

Методы теории допусков корпускулярно-оптических систем. (Обзор) / М.И.Явор// Научное приборостроение. — 1991. — Т. 1. — N 3. — С. 9-24.

Рассмотрены методы траекторного анализа корпускулярно-оптических систем с погрешностями изготовления и сборки (метод матриц перехода для случая ошибок установки элементов системы и метод функций влияния), а также методы расчета возмущения электромагнитных полей систем с дефектами изготовления (метод Бертена, метод замены переменных, метод интегральных уравнений "в вариациях", метод расчета возмущения поля секторных дефлекторов; методы, основанные на вариационных принципах конформных отображений). Проанализированы достоинства и недостатки указанных методов, описаны примеры их конкретного применения. Библ. — 41 назв. Ил. — 3.

М.И. Явор

(Институт аналитического приборостроения АН СССР, С.-Петербург)

МЕТОДЫ ТЕОРИИ ДОПУСКОВ КОРПУСКУЛЯРНО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ (ОБЗОР)

Определение допусков на изготовление и сборку является необходимой частью расчета любой электронно- или ионно- оптической системы. Знание допусков позволяет обосновать выбор технологии изготовления ее элементов и порядка их сборки, а также оптимизировать процесс юстировки системы. В отдельных случаях анализ допусков может даже заставить разработчиков прибора отказаться от использования данной конструкции элемента и заменить ее другой. Несмотря на очевидную важность проблемы практически отсутствуют публикации, в которых обобщался бы опыт расчета допусков корпускулярно-оптических устройств. Конечно, каждое такое устройство обладает индивидуальным, присущим только ему набором параметров, на которые нужно определять допуски; поэтому какое-либо систематическое описание влияния этих параметров на качество оптических систем практически невозможно. Однако анализ имеющихся публикаций по расчетам допусков конкретных систем показывает, что в основе таких расчетов лежит некоторая совокупность более или менее общих методов, которые с успехом могут быть применены и в других практических ситуациях. Систематизация методов определения влияния конструктивных погрешностей на свойства оптических систем, выявление достоинств этих методов и их недостатков с указанием конкретных применений и являются задачей настоящего обзора.

Применение метода матриц перехода для расчета влияния на свойства системы погрешностей установки ее элементов

Современные ионно-оптические системы обычно состоят из нескольких элементов (каскадов). Например, статический масс-спектрометр высокого разрешения может включать в себя электростатический секторный конденсатор, магнитный анализатор и несколько квадрупольных линз. Даже при условии идеального изготовления каждого из таких элементов качество всего прибора будет определяться точностью их взаимной установки. Поэтому важной задачей теории допусков многокаскадных ионно- или электронно-оптических систем является расчет влияния на их свойства различных малых погрешностей установки отдельных элементов устройства. Такими погрешностями могут быть смещение и поворот данного элемента относительно предписанного ему положения. Поворот, в свою очередь, может быть обусловлен как наклоном средней плоскости элемента, так и ее поворотом относительно оптической оси.

Наиболее удобным для расчета влияния неточности установки какого-либо элемента системы на ее свойства является метод матриц перехода (см., например, [1]). Одной из ранних работ, посвященных его применению к рассматриваемой задаче, является работа [2]. В ней погрешность установки элемента задавалась в виде его поворота на малый угол $\delta\varphi = (\delta\varphi_1, \delta\varphi_2, \delta\varphi_3)$ и смещения на величину $r = (r_x, r_y, r_z)$. Система координат (X, Y, Z) связывалась с действительным положением элемента, а система координат (x, y, z) —

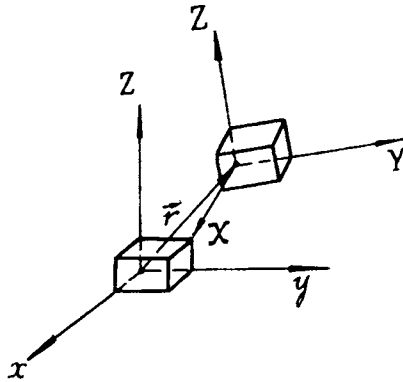


Рис. 1. Система координат, связанная со смещенным и повернутым элементом

с его идеальным положением (рис. 1). Преобразование от одних координат к другим имеет вид

$$\begin{aligned} X &= x + y\delta\varphi_3 - z\delta\varphi_2 + r_x; \\ Y &= -x\delta\varphi_3 + y + z\delta\varphi_1 + r_y; \\ Z &= x\delta\varphi_3 - y\delta\varphi_1 + z + r_z. \end{aligned} \quad (1)$$

Заряженная частица в пространстве (x, y, z) характеризовалась вектором $k = (x, x', y, y', z, 1)$, где штрихи означают производные по z , а в пространстве (X, Y, Z) — вектором $k = (X, X', Y, Y', Z, Z')$. Преобразование, связывающее эти вектора, получалось из условия (1). Оно имеет вид $k = Rk + r$, где

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \delta\varphi_3 & 0 & -\delta\varphi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \delta\varphi_3 & 0 & -\delta\varphi_2 \\ -\delta\varphi_3 & 0 & 1 & 0 & \delta\varphi_1 & 0 \\ 0 & -\delta\varphi_3 & 0 & 1 & 0 & \delta\varphi_1 \\ \delta\varphi_2 & 0 & -\delta\varphi_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \delta\varphi_2 & 0 & -\delta\varphi_1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Если M — параксиальная матрица перехода элемента, связывающая значения вектора k_1 на входе в элемент и k_2 на выходе из него: $k_2 = Mk_1$, то для соответствующих векторов k_1 и k_2 в пространстве (x, y, z) после некоторых преобразований получается следующая искомая связь:

$$k_2 = \Delta^{-1}R^{-1}MR\Delta k_1 + \Delta^{-1}R^{-1}(M - E)r, \quad (2)$$

где E — единичная матрица, Δ — блочно-диагональная матрица, каждый блок которой имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & r_z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Явный вид формулы (2) приведен в работе [2]. Там же проанализированы частные случаи формулы (2) при повороте элемента системы в плоскости (x, y) , при смещении вдоль оси z , при смещении и одновременном повороте его в плоскости (x, z) . Рассмотрены также изменения в размерах пучка, транспортируемого через систему, при неточной установке ее элементов. Полученные результаты использовались при анализе допусков на элементы ахроматической поворотной-фокусирующей системы ввода пучка в синхрофазотрон.

