

Акустооптическое взаимодействие в приборах отклонения и модуляции света. Петрунькин В. Ю., Водоватов И. А., Липовский А. А. — В кн.: Научное приборостроение. Теоретические и экспериментальные исследования. Л.: Наука, 1984, с. 72—77.

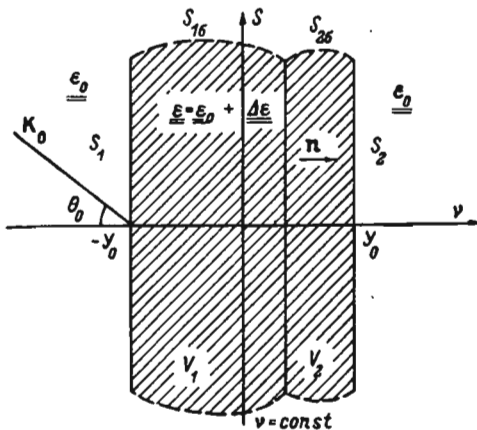
Рассмотрена теория неколлинеарного акустооптического взаимодействия в ультразвуковых модуляторах света. Соотношения, полученные в работе, описывают дифрагированную световую волну при произвольной геометрии дифракции и переходят в известные в предельных режимах работы устройства. При анализе использован метод интегрального уравнения, которое в свою очередь решается методом последовательных приближений. Результаты представленного исследования позволяют с заданной наперед точностью провести количественный анализ эффективности работы ультразвуковых модуляторов света как в предельных, так и в промежуточных режимах дифракции света. Лит. — 6 назв., ил. — 1.

АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ПРИБОРАХ ОТКЛОНЕНИЯ И МОДУЛЯЦИИ СВЕТА

Возможности устройств оптической обработки информации в значительной степени зависят от характеристик приборов отклонения и модуляции света, осуществляющих ввод радиосигналов в оптическую систему. Одним из распространенных в настоящее время устройств ввода информации являются акустооптические дифракционные модуляторы, основанные на дифракции света на ультразвуке [1].

В современных ультразвуковых модуляторах света (УМС) в качестве звукопровода могут быть использованы как изотропные, так и анизотропные среды. При этом в ряде случаев УМС работают в широкой полосе частот в так называемом промежуточном режиме дифракции.

Исследованию акустооптического взаимодействия в изотропных и анизотропных средах посвящен ряд работ [2, 3]. Однако сегодня практически отсутствует общее рассмотрение акустооптического взаимодействия в приборах отклонения и модуляции света, позволяющее провести количественный анализ эффективности работы этих устройств с известной точностью как в предельных режимах, так и в промежуточном режиме дифракции.



Геометрия акустооптического взаимодействия.

В настоящей работе строго с позиций метода интегрального уравнения рассмотрена теория неколлинеарного акустооптического взаимодействия в УМС, на основе которой получены выражения для амплитуды дифрагированного поля, справедливые при произвольной геометрии дифракции в промежуточном режиме и переходящие в известные в предельных режимах работы. При этом для простоты рассмотрения считается, что акустооптическое взаимодействие осуществляется в бесконечной немагнитной среде с тензором диэлектрической проницаемости ϵ_0 , в которой в области $y^0 r < Y_0$, ($|y^0| = 1$), в направлении s распространяется ультразвуковое возмущение $f_N(t, sr)$ (см. рисунок).

Положим, что падающее световое поле E_i представляет собой суперпозицию

плоских световых волн частоты ω с волновыми векторами ${}^{(A)}\mathbf{K}_0$ и амплитудами ${}^{(A)}\mathbf{E}_i$:

$$\mathbf{E}_i = \sum_A {}^{(A)}\mathbf{E}_i \exp[-i({}^{(A)}\mathbf{K}_0 \mathbf{r} - \omega t)]; \quad {}^{(A)}\mathbf{E}_i = E_i \beta_A^{(A)} \mathbf{U}_{K_0}; \quad K_0 = \frac{2\pi}{\lambda} {}^{(A)}n, \quad (1)$$

где ${}^{(A)}\mathbf{U}_{K_0}$ — вектор поляризации соответствующей моды световой волны; $\beta^{(A)}$ — коэффициент, характеризующий распределение энергии между модами; ${}^{(A)}n$ — показатель преломления среды для соответствующей моды; ${}^{(A)}n = \sqrt{{}^{(A)}\mathbf{U}_{K_0} \underline{\underline{\varepsilon}}_0 {}^{(A)}\mathbf{U}_{K_0}}$; λ — длина волны света в вакууме.

