

УДК 621.315.391.592

К вопросу об акустооптическом взаимодействии в приборах отклонения и модуляции света / И.А. Водоватов, Н.С. Плисс, Л.П. Попова, А.И. Пучкова // Научное приборостроение. — 1991. — Т. 1. — № 2. — С.165 -178.

С помощью метода, разработанного в предыдущих работах одного из авторов и основанного на решении интегрального уравнения, описывающего процесс дифракции как результат действия эквивалентных токов, исследовано влияние светопотерь в среде на дифракцию света на ультразвуке. Библ. — 4 назв. Ил. — 4.

ка при меньших интенсивностях возбуждения, что, несомненно, облегчит решение задачи построения высокоэффективных, динамически управляемых поляризаторов света. Такие поляризаторы позволяют реализовать аналитические приборы для исследования поляриметрических свойств материалов в динамике при их импульсном возбуждении и весьма перспективны для создания устройств динамической модуляции угла плоскости поляризации света.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ярошенко О.И., Рудик К.И. // Письма в ЖТФ. — 1977. — Т. 3. — Вып. 9. — С. 416.
2. Курасбедиани А.И., Мумладзе В.В. Оптоэлектроника, квантовая электроника и прикладная оптика: Сборник. Тбилиси, 1980. — С. 122.
3. Гарибашвили И.В., Инасаридзе В.И., Курасбедиани А.И., Рамшвили Н.М. / Матер. VI школы по опт. обраб. информ. Фрунзе, 1986. — С. 136.
4. Рудник К.И., Пикулик Л.Г., Чернявский В.А. // ЖПС. — 1986. — Т. XLV. — № 8. — С. 283.
5. Асланиди Е.Б., Курасбедиани А.И., Лежава Б.С., Мумладзе В.В. // Оптика и спектроскопия. — 1974. — Т. 37. — № 3. — С. 482.
6. Курасбедиани А.И., Мумладзе В.В. / Тез. докл. VII Всес. конф. по когерентной и нелинейной оптике. Тбилиси, 1976. — С. 86.
7. Курасбедиани А.И. / Мат. Всес. конф. ЛОСОС-75. — Минск, 1975. — С. 148.

Рукопись поступила 23.08.90

**И.А. Водоватов, Н.С. Плисс, Л.П. Попова**  
(Институт аналитического приборостроения АН СССР,  
Ленинград),

**А.И. Пучкова**  
(Государственный технический университет, Ленинград)

### К ВОПРОСУ ОБ АКУСТООПТИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ В ПРИБОРАХ ОТКЛОНЕНИЯ И МОДУЛЯЦИИ СВЕТА

В современных оптических приборах широкое применение находят акустооптические устройства, в основе работы которых лежит процесс дифракции света на акустических волнах. Сюда следует отнести различные акустооптические фильтры и линии задержки, дефлекторы и модуляторы света и т.п. Дифракция света на акустических решетках используется не только для управления световыми потоками, но и для анализа характеристик самих световых потоков и дифракционных структур.

Достаточно общее решение задачи дифракции света на ультразвуке дано в монографии [1]. В работах [2, 3] развит новый подход к анализу дифракции света на объемных пространственных решетках, основанный на решении интегрального уравнения, описывающего процесс дифракции как результат действия эквивалентных токов. Однако в указанных работах рассматривались идеальные среды взаимодействия. Ниже показано, что развитый в [2, 3] метод может быть обобщен и на случай сред с достаточно малыми потерями по свету.

**Постановка задачи.** Аналогично [2, 3] рассмотрим бесконечную немагнитную ( $\mu = 1$ ), диэлектрическую ( $\sigma = 0$ ) среду с комплексной диэлектрической проницаемостью  $\hat{\epsilon}_0 = \epsilon'_0 + i\epsilon''_0 = |\epsilon_0| e^{i\delta_0}$ , где  $\delta_0 = \arctg \frac{\epsilon''_0}{\epsilon'_0}$  определяется сдвигом по фазе вектора электрического смещения  $\vec{D}(t)$  относительно электрического вектора  $\vec{E}(t)$ . Будем считать, что  $\frac{\epsilon''_0}{\epsilon'_0} \ll 1$ . Положим, что в области  $V$ , представляющей собой пространственный слой, ограниченный плоскостями  $y = 0$  и  $y = Y_0$ , комплексная диэлектрическая проницаемость среды описывается выражением  $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_0 + \Delta\bar{\epsilon}(x, y, t)$ , где  $\Delta\bar{\epsilon}(x, y, t)$  определяется некоторым возмущением в среде, в общем случае зависящим как от координат, так и от времени. В случае ультразвукового возмущения  $\Delta\bar{\epsilon}(x, y, t)$  представляет собой пространственную решетку с независимой от времени амплитудой, распространяющуюся в среде со скоростью звука. Ввиду большой разницы скоростей света и звука такую решетку можно считать приближенно стационарной, т.е.  $\Delta\bar{\epsilon}(x, y, t) = \Delta\bar{\epsilon}(x, y)$ , причем будем считать, что

$$\Delta\bar{\epsilon}(x, y) = \Delta\epsilon'(x, y) + i\Delta\epsilon''(x, y). \quad (1)$$