Аналогичный подход к расчету допусков на установку ионно-оптической системы был применен и в работе [3], посвященной исследованию влияния точности этой установки на разрешающую способность двухкаскадного статического масс-спектрометра с двойной фокусировкой. Здесь, однако, влияние взаимного поворота, наклона и смещения средних плоскостей каскадов описывалось некоторой матрицей M , близкой к единичной, связывающей координаты и углы наклона траекторий в системах координат, относящихся к первому и второму каскадам. В этом случае общая матрица перехода системы с учетом неточности установки имела вид $(M_2 M M_1)$, где M_1 и M_2 — матрицы перехода первого и второго каскадов, соответственно. Результаты рассматриваемой работы были использованы для юстировки масс-спектрометра университета в Осака, анализатор которого состоит из цилиндрического электростатического конденсатора, квадрупольной электростатической линзы и магнита с однородным полем. Интересным здесь является то, что исследование изображения, полученного на изготовленном приборе, позволило с помощью разработанной теории оценить значения различных величин, характеризующих взаимное расположение каскадов (сдвиг и поворот), провести необходимую юстировку их положения и вследствие этого поднять разрешающую способность прибора с 15 000 (до юстировки) до 240 000.

Некоторые отдельные вопросы, связанные с установкой элементов ионно-оптических систем, рассматривались и в других работах. Так, в работах [4,5] исследовано возмущение пучка заряженных частиц, вызванное малым сдвигом и поворотом секторного магнитного анализатора. В монографии [6], кроме последней упомянутой задачи, изучается также смещение пучка, обусловленное сдвигом и поворотом квадрупольной линзы.

Следует отметить, что неточность установки оптического элемента не обязательно рассматривать с изложенной выше точки зрения, т.е. как фактор, порождающий дополнительные "фиктивные" элементы со своими, близкими к единичной, матрицами перехода. Можно положить, что совместное смещение электродов (или полюсов) элемента как единого целого есть частный случай произвольного изменения конфигурации элемента, приводящего к возмущению его электромагнитного поля, и, следовательно, к вариации ионно-оптических свойств. Такой взгляд на проблему позволяет включить расчет влияния погрешностей установки элемента системы в общую схему вычисления возмущения матриц перехода элементов, описанную в последующих разделах обзора, и унифицировать таким образом процесс расчета допусков. Так часто поступают при создании компьютерных программ расчета допусков (см., например, [7,8]). Однако этот способ решения задачи более трудоемок, чем рассмотренный выше, поскольку связан с выводом и решени-

ем уравнений траекторий заряженных частиц в возмущенном поле оптического элемента.

Расчет возмущения матриц перехода элементов ионно-оптической системы

Рассмотрим влияние на свойства системы возмущений, вносимых погрешностями изготовления самих элементов системы. Такими погрешностями могут являться нарушения взаимного расположения электродов или полюсов магнита, а также различные искажения их формы, возникшие в процессе изготовления. В этом случае матрица перехода M элемента может быть представлена в виде $M = M_0 + \delta M$, где M_0 — матрица перехода "идеально" изготовленного элемента (с элементами m_{ij}); δM — матрица возмущения с элементами δm_{ij} . Задачей теории допусков является установление связи величин δm_{ij} с набором параметров α_k , описывающих характерные для данного элемента виды дефектов (такими параметрами могут быть, например, малый угол взаимного наклона электродов дефлектора, относительный сдвиг полюсных наконечников отклоняющего магнита, малый эксцентриситет, характеризующий эллиптичность электродов осесимметричных линз и т.д.). Ввиду малости величин α_k искомая связь может быть записана в виде $\delta m_{ij} = \sum_k \alpha_k (\delta m_{ij} / \delta \alpha_k)$, таким образом, ее расчет сводится к определению так называемых функций влияния $w_k^{ij} = \delta m_{ij} / \delta \alpha_k$ (в терминологии работы [9]).

Вычисление функций влияния возможно, если известны вариации электростатического и магнитного полей, отвечающие различным типам дефектов (т.е. разным параметрам α_k). Например, свойства осесимметричных линз определяются их осевыми распределениями потенциала электростатического поля $\Phi(z)$ и индукции магнитного поля $B(z)$. Тогда для определения функций влияния необходимо знание вида функций $\delta \Phi_k(z)$ в разложении возмущения осевого потенциала

$$\delta \Phi(z) = \sum_k \alpha_k \delta \Phi_k(z) \quad (3)$$

и аналогичных коэффициентов в разложении возмущения осевой индукции.

Технику расчета функций влияния кратко проиллюстрируем на примере решения так называемого предельного парааксиального уравнения траекторий в осесимметричных катодных линзах [9]:

$$F(r, \Phi, B) = \Phi(z)r'' + \frac{1}{2}\Phi'(z)r' + \frac{1}{4}\left(\Phi''(z) + \frac{e}{2m}B^2(z)\right)r = 0. \quad (4)$$

В указанной работе в результате варьирования последнего было получено следующее уравнение для вариации δu решения $u(z)$ уравнения (4):

$$F(\delta u, \Phi, B) = -\delta \Phi u'' - \frac{1}{2}\delta \Phi' u' - \frac{1}{4}\left(\delta \Phi'' + \frac{e}{m}B\delta B\right)u,$$

которое было непосредственно решено методом вариации произвольных постоянных. Подстановка в соответствующее решение разложения (3) привела к определению функций влияния для решения $u(z)$. Подходящий выбор ре-

шений $u(z)$ позволил вычислить все функции влияния w_k^j параксиальной матрицы перехода. На основании описанной техники в работе [9] получены явные выражения для функций влияния первого порядка катодных линз в терминах коэффициентов разложения (3) и аналогичного разложения возмущения осевой индукции.