В выражении (1) индекс (A) принимает лишь два значения, а поляризация каждой из световых волн, входящих в (1), совпадает с одной из двух собственных для данного направления распространения падающего света поляризаций. Причем, в соответствии с принятой геометрией задачи (см. рисунок) $v_s=0$ и справедливы равенства:

$${}^{(A)}\mathbf{K}_0 s^0 = |{}^{(A)}\mathbf{K}_0| \sin {}^{(A)}\theta_0, \quad {}^{(A)}\mathbf{K}_0 v^0 = |{}^{(A)}\mathbf{K}_0| \cos {}^{(A)}\theta_0,$$

где s^0 и v^0 — орты соответствующих осей.

Положим, что под действием ультразвукового возмущения в области $|\mathbf{v}^0 \mathbf{r}| < Y_0$ имеет место модуляция тензора диэлектрической проницаемости среды согласно равенствам:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}_0 + \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} f_N(t, \mathbf{sr}), \quad \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} = F_s \underline{\underline{p}} \underline{\underline{\gamma}}, \quad (2)$$

где F_s — коэффициент, линейно связанный с амплитудой упругой волны; $\underline{\underline{\gamma}}$ — тензор деформаций; $\underline{\underline{p}}$ — тензор фотоупругости среды.

Поскольку обычно частоты ультразвукового возмущения $\Omega \ll \omega$, можно использовать уравнения Максвелла для комплексных амплитуд, рассматривая t в выражении (2) как параметр.

Вводя в рассмотрение эквивалентные токи $\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{эв}} = \frac{i\omega}{c} \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} f_N(t, \mathbf{sr}) \mathbf{E}$, при $|\mathbf{v}^0 \mathbf{r}| \leq Y_0$ и $\mathbf{j}_{\text{эв}} = 0$ при $|\mathbf{v}^0 \mathbf{r}| > Y_0$, можно свести решения уравнений Максвелла к решению интегрального уравнения вида $\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathcal{L}(\mathbf{j}_{\text{эв}})$, где \mathcal{L} — некоторый интегральный оператор.

Для определения вида интегрального оператора \mathcal{L} воспользуемся методикой решения задачи возбуждения волноводов слоем эквивалентных токов [4].

Разобьем объем акустооптического взаимодействия сечением $v = \text{const}$ на два объема V_1 и V_2 и применим лемму Лоренца в обобщенной формулировке [5] к обоим объемам, ограниченными сечениями S_1 , S и S , S_2 и достаточно удаленными боковыми поверхностями S_{16} , S_{26} , стягивающими соответствующие сечения. При этом будем искать дифрагированное поле в виде разложения по плоским волнам, т. е. считая, что $\mathbf{E}_K = \mathbf{E}' + \mathbf{E}'' + \mathbf{E}'''$ положим:

справа от сечения $v = \text{const}$

$$\mathbf{E}' = \sum_{(A)} \int_{(A)K} {}^{(A)}C_K {}^{(A)}\mathbf{E}_K d({}^{(A)}\mathbf{K} v^0),$$

где C_K — коэффициент разложения; ${}^{(A)}\mathbf{E}_K$ — электрическое поле плоской волны, распространяющейся в положительном направлении оси v и обладающей одной из собственных для данного направления поляризаций;

слева от сечения $v = \text{const}$

$$\mathbf{E}'' = \sum_{(A)} \int_{(A)K} {}^{(A)}C_{-K} {}^{(A)}\mathbf{E}_K^* d({}^{(A)}\mathbf{K} v^0), \quad (3)$$

где C_{-K} — коэффициент разложения; ${}^{(A)}\mathbf{E}_K^*$ — электрическое поле обратной волны; в объеме взаимодействия определим поле \mathbf{E}''' , обусловленное электрическими

