23], рассматривая произвольную деформацию капли как результат суперпозиции различных мод капиллярных волн, в соответствии с подходом Рэлея, принимая амплитуды мод в качестве обобщенных координат, из принципа минимума свободной энергии капли в поле E , нашли равновесные значения амплитуд и тем самым определили равновесные формы капли в зависимости от величины напряженности поля. В [24, 25] из условий баланса давлений на поверхности капли в поле E в линейном по квадрату эксцентриситета приближении показано, что равновесная форма капли в поле является сфероидальной вплоть до потери каплей устойчивости.

При расчетах с использованием сфероидального приближения [19, 22, 26, 27] обычно делалась оговорка, что такое приближение для равновесной формы капли справедливо лишь при малых эксцентриситетах e . Но степень малости остается неопределенной, хотя в [18] для пузырька жидкости во внешнем электрическом поле путем численного анализа показано, что равновесная форма пузырька с точностью до третьей значащей цифры аппроксимируется вытянутым эллипсоидом вращения вплоть до $e^2 \approx 0.3$.

Попытку численно рассчитать равновесную форму поверхности предпринял Бразнер-Смит [28], который из условия баланса давлений на поверхности капли, помещенной в поле E , методом итераций рассчитал равновесную форму капли и нашел, что получившаяся фигура весьма хорошо аппроксимируется вытянутым сфероидом вращения вплоть до потери каплей состояния равновесия: незначительное отличие от сфероидальности появляется только

тогда, когда напряженность поля отличается от критической менее, чем на 5%.

Экспериментально и теоретически было показано, что нейтральные капли вытягиваются вдоль поля, и вплоть до нарушения условия равновесия форма этих капель очень близка к сфероидальной.

При увеличении электрического поля происходит разрушение капли. Величины параметров, при которых наблюдается это разрушение, привлекают к себе большое внимание, что нашло свое отражение в посвященных этому вопросу работах.

Практически первой работой, в которой экспериментально исследовалась неустойчивость нейтральных капель в однородном электрическом поле, была работа Нолана [10]. В ней капли свободно падали в горизонтальном поле E и было обнаружено, что неустойчивость капель наступает, когда напряженность электрического поля E и радиус капли r связаны соотношением $E\sqrt{r} = \text{const}$. Изучая эффект распада незаряженных водяных капель в однородном электрическом поле, Маки [11] нашел, что экспериментальные результаты по началу неустойчивости хорошо ложатся на зависимость $E\sqrt{r} = 3875$, где E выражено в В/см, а r — в см. Эта величина хорошо согласуется с величиной $E\sqrt{r} = 3670$, полученной Вильсоном и Тэйлором [16] для мыльных пузырьков в электрическом поле. Полученное Маки соотношение было переписано Тэйлором [22], который включил член поверхностного натяжения. В предположении, что капля сохраняет сфероидальную форму вплоть до точки неустойчивости, Тэйлор из уравнения баланса сил (давлений) на полюсе и экваторе получил, что неустойчивость капли происходит, когда

$$E\sqrt{r/\gamma} = 1.625, \quad (2)$$

и деформация капли при этом $\% = 1.86$.

Эти выводы находятся в хорошем соответствии с результатами Нолана [10], Маки [11], Аустмана и Брука [14]. Со времени выхода работы [22] критерий (2) называется критерием Тэйлора, а параметр $\nu = E\sqrt{r/\gamma}$ — параметром Тэйлора.

Сэмпл, Боллини и Хендрикс [23], применив принцип минимума свободной энергии, рассчитали критические значения параметра ν , при которых проявляется неустойчивость капли в поле. Однако найденное ими значение $\nu = 3.73$ не согласуется с экспериментальными данными других авторов [9, 16, 18, 22], превышая их примерно в 1.5 раза, что скорее всего указывает на численные ошибки в расчетах, ибо сама идея, положенная в основу их метода, представляется красивой и правильной.

В дальнейшем этот критерий был получен Бразьер-Смитом в [28] численными расчетами $\nu = 1.61$ и в работе Григорьева с соавторами [25] аналитическими методами $\nu = 1.63$, что хорошо согласуется с экспериментальными результатами.

Можно считать теоретически и экспериментально установленным критерий появления неустойчивости нейтральных капель в однородном электрическом поле $\nu = 1.6$.

Заряженные капли в электрическом поле. Выше уже были упомянуты работы [3, 8], в которых обсуждался вопрос влияния внешнего поддерживающего поля на равновесную форму заряженной капли. В 1969 г. Аббас и Латтам [29] теоретически и экспериментально исследовали влияние заряда на капле на критические условия ее неустойчивости в однородном электростатическом поле. Отдавая себе отчет в том, что наличие на капле заряда должно

искажать равновесную сфероидальную форму, авторы [29] тем не менее в своих расчетах использовали сфероидальное приближение. Панченков и Цабек [30] предположили подобно авторам [29], что форма заряженной капли в поле E может оставаться приблизительно сфероидальной, но с большим, чем в отсутствие заряда значением эксцентриситета. Используя метод расчета О'Конски и Течера [19], они нашли в линейном по квадрату эксцентриситета приближении связь между квадратом эксцентриситета и параметрами ν и $W = Q / \sqrt{16\pi} r^3$ в виде

