УДК 537.533.3

Ахроматические электростатические транспортирующие элементы с плоскостью симметрии. Галль Л.Н., Голиков Ю.К.//Научное приборостроение. Приборы и средства автоматизации для научных исследований. Л.: Наука, 1987, с. 11-16.

В точных математических терминах сформулирована задача оптимального согласования сформированного источником пучка заряженных частиц и диспергирующего элемента. Лит. - 4 назв.

Л.Н.Галль (НТО АН СССР), Ю.К.Голиков (ЛПИ)

АХРОМАТИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ТРАНСПОРТИРУЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ С ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ

В современном масс- и энергоанализе заряженных частиц существует важная практическая проблема транспортировки заряженных частиц от источника до входа в диспергирующий элемент, непосредственно связанная с проблемой увеличения чувствительности. Обычно ее решают при помощи транспортирующих систем, включающих одну или несколько известных линз, рассчитанных, как правило, в параксиальном приближении и редко - с учетом аберраций [1] . Правильное проектирование устройств транспортировки сопряжено не только с вычислительными трудностями, но, что гораздо важнее, с принципиальным ограничением возможностей традиционных линз, основное назначение которых - создание правильного оптического изображения малых объектов посредством узких пучков заряженных частиц. Задачи, которые призваны решать транспортирующие системы в аналитических приборах, гораздо шире, разнообразней и противоречивей. Необходимость постоянно повышать чувствительность при сохранении высокой разрешающей способности приводит к необходимости формировать пучки из частиц с большим угловым, линейным и энергетическим разбросом, что существенно усложняет поиск эффективных средств транспортировки пучков. Основную задачу для таких устройств удобно сформулировать как задачу оптимального согласования, сформированного источником пучка заряженных частиц и диспергирующего элемента. В точных математических терминах она выглядит следующим образом. Пусть имеется какой-нибудь объемный источник частиц. Поместим возле него поверхность $\mathcal{J}$ с криволинейными координатами ξ , η на ней и вычислим в каждой ее точке плотность потока частиц N в направлении с углами θ, γ при энергии $\mathcal{E}$ для заряда q и массы m с учетом возможной зависимости от времени t :

$$N = N(\xi, \eta, \theta, \gamma, \mathcal{E}, q, m, t).$$

Эту поверхность можно рассматривать как эквивалентный поверхностный эмиттер. Предположим далее, что на некотором расстоянии от $\mathcal{J}$ выбрана поверхность $\mathcal{K}$, рассматриваемая как вход в следующий за ней диспергирующий элемент, т.е. в собственно анализатор. Пусть на $\mathcal{K}$ задана функция эмиссии M ($\xi^*, \eta^*, \theta^*, \gamma^*, \mathcal{E}^*, q^*, m^*, t^*$), наилучшим образом отвечающая работе данного анализатора, так что последний при этой функции обладает наибольшей чувствительностью и разрешающей способностью по интересующим нас параметрам, например, по массе, энергии или по углам γ , θ и т.д. Между $\mathcal{J}$ и $\mathcal{K}$ следует разместить электромагнитную транспортирующую систему, удовлетворяющую в идеале следующим условиям:

поток заряженных частиц преобразуется так, что N переходит в M , где значок „*" соответствует преобразованным переменным;

поля транспортирующей системы не влияют на работу источника частиц и диспергирующего устройства.

Совершенно очевидно, что далеко не при всех N и M возможно преобразование их друг в друга посредством электромагнитного воздействия. Естественным ограничивающим фактором здесь могут являться инварианты Лагранжа-Гельмгольца и Лиувилля, интеграл энергии и т.д. Современное состояние теории не позволяет однозначно сформулировать минимальный набор необходимых и достаточных признаков для функций N и M, по которым можно практически определить, возможна или невозможна заданная трансформация в классе максвелловых полей. Имеющийся в литературе огромный материал еще ждет систематизации с этой или иной общей точки зрения. В данной работе остановимся на простейшем типе систем транспортировки, а именно, на поиске удобных электростатических полей, реализующих ахроматическую фокусировку ленточных пучков, концентрирующихся в тонком слое возле плоскости трехмерных лапласовых полей специального вида. В качестве достаточно простого и в то же время интересного как для теории, так и для практического применения, класса систем возьмем полевые структуры в виде ортогональной суперпозиции двумерных лапласовых потенциалов с общей плоскостью симметрии x, y :