Запишем уравнения Максвелла для комплексных амплитуд в виде

$$\text{rot } \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \vec{H};$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{i\omega}{c} \bar{\epsilon}_0 \vec{E} - \frac{i\omega}{c} \Delta\bar{\epsilon} \vec{E}.$$

Если, как и в [2], ввести в рассмотрение эквивалентные токи, определяющие дифрагированное поле, согласно равенству

$$\frac{4\pi}{c} \vec{j}_{\text{эkv}} = \begin{cases} \frac{i\omega}{c} \Delta\bar{\epsilon} \vec{E}, & 0 \leq y \leq Y_0; \\ 0, & y < 0 \text{ или } y > Y_0, \end{cases}$$

то для напряженности электрического поля  $\vec{E}$  может быть выведено соотношение  $\vec{E} = \vec{E}_i + \mathcal{L}(\vec{j}_{\text{эв}})$ , где  $\mathcal{L}$  — некоторый оператор, а  $\vec{E}_i$  — падающее поле.

Существенным отличием в постановке задачи в настоящей работе от [2] является наличие оптических потерь в среде. Это обстоятельство меняет вид оператора  $\mathcal{L}$ . Однако, как будет показано ниже, разработанный в [2, 3] метод может быть распространен и на рассматриваемый случай.

**Вывод интегрального уравнения для поля.** Пусть на рассматриваемую область  $V$  падает слева неоднородная плоская волна

$$\vec{E}_0 = E_0 \vec{u}_0 e^{i\vec{k}_0 \vec{r}}. \quad (2)$$

Пусть  $XOY$  — плоскость падения, а вектор  $\vec{u}_i$  параллелен оси  $oz$ , т.е. будем считать падающую волну  $E$  — поляризованной. Тогда внутри области  $V$ , занятой средой, будут также распространяться неоднородные плоские волны типа  $\vec{E} =$

$E e^{i\vec{k} \vec{r}} \vec{u}$ , где  $\vec{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  и  $\hat{k} = \vec{k}' + i\vec{k}''$  — комплексный волновой вектор (вектор поляризации  $\vec{u}$  в дальнейшем будем опускать). При этом, если единичный волновой вектор плоской волны  $\vec{k}' =$

$\begin{bmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}$  (угол  $\theta$  отсчитывается от оси  $oy$ ), то можно показать, что с точностью до величин второго порядка малости по

$$\frac{\epsilon''_0}{\epsilon'_0} \text{ имеем } \vec{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon'_0} \vec{k}', \quad \vec{k}'' = \begin{bmatrix} 0 \\ k''_y \end{bmatrix}, \quad \text{где } k''_y = \frac{\omega \epsilon''_0}{2c \sqrt{\epsilon'_0} \cos \theta}.$$

Рассечем объем  $V$  плоскостью  $y = y_0$  на две части  $V_1$  ( $0 \leq y \leq y_0$ ) и  $V_2$  ( $y_0 < y \leq Y_0$ ) и будем, как в [2], искать дифрагированное поле в виде разложения по плоским волнам

$$E = E' + E'',$$

$$\text{где } E' = \int_{-1}^1 c_k E_k d k'_x \text{ — поле справа от сечения } y = y_0; \quad (3)$$

$$E'' = \int_{-1}^1 c_{-k} E_{-k} d k'_x \text{ — поле слева от сечения } y = y_0;$$

$$E_k = e^{-ik_y y} e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad \text{— напряженность электрического поля единичной прямой волны;}$$

$$E_{-k} = e^{-ik_y y} e^{-i\vec{k}\vec{r}} \quad \text{— напряженность электрического поля единичной обратной волны,}$$

а коэффициенты  $c_{-k}$  и  $c_k$  подлежат определению.

Если обозначить поверхности, ограничивающие  $V_1$  и  $V_2$ , через  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ , соответственно, то лемма Лоренца в интегральной форме может быть записана для  $V_1$  и  $V_2$  в виде [4]

$$\int_{\Sigma_1} \{ [\vec{E} \vec{H}_{-l}] - [\vec{E}_{-l} \vec{H}] \} \vec{n} ds = \frac{4\pi}{c} \int_{V_1} \vec{j}_{\text{эKB}} \vec{E}_{-l} dV; \quad (4)$$

$$\int_{\Sigma_2} \{ [\vec{E} \vec{H}_l] - [\vec{E}_l \vec{H}] \} \vec{n} ds = \frac{4\pi}{c} \int_{V_2} \vec{j}_{\text{эKB}} \vec{E}_l dV.$$

В приведенных формулах используются следующие обозначения:  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  — искомое дифрагированное поле;  $\vec{E}_l$ ,  $\vec{H}_l$  и  $\vec{E}_{-l}$ ,  $\vec{H}_{-l}$  — поля некоторой  $l$ -й прямой и обратной волны, соответственно. (Для общности используются векторные обозначения).

