УДК 537.533.3

О связях между коэффициентами сферической и хроматической аберраций электронно-оптических систем с двухмерными электростатическими полями / Л.Г.Гликман, Ю.В.Голоскоков // Научное приборостроение. — 1991. — Т. 1. — № 2. — С. 99-104.

В простом аналитическом виде найдены соотношения между коэффициентами сферической и хроматической аберраций электронно-оптических систем с электростатическими полями, описываемыми скалярным потенциалом, не зависящим от одной из декартовых координат. Предполагалось, чта система имеет среднюю плоскость, являющуюся плоскостью симметрии поля. В частном случае, когда коэффициенты сферической аберрации равны нулю, отношения коэффициентов хроматической аберрации к дисперсии по энергии зависят только от угла входа пучка в электронно-оптическую систему. Библ. — 2 назв.

Л.Г.Гликман, Ю.В.Голоскоков
(*Институт ядерной физики АН Казахской ССР, Алма-Ата*)

О СВЯЗЯХ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТАМИ СФЕРИЧЕСКОЙ И ХРОМАТИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИЙ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДВУХМЕРНЫМИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИМИ ПОЛЯМИ

Информация о свойствах электронно-оптических систем всегда становится более полной, если удается найти в простом аналитическом виде связи между характеризующими их параметрами. В данной работе такие связи между коэффициентами хроматической и сферической аберраций находятся для систем со средней плоскостью, поле которых двухмерно (электростатический потенциал φ не зависит от одной из декартовых координат). Декартова система координат xyz ориентируется так, что φ не зависит от координаты z. Движение заряженных частиц рассматривается в средней плоскости поля xz, являющейся его плоскостью симметрии.

Воспользовавшись постоянством импульса, соответствующего циклической координате z, решение уравнения, описывающего траекторию заряженной частицы, выходящей из источника с координатами $x = x_0$, $y = 0$, $z = z_0$ под углом α_0 к осевой траектории, можно записать в виде

$$z - z_0 = \sqrt{1 + \varepsilon}\ \cos\,(\theta_0 + \alpha_0) \int\limits_{x_0}^{x} (\operatorname{sgn} \dot{x})(F + C)^{-\frac{1}{2}}\, dx. \qquad (1)$$

Здесь θ_0 — угол между осевой траекторией пучка и осью z в предметном пространстве; $F = F(x) = \varphi/\varphi_C$, где φ_C — потенциал предметного пространства; φ отсчитывается так, что энергия настройки электронно-оптической системы $W_C = -e\varphi_C$. Начальная энергия любой частицы из рассматриваемого пучка $W_0 = W_C(1 + \varepsilon)$, где ε — относительный разброс по энергии частиц; $\operatorname{sgn} \dot{x}$ — знак составляющей скорости частицы по оси x. В подынтегральной функции от ε и α_0 зависит только параметр

$$C = \varepsilon - (1 + \varepsilon)\cos^2(\theta_0 + \alpha_0),$$

что будет использовано в дальнейшем при нахождении простых соотношений между аберрационными коэффициентами.

Равенство (1) для краткости запишем в виде

$$z - z_0 = \sqrt{1 + \varepsilon}\ \cos\,(\theta_0 + \alpha_0)\ J\,(C, x). \qquad (2)$$

Полученные ниже соотношения имеют место как для отклоняющей системы (x всюду больше нуля), так и для отражающей, когда

x меняет знак в точке поворота, где x достигает максимального значения $x = x_{max}$. В последнем случае выражение для $J(C, x)$ необходимо преобразовать так, чтобы дифференцирование по параметру C не приводило к расходимости $J(C, x)$ в окрестности точки поворота, где подынтегральная функция обращается в нуль. При этом $J(C, x)$ записывается следующим образом:

$$J(C, x) = \int_{x_0}^{x_к} (F + C)^{-\frac{1}{2}}\, dx + 2\int_{x_к}^{x_{max}} (F + C)^{-\frac{1}{2}}\, dx -$$

$$- \int_{x_к}^{x} (F + C)^{-\frac{1}{2}}\, dx.$$

Предполагается, что $\varphi' \neq 0$ в точке поворота и в двух расположенных симметрично относительно нее точках с координатой $x = x_к$ (штрихами обозначается дифференцирование по x). Для того, чтобы было законным n-кратное дифференцирование по параметру C интеграла