$$\Phi = Re\left[f(x+iz)+p(y+iz)\right]. \tag{I}$$

В плоскости симметрии x, y ход потенциала φ (x,y) описывается выражением

$$\varphi = f(x)+p(y) \tag{2}$$

и, следовательно, переменные в уравнении движения частицы разделяются, что делает выбранный класс чрезвычайно удобным для аналитического исследования. Поставим теперь следующую задачу транспортировки ленточного потока ионов массы m и заряда q. Пусть из точки $x=x_0$, $y=y_0$ под всевозможными углами θ к оси x вылетают ионы с различными скоростями $\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$. Требуется собрать все эти ионы в некоторой заданной точке $x=x_K$, $y=y_K$ по возможности в широком диапазоне скоростей и углов. Будем искать решение этой задачи в классе структур (2) и в первую очередь зададимся вопросом: существуют ли функции f и p , при которых одновременно достигается идеальная фокусировка в точке x_K , y_K по углу θ и энергии $\mathcal{E}=m\left(\frac{\dot{x}_0^2+\dot{y}_0^2}{2}\right)$. В работе [2] изучалось осесимметричное гиперболическое поле с потенциалом $\Phi=\Phi_0\left(\frac{x^2+y^2}{2}-z^2\right)$ как основа эффективного энергоанализатора и показано, что в плоскости x,y имеется идеальная фокусировка по углу, но только при нулевой энергетической дисперсии. Это редкое свойство идеальным образом решает задачу ахроматической фокусировки. Покажем, что существует целое семейство полей из класса (I), обладающих тем же свойством, но более соответствующее целям транспортировки. Рассмотрим потенциалы общих гиперболических полей вида:

$$\Phi = a^2\frac{x^2}{2}+b^2\frac{y^2}{2}-(a^2+b^2)z^2. \tag{3}$$

Непосредственной подстановкой легко убедиться, что при любых a и b функция (3) удовлетворяет уравнению Лапласа. Эквипотенциальные поверхности этого поля суть однополостные и двухполостные гиперболоиды, при Φ = 0 вырождающиеся в конус, причем в сечении их плоскостями, параллельными x , y , получаются эллипсы с отношением полуосей a/b . В плоскости x , y имеем

$$\varphi = \frac{a^2x^2+b^2y^2}{2} \tag{4}$$

и линейные уравнения движения

$$\ddot{x} = -\frac{qa^2}{m}x; \quad \ddot{y} = -\frac{qb^2}{m}y, \tag{5}$$

интегралы которых с учетом начальных данных x_0, y_0, $\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$ имеют вид:

$$x = x_0 \cos a\sqrt{\frac{q}{m}}\,t + \frac{\dot{x}}{a}\sqrt{\frac{m}{q}}\sin a\sqrt{\frac{q}{m}}\,t;$$
$$y = y_0 \cos b\sqrt{\frac{q}{m}}\,t + \frac{\dot{y}_0}{b}\sqrt{\frac{m}{q}}\sin b\sqrt{\frac{q}{m}}\,t. \qquad (6)$$

В общем случае этим уравнениям соответствуют ограниченные колебания, причем для кратных отношений a/b частицы описывают фигуры Лиссажу, на которых и достигаются условия идеальной ахроматической фокусировки по углу вылета. Действительно, положим в (6) $b = na$, где n – целое число, и вычислим положение частицы в момент $t = \pi/a\sqrt{m/q}$. Имеем

$$x_K = -x_0; \quad y_K = y_0 \cos n\pi. \qquad (7)$$

Видим, что при любом целом n все частицы проходят через одну и ту же точку x_K ; y_K независимо от энергии и угла вылета. При нечетных n образ источника симметричен относительно центра $x = y = 0$, при четных n он симметричен относительно оси y. Если бы источники заполняли какую-нибудь площадку в плоскости x, y, то рассматриваемые поля транспортируют их идеально, особенно если угловое распределение изотропно. Подбирая n, можно строить сильно вытянутые по оси x эллиптические гиперболоиды, удобные для практики. Недостатком этих систем является расфокусировка пучка в направлении оси z, с чем, однако, обычно справляются сами диспергирующие поля.