$$(1 - W^2) e^2 = \frac{9}{16\pi} \nu^2. \quad (3)$$

В 1970 г. Доусон [8] исследовал теоретическим путем гипотезу о том, что внешнее поле в экспериментах [3] не оказывало существенного влияния на форму капли. Он считал, что как бы мало не было поле, поддерживающее каплю, оно вызывает вытягивание капли в сфероид, а имеющийся на капле заряд увеличивает значение эксцентриситета, т.е. Доусон основывался на тех же соображениях, что и Панченков и Цабек [30]. Но, в отличие от [30], он исходил из условия баланса давлений, и результаты его расчетов получены в менее наглядной графической форме, хотя смысл их такой же. В [31] Ричардс и Доусон в 1970 г. указали, что в экспериментах [29, 32] равновесная форма капли должна отличаться от сфероидальной и быть примерно яйцевидной. Бразьер-Смит [33], используя ранее предложенный метод [28] итераций, из условий баланса давлений рассчитал численно равновесную форму заряженной капли в поле E и нашел, что она будет примерно яйцевидной. В 1984г. в [34] была предпринята попытка рассчитать равновесную форму заряженной капли в поле E из принципа минимума свободной энергии, где грушевидность равновесной формы моделировалась сращиванием двух половин сфероидов с различными эксцентриситетами. Но ошибки, допущенные при физической постановке задачи (принцип минимума свободной энергии применялся к незамкнутой системе), делают полученные там результаты неприемлемыми для использования. Затем в [35] была осуществлена попытка теоретического анализа (из условия баланса давлений на поверхности капли) влияния заряда на капле на величину ее эксцентриситета во внешнем поле E (т.е. изначально постулировалась сфероидальность капли). Ничего принципиально нового в [35], по сравнению с более ранними работами [8] получено, однако, не было. В [36, 37] с использованием метода, развитого в [24, 25], были рассчитаны амплитуды различных мод капиллярных волн в заряженной капле в поле E , и выяснилось, что в линейном по квадрату эксцентриситета e^2 приближении равновесная форма заряженной капли в поле E может считаться сфероидальной. Возбуждение из-за наличия на капле заряда нечетных мод капиллярных волн, приводящее к искажению сфероидальной формы в сторону яйцевидности [15, 33] или в сторону грушевидности [34], имеет место лишь в приближении более высокого порядка по эксцентриситету: амплитуда третьей моды $\sim e^3$, амплитуда пятой $\sim e^5$ и т.д. В последние годы предпринимались попытки численного решения этой задачи на ЭВМ [38, 39]. Но, поскольку физические модели, заложенные в основу таких расчетов, были довольно грубы (так, сила аэродинамического сопротивления бралась постоянной, вычисленной для сферического твердого шарика), то и получаемые результаты не могли претендовать на хорошее совпадение с экспериментальными данными.

Из изложенного выше следует, что в настоящее время расчеты равновесных форм капель даже в простейших случаях представляют определенные трудности.

В общем случае электрическое поле в окрестности капель отличается от однородного. В этой связи актуальной становится задача расчета равновесных форм капель в неоднородном электрическом поле с масштабом неоднородности порядка размера капель. Аналитические методы расчетов равновесных форм капель в неоднородных полях находятся в зачаточной стадии развития.

Что касается возможности численного расчета на ЭВМ равновесных форм капель в неоднородных электрических полях, то это задача со свободной границей, и она не относится к числу тривиальных. Из расчетных работ по обсуждаемому вопросу можно выделить только работу [40], где рассчитана форма капли в электрическом и магнитном полях.

Для формы заряженных капель, находящихся в электрическом поле, применимо сфероидальное приближение за исключением очень больших капель (порядка нескольких мм) и близости параметров к условию неустойчивости.

Проблема теоретического определения критических условий неустойчивости нашла свое отражение в ряде работ. В [29] условия неустойчивости исследовались численно, и результаты расчетов совпали с данными экспериментов с точностью не хуже 3%. В 1970 г. Латам и Майерс [32], анализируя результаты экспериментов [29], предложили эмпирическую формулу для расчета критических условий неустойчивости заряженной капли в поле, описывающую данные экспериментов с точностью до 2%:

$$\nu = 1.6 - 2.5W.$$

Причем в своем анализе они исходили из сфероидального приближения для равновесной формы капли, считая критерием его справедливости согласие расчетных и экспериментальных данных. Бразьер-Смит [33] численно рассчитал критические условия неустойчивости заряженной капли в электрическом поле и привел найденную зависимость в виде графика $E = E(Q)$. В [40] в результате численных вычислений найдены критические условия устойчивости капли, хорошо согласующиеся с результатами выше цитированных работ других авторов. В [36, 37] методом исследования мод в линейном по e приближении найдено аналитическое выражение для критических значений ν и W :

$$W^2(1 + 2.07e^2) + 0.092(1 + 6.62e^2)\nu^2 \geq 1,$$

где значение квадрата эксцентриситета определяется выражением (3). В [41] вместо двух критериев неустойчивости Рэля и Тэйлора предложен один:

$$\Xi\sqrt{r_0/\gamma} = \text{const},$$

где Ξ — значение поверхностной плотности электрического заряда; r_0 — радиус кривизны поверхности жидкости в этой точке. Для сплошной капли значение константы равно $1/\sqrt{\pi}$ [1].

В литературе приведены критерии устойчивости заряженных капель в однородном электрическом поле, которые, по мнению авторов работ, обеспечивают хорошую точность.

В последнее время определенный интерес начал проявляться исследователями к изучению поведения капель в однородном, но переменном во времени электрическом поле. В работе [42] решалась задача об устойчивости сферической капли невязкой идеально проводящей жидкости, поддерживаемой при периодически изменяющемся потенциале. Показано, что в этом случае уравнения, описывающие изменения во времени амплитуды различных мод капиллярных волн, являются уравнениями Матье, поэтому та из мод, частота которой попадает в некую малую окрестность (ширина которой определяется амплитудой переменного потенциала) удвоенной частоты изменения потенциала капли, становится неустойчивой. В [43] аналогично решалась задача об устойчивости незаряженной сферической капли в переменном электрическом поле, а в [44] — задача об устойчивости сфероидальной капли в электрическом поле, являющемся суперпозицией коллинеарных постоянного и переменного полей. В отличие от задачи, рассмотренной в [42], в работах [43, 44] капиллярные волны уже не были независимыми и взаимодействовали так, что амплитуды волн с четными номерами образовывали невзаимодействующие подсистемы. Рассмотрение обсуждаемых задач в [43, 44] было проведено в нулевом приближении теории возмущений по малому параметру, зависящему от амплитуды переменного поля. Причем в [42-44] для идеальной жидкости раскачивание неустойчивых резонансных мод имело место при сколь угодно малой амплитуде переменного сигнала, а для случая слабовязкой жидкости появлялся порог по амплитуде сигнала, зависящей от вязкости.