Следует отметить, что влияние некоторых видов дефектов изготовления на качество изображения катодных линз изучалось и в более ранних работах других авторов. В работе [10] исследовалось движение заряженных частиц в катодных линзах с нарушенной осевой симметрией поля, причем считалось, что возмущенное поле обладает двумя плоскостями симметрии. Было изучено возникающее при этом явление приосевого астигматизма, когда фокусировка в двух взаимно перпендикулярных плоскостях симметрии имеет место в различных точках на оси системы (подробное исследование приосевого астигматизма, возникающего из-за малой эллиптичности электродов осесимметричных электростатических линз, имеется в монографии [11]). В работе [12] рассматривались электростатические осесимметричные катодные линзы с плоским катодом, причем предполагалось, что возмущение потенциала имеет вид ряда по азимутальным гармоникам: $\Delta\varphi = \sum_n a_n \varphi_n \cos(n\beta)$, где β — азимутальный угол. Решение уравнения траекторий представлялось в виде ряда по степеням параметров a_n , а также координат источника и модуля начальной скорости. Были получены выражения для коэффициентов аберраций третьего порядка, позволяющие провести анализ фигур рассеяния и оценить влияние отдельных дефектов изготовления и сборки системы.

Наиболее полное исследование влияния нарушений осевой симметрии на качество изображения катодных линз содержится в работе [13], где изучены траектории частиц в катодных линзах с неосесимметричными возмущениями потенциала. В первой части работы построена общая теория пространственных и временных аберраций третьего порядка; во второй части полученные общие соотношения применяются для анализа отдельных часто встречающихся видов возмущения осевой симметрии.

Уравнения движения ионов в цилиндрическом секторном конденсаторе с произвольным плавным возмущением потенциала и его производных на оптической оси, сохраняющим двумерность распределения поля, получены и решены в работе [14]. Ситуация, когда сохранение двумерности поля не предполагалось, была ранее исследована в работе [15], однако в полученном там уравнении траекторий были опущены некоторые члены, определяющие важные свойства системы (такие, как изменение коэффициента дисперсии и расфокусировка изображения). Наиболее общее уравнение траекторий ионов в тороидальном конденсаторе с произвольным гладким возмущением потенциала и его производных на оптической оси получено и решено в работе [16]. Влияние различных видов дефектов изготовления и сборки тороидального секторного энергоанализатора на его ионно-оптические свойства подробно исследовано в работах [16, 17], где получены и проанализированы аналитические выражения для вариации характеристик дефлектора.

Для электростатического анализатора частиц типа цилиндрического зеркала в работе [18] выведены уравнения траекторий в случае двух технологических погрешностей изготовления: несоосности и конусности цилиндрических электродов. Оценены дефекты изображения в цилиндрическом зеркале, фокусирующем по ионно-оптической схеме типа кольцо — ось.

В заключение упомянем о работе [19], в которой обсуждаются аберрации в призматических масс-спектрометрах, обусловленные нарушением двумерности магнитного поля. Здесь, однако, не приводится ни уравнений движения в

возмущенном поле, ни явных выражений для функций влияния, позволяющих оценить величины соответствующих аберраций.

Общие методы расчета возмущений полей корпускулярно-оптических систем

Как указывалось выше, для вычисления функций влияния необходимо знание возмущения электромагнитного поля оптического элемента, обусловленного искажением конфигурации его электродов или полюсов. Задача расчета этого возмущения, как правило, является сложной при определении допусков на изготовление и сборку элемента. Лишь в очень редких случаях удается получить точные аналитические выражения для возмущения полей. Например, в уже упоминавшейся работе [18] в случае несоосности электродов цилиндрического зеркала точное аналитическое решение задачи о возмущении электростатического потенциала получено методом конформных отображений. Тот же метод был применен в работе [20] для вывода аналитического выражения для краевого поля неэкранированного отклоняющего

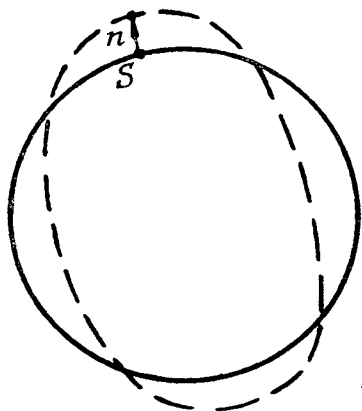


Рис. 2. Границы основной (сплошная линия) и возмущенной (пунктирная линия) областей

дипольного магнита при малом сдвиге края одного из полюсов; там же проанализировано влияние этого возмущения на траектории заряженных частиц в этом краевом поле. Наконец, в работе [21] с помощью перехода к эллиптическим координатам точно решена задача о возмущении электростатического поля линзы, состоящей из двух цилиндров с закрытыми внешними торцами, которое обусловлено эллиптичностью ее электродов.

В наиболее распространенной ситуации, когда получить точное аналитическое решение задачи невозможно, обычно прибегают к помощи метода возмущений. Рассмотрим некоторые варианты метода возмущений, которые можно использовать для устройств с достаточно произвольной конфигурацией полезадающих элементов. Такие методы применимы как для электростатических, так и для магнитостатических устройств, поэтому в дальнейшем при описании методов для определенности, как правило, будет рассматриваться задача расчета возмущения потенциала поля электростатической системы.

Впервые метод возмущений для расчета потенциала при малой деформации электродов электронно-оптических устройств был предложен Бертенем [22]. Хотя в указанной работе обсуждались только осесимметричные системы, мы изложим этот метод в общей форме [23].

