

Оптимальные бинарные маски оптических Адамар-спектрометров в режиме счета фотонов / В.П.Козлов, Е.В.Седунов, Л.П. Попова // Научное приборостроение. — 1991. — Т. 1. № 2. — С. 104-119.

Предложен алгоритм расчетов D - , A - и E -оптимальных бинарных масок оптических Адамар-спектрометров в режиме счета фотонов и проведено численное сравнение достигаемых точностных характеристик с аналогичными характеристиками сканирующего спектрометра и классического Адамар-спектрометра. Показано, как путем оптимального выбора числа пропускающих и задерживающих элементов бинарной маски можно существенно улучшить информационные характеристики Адамар-спектрометра в присутствии статистических флуктуаций потока частиц. Библ. — 7 назв. Ил. — 5. Табл. — 1.

нулю. Если A_2 и A_3 равны нулю одновременно, то значения A_6/D_z , A_7/D_z и A_8/D_z , определяемые из (12)–(14), также зависят только от угла входа θ_0 . При значениях θ_0 , которым соответствует $\text{tg } \theta_0 \gg 1$, отношения коэффициентов хроматической аберрации к дисперсии быстро растут с ростом θ_0 и для применимости теории аберраций необходимо, чтобы выполнялись условия

$$\varepsilon \text{tg}^2 \theta_0 \ll 1, \quad \alpha_0 \text{tg} \theta_0 \ll 1.$$

Следует отметить, что в энергоанализаторах с высоким качеством фокусировки по углу расходимости в средней плоскости большая величина хроматической аберрации может привести к уменьшению их разрешающей способности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фшкова Т.Я. // ЖТФ. - 1987. - Т. 57. - № 7. - С. 1358–1364.
2. Карецкая С.П., Сайченко Н.Ю. // Тезисы докл. X Все-союзн. семинара по методам расчета ЭОС. — Львов, 1990. - С. 69.

Рукопись поступила 17.12.90

В.П.Козлов, Е.В.Седунов, Л.П.Попова
(Институт аналитического приборостроения АН СССР,
Ленинград)

ОПТИМАЛЬНЫЕ БИНАРНЫЕ МАСКИ ОПТИЧЕСКИХ АДАМАР-СПЕКТРОМЕТРОВ В РЕЖИМЕ СЧЕТА ФОТОНОВ

Современные оптические Адамар-спектрометры [1] в качестве узла селекции измеряемых спектральных компонент сигнала используют бинарные кодирующие маски, состоящие из узких вырезов и перемычек. Вырезы являются пропускающими элементами маски, а перемычки — поглощающими для светового потока, поступающего на вход фотоприемника и несущего информацию о спектральном (пространственном) распределении $\eta(x)$ исследуемой физической величины $x \in X \subset R^q$ (в практических задачах размерность $q = 1$ или 2). Если область регистрации X разбита на m элементов размещения, то такое же число элементов имеется в маске. В ходе измерений бинарные маски перестраивают l раз (по числу измерений). При этом расположе-

ние вырезов и перемычек в каждой маске задается расположением единиц и нулей в строках $(0, 1)$ — матрицы измерений F размерности $l \times m$. В такой мультиплексной системе фотоприемник в каждом измерении регистрирует интегральный световой поток в полосах пропускания бинарной маски.

Как известно, потоки фотонов флуктуируют во времени в соответствии со своей квантовой природой. Если квантовые или статистические, как чаще говорят, флуктуации малы по сравнению с тепловыми флуктуациями приемника излучения, и приемник работает в аналоговом режиме, то оптимально рассчитанной системе бинарных масок [1-3] соответствует схема классического Адамар-спектрометра, которая обеспечивает предельный выигрыш мультиплексности и обладает высокой светосилой. Если же статистическими флуктуациями нельзя пренебречь по сравнению с шумами измерительной аппаратуры, применяют счетный режим работы приемника. Важно подчеркнуть, что присутствие статистических флуктуаций сигнала ухудшает информационные характеристики спектрального прибора, и режим измерений, соответствующий классическому Адамар-спектрометру, в этих условиях уже не является оптимальным.

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы, опираясь на предыдущие теоретические исследования [4-6], предложить алгоритмы расчетов оптимальных (по трем наиболее распространенным критериям) бинарных масок и провести численное сравнение достигаемых точностных характеристик с аналогичными характеристиками сканирующего спектрометра и классического Адамар-спектрометра.

Физический аспект и постановка задачи

Рассмотрим процесс измерений потока фотонов в оптическом Адамар-спектрометре на основе мультиплексной системы, состоящей из сменной бинарной маски (БМ), оптической линзы (Л) и фотоприемника (Ф) (рис. 1). Даже без учета статистических флуктуаций доступными измерению в таком эксперименте оказываются только значения линейных ограниченных функционалов от неизвестного распределения $\eta(x)$, а не значения его в точках:

$$u_j(\eta) = \int_x a_j(x) \eta(x) \mu(dx), \quad j \in 1 : n,$$

где $\{a_j(x)\}_{j=1}^n$ — аппаратные функции, физически реализованные бинарными масками, т.е. $a_j(x) = 0$ или 1 , $j \in 1 : n$, для μ — почти всех x из X ; μ — заданная мера на X . Этой схеме отвечает некоторое разбиение анализируемой области на непесекающиеся подобласти $\{\Delta_k\}_{k=1}^m$, $X = \bigcup_{k=1}^m \Delta_k$, $\Delta_i \cap \Delta_k = \emptyset$,