Рассмотрим интеграл вида

$$N_{kl} = \frac{c}{4\pi} \int_S \{ [\vec{E}_k \vec{H}_l] - [\vec{E}_l \vec{H}_k] \} \vec{n} ds, \quad (5)$$

где  $S$  — некоторое сечение среды  $y = y_0$ .

Поскольку зависимость от координат в неоднородной плоской волне описывается множителем  $e^{i\hat{k}\vec{r}}$ , а электрическое и магнитное поля в ней связаны выражением  $\vec{H}_k = \frac{c}{\omega} [\hat{k} \vec{E}_k]$ , то из (5) можно получить следующее соотношение:

$$N_{kl} = \frac{c^2}{4\pi\omega} E_k E_l \left[ \cos \theta_{kl} (\hat{k} \cdot \hat{l}) + \left( \frac{E_k}{E_k} + \frac{E_l}{E_l} \right) \sin \theta_{kl} \right] \times \quad (6)$$

$$\times \int_S \vec{n} e^{i(\hat{k} \cdot \hat{l}) \vec{r}} ds.$$

Интеграл справа в (6) может быть написан в виде

$$\int_S e^{i(\hat{k} \cdot \hat{l}) \vec{r}} ds = e^{(\hat{k}_y + \hat{l}_y) y_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k'_x + l'_x) x} dx = \quad (7)$$

$$= e^{(\hat{k}_y + \hat{l}_y) y_0} \delta(k'_x + l'_x),$$

где  $\hat{k}_y = k'_y + ik''_y$ ,  $\hat{l}_y = l'_y + il''_y$ .

В нашем случае при  $s \rightarrow \infty$  сохраняют силу рассуждения, аналогичные проведенным в [4], касающиеся ортогональности волноводных мод в сечениях ограниченных волноводов, ибо ввиду конечности  $Y_0$  полями на бесконечно удаленных боковых границах можно пренебречь. Поэтому  $\delta$ -функцию в (7) условно запишем в виде  $\delta(k + l)$ , где  $k$  и  $l$  — индексы волн, по которым раскладываются поля в (3).

С учетом этого перепишем (6) в виде

$$N_{kl} = \frac{c^2}{2\omega} [\cos \theta_{kl} (\hat{k} \cdot \hat{l}) + (E_k + E_l) \sin \theta_{kl}] \times \quad (8)$$

$$\times \int_S \vec{n} e^{(\hat{k}_y + \hat{l}_y) y_0} \delta(k + l) ds.$$

Используя лемму Лоренца в виде (4) и пренебрегая полями, описываемыми интегралами по боковым поверхностям  $s_{1\delta}$  и  $s_{2\delta}$  вследствие их малости при конечной величине  $Y_0$ , получим

$$\int_{s_1} \int_{-1}^1 c_{-k} \{ [E_{-k} H_{-l}] - [E_{-l} H_{-k}] \} \vec{n} dk'_x ds + \quad (9)$$

$$+ \int_S \int_{-1}^1 c_k \{ [E_k H_{-l}] - [E_{-l} H_k] \} \vec{n} dk'_x ds =$$

$$= \frac{4\pi}{c} \int_{V_1} \vec{j}_{\text{экв}} E_{-l} dv;$$

$$\begin{aligned} & \int_S \int_{-1}^1 c_{-k} \{ [\vec{E}_{-k} \vec{H}_1] - [\vec{E}_1 \vec{H}_{-k}] \} \vec{n} dk'_x ds + \\ & + \int_{S_2} \int_{-1}^1 c_k \{ [\vec{E}_k \vec{H}_1] - [\vec{E}_1 \vec{H}_k] \} \vec{n} dk'_x ds = \\ & = \frac{4\pi}{c} \int_{V_2} \vec{j}_{\text{экв}} \vec{E}_1 dv. \end{aligned}$$

Меняя порядок интегрирования и используя обозначение (5), приведем (9) к виду

$$\int_{-1}^1 c_{-k} N_{-k, -1} \vec{dk}'_x + \int_{-1}^1 c_k N_{k, -1} \vec{dk}'_x = \frac{4\pi}{c} \int_{V_1} \vec{j}_{\text{экв}} \vec{E}_{-1} dv; \quad (9a)$$

$$\int_{-1}^1 c_{-k} N_{-k, 1} \vec{dk}'_x + \int_{-1}^1 c_k N_{k1} \vec{dk}'_x = \frac{4\pi}{c} \int_{V_2} \vec{j}_{\text{экв}} \vec{E}_1 dv.$$

