УДК 532.5

О пороговом потенциале начала работы источника с электрогидродинамическим распылением жидкости. Шевченко С.И.//Научное приборостроение. Физика аналитических приборов. Л.: Наука, 1989. - С. 17-22.

Рассмотрена задача определения порогового потенциала начала работы источника с электрогидродинамическим распылением жидкости. В статическом приближении для проводящей жидкости получены теоретические значения порогового потенциала начала работы источника, значительно лучше согласующегося с экспериментом, чем формула Тейлора. Лит. - 11 назв.

С.И.Шевченко (НТО АН СССР)

О ПОРОГОВОМ ПОТЕНЦИАЛЕ НАЧАЛА РАБОТЫ ИСТОЧНИКА С ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИМ РАСПЫЛЕНИЕМ ЖИДКОСТИ

В устройствах прямого ввода жидкости в масс-спектрометр (источник с электрогидродинамическим распылением жидкости) и в жидкостно-металлических источниках ионов (ЖМИ) важно знать пороговое значение потенциала, с которого эти источники начинают работать. Как показали многочисленные эксперименты, эффективная работа источников начинается с формирования на торце капилляра конусообразного мениска [I, 2].

Важную задачу определения параметров, соответствующих образованию конуса, впервые попробовал решить Тэйлор [3]. Он применил метод нахождения необходимых условий, считая, что на поверхности проводящей жидкости сформирован мениск, имеющий вид идеального конуса, нашел условия (потенциал и угол раствора конуса), при которых на поверхности конуса выполняется условие баланса сил:

$$p + \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_n^2 = \mu K, \qquad (1)$$

где p – скачок давления на границе жидкости – атмосфера; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м ; E_n – нормальная к поверхности жидкости составляющая напряженности электрического поля; μ – коэффициент поверхностного натяжения; K – кривизна поверхности в данной точке.

Тэйлор заменил капилляр с жидким конусом на торце бесконечным конусом и, отбросив в уравнении (1) давление p, вывел выражение для потенциала в системе:

$$\varphi = \varphi_0 + A \cdot r^{1/2} \; P_{1/2}(\cos\Theta),$$

из условия эквипотенциальности поверхности мениска ($P_{1/2}(\cos\Theta) = 0$) получил угол полураствора конуса:

$$\eta = 180^0 - 130,7^0 = 49,3^0$$

и вывел формулу для определения потенциала формирования конусного мениска:

$$U_0^T = 1,432 \cdot 10^3 \sqrt{\mu R_0}\,, \qquad (2)$$

в которую μ и R_0 подставляются в системе единиц CGS. В этих формулах φ_0 – потенциал поверхности жидкости; $P_{1/2}(\cos\Theta)$ – функция Лежандра первого рода; Θ – угол, отсчитываемый от оси системы; r – радиальная координата в сферической системе координат; R_0 – расстояние от вершины конуса до антиэлектрода.

Недостатком работы [3] явилось то, что конус предполагался бесконечным, поэтому в формулу (2) не вошла зависимость от радиуса капилляра, но вошло расстояние капилляр – антиэлектрод R_0. Экспериментальные работы показали, что зависимость от радиуса капилляра существует [4] . Что касается зависимости от расстояния R_0, то в некоторых работах использовалась геометрия, в которой вместо плоского электрода применялось металлическое кольцо, и капилляр мог ставиться своим кончиком как раз в плоскости кольца и даже выдвигаться вперед [5] . Ясно, что в этом случае формула (2) неприменима. Еще одним недостатком работы [3] явилось то, что давление p было в ней отброшено без всякого обоснования. Все это явилось поводом к тому, чтобы еще раз вернуться к проблеме нахождения потенциала образования конуса Тэйлора.

В статье приведена попытка более точной постановки задачи определения потенциала образования конусного мениска в системе "капилляр с конусом на торце и антиэлектрод – плоскость" и выведены условия, при которых на поверхности мениска конусной формы удовлетворяется уравнение (1).