В указанных работах ищется потенциал U электростатического поля в некоторой (для простоты — двумерной) области D , граница ∂D которой слабо искажена относительно границы ∂D_0 "основной" области D_0 (рис. 2). В координатах (s, n) , связанных с границей ∂D_0 (s — длина дуги границы, n — отклонение в направлении внешней нормали), это искажение задается урав-

нением $n = \varepsilon f(s)$, где $\varepsilon \ll 1$ — малый параметр, например, максимум расстояния между границами ∂D и ∂D_0 . Тогда решение искомой задачи

$$\Delta U |_{D} = 0, \quad (5)$$

$$U(s, n = \varepsilon f(s)) = g(s) \quad (6)$$

находится в виде разложения

$$U = U_0 + \varepsilon U_1 + \varepsilon^2 U_2 + \dots \quad (7)$$

Подстановка разложения (7) в уравнение (5) и граничное условие (6) приводит к последовательности задач для определения функций U_j :

$$\begin{cases} \Delta U_0 |_{D_0} = 0; \\ U_0(s, 0) = g(s); \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \Delta U_1 |_{D_0} = 0; \\ U_1(s, 0) = -f(s) \frac{\partial U_0(s, n)}{\partial n} \Big|_{n=0}; \end{cases} \quad (9)$$

и т.д. Все эти задачи представляют собой задачи Дирихле для уравнения Лапласа в одной и той же невозмущенной области D_0 . При этом в практических расчетах ограничиваются вычислением только первой поправки U_1 к невозмущенному решению U_0 . Отметим, что рассуждения, совершенно аналогичные приведенным выше, справедливы и в трехмерном случае.

Метод Бертена для расчета возмущения поля в магнитных линзах впервые применил Стэррок в работе [24]. Несколько позже на основе этой работы была создана достаточно общая вычислительная процедура [25]. И в настоящее время метод Бертена остается наиболее широко используемым при оценке допусков. Например, в работе [26] этим методом рассчитывалось поле осесимметричных электростатических систем с электродами произвольной формы при малом нарушении осевой симметрии, выраженном в эллиптичности электродов. Здесь решение невозмущенной задачи выражалось в виде потенциала простого слоя, а возмущение — в виде комбинации потенциалов простого и двойного слоев. Вычислительные программы, основанные на методе Бертена, описаны в работах [7,8]. В первой из этих работ метод возмущений применялся для анализа влияния дефектов изготовления многополюсных отклоняющих устройств (дефлектронов), электроды которых расположены на цилиндрической поверхности. Рассматривались такие дефекты, как смещение и поворот дефлектрона, а также искажение формы сечения цилиндрической поверхности электродов. В последнем случае функция, характеризующая это искажение, разлагалась в ряд Фурье, и исследовались гармонические искажения формы электродов. Анализ влияния указанных дефектов на свойства дефлектронов проведен в работе [27]. В работе [8] описана методика расчета аберраций осесимметричных линз, вызванных сдвигом, поворотом и эллиптичностью отдельных электродов. Вычисление возмущения потенциала поля линз проводится методом конечных разностей. Метод Бертена для расчета возмущения поля, вызванного ис-

кажением формы электродов цилиндрического энергоанализатора, был использован в работе [14].

Широкое распространение метода Бертена обусловлено такими его очевидными достоинствами, как сравнительная простота, единая структура задач (8) и (9) для невозмущенного потенциала и возмущения (а следовательно, и возможность решения их одним и тем же способом), а также применимость для различных классов систем и видов искажений электродных конфигураций. Наряду с этим метод Бертена имеет и существенные недостатки. В представленной форме метод возмущений дает удовлетворительные результаты только при условии гладкости границ основной и искаженной областей, а также непрерывной дифференцируемости функции $g(s)$, которая задает распределение потенциала на электродах системы. Нарушение этих условий приводит к большим ошибкам в определении возмущенного потенциала. Это продемонстрировано, например, в работе [21] путем сравнения точного решения задачи о нарушении осевой симметрии катодной линзы с решением, полученным методом Бертена. В частности, в этой работе показано, что в некоторых случаях деформация электродов не влияет на осевое поле линзы в первом порядке теории возмущения Бертена, хотя точное решение показывает наличие такого влияния.

Сформулированные условия применимости метода Бертена являются весьма жесткими и, конечно, сильно ограничивают круг задач, которые могут быть достаточно точно решены с его помощью. Однако, несмотря на неоднократную критику в различных работах метода Бертена, он продолжает, вероятно, в силу своей простоты и удобства, использоваться даже и в тех случаях [7,8,25-27], когда условия его применимости заведомо нарушаются. Разумеется, при этом получаются лишь очень грубые оценки допусков соответствующих систем.

Альтернативой методу Бертена может служить метод замены переменных. Наиболее общее математическое описание этого метода содержится в работе [28], а одно из применений к задачам электронной оптики — в работе [29]. Проиллюстрируем этот метод на примере рассмотренной в последней работе задачи о малой эллиптичности электродов осесимметричной системы.

Полуоси эллипса, являющегося образующей поверхности деформированных электродов системы, задавались в работе [29] в виде $a = R(1 + \varepsilon)^{1/2}$ и $b = R(1 - \varepsilon)^{1/2}$. После замены исходных декартовых координат на новые $\xi = xR/a$, $\eta = yR/b$, уравнение Лапласа приняло вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}(1 - \varepsilon) + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2}(1 + \varepsilon) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0, \quad (10)$$

а граничные условия для него оказались заданными на цилиндрической поверхности $\xi^2 + \eta^2 = R^2$. Решение уравнения (10) искалось в виде суммы $U = U_0 + \varepsilon U_1$, что привело к следующей системе дифференциальных уравнений:

$$\Delta U_0 = 0; \quad \Delta U_1 = \frac{\partial^2 U_0}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 U_0}{\partial \eta^2}. \quad (11)$$

Функция U_0 удовлетворяет граничным условиям, заданным на осесимметричной поверхности, а U_1 — однородным граничным условиям. В цилиндрической системе координат (r, z, φ) после замены $U_1 = U_1 \cos 2\varphi$ уравнения (11) приняли вид

$$\frac{\partial^2 U_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_0}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \tilde{U}_1}{\partial z^2} - \frac{4}{r^2} \tilde{U}_1 = \frac{\partial^2 U_0}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial U_0}{\partial r}.$$

Таким образом, исходная задача была сведена к совокупности невозмущенной задачи и некоторому дополнительному неоднородному уравнению с однородными граничными условиями. Последнее решалось численным (сеточным) методом. В работе [29] рассмотрен пример расчета таким способом возмущения потенциала иммерсионной линзы, состоящей из двух толстостенных цилиндрических электродов.