Механизм реализации неустойчивости и время распада

Неустойчивость капель реализуется в том, что они распадаются с выделением нескольких более мелких капелек. При изучении механизма реализации неустойчивости выделились следующие проблемы:

критерии возникновения неустойчивости,
какие возмущения начинают расти,
как они растут.

О критериях возникновения неустойчивости рассказывалось ранее. Относительно того, какие возмущения начинают расти при наступлении неустойчивости, Рэлей высказался в [1]. При выполнении критерия неустойчивости на каплях начинают расти амплитуды волн, существующих на поверхности капли в силу теплового движения.

Тонкс [45] в 1935 г. рассмотрел полусферический выступ, образовавшийся на плоской жидкой поверхности, помещенной в перпендикулярное к ней однородное внешнее электрическое поле E . Из качественных соображений, сравнивая лапласовское давление под полусферической поверхностью идеально проводящей жидкости с давлением на него поля E , Тонкс нашел, что при выполнении критерия

$$\frac{E_0^2}{\sqrt{\rho g \gamma}} \geq 4\pi$$

растут подобные (в виде полусферы) возмущения, если их характерный линейный масштаб (радиус) удовлетворяет условию

$$r_m = 2\sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}.$$

В 1936 г. Френкель [46] обобщил теорию этого явления, показав, что при выполнении условия

$$\frac{E_0^2}{\sqrt{\rho g \gamma}} \geq 8\pi \quad (4)$$

на плоской поверхности жидкости, находящейся в перпендикулярном к ее поверхности однородном электрическом поле E , начинают расти амплитуды плоских волн, распространяющихся в жидкости. После работы [46] стало ясно, что так как любое возмущение плоской поверхности с характерным масштабом, удовлетворяющим условию $r > r_m$, имеет в разложении по плоским волнам компоненту этого масштаба, то это возмущение, при выполнении критерия (4), начинает расти. Само явление неустойчивости жидкой поверхности в электрическом поле получило название неустойчивости Тонкса-Френкеля (НТФ). Отметим, что в ряде работ [24, 25] это название применялось к неустойчивости сферических и сфероидальных поверхностей.

Если ввести капиллярную постоянную жидкости $a = \sqrt{2\gamma/\rho g}$, то условие (4) можно переписать в более удобном виде:

$$E_0^2 \frac{a}{\gamma} \geq 8\sqrt{2}\pi. \quad (5)$$

Из (5) видно, что НТФ имеет место, когда электростатическое давление на поверхность жидкости превысит лапласовское давление под цилиндрическим искажением поверхности масштаба a .

Сразу возникают следующие вопросы: как эти возмущения растут, и что приводит к распаду капель.

Если будем для капель рассматривать развитие основной моды ($n = 2$) во времени, то оно приводит сперва к вытягиванию капли в сфероид, а затем, с появлением перетяжки, к образованию "гантели" и в последующем к симметричному делению капли. Такая деформация и разрушение жидких капель наблюдалась и изучалась [47, 48], но не такой механизм составляет основу интересов ученых. Гораздо более интересен механизм, когда из капли выделяется облако тумана. А он не может быть объяснен развитием неустойчивости основной моды. Рэлей [1] предположил, что распад жидкой капли связан с неустойчивостью мод капиллярных волн, более высоких, чем основная. Тэйор [22] заметил, что в многочисленных экспериментах по исследованию неустойчивости заряженных капель распад капель с выделением более мелких имеет место, в соответствии с описанием одиночных заряженных капель в отсутствии полей при зарядах, критических для устойчивости основной моды капиллярных волн с $n = 2$, когда более высокие моды с $n \geq 2$ остаются устойчивыми. Неустойчивость же основной моды соответствует вытягиванию капли в сфероид, и обоснованность в рамках теории [1] появления на вершинах неустойчивой капли выступов, с вершин которых идет эмиссия мелких капелек и выброс струй, по мнению Тэйлора, невозможно. Однако в работе [49] показано, что неустойчивость основной моды, в результате которой капля вытягивается в сфероид, приводит к перераспределению поверхностного заряда на капле и изменению условий появления неустойчивости более высоких мод. По мере вытягивания капли (при увеличении ее эксцентриситета) будут становиться неустойчивыми все более высокие моды: при $e^2 \approx 0.25$

станет неустойчивой мода с $n=3$, при $e^2 \approx 0.38$ — мода с $n=4$ и т.д. до образования струи. Толщина выбрасываемой струи должна определяться последней неустойчивой модой, не подавляемой вязкостью. Причем с увеличением вязкости радиус струи должен увеличиваться. В [49] подчеркнуто, что рассмотрение проводилось в предположении малости эксцентриситета ($e^2 \ll 1$). Для значений квадрата эксцентриситета $e^2 = 0.6$, характерных для начала распада, вычисления имеют большую погрешность и носят иллюстративный характер.

Понижение предела устойчивости высоких мод капиллярных волн по мере увеличения эксцентриситета вытягивающейся в сфероид первоначально сферической капли характерно не только для заряженной капли, но и для незаряженной капли во внешнем электростатическом поле [24, 25, 27, 50], а также для заряженной капли во внешнем поле [36, 37].

Подчеркнем, что это еще не является описанием механизма, т.е. нельзя сказать, что в результате развития различных мод их сумма даст наблюдавшийся в экспериментах конусный мениск. В самом деле, поверхность любой формы можно разложить в ряд по полиномам Лежандра, т.е. представить в виде совокупности мод. И приведенные только что работы показывают, что реальная поверхность жидкости после достижения ею условия неустойчивости содержит не только основную моду ($n=2$) (т.е. представляема не только сферой), но и содержит другие моды, т.е. может представлять собой более сложные поверхности. Однако будет ли среди этих поверхностей конус Тэйлора — это пока не доказано.