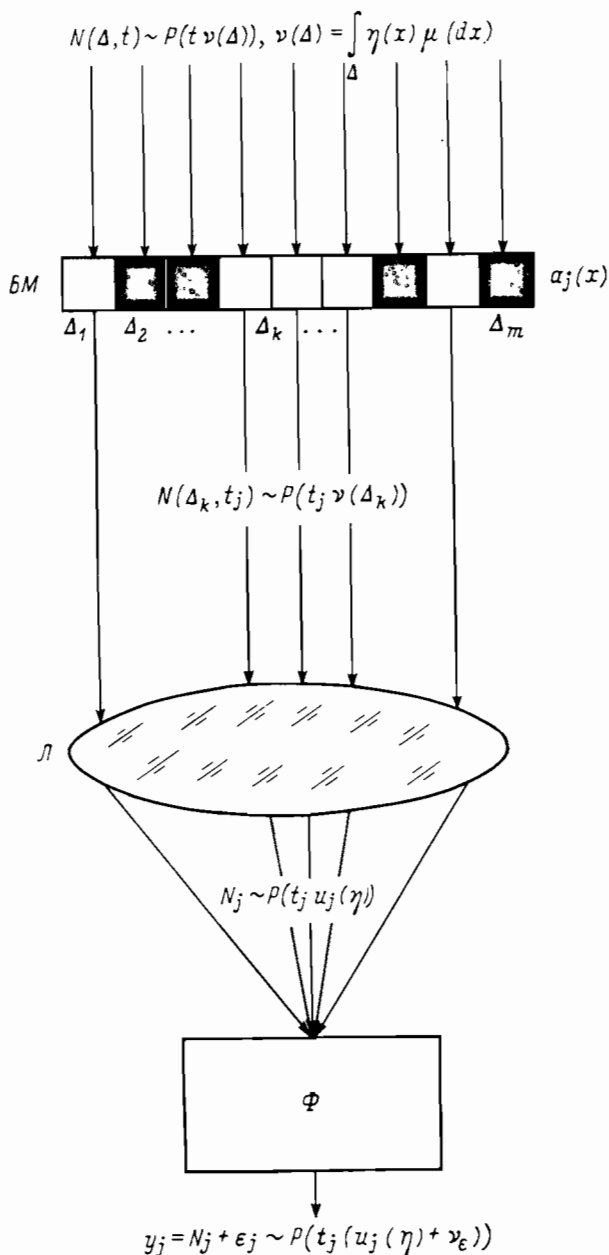


Рис. 1. Мультиплексный принцип измерения плотности пуассоновского потока фотонов в оптическом Адамар-спектрометре

$i \neq \kappa$, внутри которых распределение $\eta(x)$ усредняется. Математически это означает, что $\eta(x)$ представляется в виде разложения по базису Адамара, составленному из кусочно постоянных функций вида

$$\varphi_{\kappa}(x) = \mu^{-1}(\Delta_{\kappa}) \chi_{\Delta_{\kappa}}(x),$$

т.е.

$$\eta(x) = \sum_{\kappa=1}^m \theta_{\kappa} \varphi_{\kappa}(x), \quad (1)$$

где $\chi_{\Delta_{\kappa}}(x)$ — индикатор множества Δ_{κ} , θ_{κ} , $\kappa \in 1 : m$ — неизвестные параметры.

Будем считать, что интенсивность потока фотонов $\nu(\Delta_{\kappa})$, т.е. среднее количество частиц, испускаемых источником в единицу времени в спектральной подобласти Δ_{κ} ($\kappa \in 1 : m$), не зависит от времени и характеризуется плотностью падающего потока $\eta(x)$:

$$\nu(\Delta_{\kappa}) = \int_{\Delta_{\kappa}} \eta(x) \mu(dx) = \theta_{\kappa}.$$

Обозначим через $N(\Delta_{\kappa}, t)$ число частиц из спектральной подобласти Δ_{κ} , прошедших на приемник за время t . Из-за статистических флуктуаций величина $N(\Delta_{\kappa}, t)$ является случайной в многократно повторяющихся экспериментах. Из физических соображений нетрудно обосновать, что в фотонной спектроскопии, как правило, вероятностная модель потока частиц адекватно описывается распределением Пуассона:

$$P \{N(\Delta_{\kappa}, t)\} = \frac{[t\nu(\Delta_{\kappa})]^{N(\Delta_{\kappa}, t)}}{[N(\Delta_{\kappa}, t)]!} e^{-t\nu(\Delta_{\kappa})},$$

причем при любом разбиении области X числа частиц, соответствующие непересекающимся подобластям, предполагаются независимыми.

Если в каждом j -м опыте ($j \in 1 : n$) перед фотоприемником установлена бинарная маска с функцией пропускания (аппаратной функцией) $a_j(x)$, то вся информация о процессе заключается в числе N_j частиц, поступивших на приемник за время накопления t_j . Очевидно, что величина N_j , как сумма независимых пуассоновских случайных величин, распределена по закону Пуассона:

$$N_j \sim P(t_j, \nu_{N_j}), \quad \nu_{N_j} = \int_x a_j(x) \eta(x) \mu(dx) = u_j(\eta).$$

С учетом шума приемника результат j -го измерения представляется в виде

$$y_j = N_j + \varepsilon_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где для упрощения задачи примем, что ε_j — также пуассоновская случайная величина: $\varepsilon_j \sim P(t_j, \nu_\varepsilon)$.

Итак, в принятых допущениях эксперимент заключается в наблюдениях чисел случайных пуассоновских событий $Y_j \in P(Ey_j)$, $j = 1, 2, \dots, n$, $E y_j = t_j(u_j(\eta) + \nu_\varepsilon)$.