Далее, нетрудно получить соотношение  $\vec{k} \hat{n} =$   
 $= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \theta e^{-ib_k} \vec{k}$ , где

$$b_k = \text{arctg} \frac{\epsilon_0''}{2\epsilon_0' \cos^2 \theta_k}. \quad (10)$$

Теперь из (8), (9a) и (10) получаем значение коэффициентов

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{2\pi e^{ib_k}}{c\sqrt{\epsilon_0} \cos \theta_k} \int_{(0, y_0)} \vec{j}_{\text{экв}} \vec{E}_{-k} dv; \\ c_{-k} &= \frac{2\pi e^{ib_k}}{c\sqrt{\epsilon_0} \cos \theta_k} \int_{(y_0, Y_0)} \vec{j}_{\text{экв}} \vec{E}_k dv. \end{aligned} \quad (11)$$

где обозначения  $(0, y_0)$  и  $(y_0, Y_0)$  у интегралов указывают на бесконечные объемы интегрирования слева от сечений  $y = y_0$  ( $V_1$ ) и справа от него ( $V_2$ ), соответственно. С учетом падающей волны из (2), (3) и (11) получается следующее

уравнение для комплексной амплитуды поля  $E$  ( $E$ -поляризация):

$$E = E_0 + \frac{i\omega}{2c\sqrt{\epsilon'_0}} \left[ \int_{-1}^1 \left\{ \frac{e^{ib_k}}{\cos \theta_k} \left( \int_{(0, Y_0)} (\Delta\epsilon E) E_{-k} dv \right) E_k + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_{(Y_0, Y_0)} (\Delta\epsilon E) E_k dV \right\} E_{-k} \right] \tilde{dk}'_x. \quad (12)$$

Решение интегрального уравнения. Вводя обозначения  $x = \frac{2\pi Y_0 |\Delta\epsilon_0|_{\max}}{n_0 \lambda}$ ,  $\Delta\epsilon'(x, y) = \frac{\Delta\epsilon_0(x, y)}{|\Delta\epsilon_0|_{\max}}$ , где  $\Delta\epsilon_0$  определяется соотношением (1), а также, учитывая выражение для неоднородной плоской волны  $E_k = e^{ik_k r}$ , перепишем (12) в виде

$$E = E_0 + ix \int_{-1}^1 \left\{ \frac{e^{ib_k}}{Y_0 \cos \theta_k} \int_{(0, Y_0)} (\Delta\epsilon' E e^{-ik_k r} dV) e^{ik_k r} \right\} \tilde{dk}'_x + \\ + ix \int_{-1}^1 \left\{ \frac{e^{ib_k}}{Y_0 \cos \theta_k} \int_{(Y_0, Y_0)} (\Delta\epsilon' E e^{-ik_k r} dV) e^{-ik_k r} \right\} \tilde{dk}'_x. \quad (13)$$

Решение уравнения (13) проведем методом последовательных приближений, взяв в качестве нулевого приближения падающую плоскую неоднородную  $E$ -поляризованную световую волну единичной амплитуды с единичным волновым вектором  $k'_0 =$

$$= \begin{bmatrix} \sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{bmatrix};$$

$$E_0 = e^{-k'_0 y} e^{ik'_0 r}.$$

Учитывая плоский характер задачи (отсутствие зависимости от координаты  $z$ ), в первом приближении получим



$$\begin{aligned}
 E^{(1)} = E_0 + \frac{ix}{Y_0} \int_{-1}^1 \left\{ \frac{e^{ib_{k_1}}}{\cos \theta_{k_1}} \int_{(0, y_1)} (\Delta \varepsilon(x_0, y_0) e^{-(k''_{y_0} - k''_{y_1})y_0} \times \right. \\
 \times e^{i((k'_{x_0} - k'_{x_1})x_0 + (k'_{y_0} - k'_{y_1})y_0)} dx_0 dy_0 \Big\} e^{ik_1 r_1} \tilde{dk}'_{x_1} + \\
 + \frac{ix}{Y_0} \int_{-1}^1 \left\{ \frac{e^{ib_{k_1}}}{\cos \theta_{k_1}} \int_{(y_1, Y_0)} (\varepsilon'(x_0, y_0) e^{-(k'_{y_0} - k'_{y_1})y_0} \times \right. \\
 \times e^{i((k'_{x_0} + k'_{x_1})x_0 + (k'_{y_0} - k'_{y_1})y_0)} dx_0 dy_0 \Big\} e^{-ik_1 r_1} \tilde{dk}'_{x_1}, \quad (14)
 \end{aligned}$$

где  $\cos \theta_{k_1} = \sqrt{1 - (k'_{x_1})^2} = \tilde{k}'_{y_1}$  и для удобства записи дальнейших выкладок введен индекс 1 у компонентов волновых векторов, по которым ведется интегрирование, а также у координаты у плоскости, рассекающей объем  $V$ .