Будем считать, что источник работает в режиме, когда мениск имеет конусную форму. Попробуем найти условия, при которых на поверхности этого конуса выполняется условие баланса сил, т.е.равенство (1). Эту задачу можно разделить на две: задачу определения электрического поля и задачу нахождения упомянутых выше условий.

Аналитическое нахождение потенциала электрического поля в системе "капилляр с конусом на торце – плоскость" невозможно. Видоизменим задачу: рассмотрим систему "капилляр с жидким конусом произвольного угла полураствора на торце и плоский антиэлектрод". Вырежем из всего пространства сферу с центром на вершине конуса и радиусом $R_1 = L$, где L – длина образующей конуса, и будем считать, что на доле поверхности этой сферы, находящейся вне конуса, задано некоторое распределение потенциала $U_1(\cos\Theta)$. Для нахождения потенциала внутри сферы с вырезанным конусом имеем уравнение Лапласа с граничными условиями:

$$\Delta \varphi = 0,$$

$$\varphi(\Theta=\Theta_0)=U_0,\ \varphi(\Theta=0)=\text{огр.},\ \varphi(r\to 0)=\text{огр.},\ \varphi(r=R_1)=U_1(x), \tag{3}$$

где $x=\cos\Theta$.

Применив метод Фурье к решению этого уравнения [6], получим:

$$\varphi = U_0\left[1+\sum_{\nu} c_\nu \cdot P_\nu(x)\cdot\left(\frac{r}{R_1}\right)^{\nu}\right], \tag{4}$$

$$c_\nu = \int_{x_0}^{1}\left(\frac{U_1(x)}{U_0}-1\right)P_\nu(x)\,dx \Big/ \int_{x_0}^{1}\left[P_\nu(x)\right]^2 dx, \tag{5}$$

индекс ν удовлетворяет уравнению $P_\nu(x_0)=0$; $x_0=\cos\Theta_0$;
Θ_0 – угол "внешнего" полураствора конуса.
Из уравнения (4) найдем составляющую напряженности электрического поля, нормальную к поверхности конуса:

$$E_n = -\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\Theta}\Big|_{x=x_0}$$

и подставим ее в уравнение баланса сил на поверхности (I):

$$p+\frac{\varepsilon_0}{2}\left[\frac{3}{2}\frac{U_0}{\sqrt{1-x_0^2}}\sum_{\nu} c_\nu\cdot P_{\nu+1}(x_0)\frac{r^{\nu-1}}{R_1^{\nu}}\right]^2=\gamma\frac{|x_0|}{r\cdot\sqrt{1-x_0^2}} \tag{6}$$

Это уравнение должно выполняться при любых значениях r, а это возможно только если $\nu=1/2$ и в левой части можно пренебречь давлением p и всеми слагаемыми в квадратных скобках с $\nu\neq 1/2$. Ясно, что в сумме в квадратных скобках можно оставить только первый член с $\nu=1/2$ или при выполнении условия $r\ll R_1$, или при всех $c_\nu(\nu\neq 1/2)=0$. Последнее условие может выполняться только для системы электродов, в которой антиэлектрод имеет форму, задаваемую уравнением $r=R_0/[P_{1/2}(\cos\Theta)]^2$ [3]. Ясно, что для реально применяемой геометрии, когда антиэлектрод имеет вид плоскости, это предположение не выполняется и все $c_\nu(\nu\neq 1/2)\neq 0$. Оценка давления p проведена в работе [7], где показано, что в уравнении (I) им действительно можно пренебречь для $r>50$ Å.