В схеме (2) под режимом измерений ξ потока частиц естественно понимать совокупность функционалов u_1, \dots, u_n или аппаратных функций $a_1(x), \dots, a_n(x)$ бинарных масок, на которых производятся наблюдения, и соответствующих им интервалов времен t_1, \dots, t_n накопления, нормированных на общее время эксперимента $T = \sum_{j=1}^n t_j$:

$$\xi = (u_1, \dots, u_n; p_1, \dots, p_n) \text{ или } \xi = (a_1(x), \dots, a_n(x); p_1, \dots, p_n), \quad (3)$$

где $u_j \in U_{0,1}$ $\left\{ \begin{array}{l} u: u(\eta) = \int a(x) \eta(x) \mu(dx), \\ a(x)(1-a(x)) = 0 \pmod{\mu} \end{array} \right\}$, $p_j = t_j / T$, $j \in 1 : n$. — веса наблюдений.

С учетом (1) задача состоит в выборе режима ξ , исходя из требования наилучшего (в некотором смысле) оценивания параметров $\{\theta_\kappa\}_{\kappa=1}^m$ плотности $\eta(x)$. Так как распределение случайных результатов наблюдений задано, то для получения оценки $\hat{\theta}$ вектора $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)^T$ естественно использовать метод максимального правдоподобия. Качество этих оценок определяется информационной матрицей Фишера, нормированной на общее время эксперимента:

$$M(\xi, \theta) = (M_{ik}(\xi, \theta))_{i,k=1}^m = \left[\sum_{j=1}^n p_j \frac{u_j(\varphi_i) u_j(\varphi_k)}{u_j(\eta(\theta)) + \nu_\varepsilon} \right]_{i,k=1}^m. \quad (4)$$

Критерии оптимальности режима измерений ξ сформулируем в виде некоторых функционалов от информационной матрицы $M(\xi, \theta)$, имеющих вполне определенный статистический смысл и широко используемых в экспериментальной практике.

Режимы измерений вида (3) будем называть локально D -, A - или E -оптимальными в точке $\theta^{(0)}$ для оценивания θ , если, соответственно, они служат решениями следующих задач:

$$\xi^{*(D)}(\theta^{(0)}) = \arg \sup_{\xi} \det M(\xi, \theta^{(0)}), \quad (5)$$

$$\xi^{*(A)}(\theta^{(0)}) = \arg \inf_{\xi} \operatorname{tr} M^{-1}(\xi, \theta^{(0)}), \quad (6)$$

$$\xi^{*(E)}(\theta^{(0)}) = \arg \sup_{\xi} \lambda_m [M(\xi, \theta^{(0)})], \quad (7)$$

где $\lambda_m [M(\xi, \theta^{(0)})]$ — минимальное собственное число матрицы $M(\xi, \theta^{(0)})$.

Свойствам оценок параметров в оптимальных по критериям (5)–(7) режимах можно дать наглядное статистическое и геометрическое истолкование, связав их со свойствами эллипсоида рассеяния, характеризующего разброс оценок θ относительно вектора параметров θ . Так, критерию D -оптимальности отвечает минимальный объем эллипсоида рассеяния, критерию A -оптимальности — минимальная сумма квадратов длин его осей, а критерию E -оптимальности — наименьшая максимальная ось.

Теоретическое обоснование алгоритма

Специфика эксперимента по схеме (2) по сравнению с традиционной схемой, не учитывающей статистических флуктуаций измеряемого светового потока, состоит в зависимости информационной матрицы, а, следовательно, и сформулированных в ее терминах критериев оптимальности (5)–(7) от вектора неизвестных параметров θ . Данным обстоятельством и объясняется локальный характер этих критериев.

Следуя работам [4–6], примем, что компоненты вектора априорной оценки $\theta^{(0)}$ равны между собой: $\theta_1^{(0)} = \theta_2^{(0)} = \dots = \theta_m^{(0)} := \theta_0$. Это предположение существенно упрощает задачу, так как рассматриваемые критерии зависят при этом только от числа единиц в строках $(0, 1)$ -матрицы

$$F = (u_j (\varphi_{\kappa}))_{j=1, \kappa=1}^{n, m}$$

и не зависят от порядка их следования. Оно позволяет, в частности, ограничить рассмотрение двумя типами режимов измерений: ξ_l и $\xi_{l, l+1}$, где ξ_l — режим, включающий все $n_l = C_m^l$ m -точек (строки матрицы F) с l единицами (вырезами в бинарной маске) и $m-l$ нулями (перемычками), $\xi_{l, l+1}$ — режим, содержащий дополнительно еще и m -точек с $l+1$ единицами и $m-l-1$ нулями (всего $n_{l, l+1} = C_m^{l+1} + C_m^{l+1}$ точек), причем в

обоих случаях веса наблюдений распределены равномерно:

$$p_j = n_{j,1}^{-1}, j = 1, \dots, n_1, \text{ или } p_j = n_{j,1+1}^{-1}, j = 1, \dots, n_{1,1+1}.$$

В то же время сделанное предположение не является слишком обременительным, так как его выполнение можно обеспечить за счет неравномерного разбиения области X .

Можно показать, что в этих условиях оптимальные (в смысле критериев (5)-(7)) режимы измерений полностью определяются параметром

$$\gamma = v_{\epsilon} / \int_X \eta(\theta_0, x) \mu(dx) = v_{\epsilon} / (m \theta_0).$$

характеризующим относительную интенсивность шума приемника в присутствии статистических флуктуаций.

В рамках принятых допущений полученные в работах [4-6] аналитические результаты полностью решают задачу оптимизации бинарных масок Адамар-спектрометров по D -, A - и E -критериям и позволяют для любого заданного отношения γ и конкретного m указать группы точек (одну или две), входящих с равными весами в локально оптимальный режим измерений.