При изучении механизма реализации неустойчивости исследователи ограничились пока качественным рассмотрением. Однако тот факт, что удалось показать возможность последовательного возбуждения все более высоких мод, является весомым.

Важным является вопрос определения времени развития неустойчивости. Он в значительной мере определяется условиями, в которых эта неустойчивость реализуется. Так, для условий работ [15, 29, 51], где капли воды были помещены в импульсное электрическое поле, моментом начала развития неустойчивости можно считать момент начала импульса напряженности электрического поля. В этом случае, как указано в [52], характерное время распада капель имеет порядок периода собственных колебаний, который можно определить из выражения для частоты возмущений поверхности, полученного Рэлеем в [1]:

$$\omega = \sqrt{4\gamma n(n-1) \left(\frac{n+2}{4\rho r^3} - \frac{Q}{16\pi r^3 \gamma} \right)}.$$

В ряде экспериментальных работ [3, 4] заряженные капельки достигают предельного рэлеевского заряда за счет испарения. Для этого случая время развития неустойчивости рассмотрено в [53]. До момента, когда удельный заряд капли достигнет рэлеевского предела, частота остается действительной и по поверхности капли распространяются незатухающие (в приближении идеальной жидкости) колебания. Когда $Q = Q_{Ray}$, то $\omega = 0$ и по поверхности не распространяются колебания (для моды $n=2$), т.е. мгновенно после достижения предельного рэлеевского заряда капли не могут распасться. Они должны еще некоторое время испаряться, чтобы отойти по заряду от равенства $Q = Q_{Ray}$ и чтобы появилась мнимая часть частоты, которая обеспечит экспоненциальный рост возмущений: $\exp(i\Im\omega)$. Для капли с радиусом r_0 в [53] найдено выражение для мнимой части частоты:

$$Im\omega = \sqrt{\frac{12\gamma t}{\rho r_0^3}},$$

где r_0 — радиус капли в момент t_0 , когда $\omega = 0$; τ — характерное время испарения.

А время рэлеевского распада оценивается выражением

$$\tau_{\text{Ray}} \approx r_0^{5/3} \left(\frac{\rho d}{12\gamma} \right)^{1/3},$$

где для капель воды $d \approx 3 \cdot 10^9 \text{ с/м}^2$, и для капель микронного размера τ_{Ray} имеет величину, приблизительно равную 10^{-5} с .

Потеря массы и заряда. Параметры получающихся капель

О наиболее важных характеристиках (размерах, зарядах и количестве капелек, эмиттируемых в результате реализации неустойчивости) пока известно очень мало. Опубликованные экспериментальные данные разных исследователей не складываются в единую картину. В работе Швейцера и Хансона [6], где материнские капли получались распылением мало летучего н-октана, при наблюдении распада в телескоп дочерние капли были так малы, что не были видны даже в телескоп. Дойли, Моффет и Воннегут [3] наблюдали выделившиеся в результате распада частицы в рассеянном свете и оценили величину дочерних капель 15 мкм. Их наблюдения показали, что дочерние капли являются первоначально стабильными. Там же указано, что заряд дочерних капель может достигать предельного рэлеевского. Весьма грубые оценки количества получающихся дочерних капель n , основанные на качественной интерпретации экспериментальных данных, приведены в [3], где получено $n = 1 \div 10$.

Экспериментальные сведения о размерах, зарядах и количестве получившихся в результате распада капель весьма бедны и практически все имеют косвенный характер.

Несколько больше в литературе экспериментального материала о таких интегральных характеристиках распада, как полная потеря массы и заряда. Маки [11] для водяных капель диаметром 4.5 мм, падающих в горизонтальном электрическом поле, проделал приблизительное измерение потери массы. В поле 9.4 кВ/см была зарегистрирована потеря массы 27%, сопровождавшаяся вспышкой. Такие же капли в поле 9.0 кВ/см теряли 5.5% своей массы, и это сопровождалось свечением. Латам [51] проанализировал потерю массы водяными каплями в электрическом поле как функцию времени пребывания капель в этом поле. Для капель диаметром 3.8 мм в поле 8.5 кВ/см при времени выдержки менее чем 20 мс потеря массы не была зарегистрирована. Когда время выдержки или напряженность электрического поля увеличивались, то быстро увеличивалась и потеря массы. Оказалось, что существует предел истощения капли определенного размера, который может достигаться в данном поле. Это вполне объяснимо, так как потеря массы изменяет размер капли таким образом, что прикладываемое электрическое поле не превосходит критического поля для разрушения капли этой

величины: Метью [15], экспериментируя с каплями двух диаметров для разных выдержек в электрическом поле, нашел, что критическая величина поля для капель одного диаметра неодинакова для разных времен экспозиции. Более короткое время экспозиции требует большего поля для определенной потери массы. В [3] измерено, что материнская капля сохраняет в результате распада только около 70% заряда. Аббас и Латам в [29] измеряли в зависимости от напряженности электрического поля относительную потерю массы для падающей капли, помещенной в поле на время 7 мс. Оказалось, что вплоть до некоторой напряженности электрического поля потеря массы не наблюдалась. Форма кривой зависимости относительной потери массы от напряженности электрического поля оказалась аналогична той, которая наблюдалась Латамом [51] и Метьюзом [15].

Теоретически максимально возможный заряд, который могут нести дочерние капли, легко вычислить из выражения Рэлея для предельного заряда $Q \leq Q_{Ray}$.

Теоретические оценки потери массы, проведенные в [6], основаны на допущении, что остаток материнской капли имеет заряд и размер, соответствующий пределу устойчивости по Рэлею. В теоретической работе [54] количество эмиттированных капелек n находилось из термодинамического расчета, в котором n рассматривалось в качестве независимого параметра, что представляется неверным. Рассчитать искомое n авторам [54] удалось лишь после введения целого ряда упрощающих, но физически плохо аргументированных предположений. В работе [52] отмечено, что в отношении возможной потери заряда и массы появляются сложности в теоретическом осмыслении. На первый взгляд представляется, что при выполнении условия $W = 1$ в момент потери капель устойчивости, для возвращения к устойчивому состоянию капле достаточно потерять бесконечно малую часть заряда так, чтобы для остатка выполнялось условие $W < 1$. Однако в момент начала эмиссии капля вытягивается в сфероид с $e^2 \approx 0.7$, а для такого значения эксцентриситета критическое значение параметра $W \approx 0.2$ [11]. Следовательно, эмиссия избыточного заряда с капли должна иметь место до тех пор, пока для остатка не выполнится условие или, точнее, как показано в [52], $W \approx 0.5$.