Других систем с идеальной фокусировкой по углу и энергии среди структур (2) непосредственно обнаружить не удается, однако, для практики такое предельное сочетание свойств требуется очень редко, и вполне достаточно, если и система обеспечивает хорошую фокусировку по углу возле выделенного направления, а фокусировка по энергии достигается в небольших пределах изменения ε. Такая ситуация возможна, например, в случае источника с диаграммой направленности в виде узкого лепестка. Выделим из класса (2) многообразие структур вида:

$$\varphi = \frac{a^2 x^2}{2} + p(y), \qquad (7)$$

где $p(y)$ – произвольная однозначная аналитическая функция. Движение по оси x совпадает с (6), а движение по оси интегрируется в квадратурах в виде зависимости $t = t(y)$, подставив которую в $x(t)$ из (6), получим геометризованное уравнение траектории в виде $x = x(y)$ или

$$x = x_0 \cos T(y) + k\sqrt{\varepsilon}\cos\theta \sin T(y); \qquad (8)$$
$$T = a\sqrt{q/2}\int_{y_0}^{y} \frac{dy}{\sqrt{A + qp(y_0) - qp(y)}}; \qquad (9)$$

$$k = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{2}{q}}; \quad A = \varepsilon \cdot \sin^2\theta, \ \theta > 0. \qquad (10)$$

Интеграл (9) вычисляется по данной формуле до точки поворота по оси, где радикал обращается в 0, после точки поворота знак радикала следует поменять на (–) и т.д.

Фиксируем в (8) и вычислим x_θ, $x_{\theta\theta}$, x_ε, характеризующие смещения частицы вдоль прямой $y = const$ в зависимости от θ и $\mathcal{E}$. Имеем

$$x_\theta = (-x_0 \sin T + k\sqrt{\mathcal{E}} \cos\theta \cos T) T_\theta - k\sqrt{\mathcal{E}} \sin\theta \sin T; \qquad (11)$$

$$x_{\theta\theta} = (-x_0 \cos T - k\sqrt{\mathcal{E}} \cos\theta \sin T) T_\theta^2 + T(-x_0 \sin T + k\sqrt{\mathcal{E}} \cos\theta \cos T) T_{\theta\theta} - \\ - 2k\sqrt{\mathcal{E}} \sin\theta \cos T \cdot T_\theta - k\sqrt{\mathcal{E}} \cos\theta \sin T; \qquad (12)$$

$$x_\mathcal{E} = (-x_0 \sin T + k\sqrt{\mathcal{E}} \cos\theta \cos T) T_\mathcal{E} + \frac{k \cos\theta \sin T}{2\sqrt{\mathcal{E}}}. \qquad (13)$$

Если функция ρ не имеет особенностей, то всегда найдется момент, в который функция T примет значение $T = \pi$, так как интеграл (9) с точностью до множителя описывает время движения, изменяющееся от 0 до ∞. При этом условии из (8) очевидно

$$x\big|_{T=\pi} = -x_0 \qquad (14)$$

и далее из (11) - (13):

$$x_\theta\big|_{T=\pi} = -k\sqrt{\mathcal{E}} \cos\theta\, T_\theta;$$

$$x_{\theta\theta}\big|_{T=\pi} = x_0 T_\theta^2 - k\sqrt{\mathcal{E}} \cos\theta \cdot T_{\theta\theta} + 2k\sqrt{\mathcal{E}} \sin\theta\, T_\theta;$$

$$x_\mathcal{E}\big|_{T=\pi} = -k\sqrt{\mathcal{E}} \cos\theta\, T_\mathcal{E}. \qquad (15)$$