Метод замены переменных свободен от недостатков, присущих методу Бертена. Однако он не получил широкого распространения на практике, поскольку пригоден для исследования только некоторой совокупности "модельных" искажений, описывающихся заранее заданными заменами переменных. К тому же каждая такая замена порождает свое, отличное от случаев других искажений, уравнение для определения возмущения поля, что неудобно с точки зрения построения эффективных алгоритмов расчета.

Для случая сложных электродных конфигураций и произвольных возмущений формы границ, когда неэффективны методы, описанные выше, М.А.Монастырским в работе [30], был предложен общий метод интегральных уравнений "в вариациях". В первой части этой работы в общем трехмерном случае выведено интегральное уравнение для возмущения поверхностной плотности заряда, вызванного произвольной малой деформацией электродов и возмущением граничных условий, а также установлено соответствие между решением уравнения в вариациях и возмущением электростатического потенциала в произвольной точке пространства. Основные идеи метода М.А.Монастырского заключаются в следующем.

Потенциал φ в произвольной точке P невозмущенной области представляется в виде

$$\varphi_P = \int_{\Gamma} \frac{\sigma_Q dS_Q}{r_{PQ}}, \quad (12)$$

где Γ — граница области, $Q \in \Gamma$; r_{PQ} — расстояние между точками P и Q , а поверхностная плотность заряда σ_Q удовлетворяет интегральному уравнению Фредгольма первого рода

$$\int_{\Gamma} \frac{\sigma_Q dS'_Q}{r_{PQ}} = U_P, \quad (13)$$

где U_P — заданный потенциал в точке P , расположенной на границе области. Точки границы Γ (или любой из ее компонент) параметризуются переменными u, v , заполняющими некоторую плоскую область D . В координатах (u, v) уравнение (13) имеет вид

$$\int_D \sigma_Q G_{PQ} du dv = U_P, \quad (14)$$

где $G_{PQ} = J_Q / r_{PQ}$; J_Q — якобиан преобразования координат.

Произвольное малое возмущение поверхности Γ записывается в параметрическом представлении

$$r_{\tilde{P}} = r_P(u, v) + \delta r_P(u, v), \quad (15)$$

где $r_P(u, v)$ — параметрическое представление невозмущенной поверхности Γ . При этом возмущенная поверхность $\tilde{\Gamma}$ параметризована в той же области D изменения параметров (u, v) , что и невозмущенная поверхность. Возмущение граничных условий определяется соотношением

$$U_{\tilde{P}}(u, v) = U_P(u, v) + \delta U_P(u, v), \quad (16)$$

где точка \tilde{P} является образом точки P при соответствии (15).

На поверхности $\tilde{\Gamma}$ реализуется некоторое новое возмущенное распределение поверхностной плотности заряда $\tilde{\sigma}_Q$, которое представляется в виде

$$\tilde{\sigma}_Q(u, v) = \sigma_Q(u, v) + \delta \sigma_Q(u, v). \quad (17)$$

Варьированием уравнения (14) с учетом соотношений (16), (17) автор работы [30] пришел к искомому интегральному уравнению для вариации $\delta \sigma$:

$$\int_D \delta \sigma_Q G_{PQ} dudv = \delta U_P - \int_D \sigma_Q \delta G_{PQ} dudv, \quad (18)$$

являющемся уравнением Фредгольма первого рода на невозмущенной границе области, в которой ищется решение. После решения уравнения (18) соответствующее возмущение потенциала φ_P в произвольной точке P пространства вычисляется по формуле

$$\delta \varphi_P = \int_D (\delta \sigma_Q G_{PQ} + \sigma_Q \delta G_{PQ}) dudv.$$

В работе [30] содержатся явные выражения для вариации ядра $\delta G_{PQ} = \delta r_P G_{PQ} + \delta Q G_{PQ}$.

При практической реализации интегрального метода весьма существенно, что уравнение в вариациях и основное уравнение имеют одно и то же ядро G_{PQ} , поэтому совпадают и матрицы их дискретных аналогов; это позволяет существенно повысить эффективность вычислительного процесса. Кроме того, можно показать, что эта эффективность тем выше, чем меньше варьируемая часть границы.

Общие построения, реализованные в первой части работы [30], конкретизированы в ее второй части применительно к случаю осесимметричных электронно-оптических систем при осесимметричных возмущениях формы полезадающих электродов. Там же отдельно выписаны формулы для наиболее важных часто встречающихся типов деформации электродов: переноса образующей электрода, ее поворота вокруг растяжения или сжатия электрода, изменения радиуса сферической образующей электрода. Распространение результатов на случай нарушения осевой симметрии приведено в работе [31]. Обобщение интегрального метода в вариациях для уравнений Фредгольма второго рода содержится в работе [32].

Интегральный метод в вариациях для расчета допусков и оптимизации корпускулярно-оптических систем в настоящее время реализован в пакетах прикладных программ, использующих для расчета поля систем метод интегральных уравнений. Сведения об этих пакетах можно найти в работах [33,34].

