

УДК 537.534.3

Корпускулярно-оптические свойства энергоанализатора дисковых пучков заряженных частиц на основе тороидального конденсатора / О.А. Абаза, М.И. Явор // Научное приборостроение. — 1991. — Т. 1. — № 2. — С. 179-187.

Предложен аналитический метод расчета электростатического поля тороидального энергоанализатора с меридиональным направлением пучка заряженных частиц. Получено аналитическое уравнение траекторий в приближении второго порядка. Исследованы характеристики анализатора дисковых пучков в зависимости от геометрических параметров дефлектора. Библ. — 9 назв. Ил. — 3.

О.А. Абаза, М.И. Явор
(Институт аналитического приборостроения АН СССР,
Ленинград)

КОРПУСКУЛЯРНО-ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭНЕРГОАНАЛИЗАТОРА ДИСКОВЫХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НА ОСНОВЕ ТОРОИДАЛЬНОГО КОНДЕНСАТОРА

В последнее время для энергетического и углового анализа пучков заряженных частиц широкое применение находят тороидальные энергоанализаторы с вводом заряженных частиц в меридиональных плоскостях [1-7], обладающие более высокой разрешающей способностью по сравнению с используемыми в аналогичных целях другими известными типами анализаторов. В большинстве перечисленных работ исследуются свойства анализатора какой-либо одной конфигурации, что связано, вероятно, не только с конкретной постановкой задачи, но и со сложностью анализа и оптимизации характеристик рассматриваемой системы. Эта сложность обусловлена тем, что точного аналитического решения уравнения Лапласа, описывающего электростатическое поле исследуемого анализатора, не существует. Лишь в двух работах [1, 5] проводится теоретический анализ свойств тороидального конденсатора с меридиональным направлением пучка заряженных частиц. Однако исходные упрощающие предположения, сделанные в этих работах при выводе аналитических выражений для поля конденсатора, позволили их авторам исследовать только параксиальные характеристики дефлектора.

Настоящая статья посвящена исследованию как параксиальных, так и абберационных свойств тороидального анализатора дисковых пучков, которое проводится на основе асимптотического метода расчета поля системы. Такой метод удастся использовать благодаря узости межэлектродного зазора по сравнению с радиусами кривизны электродов. Следует отметить, что предложенным методом можно пользоваться для расчета полей анализаторов не только дисковых, но и параллельных [2, 6] и конических пучков. Более того, аналогичный метод применим и для расчета поля конического анализатора дисковых пучков, описанного в работе [8], если проводить разложение оператора Лапласа в конической системе координат.

Тороидальный энергоанализатор образован двумя электродами, поверхности которых получены вращением окружностей радиусов R_1 и R_2 с общим центром в точке O вокруг оси симметрии z (рис. 1). Центр окружностей удален от оси z на расстояние a . В полярной системе координат r, θ с центром в точке O , введенной в меридиональной плоскости $\varphi = \cos vt$, входному краю дефлектора соответствует угол $\theta = -\pi/2$, выходному — $\theta = \theta_e$, где угол θ отсчитывается от оси x . Источник заряженных частиц расположен на оси z .