Кроме того, из (9) имеем при $y = const$

$$T_\theta = T_A A_\theta = 2\mathcal{E} \sin\theta \cos\theta\, T_A. \qquad (16)$$

Из полученных формул легко теперь увидеть, что при вертикальном старте пучка, при $\theta = \pi/2$ и условии $T = \pi$ все величины T_θ, x_θ, $x_{\theta\theta}$, $x_\mathcal{E}$ обращаются в ноль независимо от выбора функции ρ (y), и, следовательно, достигается фокусировка 2-го порядка по углу θ и 1-го порядка по энергии $\mathcal{E}$. Расчет величины $x_{\theta\theta\theta}$ и $x_{\mathcal{E}\mathcal{E}}$ показывает, что в этих условиях в общем случае они уничтожаются, хотя, конечно, существуют конкретные варианты с более высоким порядком фокусировки.

Таким образом, доказана теорема о транспортирующих свойствах полей вида (7); а именно, "В полях типа (7) всегда существует бездисперсионная фокусировка 2-го порядка по углу".

В качестве примера рассмотрим осесимметричное лапласово поле с потенциалом вида

$$\Phi = \Phi_0 \left(b \ln r - \frac{r^2}{2} + z^2\right), \qquad (17)$$

где r, z - цилиндрические координаты. В работах [3], [4] уже изучались энергоанализирующие свойства этого поля, но, конечно, не с точки зрения ахроматической транспортировки. С точностью до обозначений функция (17) является частным случаем структуры (7) и к ней применим найденный выше принцип. Следовательно, данное поле реализует бездисперсионную фокусировку 2-го порядка по углу для кольцевого источника на кольцо.

В заключение разберем транспортирующие свойства двумерных полей с плоскостью симметрии. Пусть $\varphi=p(y)$ есть ход потенциала в плоскости симметрии $z=0$, причем $p(y)$ - монотонно растущая положительная функция и $p(0)=0$. Из точки $x=y=0$ вылетает пучок ионов $q=1$ с углами θ и энергией $\mathcal{E}$. Частицы описывают дугу и возвращаются на ось x в точке $x=\rho$.

С помощью интеграла энергии находим время полета

$$t_n=\sqrt{2n}\int_0^{y_b}\frac{dy}{\sqrt{A-p(y)}}, \tag{18}$$

за которое частица сместится вдоль оси x на величину $\rho=\dot{x}_0 t_n$

$$\rho=2\sqrt{\mathcal{E}}\cos\theta\int_0^{y_b}\frac{dy}{\sqrt{A-p(y)}}, \tag{19}$$

где y_b - координата вершины, определяемая из уравнения $p(y_b)=A=\mathcal{E}\sin^2\theta$.
Будем искать нужные функции p в виде неявной зависимости

$$y=F(p), \tag{20}$$

где F - монотонно растущие функции и $F(0)=0$. Равенство (19) примет вид

$$\rho=2\sqrt{\mathcal{E}}\cos\theta\int_0^{A}\frac{F_p\,dp}{\sqrt{A-p}}. \tag{21}$$

Фиксируем какое-нибудь направление θ_0, тогда величина $P=P(A)$, причем A может меняться только за счет $\mathcal{E}$. Из (21) имеем уравнение вида

$$\rho(A)\,tg\frac{\theta_0}{2}=\sqrt{A}\int_0^{A}\frac{F_p\,dp}{\sqrt{A-p}}. \tag{22}$$

При любых $F_p>0$ правая часть (22) есть монотонно растущая функция и, следовательно, координата прилета частиц P на ось X, ионов, выстреливаемых под углом θ_0 к оси X, растет с ростом $\mathcal{E}$, и надеяться на фокусировку пучка по энергии уже нельзя. Тем не менее из (22) следует, что, задав подходящую монотонную функцию P, всегда можно найти в явной форме функцию F_p и далее $F(p)$, так как относительно F_p она есть хорошо известное уравнение Абеля [4]. Используя стандартный метод решения для него и интегрируя результат по p, получим следующую формулу восстановления потенциала по дисперсионному свойству поля:

$$y=F(p)=\frac{tg\,\theta_0}{2\pi}\int_0^{p}\frac{\rho(A)\,dA}{\sqrt{A(p-A)}}. \tag{23}$$

В качестве примера найдем вариант малодисперсионного поля, пригодного для задачи ахроматической транспортировки.