Расчет возмущений полей секторных deflectоров

Общие методы расчета возмущений полей корпускулярно-оптических систем, описанные в предыдущем разделе, требуют применения численных процедур вычисления поля, и, таким образом, за редким исключением (примером которого может служить уже упоминавшаяся работа [14]) не позволяют получить аналитические выражения для возмущенного поля. Поэтому в тех случаях, когда это возможно, стараются применять способы расчета, приводящие к аналитическим формулам. Пример систем, для которых существует подобный способ, дают секторные deflectоры заряженных частиц на основе электростатических конденсаторов и однородных или неоднородных магнитов, зазор между электродами или полюсами которых мал по сравнению с радиусом осевой траектории пучка частиц. Метод расчета электростатического поля в цилиндрическом конденсаторе со слабодеформированными электродами был разработан в работе [15], а затем обобщен на случай тороидальных электродов независимо в работах [35,36] (частный случай нарушения симметрии электродов относительно средней плоскости тороидального конденсатора при сохранении осевой симметрии был раньше рассмотрен в работе [37]). Однако обобщение, предложенное в первой из этих работ, является не совсем корректным (поскольку значения коэффициентов использованных в ней асимптотических разложений для потенциала электростатического поля растут с увеличением номера члена разложения), и часть приведенных в ней результатов неверна. Поэтому мы изложим метод расчета поля так, как он представлен в работе [36].

В этой работе предполагалось, что образующие поверхностей электродов тороидального конденсатора являются дугами окружностей, радиусы которых R_1 и R_2 мало отличаются друг от друга ($|R_2 - R_1| \ll \min\{R_1, R_2\}$), а центры могут и не совпадать (рис.3). Эти дуги пересекаются со средней плоскостью конденсатора $z = 0$ в точках с координатами r_1 и r_2 , причем $r_1 = r_0 - b$, $r_2 = r_0 + b$, где r_0 — радиус оси пучка частиц в анализаторе. Были введены безразмерные цилиндрические координаты $\eta = (r - r_0) / r_0$, $\xi = z / r_0$. Малость отличия радиусов R_1 и R_2 аксиальной кривизны электродов позволила записать в этих координатах уравнения образующих поверхностей электродов в виде $\eta = F(\xi) + \varepsilon f_t(\xi)$, где $\varepsilon = b / r_0 \ll 1$ — малый параметр, $F(\xi) = -c_0 \xi^2 / 2 - c_0^3 \xi^4 / 8 - \dots$, $c_0 = r_0 / R_0$, $R_0 = (R_1 + R_2) / 2$, f_t — некоторые функции, вид которых определяется положением центров кривизны образующих поверхностей электродов, причем $f_1(0) = -1$, $f_2(0) = 1$ (индекс $t = 1$ относится к внутреннему электроду, $t = 2$ — к внешнему).

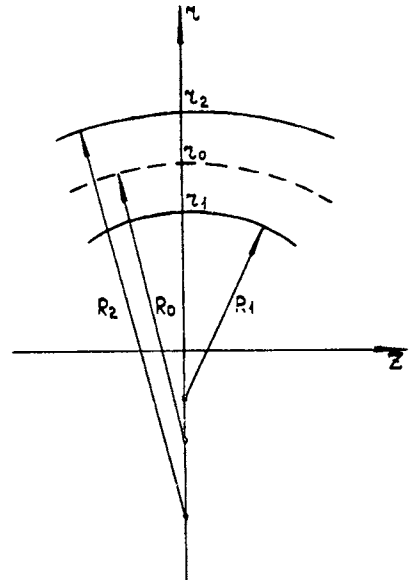


Рис. 3. Образующие электродов тороидального конденсатора

Уравнения слабдеформированных электродов представлялись в форме $\eta = F(\xi) + \varepsilon h_i(\xi)$, где $h_i(\xi) = f_i(\xi) + f_i(\xi, \varphi)$, функции $f_i(\xi, \varphi)$ описывают деформацию электродов, $|f_i| \ll 1$. Потенциал поля деформированного тороидально-го конденсатора искался как решение уравнения Лапласа

$$\Delta U(\eta, \xi, \varphi) = 0 \quad (19)$$

с граничными условиями

$$U(F(\xi) + \varepsilon h_i(\xi, \varphi), \xi, \varphi) = \varepsilon E_t, \quad (20)$$

где $E_t = r_0 V_t / b$, V_t — потенциалы электродов, в виде разложения

$$U(\eta, \xi, \varphi) = \sum_{i,j,k,n=0}^{\infty} \frac{1}{i!j!k!} a_{ijk}^{(n)} \eta^i (\varphi - \varphi_0)^j \xi^k \varepsilon^n$$

в окрестности произвольной точки на оси пучка, характеризуемой значением азимутального угла φ_0 . Подстановка этого ряда в уравнение (19) и граничные условия (20) привели к сложной системе рекуррентных алгебраических уравнений для коэффициентов $a_{ijk}^{(n)}$. В результате потенциал U принял вид

$$U(\eta, \xi, \varphi) = [a_{00} + \alpha_{00}(\varphi)] + \alpha_{01}(\varphi)\xi + [a_{10} + \alpha_{10}(\varphi)]\eta + \\ + \frac{1}{2} [a_{20} + \alpha_{20}(\varphi)]\eta^2 + \alpha_{11}(\varphi)\xi\eta + \dots,$$

где a_{ik} — коэффициенты разложения невозмущенного поля конденсатора; $\alpha_{ik}(\varphi)$ — функции, описывающие возмущение поля. Эти функции приведены в работе [17].

Вообще говоря, метод разложения в ряд в окрестности выбранной точки применим для расчета поля в зазоре между двумя произвольными близко расположенными искривленными поверхностями. Поэтому его можно с успехом использовать для анализа влияния на поле системы деформации ползающих элементов не только тороидальных энергоанализаторов, но и некоторых других систем, в том числе и упоминавшихся выше отклоняющих секторных магнитов.