и магнитными зарядами в сечении $v = \text{const}$, связанными с методикой определения поля внутри объема с токами [4]:

$$\mathbf{E}''' = \frac{4\pi}{i\omega\varepsilon} \mathbf{j}_{\text{звн}} \nu^0,$$

причем ${}^{(A)}\mathbf{E}_K$ можно представить в виде

$${}^{(A)}\mathbf{E}_K = {}^{(A)}\mathbf{E}_K \exp[-i({}^{(A)}\mathbf{K}\mathbf{r})]; \quad {}^{(A)}\mathbf{E}_K = \beta_A^{(A)}\mathbf{U}_K; \quad |\mathbf{U}_K| = 1. \quad (4)$$

Интегрирование в (3) проводится по всем ${}^{(A)}\mathbf{K}$, для которых ${}^{(A)}\mathbf{K}\nu > 0$. Аналогичные выражения могут быть записаны и для магнитного поля. Как легко видеть, величина $|\mathbf{E}'''|$ имеет порядок $\Delta\varepsilon/\varepsilon \approx 10^{-4}$, поэтому в дальнейшем будем ею пренебрегать. Поскольку сечения S_1, S, S_2 представляют собой плоскости и могут быть выбраны в пределе бесконечными, то можно полагать плоские волны в этих сечениях ортогональными, а поля, определяемые интегралами по боковым поверхностям, пренебрежимо малыми. Определив коэффициенты ${}^{(A)}C_K$ и ${}^{(A)}C_{-K}$ по методике, изложенной в [4], можно показать, что поле \mathbf{E}'' имеет порядок $\frac{1}{2K_0 Y_0}$ относительно максимума поля \mathbf{E}' . Тогда, пренебрегая полем \mathbf{E}'' , т. е. излучением «назад», получим следующее выражение для светового поля:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + i \sum_A \lim_{S \rightarrow \infty} \int_A \left[\frac{{}^{(A)}\tilde{\chi}_K}{2Y_0 S} \int_{(-Y_0, \nu)} f_N(t, \mathbf{sr}) {}^{(A)}\mathbf{U}_K^* \Delta\varepsilon \mathbf{E} \exp(i({}^{(A)}\mathbf{K}\mathbf{r})) dV \right] \times \\ \times {}^{(A)}\mathbf{U}_K \exp(-i({}^{(A)}\mathbf{K}\mathbf{r})) d({}^{(A)}\mathbf{K}\nu^0), \quad (5)$$

где S — площадь сечения $v = \text{const}$;

$$\Delta\varepsilon = \frac{\hat{\Delta\varepsilon}}{F_\varepsilon}; \quad {}^{(A)}\tilde{\chi}_K = \frac{2\pi Y_0 F_\varepsilon}{\lambda \sqrt{{}^{(A)}\mathbf{U}_K \varepsilon_0 {}^{(A)}\mathbf{U}_K}}; \quad {}^{(A)}\mathbf{K} = ({}^{(A)}K_\theta \sin({}^{(A)}\theta); \quad {}^{(A)}K_\theta \cos({}^{(A)}\theta). \quad (6)$$

При этом в выражении (5) интегрирование ведется по всему объему взаимодействия, если поле определяется в области $v \geq Y_0$, и по источникам слева от сечения $v = \text{const}$, если поле определяется внутри объема взаимодействия.

Выражение (5) является искомым интегральным уравнением, поэтому решаем его методом последовательных приближений с учетом того, что при $f_N(t, \mathbf{sr}_m) = f_N(vt - \mathbf{sr}_m)$, где v — скорость звука в среде,

$$\lim_{S_m \rightarrow \infty} \frac{1}{S_m} \int_{S_m} f_N(t, \mathbf{sr}_m) \exp[i({}^{(A)}K_{\theta_{m+1}} \sin({}^{(A)}\theta_{m+1} - {}^{(A)}K_{\theta_m} \sin({}^{(A)}\theta_m) \mathbf{sr}_m)] dS = \\ = F_N^{(A)}(q_m). \quad (7)$$