$$i = \int_{x_к}^{x_{max}} (F + C)^{-\frac{1}{2}}\, dx, \tag{3}$$

повышается степень стоящего в скобках выражения путем n-кратного интегрирования по частям, при использовании рекуррентной формулы

$$\int_{x_к}^{x_{max}} (F + C)^{m}\, f dx = - \left.\frac{(F + C)^{m+1} f}{(m + 1)\, F'}\right|_{x=x_к} -$$

$$- \frac{1}{m + 1} \int_{x_к}^{x_{max}} (F + C)^{m+1} \left[\frac{f}{F'}\right]' dx,$$

где $f = f(x)$ — произвольная дифференцируемая функция, не имеющая особенностей на интервале $[x_к, x_{max}]$.

Предлагаемая методика позволяет найти связи между коэффициентами сферической и хроматической аберраций любого порядка. В данной статье записаны соотношения между коэффициентами до третьего порядка включительно, что достаточно для решения практических задач (третий порядок требуется, например, при расчете разрешающей способности масс-анализаторов с фокусировкой второго порядка по энергии и при оценке пределов применимости теории аберраций). В этом случае для исследования отражающих систем достаточно провести трехкратное интегрирование по частям, после чего (3) записывается следующим образом:

$$i = \left[-2\,\frac{(F + C)^{\frac{1}{2}}}{F'} - \frac{4}{3}\,\frac{F''}{(F')^3}\,(F + C)^{\frac{3}{2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{8}{15}\,\frac{F'''\,F' - 3(F'')^2}{(F'')^5}\,(F + C)^{\frac{5}{2}}\right]\Bigg|_{x=x_к} +$$

$$+ \frac{8}{15}\int\limits_{x_к}^{x_{max}} (F + C)^{\frac{5}{2}}\left[\frac{F'''\,F' - 3(F'')^2}{(F')^5}\right]' dx.$$

Условие фокусировки первого порядка по углу α_o, полученное путем дифференцирования по параметру α_o выражения (2), имеет вид

$$A_1 = \frac{\partial z}{\partial \alpha_0}\Bigg|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = \sin\theta_o\left[-J\,(C,\,x) + \right.$$

$$\left. + \; 2\cos^2\theta_o\,\frac{\partial J\,(C,x)}{\partial C}\right]\Bigg|_{C=C_0} = 0. \qquad (4)$$

Через C_o обозначено C при $\varepsilon = 0$, $\alpha_o = 0$.

Решив уравнение (4), можно найти координату $x = x_1$ гауссовой плоскости, после чего база анализатора определяется из равенства

$$b = z - z_o = \cos\theta_o\;J\;(C_o,\;x_1). \qquad (5)$$

Вычислив при $x = x_1$, $\varepsilon = 0$, $\alpha_o = 0$ производные $\frac{\partial^2 z}{\partial \alpha_o^2}$ и $\frac{\partial^3 z}{\partial \alpha_o^3}$, определим коэффициенты сферической аберрации второго и третьего порядка по углу расходимости пучка в средней плоскости:

$$A_2 = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial \alpha_0^2}\Bigg|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = \cos\theta_0 \sin^2\theta_0 \left[-3\frac{\partial J(C,x)}{\partial C} + \right.$$

$$\left. + 2\cos^2\theta_0 \frac{\partial^2 J(C,x)}{\partial C^2}\right]\Bigg|_{C=C_0}; \tag{6}$$

$$A_3 = \frac{1}{6}\frac{\partial^3 z}{\partial \alpha_0^3}\Bigg|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = A_2\left(\operatorname{ctg}\theta_0 - \frac{\operatorname{tg}\theta_0}{3}\right) +$$

$$+ \frac{2}{3}\cos^2\theta_0 \sin^3\theta_0 \left[-5\frac{\partial^2 J(C,x)}{\partial C^2} + \right.$$

$$\left. + 2\cos^2\theta_0 \frac{\partial^3 J(C,x)}{\partial C^3}\right]\Bigg|_{C=C_0}. \tag{7}$$