Качественная картина этих результатов представлена на рис. 2. Весь диапазон $[0, \infty)$ изменения γ разбивается легко

вычисляемыми точками $\gamma_{I^*}^{(\cdot)}$, I^*+1 (для D -, A - и E -критериев — это различные точки: $\gamma_{I^*}^{(D)}, I^*+1$, $\gamma_{I^*}^{(A)}, I^*+1$ и $\gamma_{I^*}^{(E)}, I^*+1$) на интервалы $(\gamma_{I^*-1}^{(\cdot)}, \gamma_{I^*}^{(\cdot)})$, в каждом из которых оп-

тимален режим измерений $\xi_{I^*}^{(\cdot)}$ со сменной бинарной маской, реализующей все возможные наблюдения с I^* пропускающими и $(m-I^*)$ задерживающими элементами. При $0 \leq \gamma < \gamma_{1,2}^{(\cdot)}$ оптимален режим сканирующего спектрометра $\xi_{I^*-1}^{(\cdot)}$, а при $\gamma > \gamma_{\max}^{(\cdot)}$ — классическому Адамар-спектрометру, где $\gamma_{\max}^{(\cdot)} = \gamma_{[(m-1)/2], [(m-1)/2]+1}^{(\cdot)}$ в случае D - и A -критериев, $\gamma_{\max}^{(E)} = \gamma_{[(m-2)/2], [(m-2)/2]+1}^{(E)}$. $[\cdot]$ — целая часть. Как известно [2], классическому Адамар-спектрометру соответствуют следующие оптимальные режимы:

по D -критерию: $\xi_{(m+1)/2}^{(D)}$ (m — нечетное), $\xi_{m/2, (m+1)/2}^{(D)}$ (m — четное);

по A -критерию: $\xi_{(m+1)/2}^{(A)}$ (m — нечетное), $\xi_{m/2}^{(A)}$ (m — четное);

по E -критерию: $\xi_{(m-1)/2}^{(E)}$, $\xi_{(m+1)/2}^{(E)}$, $\xi_{(m-1)/2, (m+1)/2}^{(E)}$ (m — нечетное), $\xi_{m/2}^{(E)}$ (m — четное).

Наконец, при $\gamma = \gamma_{I^*, I^*+1}^{(\cdot)}$ оптимальным оказывается режим $\xi_{I^*, I^*+1}^{(\cdot)}$, а при $\gamma = \gamma_{I^*, I^*+1}^{(E)}$ оптимальными по E -критерию являются также режимы $\xi_{I^*}^{(E)}$ и $\xi_{I^*+1}^{(E)}$.

Точки перехода $\gamma_{I^*, I^*+1}^{(\cdot)}$ вычисляются следующим образом:
 $\gamma_{I^*, I^*+1}^{(D)}$ — положительный вещественный корень (он существует и единственный) квадратного уравнения

$$C_0(I^*, m) \gamma^2 + C_1(I^*, m) \gamma + C_2(I^*, m) = 0, \quad (8)$$

$$1 \leq I^* < m/2,$$

$$C_0(I^*, m) = m^2(m-1)(I^*+1)(m-2I^*),$$

$$C_1(I^*, m) = ml^*(m^2 I^* - 3ml^{*2} - 3ml^* + m^2 + I^{*2} + 3I^* - m + 1),$$

$$C_2(I^*, m) = -I^{*2}(I^*+1)(ml^* - 1);$$

$\gamma_{I^*, I^*+1}^{(A)}$ — положительный вещественный корень (он существует и единственный) кубического уравнения:

$$D_0(I^*, m) \gamma^3 + D_1(I^*, m) \gamma^2 + D_2(I^*, m) \gamma + D_3(I^*, m) = 0, \quad (9)$$

$$1 \leq I^* < m/2,$$

$$D_0(I^*, m) = m^2(m-1)^2[(I^*m + m - I^*)^2 - I^*(2I^* + 1) \times \\ \times (ml^* + 2m - 2I^*)],$$

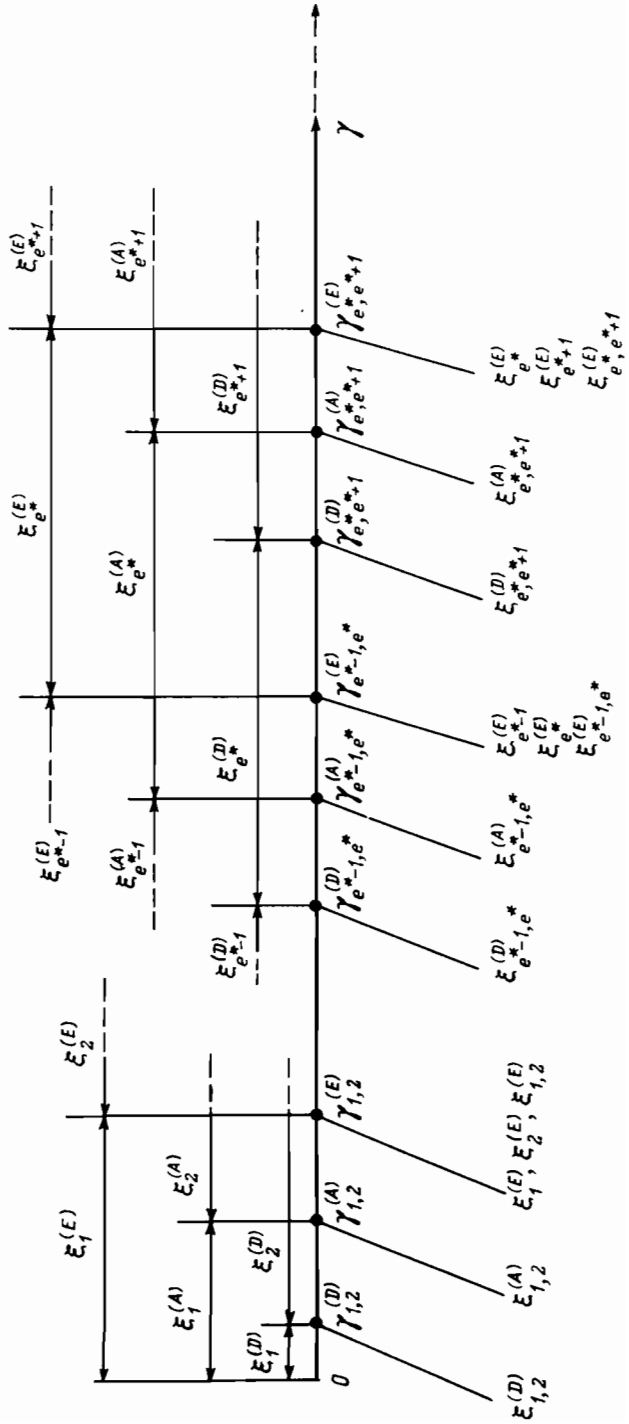
$$D_1(I^*, m) = 2m^2 I^* (I^*m + m - I^* - 1)(m-1)(ml^* + m - I^*) - \\ - m(m-1)^2(ml^* + 2m - 2I^*)(I^*+1) I^{*2} + m^2 I^{*2} (m-1) \times \\ \times (2I^*+1)(ml^* + 2m - 2I^* - 1) - m(m-1) I^* (ml^* - 1) \times \\ \times (ml^* + 2m - 2I^*)(2I^*+1),$$