Здесь $F_N^{(A)}(q_m)$ — спектр ультразвукового возмущения с пространственной частотой;

$${}^{(A)}q_m = {}^{(A)}K_{\theta_m} \sin({}^{(A)}\theta_m) - {}^{(A)}K_{\theta_{m+1}} \sin({}^{(A)}\theta_{m+1}). \quad (8)$$

В результате получим

$$\mathbf{E} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{E}^{(n)}. \quad (9)$$

Здесь

$$\mathbf{E}^{(n)} = \sum_{A_0} \sum_{A_1} \dots \sum_{A_n} i^n \beta_{A_0} \frac{E_i}{(2Y_0)^n} \prod_{m=0}^{n-1} {}^{(A_{m+1})}\tilde{\chi}_{K_{m+1}} \int_{K_{m+1}} \int_{(-Y_0, \nu_m)} {}^{(A_n)}\mathbf{U}_{K_n} \exp(-i\mathbf{K}_n \mathbf{r}) \times \\ \times {}^{(A_{m+1})}\mathbf{U}_{K_{m+1}}^* \Delta\varepsilon {}^{(A_m)}\mathbf{U}_{K_m} F_N(q_m) \exp(-ivtq_m) \exp(i\gamma'_m \nu_m) d\nu_m d(\mathbf{K}_{m+1} \nu^0), \quad (10)$$

где

$$\gamma'_m = K_{\theta_{m+1}} \cos \theta_{m+1} - K_{\theta_m} \cos \theta_m. \quad (11)$$

При этом в (9)—(11) для сокращения записи опущены индексы (A) у волновых векторов и чисел, а также углов θ .

Выражения (9), (10) с учетом (8), (11) представляют собой решение задачи в общем случае анизотропной среды.

В качестве примера использования полученного решения рассмотрим простейший случай ультразвукового возмущения — гармонической волны, т. е. положим

$$f_N(t, \mathbf{sr}) = \cos(\Omega t - \mathbf{qr}),$$

где $\mathbf{q} = q\mathbf{s}^0$; $q = \frac{\Omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$. При этом опустим временной множитель $\exp(-ivtq_m)$, учитывающий эффект Допплера (при необходимости его можно ввести в конечном результате). Тогда вместо выражения (10) получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(n)} = & \sum_{A_0} \sum_{A_1} \dots \sum_{A_n} i^{n\beta_{A_0}} E_i \sum_{\mathbf{K}_{0n}} {}^{(A_n)}\mathbf{U}_{\mathbf{K}_n} \exp(-i\mathbf{K}_{0n} \mathbf{r}) \times \\ & \times \frac{1}{2^{2n}} \prod_{m=0}^{n-1} \left({}^{(A_{m+1})}x_{\mathbf{K}_{m+1}} \int_{-1}^{y_{m+1}} \exp(-iY_0 \gamma'_m y_m) dy_m \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где ${}^{(A_{m+1})}x_{\mathbf{K}_{m+1}}$ — индекс модуляции;

$${}^{(A_{m+1})}x_{\mathbf{K}_{m+1}} = \frac{2\pi Y_0 \mathbf{U}_{\mathbf{K}_{m+1}}^* \Delta \varepsilon \mathbf{U}_{\mathbf{K}_{m+1}}}{\lambda \sqrt{{}^{(A_{m+1})}U_{\mathbf{K}_{m+1}} \varepsilon_0 {}^{(A_{m+1})}U_{\mathbf{K}_{m+1}}}}. \quad (13)$$

Внутреннее суммирование проводится по волновым векторам \mathbf{K}_{0n} , для которых выполняется равенство

$$K_{\theta_{m+1}} \sin \theta_{m+1} - K_{\theta_m} \sin \theta_m = \pm q; \quad m \in [0, n-1]; \quad v_n = 1; \quad (14)$$

индекс θ у волновых чисел в равенстве (14) означает, что их величина является функцией угла θ .

Выражение (14) таким образом определяет возможный набор углов дифракции и углов падения при акустооптическом взаимодействии в анизотропной среде и является, как легко видеть, следствием закона сохранения импульса.