При использовании (4)-(7) можно выразить

$$J(C_0, x), \quad \frac{\partial J(C,x)}{\partial C}\Bigg|_{C=C_0}, \quad \frac{\partial^2 J(C,x)}{\partial C^2}\Bigg|_{C=C_0},$$

$$\frac{\partial^3 J(C,x)}{\partial C^3}\Bigg|_{C=C_0} \tag{8}$$

через параметры b, A_2, A_3 и тригонометрические функции от θ_0. В формулы для дисперсии по энергии и для коэффициентов хроматической аберрации, как и в A_2, A_3, входят только выражения (8) и тригонометрические функции от θ_0, что позволяет их выразить через те же параметры. В результате формулу для дисперсии по энергии можно записать следующим образом:

$$D_z = \frac{\partial z}{\partial \varepsilon}\Bigg|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = \frac{b}{2\cos^2\theta_0}. \tag{9}$$

Ранее для широкого класса двухэлектродных зеркал она была получена в [1], а в общем случае для любых отражающих и преломляющих систем с двухмерным электростатическим полем — в [2].

Выражения для коэффициентов хроматической аберрации приобретают более компактный вид, если в них вместо параметра b подставить $2D_z \cos^2 \theta_o$:

$$A_4 = \left.\frac{\partial^2 z}{\partial\varepsilon\partial\alpha_o}\right|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = \operatorname{tg} \theta_o(2D_z + A_2); \tag{10}$$

$$A_5 = \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 z}{\partial\varepsilon^2}\right|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \theta_o \left[D_z(3 - \operatorname{ctg}^2\theta_0)+A_2\right]; \tag{11}$$

$$A_6 = \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^3 z}{\partial\varepsilon\partial\alpha_o^2}\right|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = D_z (3\operatorname{tg}^2\theta_o + 1) +$$

$$+ \frac{3}{2} A_2(\operatorname{tg}^2\theta_o + 1) + \frac{3}{2} A_3\operatorname{tg}\theta_0; \tag{12}$$

$$A_7 = \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^3 z}{\partial\varepsilon^2\partial\alpha_o}\right|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = \operatorname{tg} \theta_0 \left[D_z(3\operatorname{tg}^2\theta_o + 1) +\right.$$

$$\left.+ \frac{A_2}{4} (5\operatorname{tg}^2\theta_o + 3) + \frac{3}{4} A_3\operatorname{tg} \theta_0\right]; \tag{13}$$

$$A_8 = \frac{1}{6}\left.\frac{\partial^3 z}{\partial\varepsilon^3}\right|_{\substack{\varepsilon = 0 \\ \alpha_0 = 0}} = \frac{D_z}{8} (5\operatorname{tg}^4 \theta_0 - 2\operatorname{tg}^2 \theta_0 + 1) +$$

$$+ \frac{A_2}{4} \operatorname{tg}^4\theta_o + \frac{A_3}{8} \operatorname{tg}^3\theta_o. \tag{14}$$

Из (10)-(11) видно, что при равенстве нулю коэффициента сферической аберрации A_2 отношения A_4/D_z и A_5/D_z зависят только от угла θ_o, причем при $\theta_o = 30°$ коэффициент A_5 равен нулю. Если A_2 и A_3 равны нулю одновременно, то значения A_6/D_z, A_7/D_z и A_8/D_z, определяемые из (12)-(14), также зависят только от угла входа θ_o. При значениях θ_o, которым соответствует $\mathrm{tg}\,\theta_o \gg 1$, отношения коэффициентов хроматической аберрации к дисперсии быстро растут с ростом θ_o и для применимости теории аберраций необходимо, чтобы выполнялись условия

$$\varepsilon \mathrm{tg}^2\theta_0 \ll 1, \qquad \alpha_o \mathrm{tg}\,\theta_0 \ll 1.$$

Следует отметить, что в энергоанализаторах с высоким качеством фокусировки по углу расходимости в средней плоскости большая величина хроматической аберрации может привести к уменьшению их разрешающей способности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фишкова Т.Я.* // ЖТФ. - 1987. - Т. 57. - № 7. - С. 1358-1364.

2. *Карецкая С.П., Сайченко Н.Ю.* // Тезисы докл. X Всесоюзн. семинара по методам расчета ЭОС. — Львов, 1990. - С. 69.

Рукопись поступила 17.12.90