$$D_2(I^*, m) = m^2 I^{*2} (m-1)^2 (I^*+1)^2 - ml^{*3} (m-1)(I^*+1) \times \\ \times (ml^* + 2m - 2I^* - 1) - ml^{*2} (2I^*+1)(ml^* - 1) \times \\ \times (ml^* + 2m - 2I^* - 1) - (m-1)(ml^* + 2m - 2I^*) \times \\ \times (I^*+1) I^{*2} (ml^* - 1),$$

$$D_3(I^*, m) = -I^{*3} (ml^* + 2m - 2I^* - 1)(I^*+1)(ml^* - 1);$$

наконец,

$$\gamma_{I^*, I^*+1}^{(E)} = \frac{I^*(I^*+1)}{m(m-2I^*-1)}, \quad 1 \leq I^* < (m-1)/2. \quad (10)$$



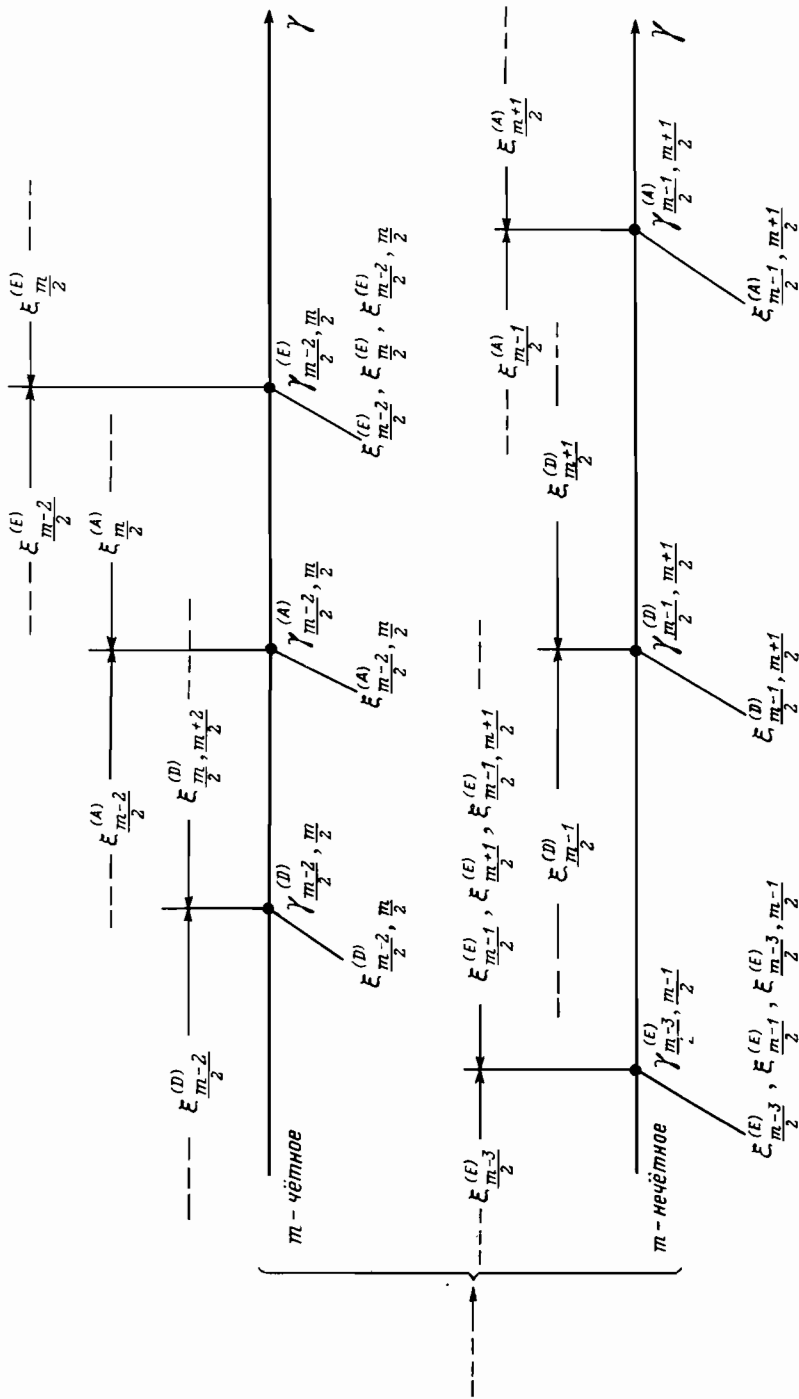


Рис. 2. D-, A- и E-оптимальные режимы измерений в Адамар-спектрометре в зависимости от соотношения шума приемника и статистических флуктуаций сигнала

При этом имеет место соотношение

$$\gamma_{I^*, I^*+1}^{(D)} < \gamma_{I^*, I^*+1}^{(A)} < \gamma_{I^*, I^*+1}^{(E)} < \gamma_{I^*+1, I^*+2}^{(D)},$$

$$I^* = 1, 2, \dots, I_{\max}^*.$$

где $I_{\max}^* = \begin{cases} [(m-1)/2] & \text{для } D\text{- и } A\text{-критерия,} \\ [(m-2)/2] & \text{для } E\text{-критерия.} \end{cases}$

Последнее означает (см. рис. 2), что при любом значении параметра γ , по крайней мере, два из трех критериев оказываются эквивалентными.