Возьмем $\rho=ctg\,\theta_0\sqrt{A/A+1}$. С ростом A эта функция весьма быстро приближается к постоянной $\rho=ctg\,\theta_0$. Подстановка в (23) дает

$$y=F(p)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{p}\frac{dp}{\sqrt{(A+1)(p-A)}}=\frac{1}{2\pi}\arccos\frac{1-p}{1+p} \tag{24}$$

или после разрешения (24) относительно $p(y)$

$$p(y)=tg^2\pi y. \tag{25}$$

На прямой $y=\frac{1}{2}$ функция $p(y)$ обращается в ∞ и мы имеем особую линию с бесконечной напряженностью. Можно предположить, что малодисперсионные поля заведомо обязаны нарастать по координате y в отличие от высокодисперсионных полей, быстро спадающих с ростом y.

Наш анализ совершенно не затронул вопросы поперечной плоскости симметрии фокусировки, и дело требует дальнейшей разработки, однако, уже изученный небольшой материал ясно показывает, сколь перспективен класс полей с разделяющимися движениями в качестве транспортирующих устройств для аналитических приборов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бенфорд А. Транспортировка пучков заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1969.

2. Корсунский М.И. Ионно-оптические свойства поля типа kr^2//Тр.Харьковского политехн.ин-та. 14, вып.2. 1958,(Серия инж.-физ.).

3. Голиков Ю.К., Чепарухин В.В. Элементарные апроксимации меридиональных траекторий в электростатическом поле разностного типа//Тез.докл. Рязань, 1978. УI Всес. семинара по численным методам решения задач электронной оптики.

4. Голиков Ю.К., Чепарухин В.В., Уткин К.Г. О фокусировке меридионального потока в поле разностного типа//Письма в ЖТФ, 1979, вып.20.

Л.В.Елисеенко, М.С.Ермаков, А.П.Щербаков (НТО АН СССР)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПУЧКА ИОНОВ В ПОТОКЕ ГАЗА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕГО ФОКУСИРОВКИ

Отличительной особенностью источников ионов, работающих при повышенном давлении вплоть до атмосферного, например, источника ЭРИАД [1], является то, что в них на ионный пучок наряду с электрическим полем воздействуют газодинамические поля потоков спутного газа. Разработка и оптимизация таких источников ставит задачу создания эффективных методов расчета движения ионов в заданных электрогазодинамических полях.

Задача состоит из расчета электрического поля, моделирования потока газа и движения ионов в газе под действием электрического поля. Первые два аспекта задачи достаточно подробно исследовались, и мы будем рассматривать третий.

Для него наиболее естественным представляется прямое статическое моделирование движения отдельных ионов в заданном электрическом поле, прерываемом столкновениями с молекулами спутного газа. Однако большие затраты машинного времени и необходимость расчета большого числа вариантов для целей оптимизации ограничивают область применимости метода невысокими давлениями спутного газа, когда ион на пути своего движения претерпевает не слишком много столкновений. При больших давлениях, когда число Кнудсена $Kn \gg 1$, необходимо использовать другие подходы к решению задачи.

В настоящей работе предлагается приближенная модель, позволяющая обойти указанные трудности. Она состоит в следующем. Рассчитывается электрическое поле. Поток спутного газа описывается с помощью одного из известных теоретических приближений [2], например, как свободно расширяющаяся сверхзвуковая изоэнтропическая струя или как одномерное расчетное изоэнтропическое течение в сопле заданной конфигурации.

Описание движения ионов основывается на модели, базирующейся на следующих предположениях.