Для получения второго приближения  $E^{(2)}$  следует в правую часть (13) вместо  $E$  подставить  $E^{(1)}$ , определяемое выражением (14), и т.д.

Рассмотрим режим работы „на проход“, т.е. будем интересоваться полем справа от возмущенного слоя среды, т.е. при  $y \geq y_0$ . Тогда, пренебрегая „обратной волной“, описываемой вторым интегралом в (13), можно получить решение этого интегрального уравнения в виде

$$E = \sum_n E^{(n)},$$

где

$$\begin{aligned}
 E^{(n)} = \left[ \frac{ix}{Y_0} \right]^n \prod_{m=1}^n \int_{-1}^1 \int_{(0, y_m)} \frac{e^{ib_{k_m}}}{\cos \theta_{k_m}} \Delta \varepsilon'(\vec{r}_{m-1}) \times \\
 \times e^{-(k'_{y_{m-1}} + k'_{y_m})y_{m-1}} e^{i(k'_{m-1} - k'_m) \vec{r}_{m-1}} e^{ik_m \vec{r}_n} dx_{m-1} dy_{m-1} \tilde{dk}'_{x'}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Символ  $\prod_{m=1}^n$  в формуле (15) означает последовательное

$n$ -кратное интегрирование по обозначенным в формуле переменным.

Предположим теперь, что  $\Delta \epsilon'(x, y) = f_x(x) f_y(y)$  и обозначим

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x_m) e^{-i(k'_{x_{m+1}} - k'_{x_m})x_m} dx_m = F_x(q_m). \quad (16)$$

Таким образом,  $F_x(q_m)$  — спектр Фурье решетки  $f_x(x)$ , где

$$q_m = (k'_{x_{m+1}} - k'_{x_m}) = k(\sin \theta_{k_{m+1}} - \sin \theta_{k_m}), \quad m \in [1, n].$$

Тогда после нормировки на  $Y_0$  (15) примет вид

$$\begin{aligned} E^{(n)} = & (ix)^n \prod_{m=1}^n \int_{-1}^1 \int_0^{y_m} \frac{e^{ib_{k_m} y_m} F_x(q_m)}{\cos \theta_{k_m}} f_y(y_{m-1} Y_0) \times \\ & \times e^{-i(k'_{y_{m-1}} - k'_{y_m})y_{m-1} Y_0} e^{i(k'_{y_{m-1}} - k'_{y_m})y_{m-1} Y_0} dy_{m-1} \times \\ & \times e^{i\vec{k}_n \vec{r}_n Y_0} d\vec{k}'_{x_m}. \end{aligned} \quad (17)$$

где  $y_m$  изменяется теперь от 0 до 1.

Если считать, что решетка  $f_x(x)$  имеет ограниченный спектр, т.е.  $|F_x(q_m)| < \text{const}$ , и учитывать конечное число порядков (т.е. положить, что  $|\cos \theta_{k_m}| > \epsilon > 0$ ), то можно

получить следующую оценку для  $E^{(n)}$ :  $|E^{(n)}| \leq \frac{(M\kappa)^n}{n!}$ , где  $M$  — постоянная. Отсюда вытекает сходимость ряда для  $E$  в (15).

Рассмотрим простейший случай, когда  $f(x, y) = f_x(x) = \cos Kx$ , где  $K = \frac{2\pi}{\Lambda}$  — волновое число решетки;  $\Lambda$  — ее пространственный период. Тогда (16) может быть записано в виде

$$F_x(q_m) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos Kx e^{-i(k'_{x_{m+1}} - k'_{x_m})x_m} dx_m =$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \cos Kx e^{-ik(\sin \theta_{k_{m+1}} - \sin \theta_{k_m})x_m} dx_m = \\
 &= \frac{1}{2} \delta[K - k(\sin \theta_{k_{m+1}} - \sin \theta_{k_m})] + \\
 &+ \frac{1}{2} \delta[K + k(\sin \theta_{k_{m+1}} - \sin \theta_{k_m})], \quad (18)
 \end{aligned}$$

где  $\delta$  — дельта-функция.

Таким образом, значения  $q_m$ , в которых отлична от нуля  $F_x(q_m)$ , будут  $q_m = k(\sin \theta_{m+1} - \sin \theta_m) = \pm \frac{2\pi}{\Lambda}$ , т.е.

$$\sin \theta_{m+1} - \sin \theta_m = \pm \frac{\lambda}{n_0 \Lambda}, \quad m \in [0, n-1]. \quad (19)$$

Следовательно, вместо интегрирования в (17) по  $x$ -проекциям вещественной части волновых векторов имеет место суммирование по конечному числу неоднородных плоских волн с волновыми векторами

$$\begin{aligned}
 \vec{k}_{nl} &= \vec{k}'_{nl} + ik'_{nl}, \quad k'_{nl} = \\
 &= k \begin{bmatrix} \sin \theta_{nl} \\ \cos \theta_{nl} \end{bmatrix}, \quad k'_{nl} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \epsilon_0 \\ 2c\sqrt{\epsilon_0} \cos \theta_{nl} \end{bmatrix}, \quad (20)
 \end{aligned}$$

где значения, принимаемые индексом  $l$ , а также  $\theta_{nl}$  определяются с помощью соотношения (19). При этом  $n$ -я итерация порождает  $n + 1$  возможное направление распространения плоских (неоднородных) волн ( $l$  в (20) принимает  $n + 1$  значение), линейная комбинация которых с некоторыми комплексными амплитудами и будет составлять поле  $n$ -й итерации ( $n + 1$  дифракционный порядок) (см. [2]).