Алгоритм расчета и вопросы табулирования

Приведенные выше результаты дают возможность в рамках принятых допущений рассчитывать оптимальные в смысле критериев D -, A - и E -оптимальности бинарные маски Адамар-спектрометров и соответствующие точностные характеристики. Порядок расчетов следующий.

1. При заданном числе элементов разрешения m и выбранном критерии оптимальности (D -, A - или E -критерий) для каждого $I^* = 1, 2, \dots, I_{\max}^*$ вычисляются значения (рис. 3)

$$\gamma_{1,2}^{(\cdot)}, \gamma_{2,1}^{(\cdot)}, \dots, \gamma_{I^*-1, I^*}^{(\cdot)}, \gamma_{I^*, I^*+1}^{(\cdot)}, \dots, \gamma_{\max}^{(\cdot)}$$

путем решения уравнения (8) в случае D -критерия, уравнения (9) в случае A -критерия или непосредственно из выражения (10) в случае E -критерия.

2. Определяется открытый интервал $(\gamma_{I^*-1, I^*}^{(\cdot)}, \gamma_{I^*, I^*+1}^{(\cdot)})$, в который попадает априори заданный параметр γ . Ввиду того, что значение γ на практике известно лишь приближенно, точное совпадение γ с одним из концов интервала можно исключить. Если $\gamma \in (\gamma_{I^*-1, I^*}^{(\cdot)}, \gamma_{I^*, I^*+1}^{(\cdot)})$, то оптимальным режимом (в смысле выбранного критерия) служит режим $\xi_{I^*}^{(\cdot)}$ с бинарной маской, содержащей в каждом измерении I^* пропускающих элементов и $(m-I^*)$ — задерживающих.

3. Вычисляется для режима $\xi_{I^*}^{(\cdot)}$ и параметра γ информационная матрица $M(\xi^{(\cdot)}, \theta_0, \gamma)$ вида (4) по формуле

$$\theta_0 M(\xi_{I^*}^{(\cdot)}, \theta_0, \gamma) = (I^* m^{-1} (m-1)^{-1} (I^* + m\gamma)^{-1} [(m-I^*)\delta_{i\kappa} + (I^* - 1)])_{i, \kappa=1}^m \quad (11)$$

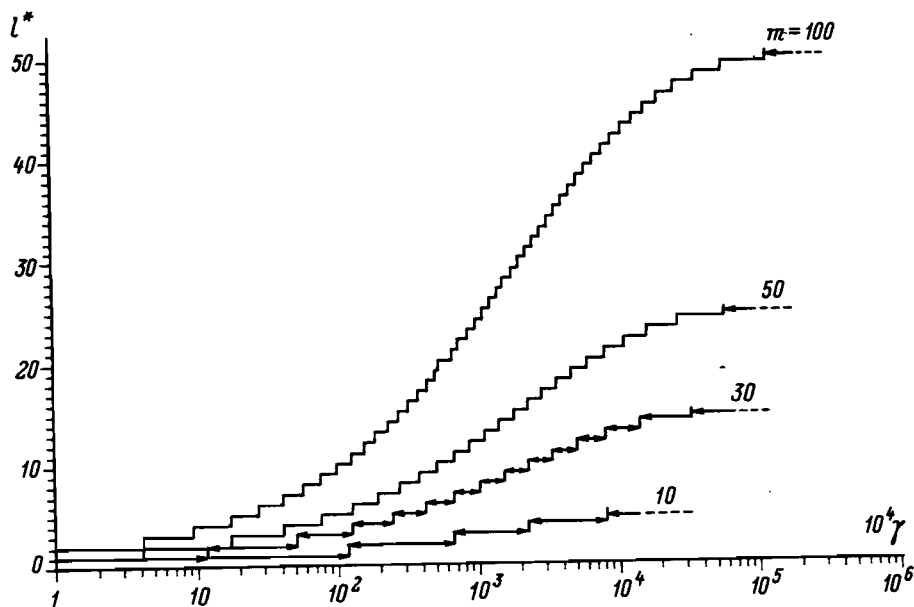


Рис. 3. Зависимость числа единиц l^* в строках $(0, 1)$ -матрицы D -оптимального плана в зависимости от параметра γ для $m = 100, 50, 30, 10$

и соответствующие характеристики точности оценивания вектора параметров θ , фигурирующие в (5)–(7).

Заметим, что режим $\xi_{I^*}^{(\cdot)}$ содержит довольно большое число измерений $n_{I^*} = C_m^{I^*}$, что не просто реализовать на практике. Однако, вообще говоря, можно указать в тех же условиях задачи другой оптимальный режим $\xi^{(\cdot)*}$ (с той же информационной матрицей (11) и, следовательно, с теми же точностными характеристиками), но содержащий меньшее число n точек, чем n_{I^*} . Для этого достаточно, чтобы существовала неполная блок-схема [7] размещения m элементов по n блокам с числом I^* различных элементов в каждом блоке, у которой $n < n_{I^*}$, причем матрицей измерений F^* режима $\xi^{(\cdot)*}$ служит $(0, 1)$ — матрица инцидентности этой блок-схемы.