Применение для расчета возмущений полей вариационных формул метода конформных отображений

В случае, когда поле системы двумерно и сформировано с помощью достаточно простой конфигурации ползающих элементов, а искажение этой конфигурации не нарушает двумерности поля, для расчета возмущения последнего можно пользоваться вариационными формулами метода конформных отображений [38]. Такой способ был использован в работе [39] при вычислении поля неточно собранной магнитной квадрупольной линзы. Для этого сначала было найдено конформное отображение $\zeta(z)$ области, лежащей в верхней полуплоскости переменной $z = x + iy$, $y > 0$, и ограниченной, с одной стороны, двумя гиперболами $2|xu| = 1$, а с другой стороны — вещественной осью, на единичную полосу $0 < \eta < 1$ плоскости переменной $\zeta = \xi + i\eta$. Это отображение имеет вид

$$\operatorname{ch} \frac{\pi \xi}{2} = e^{\pi z^2 / 2}. \quad (21)$$

Для полюсов, по форме близких к гиперболическим, границы полосы на плоскости ξ , полученной с помощью отображения (21), описываются уравнениями $\eta^{(1)} = 1 - F_1(\xi)$, $\eta^{(2)} = -1 + F_2(\xi)$. В условиях гладкости искажений F_1 и F_2 (т.е. малости как их самих, так и их производных), опираясь на приведенные в книге [38] вариационные формулы конформных отображений, была найдена функция $\tilde{\xi}(\xi)$, отображающая область, близкую к полосе $|\eta| < 1$, на полосу $|\tilde{\eta}| < 1$:

$$\begin{aligned} \tilde{\xi} = & \xi + \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} [F_1(t) + F_2(t)] \operatorname{th} \frac{\pi(\xi - t)}{2} dt + \\ & + \frac{i}{4} \int_{-\infty}^{\infty} [F_1(t) - F_2(t)] \frac{dt}{\operatorname{ch} \frac{\pi(\xi - t)}{2}} + \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} [F_1(t) + F_2(t)] \operatorname{cth} \frac{\pi t}{2} dt. \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом, соотношение (21) позволило получить связь между искажениями профиля гиперболических полюсов и возмущениями границ полосы на плоскости ξ , т.е. найти соответствующие этим искажениям функции F_1 и F_2 , а формула (22) — определить возмущение потенциала поля при этом искажении, выраженное в переменных ξ и η . Обратный переход с помощью отображения (21) привел к искомому выражению для возмущения потенциала поля квадрупольной линзы в исходных координатах.

На основании описанной методики в работе [39] был проведен гармонический анализ поля магнитной квадрупольной линзы при ошибочном расположении одного из полюсных наконечников и получены соотношения, позволяющие при известных допустимых значениях амплитуд нелинейных гармоник поля, отклонении оптического центра линзы от геометрического, допустимом разбросе градиента основного квадрупольного поля и углов поворота средней плоскости линзы определить требования к точности сборки линзы. В дальнейшем в работе [40] вариационный метод был обобщен на случай формы полюсов, отличной от гиперболической. Здесь же был подробно исследован вопрос о возможности независимой компенсации различных паразитных гармоник поля с помощью намеренных искажений профиля полюсных наконечников.

Описанный выше метод (также, как и метод, обсуждавшийся в предыдущем разделе) применим в ситуациях, когда возмущение формы ползающих элементов является плавным. В работе [41] предложен способ расчета возмущения поля в цилиндрическом электростатическом энергоанализаторе, вызванного локальным дефектом изготовления типа протяженной поперечной царапины. Этот способ опирается на комбинированное применение идей вариационных методов конформных отображений и метода сращивания асимптотических разложений. Деформированная область, в которой ищется поле, в цилиндрических координатах задавалась соотношением

$$r_1 [1 + \rho(\varphi)] < r < r_2, \quad (23)$$

где r_1 и r_2 — радиусы кривизны электродов конденсатора, а функция $\rho(\varphi)$, определяющая дефект, удовлетворяла условиям $\rho(\varphi) \sim \varepsilon$, $\rho'(\varphi) \sim 1$, $\rho(\varphi) = 0$ при $|\varphi - \varphi_0| \geq \varphi_1$, $\varphi_1 \sim \varepsilon$ ($\varepsilon \ll 1$ — малый параметр).

С целью получения аналитической формулы для потенциала возмущенного поля в рассматриваемой работе было построено вспомогательное конформное отображение полосы на плоскости $z = x + iy$, заданной условием

$$Y(x) < y < 1, \quad (24)$$

где $Y(x) = (\ln R)^{-1} \rho(\varphi_0 - x \ln R)$, $R = r_2/r_1$, на единичную полосу $0 < \eta < 1$ на плоскости $w = \xi + i\eta$. Поскольку обратное отображение $z = g(w) = x(w) + iy(w)$ представляется интегралом Шварца

$$g(w) = w - \frac{1}{2} \int_{-\xi_1}^{\xi_1} y(t) \operatorname{cth} \frac{\pi(w-t)}{2} dt, \quad (25)$$

где $\xi_1 = f(x_1)$, $x_1 = \varphi_1 (\ln R)^{-1}$, то из (25) была найдена асимптотика искомого отображения при $|z| \gg x_1$:

$$w = z + \frac{Q}{2} \operatorname{cth} \frac{\pi z}{2}, \quad Q = \int_{-\xi_1}^{\xi_1} y(t) dt. \quad (26)$$

Наибольшую сложность представило вычисление величины Q . Для ее определения в работе [41] было получено уравнение для функции $y(t)$, а также оценки значения Q для некоторых характерных видов функции $\rho(\varphi)$, позволяющие избежать трудоемкой процедуры решения этого уравнения. В результате последовательного применения конформного отображения области (23) на полосу (24) и отображения (26) было выведено следующее аналитическое выражение для возмущения потенциала δU , вызванного наличием локального дефекта:

$$\delta U(r, \varphi) = -\frac{VQ}{2} \frac{\sin \left(B \ln \frac{r}{r_1} \right)}{\operatorname{ch} [B(\varphi - \varphi_0)] - \cos \left(B \ln \frac{r}{r_1} \right)},$$

где $B = \pi (\ln R)^{-1}$, V — разность потенциалов между обкладками конденсатора. Поскольку $r_2 - r_1 \ll r_1$, то $B \gg 1$, то и возмущение потенциала также является локальным. Последнее обстоятельство позволило получить в работе [41] очень простые аналитические формулы для вариаций свойств цилиндрического энергоанализатора, обусловленных дефектами типа поперечных царапин.