Попытки теоретического расчета дисперсности и зарядов капель, эмиттируемых в обсуждаемых устройствах, а также при распаде больших капель, неустойчивых по Рэлею или Тэйлору, предпринимались неоднократно, см., например, [21, 54-57]. Но во всех случаях в самой постановке задачи, при формулировании физической модели авторы допускали неточности, сводящие на нет ценность полученных результатов. Общим недостатком упомянутых работ, относящихся к расчету параметров распада капли, неустойчивой по Рэлею, является то, что число выбрасываемых при неустойчивости капелек n бралось в качестве независимого термодинамического параметра, что заведомо неверно. Другим не менее серьезным просчетом указанных работ была минимизация конечного энергетического состояния системы по радиусу эмиттированных капелек или их количеству n , что также не представляется верным (опуская даже сказанное о числе капелек n) же потому, что радиусы эмиттируемых капелек не одинаковы: каждая последующая выбрасывается материнской каплей, несущей не исходный заряд, а заряд, уменьшенный на сумму зарядов, унесенных ранее выброшенными капельками. В реальности параметры распада исходной капли следует считать, рассматривая неравновесный процесс эмиссии, к которому применим принцип минимальности производства энтропии. Тогда, рассматривая эмиссию отдельной капельки радиуса r с зарядом q и требуя минимальности производства энтропии в таком акте, можно найти r и q . Именно таким способом обсуждаемая задача

было решена в [52, 58-62]. При этом было найдено, что капельки, эмиттируемые исходной заряженной каплей в однородном электростатическом поле при НТФ в условиях вакуума несут заряд, чуть больший предельного в смысле устойчивости по Рэлею, и за время порядка десятка периодов собственных колебаний основной моды незаряженной капли (такая величина инкремента нарастания неустойчивости определяется характерным превышением зарядом капельки рэлеевского предела всего на несколько процентов) распадаются, выбрасывая ~ 100 более мелких капель, каждая из которых имеет размер на два порядка меньший размера исходной капли и также неустойчива по Рэлею, и, следовательно, также распадается. В вакуумных условиях этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока на самых маленьких вновь образующихся каплях не останется заряд, равный по модулю заряду электрона. Размер таких капель будет приблизительно 0,001 мкм.

Сопутствующие явления, коронный разряд

Еще Зелени [63-65] описал явление электрического заряда между полусферическим водяным и плоским металлическим электродами. Он отметил, что интенсивное свечение возникает только если к капле приложен положительный потенциал. При отрицательном потенциале интенсивность веерного свечения и его линейные размеры более чем на порядок меньше, чем для положительного. Инглиш [66] в 1948 г. показал, что начало коронного разряда с капли совпадает с началом неустойчивости капли. Капли, меньшие чем 0.04 см в диаметре, не производили стримеров в любом приложенном поле. Напряжение начала разряда с капли не зависело от давления. Отсюда Инглиш сделал вывод, что разряд при отрицательном потенциале капли не является коронным. Доусон [67] указал, что в условиях сильного электрического поля чистая электрическая корона конкурирует с эжекцией капель. Сравнение поверхностного натяжения и диэлектрической длины может дать преимущественное поведение: или чистую корону, или чистый распад. Поверхность ртути ($\gamma = 450$ дин/см) на воздухе при условиях большого поля дает только корону без эжекции капель [64], а поверхность спирта ($\gamma = 23$ дин/см) показывает только распад без люминесценции, которая идентифицирует эффект короны. Вычисления и эксперименты показали, что поверхностное натяжение чистой воды (72 дин/см) недостаточно для получения чистой короны на воздухе при атмосферном давлении для всех достижимых радиусов кривизны. Капли эжктируются с малой люминесценцией. Большая доля тока с поверхности переносится заряженными каплями. В [68] указывается, что потеря заряда вследствие короны весьма вероятна при высоких напряжениях. В [44] отмечено, что критические условия зажигания коронного разряда у поверхности капли при нормальном атмосферном давлении накладывают ограничение на минимальный размер капель, в которых может развиваться неустойчивость Тонкса-Френкеля. Так, для незаряженной капли при $E < 10^4$ В/см НТФ может иметь место только в крупных каплях с радиусом $R \gtrsim 2$ мм.

Попыток оценить заряд капель, начиная с которого на них может наблюдаться коронный разряд, в литературе немного. В [50] оценено, что для капель, появляющихся в результате веерного разряда ($r \approx 1.8 \cdot 10^{-3}$ см), напряженность поля на поверхности капельки равна $\approx 4.2 \cdot 10^5$ В/см. Эта величина достаточно велика для создания в окрестности капли самоподдерживающегося за счет фотоионизации коронного разряда. Однако следует

отметить, что для широкого диапазона зарядов и размеров капель оценок условий начала коронного разряда в [50] не приведено.

Подход, применяемый для расчета коронного разряда на металлических электродах (см. [69, 70]), в случае разряда на капли не может быть применен, так как практически во всех этих работах считается, что толщина внутренней зоны коронного разряда много меньше характерных размеров рассматриваемого электрода, и на этом основании она считается бесконечно малой. В [53] рассмотрена задача нахождения условий возникновения коронного заряда на сферических заряженных капельках воды. Вычислен радиус внешней границы коронного разряда r_m и заряд капель, начиная с которого на капле зажигается коронный разряд Q_{cor} . На основании сравнения Q_{cor} и Q_{Ray} в [53] проведен анализ, когда должен превалировать или коронный, или веерный разряд.