Для модуляторов с изотропными средами суммирование по собственным поляризациям исчезает и выражения (12)—(14) принимают вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(n)} = & E_i \sum_{\mathbf{K}_n} \left(\frac{ix}{2}\right)^n \exp(-i\mathbf{K}_n \mathbf{r}) \mathbf{U}_{\mathbf{K}_n} \prod_{m=0}^{n-1} \cos(\theta_m - \theta_{m-1}) \frac{1}{2^n} \int_{-1}^{y_{n-1}} \int_{-1}^{y_{n-1}} \dots \\ & \dots \int_{-1}^{y_1} \exp\left(i \frac{Q}{2} \sum_{m=0}^{n-1} \gamma_m y_m\right) dy_0 dy_1 \dots dy_{n-1}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\gamma_m = \frac{n_0^2 \Delta^2}{\lambda^2} (\cos \theta_{m+1} - \cos \theta_m); \quad Q = \frac{4\pi Y_0 \lambda}{n_0 \Delta^2}; \quad x = \frac{2\pi Y_0 \Delta \varepsilon}{n_0 \lambda} \quad (16)$$

и углы θ_m определяются равенством

$$\sin \theta_{m+1} - \sin \theta_m = \pm \frac{\lambda}{n_0 \Delta}.$$

При достаточно малых n можно полагать $\prod_{m=0}^{n-1} \cos(\theta_m - \theta_{m+1}) = 1$.

Интересуясь эффективностью акустооптического модулятора и ограничиваясь учетом третьего порядка взаимодействия ($n \leq 3$)*, найдем для интенсивности поля в $+1$ порядке дифракции:

* Как показывают расчеты, ошибка указанного приближения составляет менее 5% по полю при $Q \leq 3$ до $x \leq 1.5$ и при $Q > 3$ до $x \leq 2.8$.

$$I_{+1} = \left| \frac{x}{2} \frac{\sin(K_0 Y_0 (\cos \theta_1 - \cos \theta_0))}{K_0 Y_0 (\cos \theta_1 - \cos \theta_0)} - \left(\frac{x}{2}\right)^3 \times \right. \\ \left. \times \sum_{p=1}^3 \frac{1}{2^3} \int_{-1}^1 \int_{-1}^{y_2} \int_{-1}^{y_1} \exp \left[i K_0 Y_0 \sum_{m=0}^2 (\cos \theta_{m+1}^p - \cos \theta_m^p) y_m \right] dy_0 dy_1 dy_2 \right|^2, \quad (17)$$

где углы определяются равенствами:

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_0 + \frac{\lambda}{n_0 \Lambda}; \quad \sin \theta_{m+1}^p = \sin \theta_m^p \pm \frac{\lambda}{n_0 \Lambda},$$

так что $\sin \theta_p^p = \sin \theta_0 + \frac{\lambda}{n_0 \Lambda}$ при любых p .

Легко видеть, что в предельных случаях дифракции, т. е. в режимах Рамана—Ната и Брэгга, выражение (17) переходит в первые два члена разложения функций $J_1(x)$ и $\sin \frac{x}{2}$ соответственно. Отметим также, что в указанных предельных случаях суммирование ряда для поля в $+1$ -м порядке дифракции легко провести и в общем виде при $n \rightarrow \infty$. Поскольку при этом мы полагали $\prod_{m=0}^{n=1} \cos(\theta_m - \theta_{m+1}) = 1$, функции $J_1(x)$ и $\sin \frac{x}{2}$ правильнее описывают дифракцию для поляризации света перпендикулярно плоскости падения.

Для анизотропных сред рассмотрим в отдельности случаи нормальной и аномальной дифракции. При этом для простоты записи будем полагать, что в падающем свете присутствует лишь одна компонента.