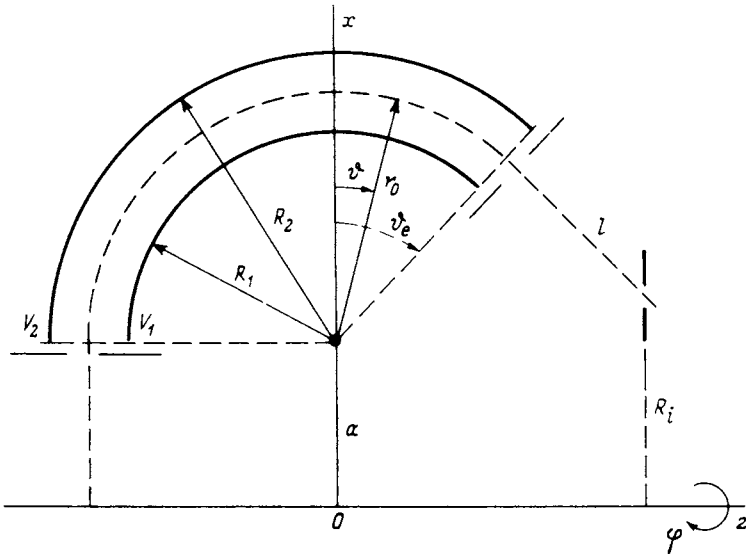


Рис. 1. Схема тороидального анализатора дисковых пучков заряженных частиц

Предположим, что полузазор $b = (R_2 - R_1)/2$ между электродами существенно меньше радиуса $r_0 = (R_1 + R_2)/2$: $b/r_0 = \epsilon \ll 1$. Введем безразмерные координаты $\lambda = (r - r_0)/b$, $\xi = (\theta - \theta_0)/\epsilon$, где θ_0 — некоторое фиксированное значение угла θ . Раскладывая оператор Лапласа, записанный в новых координатах, по степеням малого параметра ϵ , приходим к следующему уравнению для электростатического потенциала $\Phi(\lambda, \xi)$ поля данной системы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = & \epsilon \left\{ 2\lambda \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - (1 + A_0) \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + A_0 \operatorname{tg} \theta_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\} + \\ & + \epsilon^2 \left\{ -3\lambda^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \left[\xi dA_0^2 \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\cos \theta_0} + \lambda(1 + A_0^2) \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} - \right. \\ & - \left. \left[\lambda A_0(1 + A_0) \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{\xi A_0}{\cos^2 \theta_0} (1 - dA_0 \operatorname{tg} \theta_0 \sin \theta_0) \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\} + \\ & + \epsilon^3 \left\{ 4\lambda^3 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - \left[\xi^2 \frac{dA_0^2}{\cos \theta_0} \left(dA_0 \frac{\operatorname{tg}^2 \theta_0}{\cos \theta_0} - \frac{1}{2} - \operatorname{tg}^2 \theta_0 \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2\lambda \xi dA_0^3 \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\cos \theta_0} + \lambda^2(1 + A_0^3) \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \left[\lambda^2 A_0 \operatorname{tg} \theta_0 (1 + A_0 + A_0^2) + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \lambda \xi \left[dA_0^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \theta_0}{\cos \theta_0} (1 + 2A_0) - \frac{A_0}{\cos \theta_0} (1 + A_0) \right] + \\
& + \xi^2 dA_0 \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\cos \theta_0} \left[dA_0^2 \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\cos^2 \theta_0} - \frac{A_0}{2} - \operatorname{tg}^2 \theta_0 - \frac{A_0}{\cos^2 \theta_0} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{d \cos \theta_0} \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \Bigg\} + \dots, \quad (1)
\end{aligned}$$

где $d = a/r_0$, $A_0 = \cos \theta_0 / (d + \cos \theta_0)$.

Будем искать решение уравнения (1) в виде разложения

$$\Phi = \Phi_{(0)} + \varepsilon \Phi_{(1)} + \varepsilon^2 \Phi_{(2)} + \varepsilon^3 \Phi_{(3)} + \dots \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1) и в граничные условия и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях ε , получаем систему двумерных задач для уравнений Пуассона для нахождения функций $\Phi_{(i)}$, $i = 1, 2, 3, \dots$. Все эти задачи имеют аналитические решения в виде полиномов по степеням λ и ξ с коэффициентами, зависящими от θ_0 . Полагая в окончательном результате $\xi = 0$, $\theta_0 = \theta$, получаем окончательное выражение для потенциала $\Phi(\lambda, \theta)$. Приведем его с точностью до членов порядка ε^4 :

$$\begin{aligned}
\Phi(\lambda, \theta) = & \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{V_2 - V_1}{2} \left\{ \lambda - \frac{1 + A_0}{2} (\lambda^2 - 1) \varepsilon + \right. \\
& + \frac{\lambda(\lambda^2 - 1)}{6} \alpha_2 \varepsilon^2 + \left[\frac{a_{01}}{2} \left[-\frac{\lambda^4}{6} + \lambda^2 - \frac{5}{6} \right] + \frac{a_{00}}{2} (\lambda^2 - 1) + \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{a_{10}}{12} (\lambda^4 - 1) \right] \varepsilon^3 + \dots \right\}, \quad (3)
\end{aligned}$$