Обозначим некоторую комбинацию выбираемых при суммировании в (19) знаков („маршрут“), приводящую на  $n$ -м шагу к  $l$ -му направлению  $s_l^{(n)}$ . Тогда для косинусоидальной решетки со спектром Фурье (18) поле  $n$ -й итерации может быть записано в виде

$$E^{(n)} = \left(\frac{ix}{2}\right)^n \sum_{l=0}^n \left\{ \sum_{s_l^{(n)}} \prod_{m=1}^n \left[ \int_0^{y_m} \frac{e^{ibk_{s_l^{(n)}}} e^{-ik_{s_l^{(n)}}} dx_m}{\cos \theta_{k_{s_l^{(n)}}}} \times \right. \right.$$

$$\times e^{-(k''_{y_{s_{1,m-1}}(n)} - k''_{y_{s_{1,m}}(n)}) y_{m-1} Y_0} \times \quad (21)$$

$$\times e^{i(k'_{y_{s_{1,m-1}}(n)} - k'_{y_{s_{1,m}}(n)}) y_{m-1} Y_0} \left. \frac{d y_{m-1}}{d y_{m-1}} \right\} e^{i k_{n_1}^{\rightarrow} r_{n_1}^{\rightarrow} Y_0}.$$

В (21)  $k'_{y_{s_{1,m}}(n)}$  означает направление, получающее на  $m$ -м шагу „маршрута“  $s_1^{(n)}$ ;  $k_{n_1}^{\rightarrow}$  — комплексный волновой вектор  $l$ -го направления на  $n$ -м шагу.

Хотя формула (21) выглядит несколько громоздкой, однако ее программная реализация для вычисления на ЭВМ амплитуды и интенсивности для любого дифракционного порядка не представляет сложностей.

Рассмотрим случай малых углов дифракции, когда можно пренебречь величинами второго и более высоких порядков. Тогда (19) примет вид

$$\theta_{m+1} - \theta_m = \pm \frac{\lambda}{n_0 \Lambda}. \quad (19a)$$

$$\begin{aligned} \text{Разность } k'_{y_{s_{1,m-1}}(n)} - k'_{y_{s_{1,m}}(n)} &= k(\cos \theta_{s_{1,m-1}}^{(n)} - \cos \theta_{s_{1,m}}^{(n)}) = \\ &= \pm \frac{\lambda k}{n_0 \Lambda} \left[ 2\theta_{s_{1,m}}^{(n)} \pm \frac{\lambda}{n_0 \Lambda} \right] = \pm \frac{2\lambda^2 k}{n_0^2 \Lambda^2} \left[ \theta_{s_{1,m}}^{(n)} \pm \frac{1}{2} \right] = \frac{2\lambda^2 k}{n_0^2 \Lambda^2} \gamma_{m-1}(s_1^{(n)}), \end{aligned}$$

где скобки в предпоследнем выражении вместе со знаками обозначены  $\gamma_{m-1}(s_1^{(n)})$ .

$$\text{Далее, разность } k''_{y_{s_{1,m-1}}(n)} - k''_{y_{s_{1,m}}(n)} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\omega \epsilon_0'' (\cos \theta_{s_{1,m}}^{(n)} - \cos \theta_{s_{1,m-1}}^{(n)})}{2c\sqrt{\epsilon_0} \cos \theta_{s_{1,m-1}}^{(n)} \cos \theta_{s_{1,m}}^{(n)}} \approx \\ &\approx \frac{\omega \epsilon_0''}{2c\sqrt{\epsilon_0}} \frac{2\lambda^2}{n_0^2 \Lambda^2} \gamma_{m-1}(s_1^{(n)}). \end{aligned}$$