Таким образом, задача оптимального (в смысле рассмотренных трех критериев) расчета бинарных масок в Адамар-спектрометре допускает табулирование [4–6]. Небольшой фрагмент одной из этих таблиц приведен здесь для случая $m = 100$, где при расчете характеристик для определенности принято $\bar{\gamma}_{I^*}^{(\cdot)} = (\gamma_{I^*-1, I^*}^{(\cdot)} + \gamma_{I^*, I^*+1}^{(\cdot)})/2$.

Анализ полученных результатов

Сравнение точностных характеристик D -, A - и E -оптимальных режимов в присутствии статистических флуктуаций с режимами сканирующего спектрометра и классического Адамар-спектрометра естественно провести по отношению к величинам, положенным в основу определений этих критериев (5)-(7). С этой целью введем следующие характеристики точности по отношению к режиму сканирования $\xi_{ск}$:

$$\alpha_{ск}^{(D)} = \det^{1/m} M^{-1}(\xi_{ск}) / \det^{1/m} M^1(\xi^{*(D)}),$$

$$\alpha_{ск}^{(A)} = \text{tr} M^1(\xi_{ск}) / \text{tr} M^1(\xi^{*(A)}),$$

$$\alpha_{ск}^{(E)} = \lambda_m[M(\xi_{ск})] / \lambda_m[M(\xi^{*(E)})]$$

и аналогичные характеристики $\alpha_{ад}^{(D)}$, $\alpha_{ад}^{(A)}$ и $\alpha_{ад}^{(E)}$ по отношению к режимам классического Адамар-спектрометра $\xi_{ад}^{(D)}$, $\xi_{ад}^{(A)}$ и $\xi_{ад}^{(E)}$.

Покажем на простом численном примере, какой выигрыш в точности по этим показателям можно достичь, если располагать априорной информацией о параметре γ . Пусть $m = 100$, $\gamma \approx 0.07$.

Расчеты по приведенному алгоритму показывают, что

$$\gamma_{20, 21}^{(D)} \approx 0.066 < \gamma < \gamma_{21, 22}^{(D)} \approx 0.076 \quad \text{и} \quad \xi_{(\gamma)}^{*(D)} = \xi_{21};$$

$$\gamma_{19, 20}^{(A)} \approx 0.062 < \gamma < \gamma_{20, 21}^{(A)} \approx 0.071 \quad \text{и} \quad \xi_{(\gamma)}^{*(A)} = \xi_{20};$$

$$\gamma_{19, 20}^{(E)} \approx 0.062 < \gamma < \gamma_{20, 21}^{(E)} \approx 0.071 \quad \text{и} \quad \xi_{(\gamma)}^{*(E)} = \xi_{20}.$$

При этом (см. таблицу) достигаемый выигрыш в точности составляет

$$\alpha_{ск}^{(D)} \approx 5.006, \quad \alpha_{ск}^{(A)} \approx 4.685, \quad \alpha_{ск}^{(E)} \approx 4.650;$$

$$\alpha_{ад}^{(D)} \approx 1.341, \quad \alpha_{ад}^{(A)} \approx 1.360, \quad \alpha_{ад}^{(E)} \approx 1.371.$$

Для других значений параметра γ достигаемый выигрыш в точности при использовании оптимальных режимов можно оценить из графиков, приведенных на рис. 4, 5. В частности, из этих рисунков легко усмотреть, что при $m = 100$ по характеристике $\sqrt{\alpha^{(D)}}$ в сравнении со сканирующим режимом можно достигнуть максимального выигрыша в точности оценивания в 5

Сравнение D-, A- и E-оптимальных режимов
в присутствии статистических флуктуаций с режимами сканирования
и Адамара ($m = 100$)

I^*	$\bar{\gamma}_I^*(D)$	$\alpha_{СК}^{(D)}$	$\alpha_{ад}^{(D)}$	$\bar{\gamma}_I^*(A)$	$\alpha_{СК}^{(A)}$	$\alpha_{ад}^{(A)}$	$\bar{\gamma}_I^*(E)$	$\alpha_{СК}^{(E)}$	$\alpha_{ад}^{(E)}$
1	0.0001	1.001	1.899	0.0001	1.001	1.946	0.0001	1.001	1.980
2	0.0002	1.009	1.879	0.0003	1.012	1.918	0.0004	1.010	1.941
3	0.0007	1.035	1.851	0.0008	1.042	1.882	0.0010	1.041	1.902
...
19	0.0544	4.228	1.388	0.0580	4.308	1.384	0.0583	4.276	1.397
20	0.0624	4.606	1.364	0.0665	4.685	1.360	0.0667	4.650	1.371
21	0.0713	5.006	1.341	0.0758	5.084	1.336	0.0761	5.044	1.348
22	0.0812	5.427	1.318	0.0862	5.502	1.313	0.0865	5.458	1.325
...
47	3.1633	23.981	1.004	3.7903	22.669	1.003	3.800	22.451	1.005
48	4.4208	23.992	1.002	6.1530	23.660	1.002	6.176	23.423	1.002
49	8.8825	25.065	1.001	16.0193	24.753	1.001	16.170	24.515	1.001