где V_1, V_2 — потенциалы электродов,

$$\alpha_1 = dA_0^2 \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta},$$

$$\alpha_2 = 2(1 + A_0 + A_0^2),$$

$$a_{00} = \frac{\alpha_2}{6}(1 + A_0) - \frac{\alpha_1}{2} A_0 \operatorname{tg} \theta,$$

$$a_{01} = - \frac{dA_0^2}{\cos \vartheta} \left[dA_0 \frac{\operatorname{tg}^2 \vartheta}{\cos \vartheta} - \frac{1}{2} - \operatorname{tg}^2 \vartheta \right],$$

$$a_{10} = -(1 + A_0^3) - (1 + A_0) \left[1 + A_0^2 + \frac{\alpha_2}{2} \right] + \frac{\alpha_1}{2} A_0 \operatorname{tg} \vartheta.$$

В предельном случае $\epsilon = 0$ полученный результат совпадает с выведенным в работе [1] в предположении о постоянстве потенциала и радиальной составляющей напряженности поля на оптической оси. Более точным является выражение для потенциала, полученное в работе [5], где предполагалась лишь ортогональность силовых линий поля некоторым семействам торидальных поверхностей. Как показывает сравнение соответствующего результата с формулой (3), их различие имеет величину порядка ϵ^3 .

Перейдем к выводу уравнения траекторий. В выбранной системе координат уравнения движения заряженных частиц с массой m и зарядом q имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2 - (r \cos \vartheta + a) \dot{\varphi}^2 \cos \vartheta &= -\frac{q}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \\ r^2 \ddot{\vartheta} + 2r\dot{r}\dot{\vartheta} + (r \cos \vartheta + a) r \dot{\varphi}^2 \sin \vartheta &= -\frac{q}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}, \\ (r \cos \vartheta + a)^2 \dot{\varphi} &= \gamma = \text{const.} \end{aligned} \quad (4)$$

Используя закон сохранения энергии

$$\begin{aligned} \frac{m}{2} [\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + (r \cos \vartheta + a)^2 \dot{\varphi}^2] + \\ + q\Phi(r, \vartheta) &= q\Phi_0(1 + \sigma). \end{aligned} \quad (5)$$

где Φ_0 — энергия настройки анализатора; σ — малая относительная вариация энергии, перейдем к дифференцированию по угловой координате ϑ и выразим из системы (4) уравнение траекторий:

$$\begin{aligned} \left[r'' - 2\frac{r'r'}{r} - r \right] E - \frac{m}{2} \frac{\gamma^2}{F^3} \left[\sin \vartheta \left(\frac{r'^3}{r} - r'r' \right) + \right. \\ \left. + \cos \vartheta (r^2 + r'^2) \right] = \frac{q}{2} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} \left(\frac{3}{r^2} + r' \right) - \frac{\Phi}{\partial r} (r^2 + r'^2) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где $F = r \cos \vartheta + a$, $E = q\Phi(1 + \sigma) - q\Phi - \frac{m}{2} \frac{\gamma^2}{F^2}$.

Введем безразмерные переменные $\eta = (r - r_0)/r_0 \ll 1$, $f(\vartheta) = d +$

+ $\cos \vartheta$, $\chi = \pi \eta^2 / (q r_0^2 U)$, где $U = 2\Phi_0 = (V_2 - V_1) / (2\varepsilon)$.
 Запишем уравнение (6) в этих переменных и разложим его по степеням малого параметра η до членов второго порядка. В результате вычислений уравнение траекторий с точностью до членов второго порядка малости принимает вид