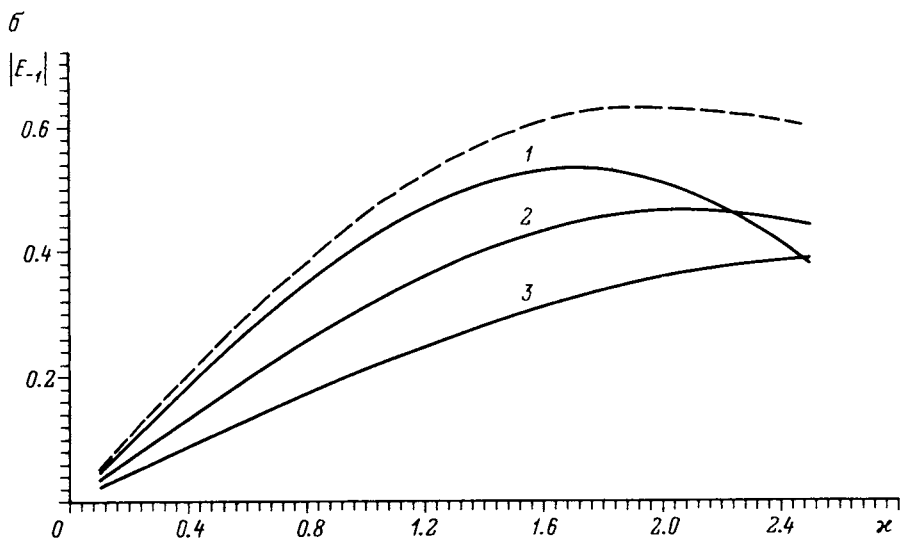
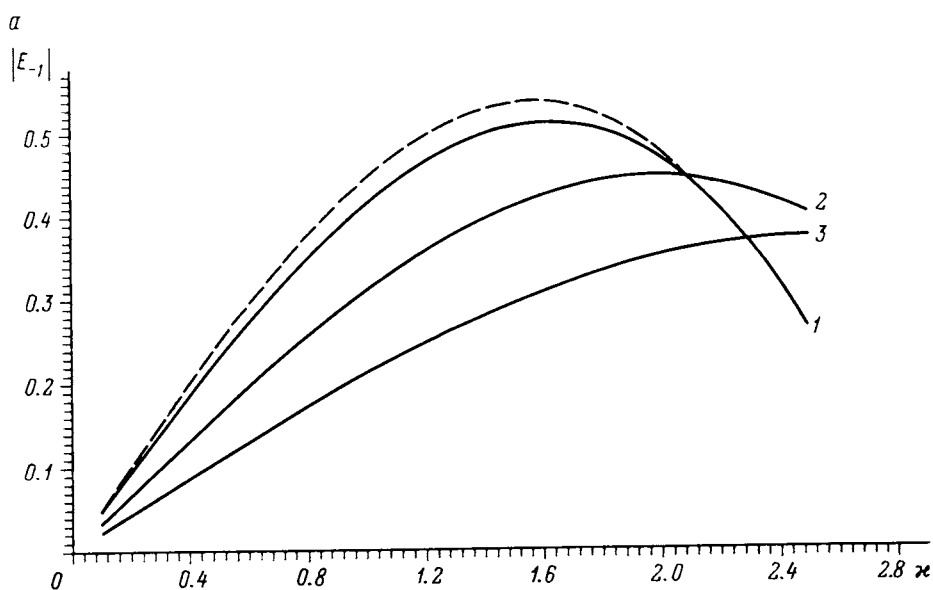


Рис. 1. Зависимость амплитуды  $|E_{-1}|$  от индекса модуляции  $x$  при  $Q_0 = 1$  (а) и  $Q_0 = 3$  (б): 1 —  $\sigma = 1 \cdot 10^7$ ,  $\epsilon_0'' = 0.05$ ; 2 —  $\sigma = 5 \cdot 10^7$ ,  $\epsilon_0'' = 0.25$ ; 3 —  $\sigma = 1 \cdot 10^8$ ,  $\epsilon_0'' = 0.5$

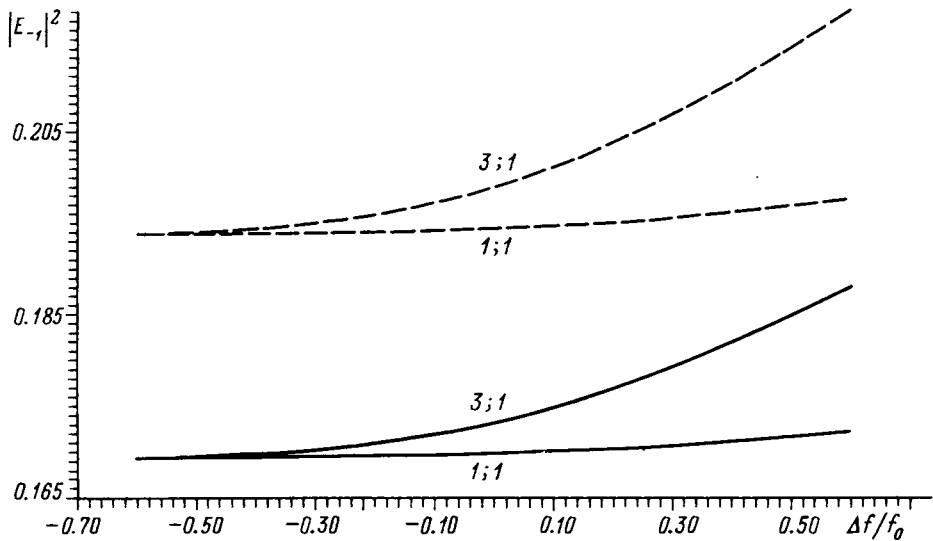


Рис. 2. Зависимость интенсивности поля от частоты (цифрами у кривых даны значения  $Q_0$  и индекса модуляции  $\omega$ , соответственно)