При нормальной дифракции света, поляризованного перпендикулярно плоскости падения, в кубических кристаллах и для обыкновенного луча в одноосных кристаллах поляризация дифрагированной волны и модуль волновых векторов не изменяются. Поэтому выражение (17) остается справедливым и в рассматриваемом случае, однако величина индекса модуляции в случае анизотропных сред зависит от направления распространения и поляризации акустической волны и определяется выражением

$$x = x_{\text{н}} = \frac{2\pi Y_0 F_{\varepsilon} U_{K_0} \Delta \varepsilon U_{K_0}}{\lambda n_0}; \quad n_0 = \sqrt{\varepsilon_0}. \quad (18)$$

При нормальной дифракции света, поляризованного в плоскости падения для обыкновенного луча в одноосных и кубических кристаллах, а также в случае дифракции света, поляризованного в плоскости падения, на сдвиговой упругой волне в изотропных средах, величина волнового вектора при каждом акте рассеяния сохраняется, но направления векторов поляризации не совпадают между собой. Вследствие фотоупругой анизотропии среды это приводит к различию индексов модуляции для каждого акта рассеяния, т. е., вообще говоря, следует положить $x = x_{\text{н}n} = \frac{2\pi Y_0 F_{\varepsilon} U_{K_{m+1}} \Delta \varepsilon U_{K_m}}{\lambda u_0}$. При малых углах дифракции ($\frac{\lambda}{\Lambda} \ll 1$) изменение индекса модуляции, так же как и направления волнового вектора, при каждом акте рассеяния незначительно и в рассматриваемом приближении его можно считать постоянным. При нормальной дифракции необыкновенного луча для одноосных и любого луча для двухосных кристаллов индекс модуляции также изменяется при каждом акте рассеяния, так как показатель преломления среды является функцией углов θ_m , описываемых равенством

$$n_{m+1} \sin \theta_{m+1} - n_m \sin \theta_m = \pm \frac{\lambda}{\Lambda}. \quad (19)$$

$$\text{где } n_m = \sqrt{U_{K_m} \Delta \varepsilon U_{K_m}},$$

и определяется конкретной кристаллографической ориентацией с учетом фотоупругой анизотропии. Однако для малых углов дифракции можно считать

что в принятом приближении эти изменения также незначительны и можно полагать

$$x = x'_n = \frac{2\pi V_0 F U_{K_0} \Delta \epsilon U_{K_0}}{\lambda \sqrt{U_{K_0} \epsilon_0 U_{K_0}}}. \quad (20)$$

Для определения эффективности УМС со звукопроводом из анизотропной среды в режиме нормальной дифракции можно использовать выражение (17) со значениями x , определяемыми выражением (18) или (20).

При аномальной дифракции поляризация света изменяется на ортогональную при каждом элементарном акте рассеяния и различие модулей волновых векторов K_{θ_m} и $K_{\theta_{m+1}}$ обусловлено помимо эллиптичности индикатрисы переходом с одной поверхности показателей преломления на другую, например в случае одноосных кристаллов со сферы на эллипс и наоборот. Учитывая, что различия в показателях преломления собственных волн сами по себе невелики, в приближении третьего порядка взаимодействия можно полагать, что изложенные выше соображения относительно расчетов индексов модуляции сохраняют свою силу и в случае аномальной дифракции. Таким образом, особенности аномальной дифракции связаны в первую очередь со специфическим видом условий синхронизма (19). В этом случае углы θ_m можно определять (19) для каждой конкретной ориентации кристалла и геометрии акустооптического взаимодействия по методике, изложенной в [6].

Таким образом, приведенные формулы позволяют провести расчет эффективности УМС при произвольной геометрии акустооптического взаимодействия. Отметим также, что полученные выражения нетрудно обобщить на случай работы УМС с рядом гармонических сигналов и сигналов более сложного вида. Рассмотренная методика анализа может быть распространена и на УМС в планарном исполнении на поверхностных акустических волнах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Методы модуляции и сканирования света. М., 1970.
2. Гуляев Ю. В., Проклов В. В., Шкурдин Г. Н. — УФН, 1978, т. 124, вып. 1, с. 61.
3. Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. — Радиотехника и электроника, 1964, № 6, т. 19, с. 1178.
4. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М., 1957.
5. Каценеленбаум Б. З. Высокочастотная электродинамика. М., 1966.
6. Леманов В. В., Шанин О. В. — ФТТ, 1972, № 14, вып. 1, с. 229.