Аналогичная задача решена в [71] для заряженных капелек воды, помещенных в однородное электрическое поле и поэтому вытянутых в сфероид. Показано, что вытягивание капелек в сфероид приводит к уменьшению начального заряда коронного разряда, особенно заметному для больших капелек.

Для начала коронного разряда с капель необходимо, чтобы величина напряженности электрического поля превысила критическое значение E_* и в области сильного поля $E > E_* \approx 7 \cdot 10^4$ В/см в окрестности капли появился свободный электрон или отрицательный ион [72]. Поэтому зажигание коронного разряда в окрестности заряженных капелек происходит с временем задержки, для которого в [50] указано значение $\approx 10^{-3}$ с.

Взаимное влияние заряженных капель

Когда капля помещена вблизи другой аналогичной капли, электрическое поле у поверхности будет изменено вследствие поляризации зарядов на каплях. В работах [73, 74] решалась задача об устойчивости пары капель, находящихся на небольшом расстоянии друг от друга во внешнем электрическом поле, параллельном оси, соединяющей центры капель как в отсутствие, так и при наличии заряда на каплях. Результирующее поле, в котором находилась каждая из капель, было неоднородным и являлось суперпозицией двух полей: внешнего однородного E и поля, создаваемого второй каплей за счет индукции и наличия на ней собственного заряда. Отдавая себе отчет в том, что равновесная форма капель в такой системе не будет сфероидальной, авторы [15, 50] тем не менее все расчеты проводили именно в этом приближении (фактически рассматривая капли как твердые сфероиды). Применяя тэйлоровское сфероидальное приближение, Латам и Роксбург [74] вычислили величины $E\sqrt{r/\gamma}$, требуемые для распада пары водяных капель. Равновесные формы и критические условия неустойчивости капель в такой системе численно рассчитал Бразьер-Смит [28]. Наконец, в [75] форма двух взаимодействующих электрически заряженных капель, находящихся на большом расстоянии друг от друга, рассчитывалась по методике, использованной в [36]: из условия баланса давлений на поверхности капель находилось равновесное значение амплитуд различных мод капиллярных волн. Этот метод, в соответствии с вышесказанным, по-видимому, позволяет рассчитать равновесные формы капель в более общих ситуациях.

Эффект "Св. Эльма" — феномен "курильского света" и другие гидрометеорологические эффекты

Уже давно известен эффект, называемый огнями "Св. Эльма" — это свечение, возникающее около шпилей и крестов церквей, на мачтах кораблей и т.д., причем языки пламени могут достигать в длину до полуметра и быть видны за несколько километров.

В экспериментах Войцеховского [76, 77] появление свечения огней "Св. Эльма" удалось связать с веерным свечением на капельках воды характерного линейного размера ≈ 0.1 см, осевших на поверхности проводников, внесенных в облако заряженных водяных капель.

Уже давно замечены свечения, появляющиеся в эпицентральных областях до, во время и после землетрясений. В [43] этим свечениям была сопоставлена модель, в которой реализовалась неустойчивость капелек тумана или подтаявших льдинок в электрическом поле. На нелинейной стадии развития этой неустойчивости эмитируются более мелкие и уже заряженные капли, на которых величина поля достаточна для зажигания коронного разряда. В итоге облако тумана светится во всей области, где выполняются условия неустойчивости. Необходимая для этого величина внешнего электрического поля меньше или много меньше пробойного поля в отсутствии капелек.

В заключение необходимо отметить, что приведенный в данном обзоре материал показывает, что в ряде областей ЭГД РЖ достигнуты существенные успехи как в экспериментальном исследовании этих процессов, так и в теоретическом их осмыслении. К таким областям можно отнести вопросы изучения формы незаряженных и заряженных капель в отсутствие и при наличии электрических и гравитационных полей, определение критического потенциала начала ЭГД РЖ и т.д.

В то же время ряд вопросов понят сейчас на качественном уровне: механизмы развития неустойчивости капель, механизмы формирования факела ЭГД РЖ, диапазоны монодиспергирования и т.д.

Понимание и изучение некоторых вопросов находится в зачаточном состоянии: вопросы появления и формирования нескомпенсированного заряда, форма поверхности мениска жидкости в неоднородном сильном электрическом поле и т.д.

Область физики, посвященная ЭГД РЖ, несет в себе много неисследованного и непонятого и представляет собой широкое поле для пытливых исследователей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rayleigh*. On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity // *Phil. Mag.* - 1882. - V.14. - P.184-186.
2. *Hendricks C.D., Schneider J.M.* Stability of a conducting droplet under the influence of surface tension and electrostatic forces // *American J. of Phys.* - 1963. - V.31. - N 6. - P.7450-453.
3. *Doyle A., Moffett D.R., Vonnegut B.* Behavior of evaporating electrically charged droplets // *J. Coll. Sci.* - 1964. - V.19. - P.136-143.
4. *Abbas M.A., Latham J.* The instability of evaporating charged drops // *J. Fluid Mech.* - 1967. - V.30. - Part 4. - P.663-670.
5. *Billings J.J., Holland D.F.* Vibrating water drops in electric fields // *J. Geophys. Res.* - 1969. - V.74. - N 28. - P.6881-6886.