$$\begin{aligned} \eta'' + \eta(3 + a_2) + \chi \frac{d}{f^3(\vartheta)} - \sigma + 2L_0 + L_1 = \eta' \frac{\partial L_0}{\partial \vartheta} + \\ + \eta'^2 + \eta' \chi f^3(\vartheta) \sin \vartheta - \eta^2 (9 + 5a_2 + \frac{1}{2}a_3) - \sigma^2 - \\ - 2L_0(L_1 + 2L_0) - \chi^2 d f^5(\vartheta) + \eta(6 + a_2)(\sigma - 2L_0) - 6\eta L_1 - \\ - \eta \chi \frac{(3 + a_2)f^2(\vartheta) + 3d^2}{f^4(\vartheta)} + \frac{\chi}{f^2(\vartheta)} \left[1 + \frac{d}{f(\vartheta)} \right] (\sigma - 2L_0) - \\ - \chi L_1 \frac{1}{f^2(\vartheta)} + \sigma(4L_0 + L_1), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$L_0 = \frac{V_1 + V_2}{V_2 - V_1} \varepsilon + \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\cos \vartheta}{f(\vartheta)} \right] \varepsilon^2 + O(\varepsilon^4),$$

$$L_1 = - \left[\frac{\cos \vartheta}{f(\vartheta)} + \frac{1}{3} \frac{d^2}{f^2(\vartheta)} \right] \varepsilon^2 + O(\varepsilon^4),$$

$$\begin{aligned} a_2 = - \left[1 + \frac{\cos \vartheta}{f(\vartheta)} \right] + \left\{ \left[\frac{\cos \vartheta}{f(\vartheta)} + \frac{1}{3} \frac{d^2}{f^2(\vartheta)} \right] \left[1 + \frac{\cos \vartheta}{f(\vartheta)} \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \frac{d \sin^2 \vartheta}{f^3(\vartheta)} - \frac{d \cos \vartheta}{f^2(\vartheta)} \left[\frac{d \operatorname{tg}^2 \vartheta}{f(\vartheta)} - \frac{1}{2} - \operatorname{tg}^2 \vartheta \right] \right\} \varepsilon^2 + O(\varepsilon^4), \end{aligned}$$

$$a_3 = 2 \left[3 \frac{\cos \vartheta}{f(\vartheta)} + \frac{d^2}{f^2(\vartheta)} \right] + O(\varepsilon^2).$$

Полученное уравнение траекторий дает возможность исследовать ионно-оптические характеристики тороидальных энергоанализаторов с меридиональным направлением пучка заряженных частиц, включая aberrации второго порядка.

В настоящей статье рассчитывались параметры анализатора дисковых пучков, схематически изображенного на рис. 1, в

зависимости от угла поворота $\theta = \theta_e + \pi/2$ и расстояния a центра огибающих поверхностей электродов от оси z . Поскольку источник считался расположенным на оси z , то при решении полагалось $x = 0$. Кольцевая выходная щель анализатора радиуса R_j располагалась в плоскости изображения, создаваемого дефлектором, на расстоянии l от выходного края конденсатора. Наличия каких-либо дополнительных линз между конденсатором и выходной щелью не предполагалось.

Траектории заряженных частиц внутри дефлектора рассчитывались путем численного интегрирования уравнения траекторий (7) методом Рунге-Кутты. Для корректного расчета aberrаций второго порядка учитывалось влияние краевых полей на входе и выходе конденсатора [9]. Краевые поля считались ограниченными тонкими диафрагмами Герцога с апертурой, равной b , расположенными таким образом, чтобы эффективные границы поля совпадали с краями тороидальных электродов.

Оценим влияние геометрических параметров анализатора на его разрешающую способность:

$$R = \frac{D}{S_2 + S_1 |M| + A}. \quad (8)$$

где D — коэффициент дисперсии анализатора; S_1 и S_2 — соответственно, ширины входной и выходной щели анализатора; M — коэффициент линейного увеличения; A — aberrационное уширение изображения в плоскости выходной щели. Если выбрать $S_2 = |M|S_1$ и считать, что основной вклад в уширение изображения дает сферическая aberrация, то формулу (8) можно переписать в виде

$$R = \frac{1}{2K_1 \frac{S_1}{r_0} + K_2 \alpha^2},$$

где $K_1 = |Mr_0/D|$, $K_2 = |A_{11}/D|$; A_{11} — коэффициент сферической aberrации; α — апертура источника.