Если подставить $\nu=1/2$ в граничное условие $\varphi(\Theta=\Theta_0)=U_0$, то получим условие существования тэйлоровского конуса:

$$P_{1/2}(\cos\Theta_0)=0.$$

Это уравнение относительно угла Θ и его решение дает угол, дополняющий угол полураствора тэйлоровского конуса до 180° [3] : $\Theta_0 = 130{,}7^\circ$. Вернемся снова к равенству (6), в котором остались только два члена:

$$\frac{3}{2}\frac{P_{\nu+1}(x_0)\,U_0\,c_\nu}{\sqrt{R_1(1-x_0^2)}}\,r^{\nu-1}=\sqrt{\frac{2\gamma\cdot|x_0|}{\varepsilon_0\cdot\sqrt{1-x_0^2}}}\,r^{1/2}.$$

Для его выполнения необходимо, чтобы справа и слева стояли одинаковые степени r и коэффициенты при r были одинаковы. Из последнего требования можно получить величину потенциала U_0, при которой реализуется мениск в виде конуса Тэйлора:

$$U_0=\frac{2}{3\,P_{3/2}(x_0)\,c_{1/2}}\sqrt{\frac{2\gamma|x_0|a}{\varepsilon_0}}\simeq 5{,}198\ 10^5\frac{\sqrt{\gamma a}}{c_{1/2}}, \tag{7}$$

где a – радиус капилляра.
В этой формуле единственной неопределенной величиной является коэффициент $c_{1/2}$. Для его вычисления используем выражение (5), в которое достаточно подставить отношение $U_1(x)/U_0$. А так как вследствие линейности задачи нахождения поля в заданной геометрии отношение $U_1(x)/U_0$ не зависит от потенциала на капилляре U_0, то для определения $c_{1/2}$ достаточно каким-либо способом узнать распределение $U_1(x)$ при любом U_0, например, для удобства можно взять $U_0=1В$.

Заметим, что при постановке задачи (3) не все особенности геометрии еще были известны (в частности, не был известен угол полураствора конуса η). Теперь, когда ясно, что конус представляет собой тэйлоровский конус с углом полураствора $\eta = 180^\circ - \Theta_0$, геометрия определена полностью. В этой ситуации распределение потенциала $U_1(x)$ можно найти численно. В статье для определения величины $U_1(x)$ использовалась программа "Poisson -2" системы "Топаз" [8] . Результаты расчета коэффициентов $c_{1/2}$ и $B = 5{,}198 \cdot 10^5 \sqrt{a} / c_{1/2}$ для различных значений радиуса капилляра представлены в табл.I. Отметим, что значения коэффициента $c_{1/2}$ слабо зависят от радиуса.

Таблица I

Значения коэффициентов $c_{1/2}$ и B для различных значений радиуса капилляра a при Δh = 2 см

$A \cdot 10^6$, м	$c_{1/2}$	$B \cdot 10^{-3}$
I00	0,460	II,28
200	0,49I	I4,96
300	0,5I2	I7,59
400	0,528	I9,69
500	0,54I	2I,47

Подставляя коэффициент B в формулу (7), получим искомую формулу для потенциала, при котором на конусном мениске выполняется уравнение (I):

$$U_0 = B \cdot \sqrt{\gamma} . \quad (8)$$

Отметим, что в формуле (7) такая же зависимость потенциала от коэффициента поверхностного натяжения γ, как и в формуле Тэйлора (2). Однако существуют и отличия. В формуле (7) есть зависимость U_0 от радиуса капилляра (она заключена в $\sqrt{a} / c_{1/2}$), а формула Тэйлора (2) не содержит зависимости от него. В то же время формула Тэйлора содержит зависимость U_0 от расстояния капилляр-антиэлектрод R_0, а в формуле (7) зависимость от R_0 содержится в $c_{1/2}$. Заметим, что для условий работы [II] (табл.2, 2-я строка) при изменении R_0 с $2 \cdot 10^{-2}$ до $3 \cdot 10^{-2}$ м, вычисленные по формуле (8) значения потенциала U_0 меняются с 4,0I до 4,05 кВ. Это вполне объяснимо, так как согласно работе [I0] решение уравнения Лапласа вблизи неоднородности определяется в основном масштабом этой неоднородности. Поэтому потенциал U_0 должен заметно зависеть от R_0 только тогда, когда R_0 станет сравнимым с радиусом капилляра.