6. *Schweizer J.W., Hanson.* Stability limit of charged drops // J.CoLL.Sci. - 1971. - V.35. - N 3. - P.417-423.
7. *Joffre G. ect.* The evaporation of charged droplets in an electric field: Докл. иностр. ученых/ Ин-т теплообмена БССР. - Т.10. - 1980. - С. 47-52.
8. *Dawson G.A.* The Rayleigh instability of water drops in the presence of external electric fields// J.Geophys.Res. - 1970. - V.75. - P.701-705.
9. *Zeleny J.* The electrical discharge from liquid points, and a hydrostatic method of measuring the intensity of their surfaces// Phys.Rev. - 1914. - V.3 - N 2. - P.69-91.
10. *Nolan J.J.* The breaking of water drops by electrical field// Proc.Roy.Irish.Acad. - 1926. - VA-37. - P.28-39.
11. *Macky W.A.* Some investigations of the deformation and breaking of water drops in strong electric fields// Proc.Roy.Soc. - 1931. - V.133. - N A822. - H.565-587.
12. *O'Konsky Ch.T., Gunter R.L.* Verification of the free energy equation for electrically polarized droplets// J.Coll.Sci. - 1955. - V.10. - N 6. - P.563-570.
13. *Allan R.S., Mason S.G.* Particle behaviour in shear and electric fields// Proc.Roy.Soc. - 1962. - V.A267. - P.45-61.
14. *Austman E.L., Brook M.* Distortion and disintegration of water drops in strong electric fields// J.Geoph.Res. - 1967. - V.72. - P.6131.
15. *Matthews J.B.* Mass loss and distortion of freely water drops in an electric field// J.Geophys.Res. - 1967. - V.72. - P.3007-3013.
16. *Wilson C.T.R., Teylor J.T.* The bursting of soapbubbles in a uniform electric field// Proc.Camb.Phil.Soc. - 1925. - V.22 - P.728-730.
17. *Macky W.A.* Deformation of soap bubbles in electric fields// Proc.Camb.Phil.Soc. - 1930. -V.26. - N 3. - P.421-429.
18. *Garton C.G., Krasucki Z.* Bubbles in insulating liquids stability in an electric field// Trans.Faraday Soc. - 1964. - V.60. - P.211-226.
19. *O'Konsky Ch.T., Thacher H.C.* The distortion of aerosol droplets by an electric field// J.Phys.Chem. - 1953. - V.57. - P.955-958.
20. *O'Konsky Ch.T., Harris F.G.* Electric free energy and deformation of droplets in electrically conducting system// J.Phys.Chem. - 1957. - V.61. - P.1172-1174.
21. *Bailey A.G.* Energy minimization and charge-to-mass relationships of electrodynamic sprayed liquid droplets// Phys Fluids. - 1974. - V.14. - P.852-853.
22. *Taylor J.* Disintegration of water drops in an electric field// Proc.Roy.Soc.A. - 1964. - V.280. - P.383-397.
23. *Sample S.B., Bollini R., Hendricks C.D.* Quiescent distortion and resonant oscillation of a liquid drops in an electric field// Int.J.Eng.Sci. - 1970. - V.8. - P.97-109.
24. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* Равновесная форма проводящей капли в электрическом поле// ЖТФ. - 1987. - Т.57. - С.1706-1713.
25. *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белавина Е.И.* Устойчивость сферoidalной капли в однородном электрическом поле/ Тр. МЭИ. - 1988. - В.149. - С.121-126.
26. *Бураев Т.К., Пашин М.М.* Качественная картина распыления жидкости в электрическом поле// Электричество. - 1971. - № 4. - С.78-79.
27. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* Неустойчивость капли жидкого диэлектрика/ Тр. МЭИ. - 1986. - В.119. - С.39-49.
28. *Brazier-Smith P.R.* Stability and shape of isolated and pairs of water drops in an electric field// Phys.Rev. - 1971. - V.14. - N 1. - P.1-6.

29. *Abbas M.Q., Latham J.* The disintegration and electrification of charged water drops in an electric field// *Qart.J.R. Met.Soc.* - 1969. - V.95. - P.63-76.
30. *Панченков Г.М., Цабек Л.К.* Поведение эмульсий во внешнем электрическом поле. - М.: Химия, 1969. 154 с.
31. *Dawson G.A., Richards C.N.* Discussion of paper by J.Latham and V.Myers, "Loss of charge and mass from raindrops falling in intense electric fields"// *J.Geophys.Res.* - 1970. - V.75. - P.4589-4592.
32. *Latham J. Myers V.* Loss of charge and mass from raindrops falling in intense electric fields// *J.Geoph.Res.* - 1970. - V.75. - P.515-520.
33. *Brazier-Smith P.R.* The stability of charged drops in uniform electric field//*J.Roy.Met.Soc.* - 1972. - V.98. - P.434-441.
34. *Гзиришвили Т.Г., Маградзе Г.Д.* Исследование условий устойчивости жидкой заряженной капли во внешнем электрическом поле/ Тр. ин-та геофизики АН ГрССР. - Т.52. - 1984. - С.46-51.
35. *Zrníc. D.S., Doviak H.J., Mahapatra P.H.* The effect of charge and electric field on the shape of raindrops // *Radio Science.* - 1984. - V.19. - P.75-80.
36. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* Равновесная форма маленькой свободноподпадающей в электрическом и гравитационном полях заряженной капли: Тез. докл. Всес. конф. по активным воздействиям на гидрометеорологические процессы. - Обнинск, 1987. - С.194-195.
37. *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белафина Е.К.* Равновесная форма заряженной капли в электрическом и гравитационном полях// *ЖТФ.* - 1989. - № 3.
38. *Magradze G.J.* Numerical study of stability conditions of raindrop falling freely in electric field// *Proc.Int.Atm.Electr.* - 1988. - P.297-301.
39. *Magradze G.* Effect of the electrical field on the raindrop shape/ 10-th *Int.Cloud Phys.Conf.:* Preprint. - 1988. - V.1 - P.166-168.
40. *Sherwood J.D.* Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields// *J.Fluid Mech.* - 1988. - V.188. - P.133-146.
41. *Григорьев А.И.* О некоторых особенностях коронного разряда с поверхности тающей градины// *Метеорология и гидрология.* - 1987. - № 1. - С.69-79.
42. *Нестеров С.В.* Параметрическая неустойчивость заряженной капли// *МЖГ.* - 1986. - № 5. - С.170-172.
43. *Григорьев А.И., Гершензон Н.И., Гохберг М.Б.* О природе свечения атмосферы при землетрясениях/ *ДАН СССР.* - 1988. - Т.300. - С.1087-1090.
44. *Григорьев А.И.* Объяснение феномена "курильского света"// *Метеорология и гидрология.* - 1988. - № 5 - С.67-75.
45. *Tonks L.* A theory of liquid surface rupture by a uniform electric field// *Phys.Rev.* - 1935. - V.48. - P.562-568.
46. *Френкель Я.* К теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме// *ЖЭТФ.* - 1936. - Т.6. - С.348-350.
47. *Ryce S.A., Wuman R.R.,* Asymmetry in the electrostatic dispersion of liquids// *Canad. J. Phys.* - 1964. - V.42. - P.2185-2194.
48. *Ryce S.A.* Assymetrie nuclear fission and the lequid drop model// *Nature.* - 1966.-N 5030. - P.1343-1344.
49. *Григорьев А.И.* О механизме неустойчивости заряженной проводящей капли// *ЖТФ.*-1985. Т.55. - В.7. - С.1272-1278.
50. *Григорьев А.И., Синкевич О.А.* К механизму развития неустойчивости капли жидкости в электрическом поле// *МЖГ.* - 1985. № 6. - С.10-15.