На рис. 2 приведены графики зависимости величин D/r_0 , K_1 и K_2 от θ_e ($0 < \theta_e < 90^\circ$) для различных значений отношения a/r_0 при двух способах расположения входной щели анализатора — вблизи входного края пластин анализатора (кривые 1, 2, 3) и вблизи оси симметрии z (кривые 4, 5). Из графиков видно, что, хотя дисперсия D анализатора максимальна при $\theta_e = 0$, но коэффициенты K_1 и K_2 имеют минимумы при значении θ_e , близком к 60° или даже большем. Отметим, что величина коэффициента K_2 меняется мало и близка к единице во всех

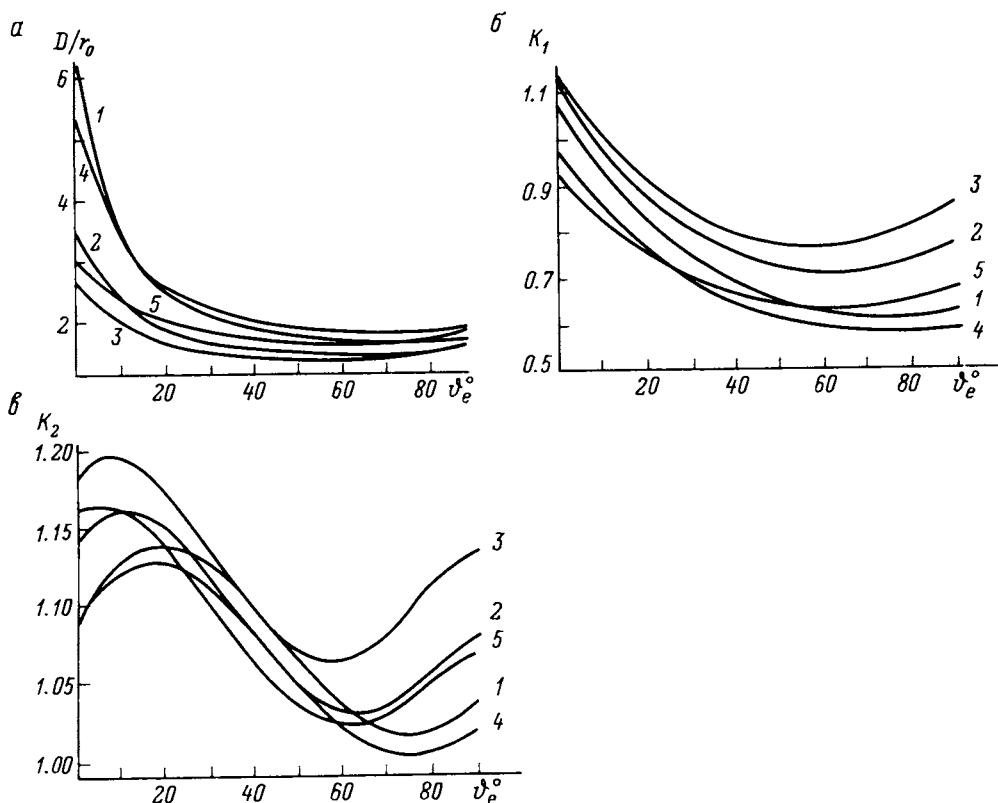


Рис. 2. Зависимости величин D/r_0 (а), K_1 (б) и K_2 (в) от угла поворота дефлектора. Кривые 1, 5 — $a/r_0 = 0.2$; 2 = 0.5; 3 = 0.8; 4 = 0.1

вариантах расчетов. Следовательно, при фиксированных ширинах входной и выходной щели и апертуре пучка разрешающая способность существенно зависит только от приведенной дисперсии анализатора. Последняя же является тем большей, чем меньше значение a , то есть чем ближе форма электродов конденсатора к сферической. Таким образом, с точки зрения достижения наибольшей разрешающей способности системы выгодно использовать малые значения a и угол поворота ϑ дефлектора, близкий к 150° . Однако на практике значение a определяется размером области свободного пространства, необходимого для размещения источника заряженных частиц, а конструкция дефлектора с большим значением ϑ_e неудобна в связи с неортогональностью падения частиц на детектор. Поэтому в каждом конкретном случае применения рассматриваемого анализатора необходимо искать компромисс между удобством конструкции системы и ее разрешающей способностью.