Отметим в заключение, что подобный метод расчета влияния локальных дефектов может быть применен и к другим системам с двухмерным полем, если существует конформное отображение полевой области этих систем на единичную полосу. Примером такой системы может служить рассматривавшаяся в настоящем разделе квадрупольная линза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wollnik H. Optics of charged particles. - Orlando: Acad. Press, 1987. - 193 p.

2. Баженова И.М., Зиновьев Л.П., Федоров Р.Н. Ошибки юстировки в элементах ионно-оптической системы и их влияние на уравнения движения частицы: Препринт Р9-3552/ОИ2И. - Дубна, 1967. - 16 с.

3. Matsuda H., Matsuo T., Takahashi N. // Int.J.Mass Spectr. Ion Phys. - 1977. - V.25.-№ 2.-P.229-236.

4. Brown K., Rothacker F., Carey D., Iselin C. // Nucl. Instr. Meth.-1977.-V.141.-№ 3.-P.393-399.
5. Малов А.Ф., Трубочеев Г.М. // Научные приборы.-1978.-№ 18.-С.34-39.
6. Carey D.C. The optics of charged particle beams. - London: Harwood Acad.Publ.,1987.-298 p.
7. Tsumagari T., Murakami J., Ohiwa H., Noda T. // J.Vac.Sci. Technol. B.- 1986.-V.4.-№ 1.-P. 140-142.
8. Munro E. // J.Vac.Sci.Technol. B.- 1988.-V.6.-№ 3.-P.941-948.
9. Монастырский М.А. // ЖТФ.- 1978.-Т.48.-№11.-с.2228-2234.
10. Воробьев Ю.В. // ЖТФ.-1959.-Т.29.-№ 5.-С.589-596.
11. Сташкевич А.М. Электронная оптика электростатических полей, не обладающих осевой симметрией. - М.:Физматгиз. 1959.- 251 с.
12. Дер-Шварц Г.В., Куликов Ю.В. // Радиотехника и электроника. 1968.-Т.13.-№ 12.-С. 2223-2227.
13. Колесников С.В., Монастырский М.А. // ЖТФ.-1988.-Т.58.-№ 1.-С.3-19.
14. Явор М.И. - В кн.: Научное приборостроение. Электронно-ионная оптика. -Л.: Наука, 1989. С.61-66.
15. Voerboom A.J.H. // Int.J.Mass Spectr.Ion Phys.-1976.-V.22.-№ 3/4.-P.259-271.
16. Явор М.И. Теория допусков секторных электростатических энергоанализаторов: Препринт № 30/НТО АН СССР. -Л., 1989.- 24 с.
17. Явор М.И. // ЖТФ.- 1990.-Т.60.-№ 4.-С.174-176.
18. Зашквара В.В., Ильин А.М. // ЖТФ.-1973.-Т.43.-№ 9.-С.1843.1852.
19. Еленгеев А.К., Зернов А.А., Кельман В.М., Назаренко Л.М. // Письма в ЖТФ.-1985.-Т.11.-№ 11.-С.659-663.
20. Voerboom A. J. H. // Nucl.Instr.Meth.-1987.-V.A258.-№ 3.-P.412-416.
21. Власов А.Г., Шахматова И.П. // ЖТФ.-1962.-Т.32.-№ 6.-С.695-705.
22. Bertein F. // Comp.Ren.Acad.Sci.-1947.-V.224.-№ 2.-P.106-107.
23. Линь Цзун-Чи // Докл.АН СССР.- 1964.-Т.157.-№4-С.784-787.
24. Sturrock P.A. // Phi. Trans.Roy.Soc.-1951.-V.A243.-№ 868.-P.387-429.
25. Archard G.D. //J.Sci.Instr.-1953.-V.30-№ 10.- P.352-358.
26. Романив Л.Е. // Вычислит. и прикл. мат.- 1974.-№ 22.-С.94-101.
27. Tsumagari T., Murakami J., Ohiwa H., Noda T. // Jap.J.Appl. Phys.- 1987.-V.26.-№ 10.-P.1772-1776.
28. Saito T. // J.Phys.Soc.Japan.-1960.-V.15.-№ 11.-P.2069-2080.
29. Дер-Шварц Г.В., Куликов Ю.В. // Радиотехника и электроника.- 1962.-Т.7.-№ 12.-С.2067-2071.
30. Монастырский М.А. - В кн.: Численные методы решения задач электронной оптики.- Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1979.-С.108-136.
31. Монастырский М.А., Колесников С.Р. // ЖТФ.-1983.-Т.53-№ 9.-С.1668/1677.
32. Фрейнкман Б.Г. - В кн.: Алгоритмы и методы расчета электронно-оптических систем. -Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1983.-С.66-70.
33. Ильин В.П., Катешов В.А., Куликов Ю.В., Монастырский М.А. Численные методы оптимизации эмиссионных электронно-оптических систем. - Новосибирск: Наука, 1987.-192 с.
34. Иванов В.Я. Методы автоматизированного проектирования приборов электроники. Ч.1,2. - Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1986.-377 с.

35. *Voerboom A.J.H.* // *Int.J.Mass Spectr.Ion Proc.*-1989.-V.93.-№ 3.-P.267-282.
36. *Явор М.И.* - В кн.: *Научное приборостроение. Электронно-ионная оптика.*-Л.: Наука, 1989.-С.66-71.
37. *Малов А.Ф., Трубочеев Г.М.* // *Научные приборы.*-1979.-№ 19.-С.57-59.
38. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* *Методы теории функций комплексного переменного.* - М.: Наука, 1965.- 716 с.
39. *Дойников Н.И.* - В кн: *Электрофизическая аппаратура. Вып.4.*- М.: Атомиздат, 1966.-С.84-98.
40. *Дойников Н.И., Самсонов Г.Н.* // *ЖТФ.*-1989.-Т.59.-№ 7.-С.138-145.
41. *Явор М.И.* // *ЖТФ.*-1989.-Т.59-№ 4.-С.123-127.

Рукопись поступила 08.01.91