51. *Latham J.* The mass loss of water drops falling in electric fields// *Quart.J.R.Met.Soc.* - 1965. - V.91.-N 387. - P.87-91.
52. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* Параметры электростатического распыливания жидкости// *МЖГ.* - 1988. № 2. - С.5-13.
53. *Шевченко С.И.* О соотношении коронного разряда и рэлеевского распада для мелких заряженных капель/ *Тез.Всес.конф."Физика и техника монодисперсных систем"*. - М., 1988. - С.67-68.
54. *Roth D.G., Kelly A.J.* Analysis of the disruption of evaporating charged droplets// *IEEE Trans. on Industry Appl.* - 1983. - V. IA-19. - N 5. - P.771-775.
55. *Elgazaly H.A., Castle G.S.P.* Experimental study on the breakup of charged liquid droplets// *IEEE IAS Conf.Proc.* - Rep.28. - Oct.3. - 1986. - P.1429-1433.
56. *Elghazaly H.A., Castle G.S.P.* Analysis of the instability of charged liquid drops// *IEEE-IAS Conf. Record.* - 1984. - P.1192-1200.
57. *Ryce S.A.* An equilibrium value for the charge-to-mass ratio of droplets produced by electrostatic dispersion// *J.Coll.Sci.* - 1964. - V.19.- P.490-492.
58. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* О возможном механизме возникновения "Огней св. Эльма"// *ЖТФ. Т.54.* - № 7. - С.1276-1283.
59. *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белавина Е.И.* Электростатическое распыливание проводящей жидкости в невесомости: *Тез. докл./ 4-й Всесоюзный семинар по гидромеханике и теплообмену в невесомости.* - Новосибирск, 1987. - С.7-8.
60. *Ширяева С.О., Белавина Е.И.* К механизму формирования ионного пучка при электродиспергировании проводящей жидкости: *Тез. докл. Всес. конф. молодых исследователей "Актуальные вопросы гидрогазодинамики"*. - Новосибирск, 1986. - С.21-22.
61. *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* Механизм полидиспергирования электропроводных жидкостей: *Тез. докл. "Физика и техника монодисперсных систем"*. - М., 1988. - С.83-85.
62. *Григорьев А.И., Земсков А.А., Ширяева С.О.* Параметры электродиспергирования диэлектрических жидкостей: *Сб. научн. тр. МЭИ "Физико-технические проблемы монодисперсных систем"*. - 1988. - В.185. - С.73-78.
63. *Zeleny J.* On the conditions of instability of electrified drops with applications to the electrical discharge from liquid points// *Proc.Camb.Phil.Soc.* - 1915. - V.18. - part 1. - P.71-83.
64. *Zeleny J.* Instability of electrified liquid surfaces// *Phys.Rev.* - 1917. - V.10. - P.1-6.
65. *Zeleny J.* Electrical discharges from pointed conductors// *Phys.Rev.* - 1920. V.16. - S.2. - P.102-125.
66. *English W.N.* Corona from water drop// *Phys.Rev.* - 1948. - V.74. N 2. - P.179-189.
67. *Dawson G.A.* Pressure dependence of water-drop corona onset and its atmospheric importance// *J. Geophys.Res.* - V.74. - N 28. - P.6859-6868.
68. *Ahire D.V., Kamra A.K.* Production of charged monodisperse water droplets by electrical dispersion// *Mausam.* - 1984. - V.35. - P.27-32.
69. *Тиходеев Н.Н.* Дифференциальное уравнение униполярной короны и его интегрирование в простейших случаях // *ЖТФ.* - Т.25. - В.8. - С.1449-1457.
70. *Ватажин А.Б.* и др. *Электрогазодинамические течения.* - М.: Наука, 1983. - 344 С.
71. *Шевченко С.И.* Критические условия возникновения коронного разряда на вытянутых сферoidalных каплях/ *Тез XV Всес. конф. "Актуальные вопросы физики аэродисперсных систем"*. - Одесса, 1989. - Т.1. - С.110.

72. Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б. Теория искры. - М.: Атомиздат, 1975. - 271 с.

73. Latham J. Theoretical and experimental studies of the instability of drops and pair of drops subjected to electrical forces// Planetary electrodynamics. - 1969.- V.1. - P.345-358.

74. Latham J., Roxburgh I.W. Disintegration of pairs of water drops in an electric field// Proc.Roy.Soc. - 1966. - V.A295.- P.84-97.

75. Григорьев А.И., Белавина Е.И. Равновесная форма двух электростатически взаимодействующих капель/ Тез.Всес.конф. по активным воздействиям на гидрометеорологические процессы. - Обнинск, 1987. - С.193 - 194.

76. Войцеховский В.В., Войцеховский Б.Б. Свечение в потоке заряженных капель// Письма в ЖЭТФ. - 1976. - Т.23. - № 1. - С.37-39.

77. Войцеховский В.В. Огни Эльма и свечение на предметах в облаке электрически заряженных капель воды// ДАН СССР. - 1982. - Т.262. - С.84-88.

Рукопись поступила 20.02.91