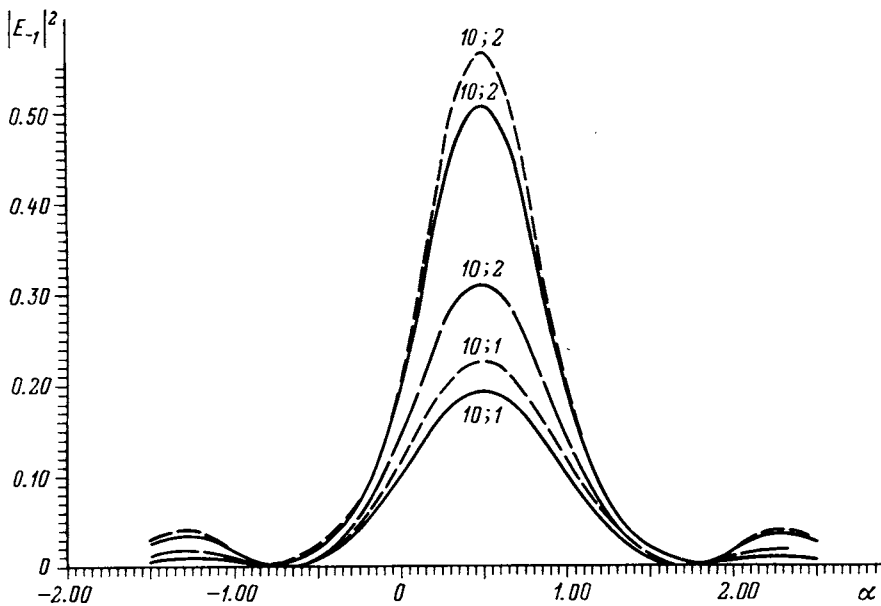


Рис. 3. Зависимость  $|E_{-1}|^2$  от обобщенного угла  $\alpha = \frac{n_0 \Delta}{\lambda} \theta$  (цифрами у кривых даны значения  $Q_0$  и индекса модуляции  $\omega$ , соответственно): - - - - - без потерь; — — — —  $\sigma = 1 \cdot 10^7$ ,  $\epsilon_0'' = 0.05$ ; — — — —  $\sigma = 5 \cdot 10^7$ ,  $\epsilon_0'' = 0.25$

Если ввести параметр дифракции  $Q = \frac{4\pi\lambda Y_0}{n_0\Lambda^2}$ , то формулу (21) можно переписать в виде

$$E^{(n)} = \left(\frac{ix}{2}\right)^n \sum_{l=0}^n \left\{ \sum_{s_1}^{y_n} \int_0^{y_1} \dots \int_0^{y_1} \exp\left[i \frac{Q'}{2} \sum_{m=1}^n \gamma_{m-1} (s_1^{(n)}) y_{m-1}\right] \times \right. \\ \left. \times dy_0 \dots dy_{n-1} \right\} e^{\hat{\rightarrow} ik r},$$

где  $Q' = Q\beta$ ,  $\beta = 1 + i\frac{\epsilon''}{\epsilon_0}$ .

Из полученных выражений следует, что наличие потерь в среде взаимодействия приводит к изменению параметра дифракции  $Q'$ , который в данном случае становится комплексным.

На рис. 1-3 приведены результаты расчета на ЭВМ по приведенным выше формулам амплитуды поля в первом дифракционном порядке в приближении 3-го порядка для случая промежуточного режима дифракции  $Q = 1, 2, 3$  при различных значениях потерь. На всех рисунках пунктирная кривая соответствует случаю отсутствия потерь. Как видно из приведенных кривых, влияние потерь уменьшает эффективность дифракции, практически не изменяя характера самих кривых. При изменении потерь на порядок эффективность дифракции в промежуточном режиме падает почти в два раза.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Балакшай В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. — М.: Радио и связь, 1985.
2. Петрунькин В.Ю., Водоватов И.А. // Известия ВУЗов — Радиофизика. — 1983. — Т. XXVI — № 12. — С. 1570—1588.
3. Петрунькин В.Ю., Водоватов И.А., Линовский А.А. // Известия ВУЗов — Радиофизика. — 1983. — Т. XXVI — № 8. — С. 1021—1029.
4. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. — М.: Сов. радио, 1957.

Рукопись поступила 04.02.91