Сравнение получаемого с помощью выражения (8) потенциала U_0 с экспериментальными результатами и с потенциалом, получаемым по формуле Тэйлора (2), представлено в табл.2. В работе [II] приведено значение $R_0 = 2 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-2}$ м, поэтому в табл.2 указан диапазон значений U_0^T. В работе [5] применена несколько другая геометрия: кончик капилляра сточен под углом I5° к оси; результаты, приведенные в табл.I уже неприменимы. Поэтому величины $c_{1/2}$, B и U_0 для этой геометрии были пересчитаны и результат представлен в табл.2.

Из табл.2 видно, что теоретические результаты (8) удовлетворительно согласуются с результатами экспериментов. Для жидкого металла, для которого взят коэффициент поверхностного натяжения при температуре, близкой к температуре плавления,

Таблица 2

Сравнение теоретических значений потенциала U_0, полученных с помощью формулы (8) с экспериментальными результатами ($U^э$) и результатами по Тэйлору U^T [2]

Литературный источник	Жидкость	γ, н/м	R_0, м	a, м	$U_0^э$, кВ	U_0^T, кВ	U_0, кВ
[9]	Дибутилфталат	$3{,}456\cdot10^{-2}$	$2\cdot10^{-2}$	$1\cdot10^{-4}$	3,00	11,8	2,10
[11]	Водопроводная вода	$7{,}2\cdot10^{-2}$	$2–3\cdot10^{-2}$	$2.05\cdot10^{-4}$	4,70	17,3–21,0	4,05÷4,1
[10]	Водные растворы	$7{,}2\cdot10^{-2}$	$2\cdot10^{-2}$	$2\cdot10^{-4}$	4,30	17,3	4,01
[5]	Cs	$6\cdot10^{-2}$	–	$5{,}7\cdot10^{-5}$	1,85	–	2,27

результат применения формулы (8) получился несколько больше экспериментального значения [5]. Последнее можно объяснить тем, что при распылении жидкого металла всегда происходит разогрев кончика мениска током, поэтому трудно указать действительную температуру мениска.

Сравнение результатов применения формулы (8) и экспериментальных данных позволяет сделать вывод, что полученная в данной работе формула для потенциала формирования конуса Тэйлора (8), как качественно (т.е.в зависимости от параметров a, γ), так и количественно значительно лучше соответствует экспериментальным результатам, чем формула Тэйлора (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Swatic D.S., Hendricks C.D./Production of ions by electrohydrodynamic spraying techniques//AIAA J. 1968.-V.6, N 8.- P. 1596-1597.

2. Kingham D.R., Bell A.E.//Comment on "Variational formulation for the equilibrium condition of a coducting fluid in an ...//Appl.Phys.1985.-A36.-P.67-70.

3. Taylor J./Disintegration of water drops in an electric field.-Proc.(London), 1964.-A280.-P. 383-397.

4. Sample S.B., Bollini R./Production of liquid aerosol by harmonic electrical spraying//J.Coll.Interf.Sci.1972.-V.4, N 2.- P. 185-193.

5. Mahoney J.F. et al./Electrohydrodynamic ion source//J.Appl.Phys. 1969.-V. 40, N 13. - P. 5101-5106.

6. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. - М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. - 727 с.

7. Kingham D.R., Swanson L.W./Shape of a Liquid metal ion source//Appl.Phys. 1984.-A34, N 2.- P. 123-132.

8. Иванов В.Я. Методы автоматизированного проектирования приборов электроники. Ч.I. - Новосибирск: Изд-во СО АН СССР. - 193 с.

9. Коженков В.И. и др. О механизме образования монодисперсных туманов при электрическом распылении жидкости//ДАН СССР, 1973. - Т.213, № 4. - С. 879-880.

10. Краснов Н.В. и др. Исследование факторов, определяющих количественные

измерения в масс-спектрометрии ЭРИ АД//Тр.IУ Всес.конф.по МС. Сумы, 1986. - Т.5.- С. 102.

11. Raghupathy B., Sample S.B./A new apparatus for the production of uniform liquid drops//Rev.Sci.Instr. 1970.- V.41, N 5.- P. 645-647.