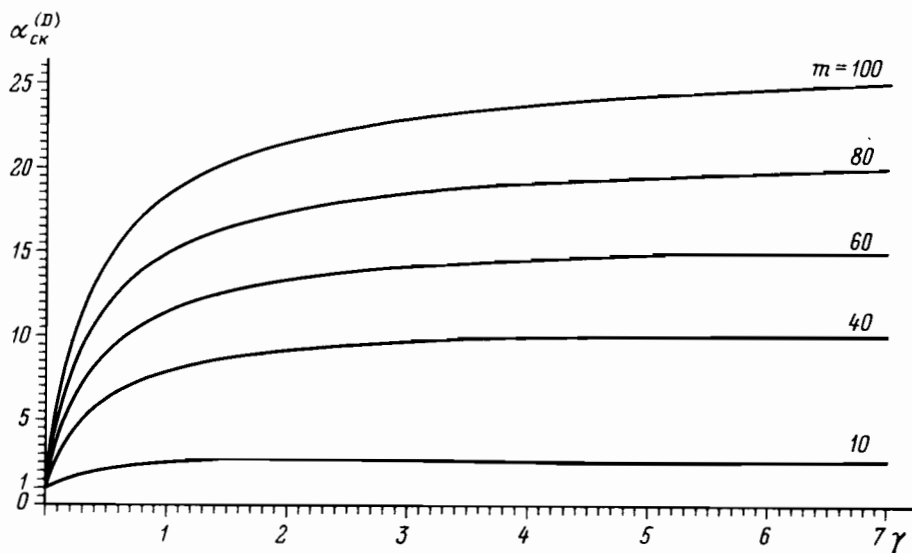


Рис. 4. Выигрыш в точности D -оптимального режима измерений по сравнению со сканирующим в зависимости от параметра γ при $m = 100, 80, 60, 40, 10$: $\alpha_{ск}^{(D)} = \det^{1/m} M^{-1}(\xi_{ск}) / \det^{1/m} M^{-1}(\xi^{*(D)})$

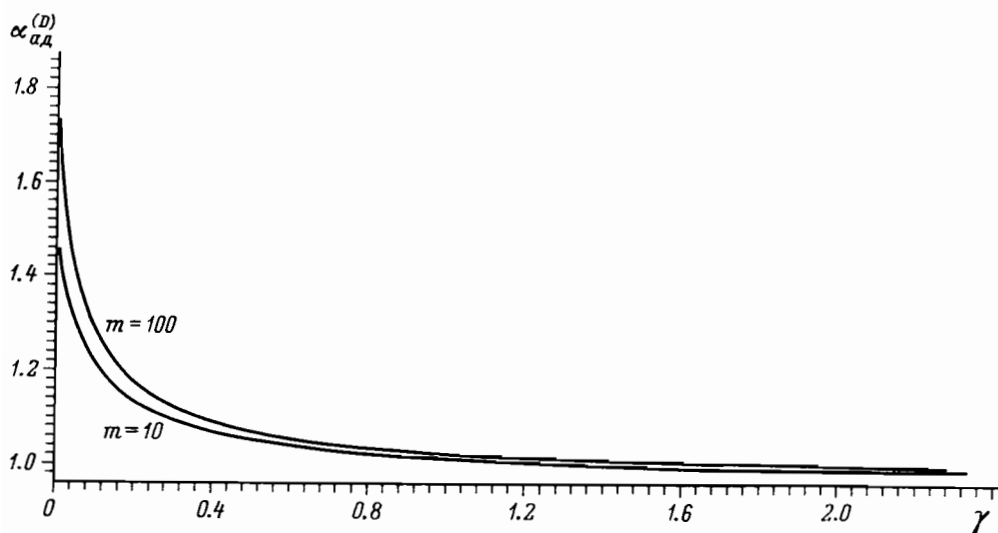


Рис. 5. Выигрыш в точности D -оптимального режима по сравнению по схемой Адамара в зависимости от параметра γ при $m = 100, 10$: $\alpha_{ад}^{(D)} = \det^{1/m} M^{-1}(\xi_{ад}) / \det^{1/m} M^{-1}(\xi^{*(D)})$

раз, т.е. в $\sqrt{m/2}$ раз (это соответствует случаю, когда оптимальным оказывается режим Адамара), а в сравнении с режимом классического Адамар-спектрометра можно достигнуть максимального выигрыша в $\sqrt{2}$ раз (это соответствует случаю, когда оптимальным оказывается режим последовательного сканирования). Полученные результаты находятся в полном соответствии с известными теоретическими представлениями [1].

Резюмируя сказанное, отметим, что предложенный алгоритм расчета интервалов оптимальности (по трем широко применяемым критериям) режимов измерений Адамар-спектрометра позволяет учитывать два источника случайных помех: шум приемника и квантовые флуктуации сигнала. Исследователь, располагающий хотя бы приближенной априорной информацией о соотношении шума приемника и статистических флуктуаций, получает возможность существенно улучшить информационные характеристики Адамар-спектрометра в режиме счета фотонов путем оптимального выбора числа пропускающих и задерживающих элементов бинарной маски.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сороко Л.М. Мультиплексные системы измерений в физике. - М.: Атомиздат, 1980. - 118с.
2. Cheng C.-S. // Annals Statist. - 1987. - V. 15. - N 4. - P. 1593-1603.
3. Федоров Г.А. Радиационная интроскопия. Кодирование информации и оптимизация эксперимента. - М.: Энергоиздат, 1982. - 110 с.
4. Козлов В.П., Седунов Е.В., Попова Л.П., Белозерова Л.Н. Таблицы D-оптимальных режимов измерений в Адамар-спектрометрии с учетом квантовых флуктуаций. - Деп. ВИНТИ, 1987, № 29-В87. - 54 с.
5. Козлов В.П., Мельцин А.Л., Седунов Е.В., Попова Л.П. Таблицы A-оптимальных режимов измерений в Адамар-спектрометрии с учетом квантовых флуктуаций. - Деп. ВИНТИ, 1988, № 644-В88. - 56 с.
6. Козлов В.П., Седунов Е.В., Попова Л.П. Таблицы E-оптимальных режимов измерений в Адамар-спектрометрии с учетом квантовых флуктуаций. - Деп. ВИНТИ, 1990, № 5466 - В. 90. - 56 с.
7. Холл М. Комбинаторика. - М.: Мир, 1970. - 424 с.

Рукопись поступила 14.08.90