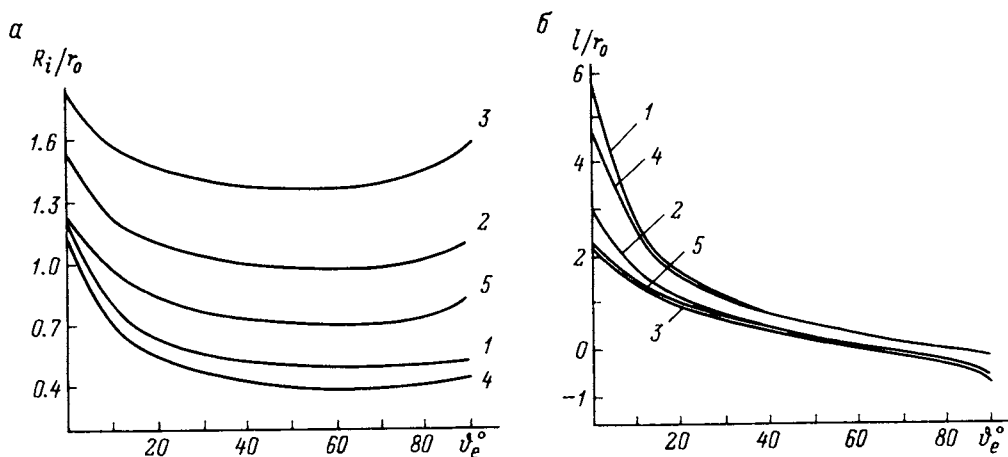


Рис. 3. Зависимости величин R_i/r_0 (а) и l/r_0 (б) от угла поворота дефлектора. Кривые 1-5 отвечают тем же значениям a/r_0 , что и на рис. 2

На рис. 3 приведены графики зависимости радиуса R_i выходной щели и расстояния l от угла θ_e . Как видно из графиков, уменьшению значения a соответствует уменьшение величины R_i , а минимум зависимости R_i (θ_e) достигается, как и максимум разрешающей способности, при углах θ_e , близких к 60° . Поэтому требования максимальной разрешающей способности и минимальности радиуса выходной щели не противоречат друг другу.

В заключение отметим, что полученное в работе на основе предложенного метода расчета поля аналитическое уравнение траекторий в тороидальном конденсаторе с меридиональным направлением пучка заряженных частиц позволяет существенно снизить трудоемкость исследования свойств и оптимизации рассматриваемых анализаторов с учетом абберационных эффектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зашквара В.В., Корсунский М.И., Редькин В.С. // ЖТФ. — 1968. — Т. 38, № 8. — С. 1336-1343.
2. Хохлов М.З., Ремизов А.П. // Космические исследования. — 1969. — Т. 7, № 3. — С. 459-462.
3. Энгельгардт Ч., Бэк В., Мензел Д., Либл. Х. // ПНИ. — 1981, № 6. — С. 54-60.
4. Smeenk R., Tromp R., Kersten H. etc. // Nucl. Instr. Meth. — 1982. — V. 195, N 3. — P. 581-586.

5. *Toffoletto F., Leskey R., Riley J.* // Nucl. Instr. Meth. — 1985. — V. B12, N 2. — P. 282—297.
6. *Козан В.Т., Павлов А.К.* // ЖТФ. — 1985. — Т. 55, № 10. — С. 2079—2082.
7. *Янг Д.Т., Бейм С.И., Томсен М.Ф. и др.* // ПНИ./ — 1988, № 5. — С. 58—65.
8. *Brewer D., Newell W., Smith A.* // J. Phys. E. — 1980. — V. 13, N 1. — P. 114—127.
9. *Matsuda H.* // Nucl. Instr. Meth. — 1971.— V. 91, N 4. — P. 637—647.

Рукопись поступила 16.10.90